DOI: http://dx.doi.org/10.17921/2176-5634.2018v11n3p253-260

Conhecimentos de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Sobre os Números Racionais e Sobre seu Ensino na Educação Básica

Early Primary School Teachers' Knowledge on Rational Numbers and its Teaching in Primary Education

Norma Kerches de O. Rogeri[a]; Ruy Cesar Pietropaolo[bc]*, Maria Elisabette Brisola Brito Prado[bd]

[a]Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. SP, Brasil.
[b]Universidade Anhanguera, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática. SP, Brasil.
[c]Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Saúde. SP, Brasil.
[d]Unopar, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias. PR, Brasil.
*E-mail: rpietropaolo@gmail.com.

Resumo

Apresentamos, neste artigo, uma interpretação dos conhecimentos explicitados por um grupo de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas de São Paulo, sobre números racionais e seu ensino, com ênfase em sua representação decimal. Os dados examinados foram coletados pela aplicação de questionários envolvendo itens relativos ao conhecimento do conteúdo específico "números racionais e suas representações fracionárias e decimais" e conhecimentos pedagógicos sobre esse tema, com o objetivo de identificar conhecimentos e práticas dos professores a respeito do processo de ensino e de aprendizagem de noções concernentes a essa temática. As respostas revelaram concepções inconsistentes sobre os números racionais e seu ensino. A imagem conceitual referente aos números racionais elaborada pela maioria dos participantes era predominantemente constituída por noções relativas às frações. Embora a ideia de quociente faça parte das noções essenciais dos números racionais apresentadas nos currículos prescritos, não apareceu como tal nos conhecimentos dos professores. Os critérios de comparação de números racionais em sua representação decimal utilizados por eles se apoiavam em critérios envolvendo números inteiros com a vírgula representando apenas um ponto que separa duas partes de um número: a parte inteira e a decimal, revelando com isso, equívocos no repertório do grupo. Esses resultados colocam em destaque lacunas nos programas praticados nos cursos de formação inicial e/ou continuada de professores de Matemática e apontam para a necessidade de haver, em processos formativos, uma articulação entre diferentes abordagens, estratégias e materiais para os processos de ensino e aprendizagem de números racionais, representados na forma decimal

Palavras-chave: Números Racionais. Números Decimais. Conhecimento Matemático para o Ensino.

Abstract

This paper presents an interpretation of the knowledge explicitly showed by a group of early primary school teachers in public schools of São Paulo on rational numbers and its teaching, focusing on its decimal representation. Data under analysis was collected through questionnaires on knowledge of the specific content "rational numbers and their fraction and decimal representations", as well as pedagogic knowledge on this, aiming to identify knowledges and practices of teachers with respect to the teaching and learning process regarding notions associated to this theme. Answers showed inconsistent conceptions on rational numbers and teaching them. The conceptual image concerning rational numbers that most participants had was predominantly built by notions related to fractions. Although the idea of quotient is part of curricula as an essential notion for rational numbers, teachers' knowledge did not show that. Comparison criteria of rational numbers in their decimal representation were supported by criteria involving integers, with a comma representing just a mark separating two parts of a number; the integer and the decimal, revealing errors in the teachers' knowledge. These results underscore gaps in programs of early and/or continued formation of Math teachers, pointing to the need in formative processes of an articulation between different approaches, strategies, and materials for teaching and learning processes regarding rational numbers in their decimal form.

Keywords: *Rational Numbers; Decimal Numbers; Mathematical Knowledge for Teaching*

1 Introdução

Este artigo apresenta uma análise dos resultados do instrumento diagnóstico aplicado a um grupo de dezoito professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da Rede Pública de São Paulo com vistas a conceber um processo formativo para ampliar a base de conhecimentos para o ensino dos números racionais especialmente a representação decimal. Além desse diagnóstico, a formação teve como pressuposto reflexões compartilhadas sobre práticas docentes e sobre dificuldades de aprendizagem de noções relativas a esse tema por alunos da Educação Básica.

Segundo orientações contidas em documentos oficiais de referência curricular, a abordagem inicial dos números racionais está prescrita para o 4º e 5º anos do Ensino fundamental (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997, p.67; Orientações Curriculares do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental Matemática. Versão Preliminar, 2014, p.29).

A importância do tema *números racionais* no currículo de Matemática é inegável pelas contribuições ao universo numérico e à resolução de problemas que, além de retratar contagem de elementos de uma coleção, permitem medir grandezas de natureza contínua, como comprimento, área, volume e tempo, por exemplo. No campo dos números, o ensino e a aprendizagem dos racionais tem representado dificuldades pela insuficiente articulação entre as representações decimal e fracionária e a reduzida atenção aos modelos intuitivos importantes para o desenvolvimento do conceito de número racional (Ponte, 2006).

Os pesquisadores Pinto (2011), Lamon (2007), Monteiro (2007) e Ponte (2005) afirmam que essa temática é considerada uma das mais importantes no Ensino Fundamental em razão de sua complexidade e por ser uma aprendizagem cognitivamente desafiadora, exigindo maior tempo para o seu desenvolvimento e essencial para o sucesso futuro em Matemática. Além disso, consideram que é um dos tópicos mais difíceis de ensinar e a carecer de investigação, pois pouco se tem progredido na descoberta da complexidade do seu ensino e da aprendizagem, sobretudo nas últimas décadas.

Para Behr, Lesh, Post e Silver (1983), o conceito de número racional está entre as mais complexas e importantes ideias matemáticas com que as crianças se deparam durante sua escolaridade. Sua importância pode ser vista a partir de três perspectivas: (i) prática, dado que a capacidade de lidar com estes conceitos melhora a capacidade de compreender e resolver situações e problemas do dia a dia; (ii) psicológica, dado que os números racionais proporcionam o desenvolvimento e a expressão das estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual; (iii) matemática, dado que a compreensão destes conceitos proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares. E ressaltam que, diante destas perspectivas, o insucesso dos alunos na aprendizagem de números racionais é um sério obstáculo ao seu desenvolvimento matemático.

Segundo Tirosh, Fischbein, Graeber & Wilson (1998) e Pinto (2011) como estudos têm mostrado que os números racionais não negativos são um obstáculo para muitos alunos em função de sua complexidade, os professores têm um papel crucial em suas aprendizagens.

As pesquisas destes estudiosos indicam, a nosso ver, que a complexidade inerente à construção deste conhecimento requer uma reflexão, não apenas sobre as estratégias utilizadas para mediar a construção de conhecimentos pelos alunos do Ensino Fundamental, mas também e, principalmente, sobre os conhecimentos indispensáveis ao professor para a seleção e aplicação dessas estratégias e, igualmente, a respeito da atenção dada a essa temática, nos processos formativos de professores de Matemática.

2 Material e Métodos

Como base teórica para a elaboração do instrumento diagnóstico, cujos resultados são examinados neste artigo, consideramos as categorias apresentadas pelo pesquisador Lee Shulman (1986): conhecimento de conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Utilizamos a teoria de imagem conceitual (Tall e Vinner, 1981) para interpretar e analisar as respostas dos professores, buscando compreender e desvelar os conhecimentos que possuem sobre o tema, sejam advindos de experiências estudantis ou de suas atuações profissionais. Segundo Tall e Vinner (1981), a imagem conceitual descreve a estrutura cognitiva que se constrói na mente de uma pessoa a respeito de um determinado conceito, incluindo todas as impressões, ideias, figuras mentais, representações visuais e descrições verbais relativas às propriedades e aos processos que envolvem aquele conceito. A imagem conceitual se constitui ao longo dos anos por meio de experiências e evolui continuamente em função de novos estímulos. Dessa forma, as imagens conceituais dos professores sobre números racionais e suas representações explicitadas em suas respostas ao rol de questões se constituíram como ponto de partida de nossa análise sobre conhecimentos deste conteúdo específico, na perspectiva teórica defendida por Shulman (1986).

2.1 Sobre os dados diagnósticos

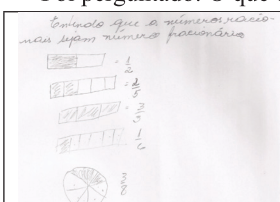
O questionário aplicado aos professores, aqui identificados por professor (A), (B), (C), etc., constitui-se de 15 itens que versam sobre números racionais, seus significados, suas representações (fracionária, decimal), sobretudo as representações decimais e seu ensino.

Esse instrumento inicial da pesquisa nos permitiu investigar os conhecimentos do conteúdo, os conhecimentos pedagógicos e curriculares dos professores relativos às possíveis formas de abordagem dos números racionais, à relevância que dão ao ensino dos números decimais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, à interpretação e análise de produções de alunos e de possíveis dificuldades que estes podem apresentar durante o processo de aprendizagem do tema.

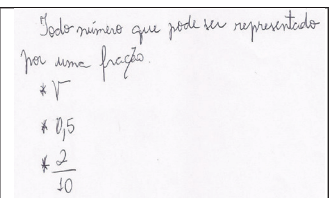
Descrevemos a seguir alguns aspectos observados nesta etapa diagnóstica em relação à categorização apresentada por Shulman (1986). Para isso, discutiremos o tema por meio da apresentação e análise de alguns protocolos de professores que apresentam respostas aos questionamentos que compuseram o instrumento inicial da pesquisa.

1. Sobre o conhecimento dos professores a respeito do conteúdo *números racionais*.

   Foi perguntado: O que é um número racional?



Protocolo Prof.(E)



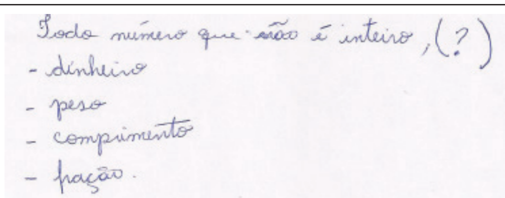
Protocolo Prof. (H)

Observamos que, além da identificação de número racional como sinônimo de fração, o prof. (E) apresenta exemplos que mostram uma imagem conceitual ligada à ideia de fração como parte-todo (grandeza contínua), explicitada pelas representações pictóricas.

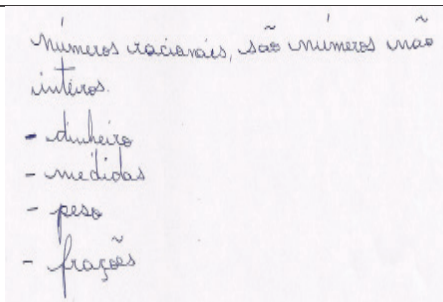
O significado parte-todo presente nestas representações também foi observado em respostas dos futuros professores, alunos de curso de ensino superior, participantes da pesquisa realizada por Tirosh, Fischbein, Graeber e Wilson (1998), com predominância da interpretação parte-todo e de modelos de área de figuras planas como representação de número racional. Segundo estes pesquisadores, percepções restritas provocam uma visão estreita dos números racionais e, é fundamental que futuros professores possuam familiaridade com várias representações de números racionais, uma vez que representações diferentes enfatizam aspectos diferentes desses números.

Pode-se notar que, para o professor (H), embora mencione que número racional é representado por uma fração, sua imagem conceitual envolve também raiz quadrada ($\sqrt{\ }$) e número decimal (0,5), sinalizando que número racional é um número que possui casas decimais. Para este professor, apertar a tecla ($\sqrt{\ }$) na calculadora provavelmente significa determinar um número decimal, que considera ser um número racional e parece não cogitar a possibilidade de o resultado obtido ser um número irracional. Além disso, pode ter se apoiado em suposições, como aquelas descritas pelos resultados da pesquisa realizada por Corbo (2012), de que professores associam a palavra racional à palavra raiz, deixando transparecer fragilidades relacionadas à definição de número racional.

Já os protocolos dos professores (D) e (O) mostram que números racionais são números não inteiros, embora na resposta do professor (D) haja uma dúvida sobre essa afirmação, sinalizada pelo ponto de interrogação.


Todo número que não é inteiro, (?)
- dinheiro
- peso
- comprimento
- fração.

Protocolo Prof. (D)


Números racionais, são números não inteiros.
- dinheiro
- medidas
- peso
- frações

Protocolo Prof. (O)

Os exemplos utilizados por estes professores mostram que possuem imagens conceituais que associam números racionais às situações de medida (peso, comprimento), isto é, às grandezas que, de modo geral, são expressas por um número com vírgulas. Podemos conjecturar que, para eles, existe uma relação estreita entre racionais e o tema grandezas e medidas, pois possivelmente os números decimais, representantes dos racionais, foram ou são trabalhados mais acentuadamente em situações que envolvem cálculos de comprimento, de medida de massa ou de uso do sistema monetário, por exemplo.

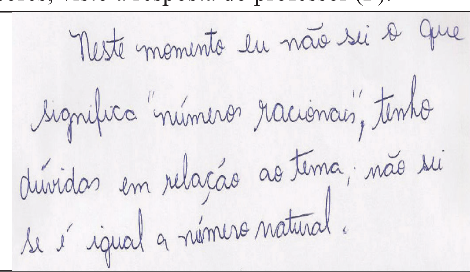
Outro aspecto importante a ser destacado é que, embora os números inteiros sejam números racionais, essas respostas indicam que não há clareza da relação de inclusão entre os dois conjuntos numéricos. Observa-se, também, pelos registros dos professores que em suas imagens conceituais os dois conjuntos numéricos são disjuntos, ao afirmarem que números racionais são números não inteiros.

Pode-se conjecturar sobre o porquê de imagens conceituais de números racionais estarem fortemente vinculadas apenas aos números naturais. Primeiramente, porque existem obstáculos didáticos a serem *vencidos* ao se ampliar a aprendizagem de conjuntos numéricos, com novas propriedades e novos significados dos números e, geralmente, isso não é tratado como deveria nas aulas de Matemática e em cursos de formação de professores (Ponte, 2006).

Em segundo lugar, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) enfatizam o trabalho com as funções sociais do número natural, isso pode ter desencadeado em cursos de formação continuada uma preocupação em garantir essas discussões em detrimento da abordagem da ampliação dos campos numéricos, em que outros pressupostos norteiam seus significados.

Além disso, tanto as frações quanto os números decimais têm sido tratados como partes de um inteiro, não focando o fato de serem números também, com suas propriedades e representações. Isso faz com que professores de anos iniciais transcendam simplesmente seus conhecimentos sobre números naturais para os números decimais, considerando-os apenas números com vírgulas, mas com as mesmas propriedades e características dos naturais.

É provável que participantes de nossa pesquisa, de modo geral, não possuam uma imagem conceitual clara e consistente do que seja número racional; alguns o associam apenas à fração, outros à fração e ao número decimal e outros ainda às medidas, mas de modo geral associam ao aspecto ordinal e ao uso como códigos. Uma hipótese levantada é que o próprio vocabulário *número racional* seja desconhecido para diversos professores, visto a resposta do professor (P).


Neste momento eu não sei o que significa "números racionais", tenho dúvidas em relação ao tema; não sei se é igual a número natural.

Outras questões propostas aos professores se referiram ao estabelecimento de relações entre diferentes representações de um mesmo número racional, à identificação do sucessor de um número e à comparação entre números decimais.

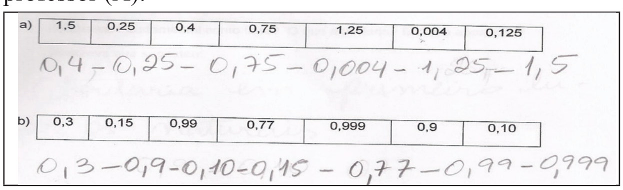
Em relação ao estabelecimento de relações entre representações de um mesmo número racional, observamos que aproximadamente 62% por professores afirmaram que $\frac{1}{8}$ = 1,8 e 66% que 0,4 ≠ 0,40.

Observando as justificativas dos professores, percebemos que considerar $\frac{1}{8}$ = 1,8, significa que, simplesmente, o traço da fração pode ser *trocado* pela vírgula.

Ponte e Quaresma (2011) destacam que, em pesquisa realizada em Portugal, muitos alunos de 5º ano cometem esse mesmo erro e, afirmam que essa ocorrência é um indicador de que as relações entre as duas representações (fracionária e decimal) não foram compreendidas e que o sistema de numeração decimal não está completamente entendido pelos alunos. Ao observar respostas de participantes de nossa pesquisa, podemos supor que apresentam dificuldades de compreensão em relação aos princípios do sistema de numeração decimal. Na justificativa de que 0,4 ≠ 0,40, pois "*um deles é quatro, o outro é quarenta*" (prof. A), podemos perceber que o critério se refere apenas aos números 4 e 40, localizados à direita da vírgula e como 40 é maior que 4, tem-se 0,40 > 0,4.

Segundo um estudo realizado pelos pesquisadores Stacey, Moloney e Steinle (2001), alunos australianos, ao compararem números decimais, fazem uso da regra: "o ponto decimal é destinado apenas como separador e a parte decimal é lida como um todo". Para isso, citam como exemplo: 4,125 > 4,7 - pois *cento e vinte e cinco* é maior que *sete*.

Ainda em relação à comparação de números racionais em sua representação decimal, podemos observar o protocolo do professor (A):



a)						
1,5	0,25	0,4	0,75	1,25	0,004	0,125

0,4 – 0,25 – 0,75 – 0,004 – 1,25 – 1,5

b)						
0,3	0,15	0,99	0,77	0,999	0,9	0,10

0,3 – 0,9 – 0,10 – 0,15 – 0,77 – 0,99 – 0,999

Este professor organizou, inicialmente, todos os números da primeira tirinha que possuíam zero na parte inteira, considerando a quantidade de dígitos e, de modo similar aos resultados de pesquisas citadas anteriormente, considerou que se 4 < 25 < 75, então: 0,4 < 0,25 < 0,75. Para inserir 0,004 em sua sequência numérica crescente, deu continuidade ao seu critério inicial, ou seja, quantos mais dígitos à direita da vírgula o número possuir, maior será. Em seguida, acrescentou os dois números com o número 1 na parte inteira e organizou-os como 1,25 < 1,5.

No item (b), como todos os números são menores que a unidade, o critério utilizado pode ter sido pela ordenação dos números naturais (3 < 9 < 10 < 15 < 77 < 99 < 999), ou pelo número de dígitos da parte decimal, como indicam também os resultados das pesquisas de Ponte e Quaresma (2011), Monteiro (2007), Roditi (2007), Stacey et al. (2001), Pérez (1997), Post et al. (1993) e Perrin-Glorian (1986).

Sendo assim, percebemos que alguns professores transferem para os números decimais concepções formadas anteriormente sobre números naturais, como por exemplo, a quantidade de algarismos de um número é o que determina sua ordem de grandeza.

Quando perguntados se a afirmação "*o sucessor do nº 5,4 é o nº 5,5"* é verdadeira, os dezoito professores participantes da pesquisa responderam que sim, indicando que para eles a ideia de sucessor de um número natural se estende aos números decimais.

Ao serem questionados se existe um número maior que 0,5 e menor que 0,6, cinqüenta por cento dos professores afirmaram que sim, que existe um número entre 0,5 e 0,6, colocando como exemplos, números desde 0,51 até 0,5. Cinco professores disseram que não existe número entre 0,5 e 0,6 e quatro não responderam.

Se observarmos que 100% dos professores responderam afirmativamente à pergunta anterior (o sucessor de 5,4 é 5,5) e agora parte desse total afirmou que existe um número entre 0,5 e 0,6, percebemos contradições na possibilidade de existência de outros números entre dois números decimais, *aparentemente próximos* na visão de alguns professores. Isso reafirma as nossas conjecturas de que muitos professores têm dúvidas a respeito do significado de número racional e se apoiam em propriedades dos números naturais na tentativa de compreender esse *novo* campo numérico.

Segundo a pesquisadora portuguesa Monteiro (2007, p.20),

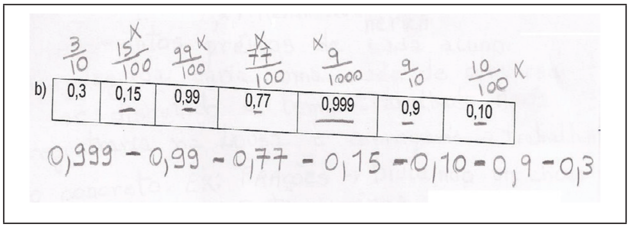
> O conjunto dos racionais é um conjunto *denso*, quer dizer, entre cada par de números existem sempre infinitos outros números racionais. Por exemplo, entre os números 0,1 e 0,2 podemos encontrar tantos números quantos queiramos e não se pode dizer qual é o número imediatamente a seguir ao número 0,1. Estes factos não acontecem, como se sabe com os racionais inteiros, onde todo número tem um sucessor identificado. Esta propriedade dos números racionais, a *densidade*, e que para os professores pode ser óbvia, não o é de certeza para os alunos que se iniciam no seu estudo.

Resultados de pesquisas como as de Roditi (2007), Stacey et al. (2001) e Pérez (1997), corroboram essas colocações, destacando que esse tipo de equívoco é comum entre alunos, pois estão habituados a explorar a sequência discreta dos números inteiros e, desse modo, consideram que não pode existir números racionais, entre, por exemplo, 0,5 e 0,6, como questionado em nossa pesquisa.

Diante de respostas dadas pelos participantes de nossa pesquisa, que se assemelham às de alunos citados por estes autores, temos indícios de que professores que atuam em anos iniciais também não têm a *certeza* de que entre dois números racionais quaisquer existem infinitos números racionais, isto é, muitos não têm clareza da densidade do conjunto dos números racionais.

O protocolo do professor (B), destacado a seguir, indica que antes de ordenar os números decimais ele os transformou em frações decimais, talvez como recurso para *visualizar* melhor que números são esses, pois a representação fracionária decimal é mais utilizada (Perrin-Glorian, 1986).

Protocolo Prof. (B)



Ao observarmos atentamente este protocolo, pudemos perceber que após recorrer às frações decimais, o professor organizou-as em ordem seguindo os valores dos denominadores, isto é, primeiro a fração cujo denominador é 1000, depois as frações com denominadores 100 e por último as frações de denominadores 10, estabelecendo uma ordem dentro de cada uma dessas categorias, pelo valor dos numeradores, mas possivelmente considerando milésimos menores que centésimos, que por sua vez são menores que os décimos.

Registramos a seguir os índices de acertos dos professores relativos à organização em ordem crescente dos números dessas duas tirinhas:

Quadro 1 - Síntese do número de respostas dos professores

Organização da tirinha (a)		Organização da tirinha (b)	
Correta	Errada	Correta	Errada
6	12	3	15

Fonte: Dados da pesquisa.

Em síntese, pode-se observar pelos resultados acima que a ordenação de números decimais se constitui como um problema para professores de nossa pesquisa.

Os números propostos na primeira tirinha possuíam o algarismo zero ou o algarismo um na parte inteira, variando os algarismos e o número de dígitos da parte decimal. Percebemos que menos da metade dos professores organizaram de forma correta a sequência crescente de números. Dos 12 que erraram, percebemos que primeiramente, separaram todos os números com o zero na parte inteira e depois os que possuem o número um na parte inteira, respeitando, possivelmente, o fato de zero ser menor que um. Os critérios de comparação e ordenação de números decimais utilizados pelos professores nas duas tirinhas giraram em torno dos critérios utilizados pelos participantes das pesquisas citadas anteriormente, tais como:

- Quanto maior a quantidade de dígitos na parte decimal, maior é o número, por exemplo: 0,75 < 0,004 – procedimento utilizado pelos professores (A) e (P);
- Décimos sempre maiores que centésimos, por exemplo: 0,75 < 0,4 procedimento utilizado pelos professores (C), (D), (G), (H);
- Utilização da sequência de números naturais, por exemplo: 0,9 < 0,10 < 0,15 – procedimento utilizado pelos professores (A), (E), (J), (P), entre outros.

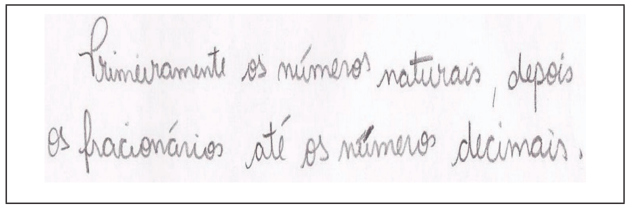
Ao analisar os Conhecimentos do Conteúdo Específico dos professores nesta fase diagnóstica sob a perspectiva dos fundamentos teóricos de Shulman (1986), podemos dizer que as respostas dos professores a respeito do conceito de número racional indicaram lacunas nos conhecimentos relativos a esse tipo de número, lançando dúvidas sobre a consolidação inclusive do conceito de número natural. Além disso, dificuldades relacionadas à comparação e ordenação de números decimais comprometem o domínio que os professores possam ter das ideias e dos princípios básicos deste conteúdo de ensino.

2. Sobre o conhecimento pedagógico dos professores a respeito dos *números racionais*

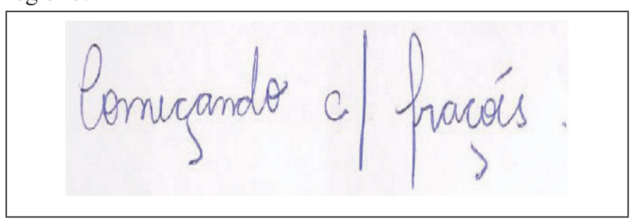
❖ **Sobre o ensino dos números racionais**

Os professores foram questionados sobre como iniciariam a abordagem dos números decimais para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Dentre os protocolos dos professores, apresentamos dois deles que sinalizam que, primeiramente, o trabalho deve ser realizado com números naturais e frações, para em seguida iniciar com os decimais.



O professor (Q) sugere iniciar o trabalho com frações para depois introduzir os números decimais, como mostra seu registro.



Aproximadamente 33% dos participantes desta pesquisa propõem o trabalho com números decimais a partir de frações, mas não mencionam possíveis relações com as frações decimais, estratégia proposta em orientações curriculares citadas neste artigo.

Ao analisarmos as respostas dos professores à pergunta – Como você iniciaria a abordagem dos *números decimais* para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental? – pudemos perceber que há incompreensões em relação aos conhecimentos pedagógicos concernentes ao conteúdo em questão, pois em seus registros não há indicação precisa de formas de encaminhamento, suas respostas são incipientes e praticamente sem argumentações, parecendo indicar ausência de compreensão de algumas noções relativas ao tema.

O que se observa é o fato de vários professores não indicarem estratégias que utilizam para ensinar esse tema, nem as tarefas que propõem aos alunos. Isso pode sinalizar que os conhecimentos pedagógicos desses professores são insuficientes para ensinar noções relativas aos números racionais em suas diferentes representações, principalmente a decimal.

Uma das razões que pode justificar essa fragilidade é o fato de o tema ser pouco abordado nos 4º e 5º anos. No entanto, esses professores atuam em uma Rede de Ensino que se encontra em processo de implementação de inovações curriculares nas quais se privilegia o trabalho de forma concomitante com a representação decimal e a fracionária dos números racionais.

Além disso, neste processo de implementação curricular na Rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo as Orientações Curriculares apresentam e discutem expectativas de aprendizagem, isto é, habilidades que se espera que os alunos desenvolvam em relação à Matemática em cada um dos anos do Ensino Fundamental. É importante destacar que nas respostas dos professores não há menção com relação às expectativas de aprendizagem relativas ao tema números racionais para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Essas menções poderiam contribuir para suas reflexões sobre como poderiam ser trabalhados os números decimais nos 4º e 5º anos, que são anos, como já mencionado anteriormente, em que deveriam ser desencadeadas as primeiras aproximações dos alunos aos números racionais.

❖ **Sobre a aprendizagem dos números racionais**

Com o objetivo de investigar a maneira como os professores interpretam a construção do conhecimento por parte do aluno, as possíveis dificuldades que possam apresentar e as intervenções que podem ser realizadas, propusemos que respondessem à pergunta: - Que estratégias você considera que um professor deveria utilizar, nos anos iniciais, para propiciar aos alunos a construção do significado dos números decimais? Descreva-as.

Para análise de suas respostas, organizamos o seguinte quadro:

Quadro 2 - Síntese das respostas dos professores

Nº professores	**Que estratégias você considera que um professor deveria utilizar, nos anos iniciais, para propiciar aos alunos a construção do significado dos números decimais? Descreva-as**
1	Não sei direito, dou aula no quarto ano e não chego a ensinar números decimais.
6	Desenhar um quadrado dividido em 10 partes iguais e pedir que o aluno pinte uma delas, que é 1/10.
2	Faz-se o que o livro faz: pinta-se uma parte de um quadrado que já vem dividido em 10 partes iguais e escreve-se 1/10=0,1.
2	Pede-se ao aluno desenhar o material dourado (a placa que é o inteiro), a barrinha (que é o décimo) e o cubinho, (que é o centésimo).
1	Eu nunca ensinei números decimais, mas acho que usaria a calculadora (1: 10 =0,1) e (1: 100 = 0,01).
3	Começaria com o sistema monetário.
2	Começaria com a régua, fita métrica e medindo a altura dos alunos.
1	Usaria material concreto.

Fonte: Dados da pesquisa.

Estas respostas dos professores indicam que um dos recursos mais utilizados para ensinar números decimais é o trabalho com as frações decimais, seja usando malhas quadriculadas ou material dourado.

Embora a exploração das frações decimais seja uma das opções mais presentes nas práticas docentes explicitadas por esses registros, há também a abordagem relacionada às grandezas e medidas, como mostram as respostas de cinco professores.

Parece-nos que as imagens conceituais dos professores quanto à construção de conceito de número decimal estão fortemente associadas às ideias da obtenção de décimos e centésimos por meio do significado parte-todo e de figuras desenhadas em malhas quadriculadas, considerando respectivamente uma parte de dez e uma parte de cem.

Essa forma de *enxergar* uma fração nos oferece indícios de que os professores consideram o símbolo numérico $\frac{a}{b}$ como dois números distintos separados por um traço.

Resumindo, ao analisar as respostas dos professores ao rol de questões relativas ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, percebemos que os conhecimentos necessários ao professor, para o ensino dos números racionais, deveriam incluir a escolha de representações mais adequadas, as explicações e justificativas mais convincentes, a seleção de exemplos e ilustrações que poderiam facilitar a compreensão desse conteúdo por alunos de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. No entanto, percebemos que os professores não identificam com clareza formas de intervenção, pois o domínio não muito satisfatório do conteúdo específico pode implicar em conhecimentos que não favoreçam um ensino no qual se privilegia a compreensão de significados, apresentando, portanto, certa lacuna nos Conhecimentos Pedagógicos para o ensino dos racionais (Shulman, 1986).

3. Sobre o conhecimento curricular dos professores a respeito dos números racionais

A fim de compreendermos quais conhecimentos os professores possuem sobre como o tema *números decimais* é abordado e a relevância que possui nas orientações curriculares do Estado de São Paulo, propusemos a seguinte pergunta: O que você considera mais importante trabalhar nos anos iniciais do Ensino Fundamental: frações ou números decimais? Por quê?

O quadro a seguir permite que visualizemos, de forma geral, as opiniões dos professores a respeito do que é prioritário trabalhar: frações ou decimais nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quadro 3 - Síntese das respostas dos professores

Nº professores	O que você considera mais importante trabalhar nos anos Iniciais do ensino Fundamental: frações ou números decimais?
7	Mais importante trabalhar com frações.
3	Mais importante trabalhar com fração porque é mais cobrado em livros e provas
1	Conhecimentos sobre as duas representações
1	Os dois são importantes, porque números decimais aparecem no sistema monetário, em medidas, mas nos livros são trabalhadas mais as frações nessas séries.
2	Na escola, no 4º ano é mais trabalhado fração.
2	Trabalha-se mais com fração no 5º ano. Praticamente não dá tempo de trabalhar com números decimais.
2	Na escola é mais importante trabalhar com fração, mas na vida é com número decimal, por causa do dinheiro.

Fonte: Dados da pesquisa.

Por estas respostas, podemos observar que 16 professores consideram que o trabalho com frações é mais importante nos anos iniciais por diferentes razões, tais como: frações são exigidas nas provas; ênfase nos livros didáticos; a organização curricular prioriza fração em detrimento dos números decimais.

No entanto, pode-se perceber que os professores não argumentam de forma consistente de modo a identificar que possuem clareza a respeito da importância em explorar as diferentes representações dos números racionais nos anos iniciais.

Em nossa interpretação, as respostas dos professores não indicam a presença de um exame crítico a respeito da indispensabilidade dos números decimais no 4º e 5º ano. Os professores consideram que o ensino dos números decimais nos anos iniciais deve ocorrer, porém com restrições, pois o mais importante é o trabalho com as frações.

Enfim, ao analisarmos os resultados da coleta de dados de nossa pesquisa sob a perspectiva de Tall & Vinner (1981), interpretamos que a imagem conceitual relativa à comparação de números racionais na forma decimal é apenas determinada pela comparação dos números naturais. Além disso, a representação fracionária do número racional está associada ao significado parte-todo. Os outros significados de números racionais, sobretudo quociente, também não faziam parte da imagem conceitual de muitos desses professores.

Assim, os conhecimentos em relação ao ensino desse tema são influenciados pelo domínio não suficiente dos números racionais. Desse modo, esses professores fazem poucas conexões com outros conteúdos matemáticos, embora muitos tenham indicado que medidas seriam um contexto importante para ensinar noções relativas aos racionais. Os professores demonstraram ter um repertório de estratégias insuficiente para a tarefa de introduzir as primeiras noções a respeito desses números aos alunos dos anos iniciais.

Tais resultados colocam em destaque a necessidade de promover, nos cursos de formação inicial e/ou continuada, discussões sobre a relevância de noções concernentes ao tema, sobre as dificuldades vivenciadas pelos estudantes quando iniciam a construção desse conhecimento e sobre a importância de seu estudo nas diversas etapas da escolaridade. Além disso, há de se tomar decisões e traçar uma metodologia que promova a ressignificação dos conhecimentos do conteúdo, conhecimentos pedagógicos do conteúdo e conhecimentos curriculares relativos a essa temática.

Referências

Behr M., Lesh R., Post, T., & Silver, E.A. (1983). Rational-number concepts". In: Lesh, R., Landau, M. (Ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*, (pp.91-126) New York: Academic.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1977). *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Ensino de primeira a quarta série. Brasilia: MEC/SEF.

Corbo O. (2012). *Um Estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes aos números irracionais na educação básica*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: Universidade Bandeirante de São Paulo, 2012.

Lamon S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In: F. Lester, *Second handbook ok mathematics teaching and learning* (pp.629-667). Greenwich, CT:Information Age Publishing.

Monteiro C. (2007). Dos números inteiros aos decimais: um percurso complexo, mas possível, no desenvolvimento do sentido. In: M. L. Serrazina, *Ensinar e aprender matemática no 1º ciclo (pp.19-33)*. Lisboa: Texto Editores.

Pérez JC. (1997). ¿Números Decimales? ¿Por qué? ¿Para qué?. Madri: Editorial Síntesis.

Perrin-Glorian, M.-J. (1986). Representation des fractions et des nombres decimaux chez des eleves de CM_2 et du College. *Petit* 10(10):.5-29.

Pinto, H.G. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais*. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Ponte, J.P. (2006). Números e álgebra no currículo escolar. In: Vale, I., Pimentel,T. Fonseca, L., Santos, L., Canavarro, P. *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores (pp.5-27). Lisboa: SEM-SPCE.*

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J.P., & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular. *Quadrante*, 20:55-81.

Post, T., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the teaching and assessing of rational number concepts". In: Carpenter, T., Fennema, E., Romberg, T. A. *Rational numbers: an integration of research*. (pp.327-362). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en dificulté". In: *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 12:55-81.

São Paulo. Secretaria da Educação. (2014). *Orientações Curriculares do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental Matemática*. Versão Preliminar. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educ Research,* 15(2): 4-14

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review,* (57):1-22.

Stacey K, Helme S, Steine V, Baturo A, Irwin K, & Bana J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *J. Mathem Teacher Educ.*, 4(3):205-25.

Tall D, & Vinner S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity (1981). *Educ. Studies Mathem*, 12:151-69.

Tirosh D, Fischbein E, Graeber A, & Wilson J, (1998). Prospective Elementary Teachers' conceptions of Rational Numbers". Disponível em: <http://jwilson.coe.uga.edu/texts.folder/tirosh/pros.el.tchrs.html>. Acesso em: 5 set. 2018.