

Ensino de Dados e Probabilidades nas Aprendizagens Essenciais do Ensino Básico em Portugal

Teaching Data and Probability In Mathematics Syllabus of Basic Education in Portugal

José António Fernandes

Universidade do Minho, Portugal.

E- mail: jfernandes@ie.uminho.pt

Resumo

Neste artigo analisam-se e discutem-se as orientações curriculares das Aprendizagens Essenciais do ensino básico, programa de matemática português, no que diz respeito ao tema Dados e Probabilidades, tendo em conta as recomendações recentes para o ensino desse tema. No estudo adotou-se uma abordagem qualitativa e recorreu-se à análise de conteúdo, tendo-se começado por analisar os aspectos gerais do tema e prosseguiu-se com a análise detalhada dos tópicos Dados e Probabilidades, e em cada um deles os respectivos subtópicos e conteúdos, organizando-se os resultados por ano escolar de cada ciclo de estudos do ensino básico. Em termos de resultados, no tópico Dados, salientam-se as investigações estatísticas e a estruturação do programa a partir das suas etapas, a seleção das ferramentas estatísticas a aplicar na análise estatística, a interpretação e conclusão de resultados estatísticos obtidos pelos alunos ou publicados nos media, a comunicação e divulgação das conclusões obtidas e o recurso a tecnologias digitais. No tópico Probabilidades destaca-se o estudo informal de acontecimentos e de probabilidade como grau de convicção, valor compreendido entre 0% e 100% e frequência relativa até ao 7º ano, introduzindo-se nos anos seguintes a definição formal de acontecimento, as operações com acontecimentos e a regra de Laplace.

Palavras-chave: Programa Escolar. Ensino Básico. Dados e Probabilidades.

Abstract

This article analyses and discusses the curricular guidelines of the Essential Learning of basic education, a Portuguese mathematics programme, with regard to the topic Data and Probability, taking into account recent recommendations for teaching this topic. The study adopted a qualitative approach and used content analysis, starting by analysing the general aspects of the topic and continuing with a detailed analysis of the Data and Probability topics, and in each of them the respective subtopics and contents, organising the results by school year of each cycle of studies in basic education. In terms of results, in the Data topic, the highlights are the statistical investigations and the structuring of the programme based on its stages, the selection of statistical tools to be applied in the statistical analysis, the interpretation and conclusion of statistical results obtained by students or published in the media, the communication and dissemination of the conclusions obtained and the use of digital technologies. In the Probabilities topic, the informal study of events and probability stands out as a degree of conviction, a value between 0% and 100% and relative frequency up to the 7th year, introducing in the following years the formal definition of an event, operations with events and Laplace's.

Keywords: Syllabus. Basic Education. Data and Probability.

1 Introdução

As propostas curriculares são, geralmente, da autoria de associações profissionais de professores e investigadores educacionais, das autoridades educativas dos governos dos países e mesmo de pedagogos e investigadores ao nível individual. No caso da matemática, em termos de associações profissionais, destacam-se as intervenções do *National Council of Teachers of Mathematics*, nos Estados Unidos da América e Canadá, e da *American Statistical Association*, esta última focada no ensino da Estatística.

Entre as orientações advogadas pelas associações profissionais e os programas escolares aprovados pelas autoridades educativas dos diferentes países, naturalmente, os programas escolares, pelo seu carácter prescritivo, tendem a ter uma maior influência sobre as práticas de ensino e

a aprendizagem dos alunos. Apesar disso, as orientações curriculares das associações profissionais poderão também ter um grande impacto nas orientações curriculares prescritas pelas autoridades educativas dos diferentes países na medida em que estas plassem nos programas escolares oficiais as orientações defendidas por aquelas.

Ainda no caso dos programas escolares oficiais deve ter-se em conta que nem sempre esses programas se aplicam a todo o sistema de ensino do país. Geralmente, nesses países, estabelecem-se diretivas curriculares que se aplicam a todo o país e, tendo em conta essas diretivas, cada região ou estado estabelece os seus programas escolares próprios. É isso que acontece no Brasil, em que a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) estabelece as diretivas curriculares para todo o país, que, por sua vez, moldam os programas escolares nos diferentes estados. Já em Portugal a situação é diversa, sendo

que os programas escolares aprovados pelo governo vigoram em todo o país.

O caráter acentuadamente prescritivo de algumas dimensões dos programas escolares poderá ter um grande impacto sobre o ensino e a aprendizagem das diferentes disciplinas, em que se inclui a matemática, influenciando diretamente o ensino dos professores, os manuais escolares e os exames e, indiretamente, a aprendizagem dos alunos (Vergnes, 2001).

No presente estudo analisam-se as orientações curriculares do tema Dados e Probabilidades, referentes às Aprendizagens Essenciais de matemática do ensino básico, documento que constitui o programa escolar de matemática em Portugal e que entrou em vigor no ano letivo de 2022/2023 em alguns anos escolares. A análise incide, sobretudo, nos tópicos e subtópicos do programa, tendo por referência as recomendações recentes para o ensino das Probabilidades e Estatística, designadamente em relação aos tópicos, às tarefas e às tecnologias digitais.

Uma vez apresentada a problemática do estudo e a sua importância, nas secções seguintes referem-se e discutem-se as recomendações recentes para o ensino de Probabilidades e Estatística, descrevem-se os aspectos metodológicos e relata-se a análise realizada ao tema Dados e Probabilidades. Por fim, na secção de conclusão e discussão sintetizam-se os principais resultados da análise efetuada, confrontam-se esses resultados com as recomendações recentes para o ensino do tema e extraem-se algumas implicações para o seu ensino.

2 Desenvolvimento

2.1 Recomendações recentes para o ensino de Probabilidades e Estatística

O reconhecimento da importância das Probabilidades e Estatística na sociedade atual tem-se tornado cada vez mais consensual, seja ao nível pessoal, social ou político, o que se tem repercutido no aumento da investigação educacional para determinar as possibilidades de ensino e aprendizagem escolar desses tópicos. Atualmente, em resultado da investigação e das alterações curriculares, vem-se defendendo um aprofundamento do estudo destas temáticas e sugerem-se novas abordagens ao seu ensino-aprendizagem. Assim, nesta secção, analisam-se as principais recomendações atuais para o ensino das Probabilidades e Estatística, estruturadas a partir dos tópicos, das tarefas e das tecnologias digitais.

2.1.1 Tópicos

Várias associações profissionais e investigadores educacionais perspectivam os conhecimentos que os alunos devem possuir para se tornarem estatisticamente letrados. No documento *Principles and Standards for School Mathematics*, que tem influenciado a reforma do currículo de matemática em muitos países, o National Council of Teachers of Mathematics (2000, p.48) defende que os programas de instrução de Análise de Dados e Probabilidades, do pré-escolar ao final do ensino secundário, devem capacitar os estudantes para:

- 1) formular questões que possam ser abordadas com dados e coletar, organizar e exibir dados relevantes para responder a essas questões;
- 2) selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para analisar os dados;
- 3) desenvolver e avaliar inferências e previsões que são baseadas nos dados;
- e 3) compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades.

Deve salientar-se que, à altura da publicação, o *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) foi uma das primeiras entidades a defender a inclusão do tema de Probabilidades e Estatística em todos os níveis escolares do ensino básico e secundário, incluindo ainda a educação pré-escolar, assumindo-se, portanto, como uma proposta pioneira do que atualmente acontece em muitos países.

Em consonância com as orientações anteriores, também no documento *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: A Pre-K-12 Curriculum Framework* (Gaise, 2005) se defende uma abordagem curricular às Probabilidades e Estatística que enfatize e revise um conjunto de ideias semelhantes ao longo da escolaridade e que se desenvolva nos alunos a compreensão da Estatística como processo investigativo.

Burril & Biehler (2011), partindo de diversas perspectivas sobre o ensino da Estatística, afirmam sete ideias estatísticas fundamentais: 1) dados, vistos como números com um contexto; 2) variabilidade e centro, tendo em vista reconhecer a variabilidade e articulá-la com as medidas de tendência central; 3) distribuição, incluindo a sua análise visual; 4) representação, gráfica ou de outro tipo e transformações de representações (transnumeração); 5) associação e relações de modelação entre duas variáveis, para explorar relações entre variáveis e estabelecer e compreender modelos; 6) aleatoriedade e modelos de probabilidade para processos de geração de dados, para compreender resultados aleatórios e modelar relações estruturais hipotéticas; e 7) amostragem e inferência, tendo em vista a realização de inferências informais.

Mais recentemente, no documento brasileiro Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) formulam-se orientações específicas para o ensino das Probabilidades e Estatística. Em Fernandes & Diniz (2022) analisam-se e discutem-se essas orientações ao nível do ensino fundamental, advogando-se no subtema de Estatística, nos anos iniciais (do 1º ao 5º ano), a coleta e organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos, na qual se realiza a interpretação e construção de tabelas e gráficos e a produção de textos escritos para sintetizar ou justificar conclusões; enquanto nos anos finais (do 6º ao 9º ano) os alunos devem saber planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, as quais devem envolver a definição de questões de pesquisa relevantes, as noções de população e amostra a ser investigada, as medidas de tendência central e a construção de tabelas e variados tipos de gráficos.

No caso do subtema de Probabilidades, nos anos iniciais, os alunos devem distinguir entre fenómenos determinísticos e aleatórios, esperando-se que os alunos reconheçam quais os resultados possíveis de uma experiência aleatória, como

iniciação à construção do espaço amostral, e que compreendam que há acontecimentos certos, impossíveis e prováveis; já nos anos finais, os alunos devem ampliar e aprofundar os conhecimentos antes adquiridos, realizando experiências aleatórias e simulações para confrontar a probabilidade frequentista com a probabilidade teórica.

2.1.2 Tarefas

Segundo Ponte (2005), as tarefas podem ser classificadas segundo dois critérios: o grau de desafio e o grau de abertura. As tarefas com elevado grau de desafio apresentam um maior grau de dificuldade e nas tarefas de elevado grau de abertura nem tudo está determinado na própria tarefa, tendo o aluno de estabelecer possíveis percursos durante a resolução da tarefa, em contraste com as tarefas fechadas. Para o autor, os problemas e as investigações são tarefas de desafio elevado, em contraste com os exercícios e as explorações que são tarefas de desafio reduzido, e as explorações e as investigações são tarefas de grau de abertura elevado, em contraste com os exercícios e os problemas que são tarefas de grau de abertura reduzido. Além destes tipos de tarefas, Ponte (2005) acrescenta os projetos, que são tarefas de longa duração e partilham muitas das características das investigações, e as simulações, que são tarefas problemáticas e desafiantes, que podem ser problemas ou investigações consoante o seu grau de estruturação. Todos estes tipos de tarefas têm um papel a desempenhar na aprendizagem dos alunos em matemática, e especificamente em Probabilidades e Estatística.

A partir da proposta de tarefas desafiadoras para os alunos, Garfield & Ben-Zvi (2010) defendem a criação de ambientes de aprendizagem *Statistical Reasoning Learning Environment* (SRLE) que promovam uma compreensão profunda e com significado da Estatística e o raciocínio estatístico dos alunos. Esta abordagem da Estatística baseia-se em seis princípios que se devem ter em conta na construção de tarefas e no modo como as aulas são planeadas e conduzidas pelos professores: 1) desenvolver ideias estatísticas centrais focando a compreensão conceitual; 2) usar dados reais e motivadores, de preferência coletados pelos alunos; 3) usar a atividade de sala de aula para apoiar o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, em particular as tarefas e o modo de as trabalhar; 4) integrar tecnologia educacional para auxiliar a exploração e análise de dados, focando os alunos na interpretação de resultados e compreensão conceitual; 5) fomentar a argumentação e a negociação de significados no discurso de sala de aula; e 6) usar a avaliação para monitorizar a aprendizagem dos alunos, com foco na compreensão e não em destrezas, e refletir sobre o processo instrucional.

Em consequência, a comunidade de Educação Estatística vem valorizando as tarefas com dados reais, relativos aos próprios alunos ou com eles relacionadas, ou que promovam a interdisciplinaridade ao implicarem diferentes disciplinas (Damin & Pereira, 2016; Fernandes et al., 2007; MacGillivray & Pereira-Mendonza, 2011). Este tipo de tarefas, em que o

contexto é especialmente saliente, são de grande importância para o desenvolvimento de significado e da própria Estatística.

Burril e Biehler (2011) sugerem que os professores e alunos desenvolvam hábitos estatísticos, tais como: 1) utilizar dados reais, de modo a salientar a variação e o “ruído” que levam a ter em atenção a origem dos dados; 2) construir intuições, recorrendo a simulações para gerar distribuições, prever antes de determinar e formular questões sobre o acaso; 3) começar com um gráfico para estudar associações e analisar diferentes representações de distribuições; 4) explorar representações alternativas dos dados para contrastar o que pode ser aprendido sobre a forma, a tendência central e a dispersão de distribuições, bem como relações e conexões entre variáveis; 5) antes de introduzir fórmulas, investigar e explorar simulações para modelar distribuições de probabilidade, jogar com o acaso e experimentar a variabilidade; e 6) usar projetos e experimentos para envolver os alunos em “fazer” Estatística.

De entre os diferentes tipos de tarefas, as investigações estatísticas, também designados por projetos de natureza investigativa, têm sido cada vez mais recomendadas no ensino-aprendizagem da Estatística. Segundo MacGillivray e Pereira-Mendonza (2011), essas tarefas promovem o envolvimento dos alunos na aprendizagem da resolução de problemas em contexto e a síntese de aprendizagens. Também Batanero, Díaz, Contreras e Arteaga (2011) advogam o recurso a projetos no ensino da Estatística, argumentando que esse tipo de tarefa tem potencial para promover a motivação dos alunos e destacar o contexto e a natureza realista do tema.

Nos de projetos de natureza investigativa identificam-se diferentes etapas que devem ser seguidas na sua realização. Embora essas etapas possam variar um pouco, consoante a autoria, em Gaise (2005) estabelecem-se as seguintes cinco etapas: 1) formular as suas próprias questões de pesquisa ou hipóteses sobre um fenómeno significativo, que possam ser estudadas com dados; 2) planejar e implementar um plano de coleta de dados adequado; 3) selecionar e aplicar métodos apropriados de análise de dados; 4) resumir, formular conjecturas, tirar conclusões e efetuar generalizações; e 5) interpretar os resultados obtidos, tendo por referência a inferência baseada nos dados e a relação com as questões de pesquisa ou hipóteses iniciais.

Na resolução de qualquer tarefa estatística (e não só) identificam-se duas ações distintas: a seleção das ferramentas estatísticas a usar e a aplicação dessas ferramentas. A questão da seleção das ferramentas estatísticas adequadas à resolução da tarefa é particularmente importante nas tarefas de natureza aberta, já que nas tarefas fechadas, frequentemente, essas ferramentas são referidas de antemão. A este propósito, em estudos envolvendo futuros professores dos primeiros anos, Fernandes et al. (2019) e Fernandes & Freitas (2019) constataram que os estudantes sentiram muitas dificuldades em selecionar as ferramentas adequadas à resolução das tarefas. Note-se que a seleção de ferramentas estatísticas não adequadas compromete a próxima etapa de aplicação dessas ferramentas

ao conduzir a resultados errados. Portanto, a realização de tarefas de natureza aberta, em que incluem as investigações estatísticas, constitui uma excelente oportunidade para os alunos praticarem a seleção de ferramentas estatísticas e, assim, vencerem as dificuldades por eles sentidas.

Frequentemente, as investigações estatísticas são realizadas pelos alunos organizados em pequenos grupos, o que conecta essas investigações com o trabalho colaborativo. A partir de vários estudos, Petocz & Reid (2007) identificaram vários aspectos positivos da prática de trabalho de grupo, designadamente: ao permitir desenvolver tarefas mais compreensivas; favorecer, compartilhar e discutir diferentes pontos de vista dos elementos do grupo; possibilitar aos alunos praticar dinâmicas e processos de trabalho em grupo; promover o desenvolvimento de competências interpessoais; e fomentar a reflexão e discussão como parte essencial do processo de se tornarem competentes e reflexivos.

No estudo de Fernandes et al. (2013), em que alunos do 7º ano desenvolveram projetos de tipo investigativo, trabalhando em pares ou pequenos grupos, todos eles declararam que “o trabalho de grupo foi importante para ultrapassar dúvidas e dificuldades” e “referiram-se à ajuda e/ou indicaram situações em que essa ajuda permitiu avançar na resolução das tarefas” (p. 106). Já no estudo conduzido por Damin e Pereira (2016), em que participaram alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, os autores concluíram que a realização de projetos estatísticos de natureza investigativa contribuiu para uma aprendizagem significativa, tanto no que respeita aos conteúdos básicos de Estatística como ao desenvolvimento das competências estatísticas.

2.1.3 Tecnologias digitais

O desenvolvimento das tecnologias digitais, incluindo o computador, a calculadora, a internet e os telemóveis, vem desempenhando um papel cada vez mais importante nas sociedades atuais, seja na vida do dia a dia, no trabalho e nas instituições. No caso das escolas, as suas repercussões são bem notórias no ensino, na aprendizagem e na avaliação de qualquer disciplina. Talvez a matemática seja a disciplina em que essa influência mais se faz sentir e, de entre os seus diferentes temas, as Probabilidades e Estatística é daqueles em que mais se faz sentir o seu uso.

Jolliffe (2007) argumenta que a revolução tecnológica é responsável pelas maiores alterações que se têm verificado no ensino da Estatística, permitindo aos alunos resolver problemas reais do seu interesse e relatar os resultados obtidos de uma forma que não era possível no passado. Os educadores e investigadores acreditam que o uso de dados reais em situações de interesse dos alunos motiva-os para aprenderem Estatística e gostarem de o fazer (Fernandes et al., 2011).

Segundo Ben-Zvi (2000), os computadores têm muitos atributos que contribuem para o desenvolvimento do sentido e significados dos alunos, como sejam: operar de forma rápida e precisa; exibir e relacionar dinamicamente múltiplas

representações; simplificar procedimentos; fornecer feedback instantâneo; e transformar uma representação como um todo num objeto manipulável. Para o autor, estas representações podem ser editadas, transformadas, combinadas, separadas em partes, armazenadas, evocadas, o que implica a reorganização da atividade cognitiva e mudança do foco de atenção para um nível cognitivo superior.

Analogamente, Pratt, Davies & Connor (2011) discutem também potencialidades do uso de tecnologia no estudo da Estatística, enumerando vários aspectos positivos decorrentes da sua utilização, como sejam: usar representações como instrumentos dinâmicos de análise; expressar modelos pessoais; explorar modelos; armazenar e processar dados; e compartilhar e comunicar.

Batanero (2004) acrescenta outras vantagens do uso das tecnologias digitais no ensino da Estatística, designadamente, que elas permitem reduzir o tempo gasto com cálculos, trabalhar na aula aplicações reais e a simulação e criação de micromundos estocásticos virtuais que permitem explorar os conceitos de probabilidade e inferência, e substituir as demonstrações formais por raciocínios mais intuitivos.

Também os alunos corroboram o interesse do uso da tecnologia no estudo da Estatística. No estudo de Fernandes et al. (2013), antes referido, os autores afirmam que “na realização das tarefas, o uso da tecnologia, e especialmente das folhas de cálculo, foi o elemento da estratégia mais positivamente valorizado pelos alunos”, acrescentando-se que, “unanimemente, os alunos consideraram a folha de cálculo uma ferramenta útil na aprendizagem da Estatística, destacando agora a facilidade da construção de tabelas e gráficos, o controle de erros, a rapidez e os cálculos” (p. 108).

Em síntese, os atributos da tecnologia, antes referidos, questionam o que deve ser aprendido e sugerem alterações do currículo de Estatística, incluindo as práticas de sala de aula, a forma como os alunos aprendem e os materiais de ensino. Nesta perspectiva, para Moore (1997), as ferramentas tecnológicas constituem-se como meios de apoiar os alunos na construção ativa do conhecimento, oferecer oportunidades para refletirem sobre fenômenos observados, ajudar no desenvolvimento de capacidades metacognitivas e renovar o ensino e o currículo na base de fortes sinergias entre conteúdo, pedagogia e tecnologia.

2.2 Metodologia

Este estudo tem por propósito analisar as orientações curriculares contempladas no documento curricular Aprendizagens Essenciais (AE) de matemática do ensino básico (Ministério da Educação, 2021), no qual se prescrevem os temas, tópicos e subtópicos, objetivos de aprendizagem e ações estratégicas de ensino do professor a serem desenvolvidos no estudo da disciplina. No estudo adotou-se uma abordagem qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994) e recorreu-se ao método de análise de conteúdo.

O ensino básico em Portugal desenvolve-se entre o 1º e 9º ano de escolaridade, dividido em três ciclos de estudos,

que se detalham abaixo. As AE de matemática do ensino básico organizam-se em quatro temas matemáticos: Números, Álgebra, Dados e Probabilidades e Geometria e Medida (ou apenas Geometria no caso do 3º ciclo). No presente estudo, a análise incide apenas sobre o tema Dados e Probabilidades do ensino básico, que é precisamente um dos quatro temas matemáticos abordados nesse nível de ensino.

Na análise do tema levou-se em conta a estrutura em que as AE de matemática do ensino básico se encontram organizadas nos diferentes temas, já antes referida, tendo-se começado por analisar os aspectos gerais do tema e prosseguiu-se com a análise detalhada dos tópicos de Dados e Probabilidades, e em cada um deles os respectivos subtópicos e conteúdos. Seguidamente, apresentam-se os resultados da análise a partir dos tópicos, subtópicos e conteúdos, considerando a primeira vez que os conteúdos são referidos ao longo do ensino básico. No caso dos tópicos, subtópicos e conteúdos, a análise e apresentação de resultados é efetuada por ciclo de ensino e ano escolar, tal como consta do documento AE de matemática do ensino básico, ou seja, 1º ciclo do ensino básico (do 1º ao 4º ano), 2º ciclo do ensino básico (5º e 6º ano) e 3º ciclo do ensino básico (do 7º ao 9º ano).

Em termos de análise de dados, começou-se por ler toda a informação do tema, referente a cada ano escolar, em seguida identificaram-se as principais ideias que se sintetizam em tabelas por ciclo de ensino e ano escolar e, por último, evidenciam-se os principais resultados obtidos da análise efetuada. Ao longo de todo o processo de análise foi realizado um olhar qualitativo num ensaio teórico e, além disso, ainda que implicitamente, tiveram-se em conta as recomendações atuais para o ensino das Probabilidades e Estatística, anteriormente revistas.

2.3 O tema dados e probabilidades no ensino básico

Para além da realização de tarefas mais curtas, focadas no desenvolvimento da literacia estatística, as investigações estatísticas constituem-se como organizador do tópico Dados ao longo de todos os anos do ensino básico, isto é, do 1º ao 9º ano. Este tipo de tarefa, também conhecido por projetos de natureza investigativa, é atualmente muito preconizada no ensino e aprendizagem da Estatística. Na realização de investigações estatísticas identificam-se diferentes etapas ao longo da sua implementação. No documento curricular em análise estabelecem-se as cinco etapas seguintes: 1) formulação de questões; 2) dados; 3) organização e análise; 4) interpretação e conclusão; e 5) comunicação e divulgação.

Na análise, apresentada a seguir, organizam-se os subtópicos do tópico Dados, em cada um dos anos escolares, a partir das etapas do processo investigativo que foram antes especificadas. Já no tópico Probabilidades organiza-se a sua análise a partir dos subtópicos seguintes: 1) experiência aleatória; 2) acontecimentos; e 3) probabilidade. Em qualquer dos tópicos tem-se que um dado subtópico é referido apenas no ano escolar em que são introduzidos pela primeira vez novos conteúdos, sendo que nos anos escolares seguintes a sua alusão implica necessariamente algum aprofundamento do seu estudo.

Seguidamente analisam-se os tópicos, subtópicos e conteúdos em cada ano escolar de cada um dos três ciclos do ensino básico.

2.3.1 Primeiro ciclo do ensino básico (do 1º ao 4º ano)

O 1º ciclo do ensino básico desenvolve-se durante os quatro primeiros anos de escolaridade, entre o 1º e o 4º ano (inclusive). No Quadro 1 registam-se os tópicos, subtópicos e conteúdos do 1º ciclo do ensino básico no tema Dados e Probabilidades segundo cada ano escolar.

Quadro 1 - Tópicos, subtópicos e conteúdos introduzidos pela primeira vez segundo os anos escolares do 1º ciclo do ensino básico

Ano	Tópicos	Subtópicos e conteúdos
1º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Questões de investigação •Dados: característica qualitativa; limpeza de dados; fontes primárias de dados •Organização e análise: tabela de contagem; pictograma (correspondência um para um); gráfico de pontos •Interpretação e conclusão •Comunicação e divulgação: apresentações orais.
2º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Organização e análise: tabela de frequências absolutas; diagrama de Carroll; pictograma (correspondência um para vários); gráfico de barras (uso de recursos tecnológicos para construir gráficos de barras); moda •Interpretação e conclusão: relações entre duas características qualitativas; gráficos/infográficos reais (estudo em grupo) •Comunicação e divulgação: elaborar um pôster
3º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: variáveis quantitativas discretas; fontes secundárias •Organização e análise: diagrama de caule-e-folhas (simples); valores extremos (mínimo e máximo); valores atípicos •Comunicação e divulgação: elaborar um infográfico
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Acontecimentos: “impossível”; “possível” e “certo” •Probabilidade: grau de convicção sobre a ocorrência de acontecimentos para fazer previsões e tomar decisões
4º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Organização e análise: diagrama de caule-e-folhas (duplo); gráfico de barras duplas (justapostas) •Interpretação e conclusão: gráficos presentes nas mídias •Comunicação e divulgação: preparação de infográficos; realização de uma exposição sobre um estudo efetuado
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Acontecimentos: “impossível”; “improvável”; “igualmente provável”; “provável” e “certo”

Fonte: dados da pesquisa.

Comece-se por analisar o tópico Dados, considerando as diferentes etapas do processo investigativo. Na formulação de questões de investigação espera-se que os alunos tenham uma participação ativa, eventualmente com a colaboração do professor, sugerindo temas do seu interesse, com eles relacionados, envolvendo outras disciplinas ou da atualidade e próximos dos alunos. Naturalmente, com o progresso de ano escolar, o aluno deve revelar uma maior autonomia na formulação das questões de investigação.

Na etapa dados, os alunos devem decidir, eventualmente com a colaboração do professor, sobretudo nos primeiros anos, que dados devem recolher para responder a uma questão estatística e como os obter, se por observação/medição ou por inquirição. Nos dois primeiros anos os dados são valores de características qualitativas e de fontes primárias, o que implica que esses dados são obtidos por observação/medição ou inquirição. Já no 3º e 4º ano os dados podem ser obtidos de fontes secundárias, significando que podem ser obtidos a partir de publicações ou de sítios confiáveis da internet. Agora, os dados podem também ser valores de variáveis quantitativas discretas e recomenda-se a limpeza dos dados no sentido de identificar valores atípicos e decidir sobre a sua aceitação ou rejeição.

Na organização e análise de dados recorre-se a tabelas, gráficos e estatísticas descritivas. Na representação tabelar, introduz-se a tabela de contagem (1º ano) e a tabela de frequências absolutas (2º ano); na representação gráfica, introduz-se o pictograma (correspondência um para um) e o gráfico de pontos (ambos no 1º ano), o pictograma (correspondência um para vários) e o diagrama de Carroll (ambos no 2º ano), o diagrama de caule-e-folhas (simples) (no 3º ano) e o diagrama de caule-e-folhas (duplo) e o gráfico de barras duplas (justapostas) (ambos no 4º ano); e nas medidas estatísticas, introduz-se a moda (2º ano) e valores extremos (mínimo e máximo) e valores atípicos (ambos no 3º ano). Nesta etapa sugere-se o uso de recursos tecnológicos para construir gráficos de barras.

Relativamente aos gráficos, salienta-se a necessidade de

usar escalas adequadas (quando for pertinente) e de incluir o título, legendas, rótulos das variáveis envolvidas e a fonte dos dados representados. Esta informação desempenha um papel importante ao relevar o contexto dos dados e, portanto, facilitar a sua interpretação.

Ainda na etapa de organização e análise de dados, ao longo de todos os anos deste ciclo, advoga-se a análise crítica de gráficos, incluindo a escolha dos tipos de gráficos adequados às situações de estudo e a justificação dessa escolha, quer se trate de gráficos por eles construídos ou publicados em suporte de papel, ou digital.

Uma vez organizados os dados em tabelas e gráficos e determinados os valores das estatísticas, na etapa interpretação e conclusão espera-se que os alunos atribuam significado às representações tabelares e gráficas construídas e aos valores obtidos das estatísticas para extraírem conclusões. Ainda nesta etapa, recomenda-se a análise de representações gráficas/infográficos já construídos e presentes nas mídias, eventualmente em pequenos grupos de alunos.

Por fim, na etapa comunicação e divulgação, advoga-se que os alunos façam apresentações orais (1º ano), acrescentando-se a elaboração de um pôster (2º ano), a elaboração de um infográfico (3º ano) e a realização de uma exposição sobre o estudo realizado (4º ano).

O tópico Probabilidades surge apenas no 3º e 4º ano e nele introduz-se o estudo de acontecimentos a partir do uso das expressões “impossível”, “possível” e “certo” (3º ano), acrescentando-se as expressões “improvável”, “igualmente provável” e “provável” (4º ano), para exprimir o grau de convicção na realização de acontecimentos de um fenómeno aleatório.

2.3.2 Segundo ciclo do ensino básico (5º e 6º ano)

O 2º ciclo do ensino básico decorre ao longo do 5º e 6º ano de escolaridade. No Quadro 2 registam-se os tópicos, subtópicos e conteúdos do 2º ciclo do ensino básico no tema Dados e Probabilidades segundo cada ano escolar.

Quadro 2 - Tópicos, subtópicos e conteúdos introduzidos pela primeira vez segundo os anos escolares do 2º ciclo do ensino básico

Ano	Tópicos	Subtópicos e Conteúdos
5º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: recolher dados por questionário •Organização e análise: tabela de frequências relativas (em percentagem); gráfico circular (utilizar tecnologia na construção de gráficos circulares); média (interpretação equitativa ou ponto de equilíbrio, medida sensível a cada um dos dados) •Interpretação e conclusão: análise de gráficos da vida quotidiana •Comunicação e divulgação: elaboração de um pôster digital
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Probabilidade: probabilidade de um acontecimento como valor compreendido entre 0% e 100%; frequência relativa como estimativa de probabilidade
6º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: valores de características quantitativas contínuas •Organização e análise: elaborar infográficos digitais, construção de classes (de igual amplitude); gráfico de linha; histograma; classe modal •Comunicação e divulgação: efetuar um relatório do estudo; recorrer a infográficos digitais
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Acontecimentos: identificar acontecimentos aleatórios equiprováveis •Probabilidade: acontecimentos aleatórios equiprováveis têm igual probabilidade

Fonte: dados da pesquisa.

Tal como no 1º ciclo, a estrutura curricular organiza-se a partir das várias etapas estabelecidas na realização de investigações estatísticas, referidas na subsecção anterior, e são mencionadas apenas quando conteúdos são introduzidos pela primeira vez em qualquer ano escolar. No caso do tópico Dados, são introduzidos novos conteúdos apenas em algumas das etapas do processo investigativo, como se constata a seguir.

Na etapa dados, sugere-se a obtenção de dados através da construção e aplicação de questionários simples (5º ano) e valores de características quantitativas contínuas (6º ano). Os questionários devem incluir questões de resposta fechada e advoga-se, ainda, o uso de tecnologia no processo de construção dos questionários.

Na etapa organização e análise, no 5º ano, introduzem-se as tabelas de frequências relativas (em percentagem), o gráfico circular e a estatística média, com base numa interpretação equitativa ou ponto de equilíbrio e observando que se trata de uma medida sensível a cada um dos dados. No 6º ano, introduz-se a construção de classes (de igual amplitude), o gráfico de linha e o histograma, infográficos e a medida estatística classe modal. Aqui, sugere-se o uso de recursos tecnológicos para construir gráficos circulares.

Como acontece no 1º ciclo, também no 2º ciclo se recomenda a análise crítica de gráficos, incluindo decidir e justificar quais as representações gráficas a usar. Em relação

a representações gráficas das mídias, sugere-se que os alunos analisem e comparem essas representações, discutindo a sua adequabilidade e reconhecendo possíveis manipulações gráficas tendo em vista prosseguir propósitos ilegítimos.

Na etapa interpretação e conclusão, espera-se que os alunos atribuam significado às representações tabelares e gráficas construídas e aos valores obtidos das estatísticas para extrair conclusões do estudo. Adicionalmente, recomenda-se a análise de representações gráficas já construídas, referentes à vida quotidiana.

Por último, na etapa comunicação e divulgação sugere-se a elaboração de um pôster digital (5º ano), um relatório do estudo realizado e infográficos digitais para a divulgação do estudo (6º ano).

No tópico Probabilidades, introduz-se, no 5º ano, a probabilidade de um acontecimento como um valor compreendido entre 0% e 100% e a frequência relativa como estimativa de probabilidade. No ano seguinte, 6º ano, introduz-se a identificação de acontecimentos equiprováveis e a igual probabilidade desses acontecimentos.

2.3.3 Terceiro ciclo do ensino básico (do 7º ao 9º ano)

O 3º ciclo do ensino básico decorre entre o 7º e o 9º ano de escolaridade. No Quadro 3 registam-se os tópicos, subtópicos e conteúdos do 3º ciclo do ensino básico no tema Dados e Probabilidades segundo cada ano escolar.

Quadro 3 - Tópicos, subtópicos e conteúdos introduzidos pela primeira vez segundo os anos escolares do 3º ciclo do ensino básico

Ano	Tópicos	Subtópicos e conteúdos
7º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: classificar variáveis estatísticas; população e amostra (censos <i>versus</i> sondagens) •Organização e análise: agrupamento de dados discretos em classes; gráfico de linhas (dados bivariados); gráfico de barras sobrepostas; mediana; amplitude de um conjunto de dados •Interpretação e conclusão: análise de estudos estatísticos que surjam nas mídias; análise de gráficos com manipulações gráficas
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Probabilidade: probabilidade de acontecimentos compostos
8º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Organização e análise: diagrama de extremos e quartis (eventualmente usando tecnologia); quartis; amplitude interquartil
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Experiência aleatória: espaço de resultados ou espaço amostral •Acontecimentos: resultados possíveis ou acontecimentos elementares de uma experiência aleatória; acontecimentos como subconjuntos do espaço amostral; acontecimentos “impossível”, “possível” e “certo” •Probabilidade: a soma das probabilidades de todos os acontecimentos elementares é 1; probabilidade frequentista (podendo recorrer-se à simulação).
9º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Organização e análise: agrupamento de dados contínuos em classes; aprofundamento do estudo dos histogramas; diagramas de extremos e quartis paralelos (usando tecnologia)
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Acontecimentos: representar acontecimentos por meio de diagramas de Venn, diagramas em árvore e tabelas; operações com acontecimentos (união e interseção de acontecimentos, acontecimentos contrários e acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos) •Probabilidade: regra de Laplace; probabilidade da união de acontecimentos disjuntos

Fonte: dados da pesquisa.

Ao longo do 3º ciclo são introduzidos, pela primeira vez, vários conteúdos em qualquer dos anos e em qualquer dos tópicos. No tópico Dados, seguindo as etapas de uma investigação estatística, verifica-se que na etapa dados, no 7º ano, pode recorrer-se a valores de qualquer tipo de variável (qualitativa, quantitativa discreta e quantitativa contínua), definida numa população ou amostra. Espera-se que os alunos distingam população de amostra, justificam a opção por

um estudo da população ou de uma amostra e acautelem a representatividade da amostra.

Na etapa organização e análise de dados, no 7º ano, introduz-se o agrupamento de dados discretos e contínuos em classes, o gráfico de linhas, gráfico de barras sobrepostas (dados bivariados) e as medidas estatísticas mediana e amplitude total; no 8º ano, introduzem-se os quartis, a amplitude interquartil e diagramas de extremos e quartis;

finalmente, no 9º ano, estuda-se o agrupamento de dados contínuos em classes, aprofunda-se o estudo do histograma e introduzem-se os diagramas de extremos e quartis paralelos. Nesta etapa pode recorrer-se à tecnologia para construir diagramas de extremos e quartis.

Tal como nos dois ciclos de estudos anteriores, também neste ciclo se advoga a análise crítica de gráficos, destacando-se a escolha de gráficos adequados para representar conjuntos de dados, nos quais se registre o título, a legenda, a escala (quando for pertinente), as etiquetas dos eixos e a fonte dos dados. Analisar e comparar representações gráficas de fontes secundárias, discutindo a sua adequabilidade e correção, bem como concluir sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas.

Na etapa interpretação e conclusão, no 7º ano, espera-se que os alunos atribuam significado às representações tabelares e gráficas construídas e aos valores obtidos das estatísticas para extrair conclusões do estudo. Recomenda-se, também, a análise de estudos estatísticos publicados nas mídias e de gráficos com manipulações, contribuindo-se, assim, para a promoção da capacidade crítica dos alunos.

Comparativamente com os ciclos de estudos anteriores, verifica-se um maior desenvolvimento do tópico Probabilidades ao longo do 3º ciclo. No 7º ano, introduz-se a probabilidade de acontecimentos compostos; seguindo-se, no 8º ano, a introdução das noções de experiência aleatória, resultados elementares ou acontecimentos elementares de uma experiência aleatória, espaço de resultados ou espaço amostral, acontecimentos como subconjuntos do espaço amostral, a soma das probabilidades de todos os acontecimentos elementares é 1 e a probabilidade frequentista; finalmente, no 9º ano, introduz-se a representação de acontecimentos por meio de diagramas de Venn, diagramas em árvore e tabelas, operações com acontecimentos (união e interseção de acontecimentos, acontecimentos contrários e acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos), a regra de Laplace e probabilidade da união de acontecimentos disjuntos.

Verifica-se, portanto, que a noção de acontecimento é formalizada apenas no 8º ano, através da representação conjuntista, sendo que nos anos anteriores se adota uma abordagem informal. Na probabilidade frequentista, os alunos poderão recorrer à simulação, eventualmente realizada com recurso a tecnologias digitais. Naturalmente, a simulação realizada num computador apresenta vantagens quanto à rapidez e ao número de resultados obtidos, permitindo estimar valores mais fidedignos da probabilidade teórica.

3 Conclusão

No tema Dados e Probabilidades são muitas as recomendações formuladas para o ensino e aprendizagem desse tema. No caso do tópico Dados, sem ignorar as tarefas mais curtas, dá-se uma grande ênfase às tarefas estatísticas de tipo investigativo, que atualmente são consideradas como tarefas muito adequadas para o ensino e aprendizagem da

Estatística. A visibilidade das investigações estatísticas aumenta no programa escolar na medida em que a estrutura curricular se organiza a partir das diversas etapas de realização das investigações estatísticas.

Porque as investigações são tarefas com elevado grau de abertura e desafio, em que é necessário formular questões de investigação, recolher dados, organizar e analisar dados, interpretar e extrair conclusões e, por fim, comunicar e divulgar conclusões do estudo, o que requer o cumprimento de certas exigências na sua realização. Uma das exigências resulta da necessidade de escolher as ferramentas estatísticas (frequências, tabelas, gráficos e estatísticas) adequadas para organizar e analisar os dados, o que, geralmente, não acontece nas tarefas fechadas onde tais ferramentas já são mencionadas nos próprios enunciados. No programa é especialmente destacado o caso dos gráficos. Fernandes e Freitas (2019) e Fernandes et al. (2019) concluíram, nos seus estudos, que futuros professores dos primeiros anos tiveram muitas dificuldades em escolher as ferramentas estatísticas adequadas para o tratamento dos dados fornecidos. Assim, na realização das investigações estatísticas, a necessidade de selecionar essas ferramentas poderá contribuir para que os alunos melhorem a sua competência de escolha.

Nos gráficos, construídos pelos alunos ou publicados nas mídias, recomenda-se, recorrentemente, que se considere a fonte dos dados, o título, as escalas (quando for pertinente) e os rótulos dos eixos. Estes elementos, alguns dos quais também se aplicam a tabelas, são importantes porque a informação que disponibilizam facilita a interpretação dessas ferramentas estatísticas e a literatura mostra que, frequentemente, os alunos ignoram essa informação nos gráficos e tabelas.

Também na etapa dados do estudo estatístico se relacionam vários aspectos estatísticos, nomeadamente, o tipo de variáveis, as noções de população e amostra e a seleção das ferramentas estatísticas a usar no tratamento desses dados. Ao longo do programa são tratados todos esses aspectos, salientando-se a questão da limpeza dos dados, especialmente quando eles são recolhidos pelos alunos, seja por observação, medição ou inquirição. Esta preocupação é introduzida logo no 3º ano com o propósito de identificar dados atípicos e decidir sobre a sua aceitação ou rejeição.

Na etapa de interpretação e conclusão recorre-se ao contexto para desenvolver significados acerca das conclusões do estudo. Para além dos estudos estatísticos realizados pelos alunos, propõe-se também a interpretação de gráficos e estudos publicados nas mídias ou na internet. Sobre os gráficos advoga-se, ainda, a análise crítica dos alunos sobre a sua adequabilidade, construção e eventuais efeitos de manipulações gráficas.

Na etapa de comunicação e divulgação, salientam-se a apresentação oral no 1º ano, a elaboração de um pôster no 2º ano, a elaboração de um infográfico no 3º ano, a realização de uma exposição do estudo efetuado no 4º ano, a elaboração de um pôster digital no 5º ano e efetuar um relatório do estudo

realizado no 6º ano.

As vantagens das tecnologias digitais podem também ser exploradas a partir da construção de gráficos e infográficos, da elaboração de um poster digital, da construção e/ou análise de dados de um questionário, da produção do relatório de um estudo estatístico e da simulação em Probabilidades.

O tópico Probabilidades é introduzido apenas no 3º ano, e até ao 7º ano formulam-se e classificam-se acontecimentos de diferentes tipos (impossível, improvável, igualmente provável, provável, possível e certo), partindo de uma definição informal de acontecimento, determinam-se probabilidades de acontecimentos simples, igualmente prováveis e compostos, com base no grau de convicção, numa escala de 0% a 100% e na frequência relativa. No 8º ano é introduzida a noção de espaço de resultados e a definição formal de acontecimento; enquanto no 9º ano se introduz a regra de Laplace, diferentes representações dos acontecimentos e operações com acontecimentos.

Em síntese, a análise do programa de matemática do ensino básico permite concluir que as orientações curriculares nele prescritas seguem, em geral, as recentes recomendações para o ensino e aprendizagem das Probabilidades e Estatística. Porém, a transposição para a sala de aula dessas orientações requer que os professores tenham um conhecimento matemático e didático do conteúdo (Hill et al., 2008) que lhes permita implementá-las. Mas, muitos estudos (e.g., Fernandes & Freitas, 2019; Fernandes & Gea, 2018) têm mostrado que os futuros professores dos primeiros anos sentem muitas dificuldades nos conteúdos de Probabilidades e Estatística. Daí, a adequada implementação das orientações curriculares aconselha que seja disponibilizada formação contínua apropriada aos professores no tema de Probabilidades e Estatística, até porque muitos deles terão uma formação mais escassa no tema do que os futuros professores dos estudos referidos.

Referências

- Batanero, C. (2004). Retos para la formación estadística de los profesores. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa, & S. A. Ribeiro (Orgs.), *I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 7-21). Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., & Arteaga, P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. In C. Batanero, & C. Díaz (Eds.), *Estadística con proyectos*. (pp. 9-46). Universidad de Granada.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 127-155.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular — Educação é a Base*. Ministério da Educação.
- Burril, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burril, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Springer.
- Damin, W., Santos Junior, G., & Pereira, R. S. G. (2016). Desenvolvimento de competências estatísticas: análise de um caso de ensino por investigação. *Góndola, Enseñ Aprend Cienc*, 11(1), 55-69. doi: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2016.v11n1.a4.
- Fernandes, J.A., & Freitas, A. (2019). Selection and Application of graphical and numerical statistical tools by prospective primary school teachers. *Acta Scientiae*, 21(6), 82-97.
- Fernandes, J.A., & Gea, M.M. (2018). Conhecimento de futuros professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14 (2018), 15-30.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., & Gea, M. M. (2019). Escolha e aplicação de métodos estatísticos por futuros professores dos primeiros anos. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Universidade de Granada.
- Fernandes, J.A., Carvalho, C.F., & Correia, P.F. (2011). Contributos para a Caracterização do Ensino da Estatística nas Escolas. *Boletim de Educação Matemática*, 24(39), 585-606.
- Fernandes, J.A., Carvalho, C., & Ribeiro, S.A. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Fernandes, J.A., Diniz, L.N. (2022). Ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Fundamental da Base Nacional Comum Curricular do Brasil. *Góndola, Enseñ Aprend Cienc*, 17(2), 392-406.
- Fernandes, J. A., Oliveira Júnior, A. P., & Vasconcelos, A. P. (2013). Caracterização, implementação e avaliação de uma estratégia de ensino de estatística no 7º ano. *Perspectivas da Educação Matemática*, 6(11), 93-109.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- GAISE Report (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. The American Statistical Association.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Springer.
- Hill, H.C., Ball, D.L., & Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Jolliffe, F. (2007). The changing brave new world of statistics assessment. In B. Phillips, & L. Weldon (Eds.), *The Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics*. International Statistical Institute.
- MacGillivray, H., & Pereira-Mendonza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. In C. Batanero, G. Burril, & C. Reading. *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 109-120). Springer.
- Ministério da Educação. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática: Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação.

- Moore, D. S. (1992). Teaching statistics as a respectable subject. In F. Gordon, & S. Gordon (Eds.), *Statistics for the twenty-first Century* (pp. 14-25). The Mathematical Association of America.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Autor.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In Grupo de Trabalho sobre Investigação (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 13-34). Associação de Professores de Matemática.
- Vergnes, D. (2001). Effets d'un stage de formation en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(2), 99-121.