

Pensamento Geométrico no 6º ano do Ensino Fundamental: Análise Praxeológica de um Livro Didático

Geometric Thinking in the 6th Year of Elementary School: Praxeological Analysis of a Textbook

Emily da Costa Madeira^a; Érica Letícia da Silva Madeira^a; Franco Deyvis Lima de Sena^{*a}; Emerson Batista Gomes^{ab}; Rubervan da Silva Leite^b

^aUniversidade do Estado do Pará. PA, Brasil.

^bSecretaria de Estado de Educação do Pará. PA, Brasil.

*E-mail: sena.flds@gmail.com

Resumo

A partir de experiências vivenciadas no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) - Campus X, discussões propiciadas no Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira (GCEM-EAB), no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e no estágio realizado via Residência Pedagógica, notou-se a relevância da Geometria Euclidiana, de seu ensino na escola básica em nível fundamental e do papel central do livro didático como uma ferramenta acessível à professores e alunos. Dessa forma, propôs-se a investigar: de que forma a Geometria Euclidiana está organizada no livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental e como essa abordagem é verificada quanto ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico? Para isso, foi efetuada uma análise de caráter qualitativo e bibliográfico, fundamentada na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático, especificamente sobre as análises das parexologias observáveis, da unidade destinada a abordagem do conceito de Figuras Geométricas da versão do Manual do Professor do livro didático do 6º Ano, utilizado no município de Igarapé-Açu, estado do Pará. Diante da análise efetuada, considera-se que a pesquisa proposta pode contribuir para reflexão futura sobre a disposição do objeto no livro didático e de seu uso por professores de Matemática.

Palavras-chave: Geometria Euclidiana. Pensamento Geométrico. Livro Didático.

Abstract

From experiences lived in the Degree in Mathematics course at the Universidade do Estado do Pará (UEPA) - Campus X, discussions propitiated in the Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira (GCEM-EAB), in the Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) and in the internship carried out via Residência Pedagógica, the relevance of Euclidean Geometry, its teaching in elementary school at the fundamental level and the central role of the textbook as an accessible tool for teachers and students was noted. Therefore, it was proposed to investigate: how is Euclidean Geometry organized in the textbook of the 6th year of Elementary School and how is this approach verified regarding the development of Geometric Thinking? For this, a qualitative and bibliographical analysis was carried out, based on the perspective of the Anthropological Theory of Didactics, specifically on the analyzes of observable parexologies, of the unit destined to approach the concept of Geometric Figures of the version of the Teacher's Manual of the didactic book of the 6th year, used in the municipality of Igarapé-Açu, state of Pará. In view of the analysis carried out, it is considered that the proposed research can contribute to future reflection on the arrangement of the object in the textbook and its use by mathematics teachers.

Keywords: Euclidian Geometry. Geometric Thought. Textbook.

1 Introdução

A presente pesquisa é fruto de experiências vivenciadas no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) - Campus X, no Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira (GCEM-EAB), no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e no Programa de Residência Pedagógica (PRP).

Nas experiências nesses ambientes foram oportunizados contatos com objetos e teorias da Educação Matemática, além de estágio em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental (EF) em escolas estaduais no município de Igarapé-Açu, estado do Pará. A partir disso, observou-se a relevância de investigar como a Geometria Euclidiana é tratada nos livros didáticos destinados a alunos que transitaram dos anos iniciais (1º ao 5º) para os anos

finais (6º ao 9º) do EF.

Ademais, como afirma Lajolo (1996, p.4), é notória a importância (e por vezes dependência exclusiva) desses materiais em países como o Brasil devido suas condições educacionais, onde “uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina”. Portanto, optou-se por examinar um livro didático do 6º Ano do EF utilizado no município de Igarapé-Açu, disponibilizado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) no quadriênio 2018-2022, pois, além da necessidade de estudar o objeto e analisar como ele está organizado nesse material, avalia-se que abordar essa temática na graduação pode ser relevante para a formação docente e para o processo de ensino do objeto matemático na educação básica.

Diante do que foi exposto, surgiu o seguinte questionamento: de que forma a Geometria Euclidiana está organizada no livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental e como essa abordagem pode desenvolver o Pensamento Geométrico? Nesse sentido, a partir do referencial teórico adotado, tem-se como objetivo geral: identificar como a Geometria Euclidiana e o Pensamento Geométrico são apresentados e desenvolvidos em um livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Igarapé-Açu.

Para possibilitar uma análise estruturada, foi adotada no presente trabalho a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1999), especificamente a Análise Praxeológica. Pode-se considerar que essa perspectiva teórica e metodológica permite uma forma sistemática de análise, pois: ao analisar as praxeologias das Organizações Matemáticas (OM) e Organizações Didáticas (OD) presentes nos livros didáticos de Matemática, torna-se possível visualizar como esse objeto é pensado para escola e como são abordados os conteúdos, atividades, fundamentação e possibilidades de ensino.

Como critério específico para análise do objeto matemático e de sua possibilidade de mobilização, buscaram-se vertentes de observação do desenvolvimento de pensamento ou raciocínio geométrico por diferentes autores, como os abordados por Costa (2019) em sua tese, como: Fischbein; Duval; Pais; Gravina; Leivas; van Hiele; Gutierrez, Jaime e Fortuny; Garrido; Parzys; e Marchand. Desse modo, dado o nível escolar do material almejado para a análise, avaliou-se pertinente adotar o modelo van Hiele para compreensão do Pensamento Geométrico e seus níveis, uma vez que possibilita investigar níveis elementares de pensamento, que não necessariamente requerem representações (ou demonstrações) de níveis de complexidade não condizentes ao 6º ano do EF.

2 Revisão Bibliográfica

Para compreender o panorama objetivado, foi realizada uma breve revisão bibliográfica de trabalhos com possível correlação com o tema aqui apresentado. Esse levantamento foi realizado no banco de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no Banco de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Para ter um alcance considerável, mas que priorizasse trabalhos recentes, optou-se por um recorte de aproximadamente dez anos, considerando trabalhos publicados de 2010 a 2022.

No decorrer desse levantamento foi perceptível que os trabalhos usualmente abarcavam os seguintes aspectos: geometria nos livros didáticos numa perspectiva histórica; análise de livros didáticos sobre a geometria em perspectivas relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem, contudo, sem uso de referencial teórico específico; e a Geometria Analítica nos materiais/livros didáticos utilizando a TAD como método de análise.

Ademais, destacaram-se nesse os trabalhos de Militz

(2016), Kluppel (2012), Pértile (2011) e Araújo (2015). Os dois primeiros abordaram a análise dos livros didáticos fundamentadas em âmbitos distintos, respectivamente, na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e na teoria de representações semióticas de Duval. Todavia, considera-se de maior relevância para a presente pesquisa os trabalhos de Pértile (2011) e Araújo (2015), que abordam o Pensamento Geométrico na perspectiva de van Hiele. A primeira trouxe uma análise de livros didáticos com base em revisão bibliográfica e levantamento com critérios próprios, enquanto o segundo perspectivou o desenvolvimento de conhecimento geométrico em sala de aula por meio de uma engenharia didática.

Após considerar o que foi pesquisado, salienta-se que os trabalhos citados contribuíram para percepção do panorama de pesquisas na área e para reflexão sobre a temática aqui objetivada. Desse modo, assume-se um aporte metodológico do tipo bibliográfico (Marconi & Lakatos, 2003, p. 183), uma vez que se busca a análise da forma como o objeto matemático está apresentado no livro didático e como essa organização pode ser observada no desenvolvimento de um pensamento geométrico. Logo, faz-se também necessário apresentar o que se compreende como “Pensamento geométrico”.

2.1 Pensamento geométrico de van Hiele

Como afirma Lorenzato (1995), pesquisas indicam que a compreensão da Geometria é fator importante para o desenvolvimento dos sujeitos, pois, auxilia no desenvolvimento de habilidades relativas à abstração, percepção visual e espacial, leitura e escrita, além da análise e resolução de situações oriundas da Matemática, da escola ou do cotidiano.

Lorenzato (1995, p.10) ainda ressalta que o “ensino da Geometria não pode deixar de conhecer o ‘Modelo de van Hiele’, que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do Pensamento Geométrico)”. A elaboração desses Níveis de Pensamento Geométrico e a discussão de sua aplicação em sala de aula, foi inicialmente pensada pelo casal de professores holandeses Pierre Marie van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. Nesse ponto, para uma contextualização histórica, faz-se necessário expor um excerto de Kallef *et al.* (1994, p.4) sobre o uso do modelo dos van Hiele:

[...] professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof, que investigaram o desenvolvimento do pensamento em geometria e cujos resultados começaram a ser publicados em 1959. Todavia, como Dina morreu logo após ter publicado os seus trabalhos iniciais, foi seu esposo quem reformulou e desenvolveu a teoria. [...] Foi somente em 1976 que um professor americano, Izaak Wirsup, começou a divulgar o Modelo. Ao mesmo tempo, Hans Freudenthal, na Holanda, chamou a atenção sobre o trabalho dos van Hieles em seu livro “Mathematics as an Educational Task” (1973). Ultimamente, com as traduções para o inglês feitas em 1984 por Geddes, Fuys e Tischler, vem crescendo o interesse pelas contribuições do casal.

De acordo com van Hiele (1986) os conceitos geométricos serão compreendidos pelo aluno se tiverem significado, o

que proporcionaria ao estudante a capacidade de resolver problemas/atividades Matemáticas.

Os autores salientam que o Pensamento Geométrico também é uma maneira de atribuir significado aos conteúdos abordados na Geometria, tendo a linguagem como uma ferramenta importante para a elaboração das estruturas desse pensamento e que, usualmente, um estudante não conseguiria alcançar um nível de pensamento mais estruturado sem passar pelos níveis anteriores. A partir dessa premissa, van Hiele (1955, *apud* van Hiele, 1986, p.42-43) expõem cinco níveis de pensamento geométrico que os alunos mobilizam em sala de aula¹:

Visualização ou Reconhecimento (nível 1): o estudante percebe o espaço limitadamente como algo que existe só em torno dele, em que inicia via pensamento não-verbal e as figuras e formas são analisadas exclusivamente por sua aparência.

Análise (nível 2): os alunos começam a reconhecer as figuras geométricas através da análise dos conceitos geométricos, da observação e experimentação.

Dedução Informal ou Ordenação, ou Síntese, ou Abstração (nível 3): os alunos já possuem a habilidade de estabelecer inter-relações entre as propriedades da Geometria e, também, fazer relações dentro das próprias figuras geométricas.

Dedução formal (nível 4): para Moraco (2006, p.38), os sujeitos que estão nesse nível “compreendem o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático”.

Rigor (nível 5): este é o último e mais alto nível de Pensamento Geométrico estabelecido por van Hiele, aqui “o aluno é capaz de trabalhar vários sistemas axiomáticos, consegue estudar geometrias não euclidianas e fazer comparações com sistemas diferentes, a Geometria agora é vista de uma forma abstrata em todas as suas relações” (Moraco, 2006, p.38), exigindo um maior grau de complexidade na mobilização dos conhecimentos geométricos.

A partir do que foi exposto sobre a importância do ensino da Geometria nas escolas, considera-se relevante utilizar os níveis de pensamentos geométricos de van Hiele como critério para a Análise Praxeológica de um livro didático do 6º ano do EF. Ao analisar as organizações dispostas no material didático, busca-se identificar qual nível de Pensamento Geométrico o aluno precisaria mobilizar para resolver cada tipo de tarefa, e como as orientações didáticas podem auxiliar nesse processo. Do mesmo modo, considerando a pertinência para compreensão do cenário institucional, apresenta-se a seguir um breve panorama sobre a relevância do livro didático e das orientações curriculares destinadas ao ensino de Geometria no 6º ano do EF.

2.2 Documentos balizadores

Os livros didáticos são recursos de destaque em sala de

aula e para assegurar qualidade e padronização dos conteúdos presentes nesses materiais, o governo federal utiliza o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), do Ministério da Educação (MEC) em parceria com Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), que destina-se “a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita” (Decreto no 9.099, de 18 de julho de 2017). O programa atende quatro níveis de ensino na Educação básica: educação infantil; anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental e ensino médio.

Quando se trata das compras e distribuição dos materiais didáticos selecionados pelo MEC, é importante salientar que a realização dessas ações é feita pelo FNDE, dessa forma, cabe a este órgão a logística e planejamento para a distribuição das obras para todas as escolas públicas do Brasil cadastradas no censo escolar (Brasil, 2021).

Para Lajolo (1996), um livro, para ser considerado didático, necessita de uma utilização de forma sistemática, visando o ensino e aprendizagem de uma determinada área do saber e que apresente recursos didáticos utilizáveis pelos alunos em sala de aula junto com a orientação do docente. Por esse aspecto de uso coletivo que a leitura do livro didático é voltada para dois entes: o professor e o aluno. Nesse sentido, o livro didático do professor se difere dos livros entregues aos alunos por apresentar orientações curriculares e didáticas, estratégias de ensino e as respostas dos exercícios propostos.

Rosa, Ribas e Barazzuti (2012) afirmam que o livro didático pode contribuir na extensão de informações e atividades e contornar certas deficiências que o docente pode possuir a respeito do conteúdo ministrado. Vale comentar que, apesar de sua importância, o professor não deve utilizar esse material como o único recurso no processo de ensino.

Ainda segundo os autores, uma análise dos livros didáticos utilizados na escola permite identificar possíveis lacunas na sua composição, em definições, em atividades e, também, quanto a necessidade de adequação à realidade local. Para Vilarinho e Silva (2016) essa análise dos livros deve ser vista como um meio de promover e valorizar o exercício docente, porque o ato de analisar os livros didáticos permite que os professores reflitam criticamente a respeito da proposta pedagógica, dos assuntos e métodos utilizados, do planejamento e do trabalho docente.

Como exposto, a análise dos livros didáticos é necessária para garantir um material de qualidade para professores e alunos de escolas públicas, pois, são materiais acessíveis e que podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, quando utilizados adequadamente. Assim, faz-se necessário observar as orientações curriculares para o ensino de Geometria no 6º ano

¹ De acordo com Vojkuvkova (2012), no texto original em neerlandês (de 1955) os autores numeraram os níveis de pensamento geométrico de 0 a 4, contudo, nas subsequentes traduções para língua inglesa esses níveis foram renumerados de 1 a 5. Considerando mais adequado à pesquisa, adota-se a numeração e categorização de 1 a 5.

do EF, como: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Documento Curricular do Estado do Pará.

A BNCC é um documento destinado a orientar quais os conteúdos do Ensino Fundamental e Ensino Médio precisam ser abordados em sala de aula. Sobre as orientações para o ensino do conteúdo de Geometria no EF, explicita-se no documento que devem ser trabalhadas habilidades de descrição, interpretação, argumentação, representação e construção do pensamento geométrico, e afirma-se: “o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas” (Brasil, 2017, p. 272). Para elucidar a compreensão dos requisitos solicitados no documento, apresenta-se no Quadro 1 uma síntese com os “Objetos de Conhecimentos” e “Habilidades” sobre os conteúdos de Geometria trabalhados no 6º ano do EF.

Quadro 1 - Geometria no 6º ano do de acordo com a BNCC

Objetos de Conhecimento	Habilidades
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de régua, esquadros e <i>softwares</i>	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Fonte: adaptado de Brasil (2017).

Nessa mesma premissa, para definir e mobilizar conhecimentos para orientar a educação básica, adota-se no Documento Curricular do Estado do Pará (Pará, 2019) as competências gerais da BNCC. Nesse documento estadual, relata-se que é fundamental trabalhar a linguagem geométrica para possibilitar que o aluno compreenda formas geométricas, o espaço e suas transformações, a localização no plano e outros elementos que possibilitem a compreensão de mundo. Diante disso, são exibidas no Quadro 2 as competências e habilidades definidas pelo Documento Curricular do Estado do Pará, destinadas ao 6º ano do EF.

Quadro 2 - Objetivos de aprendizagem e habilidades do 6º ano no Estado do Pará

Objetivos de Aprendizagem	Habilidades
Compreender e utilizar as relações entre as figuras unidimensional, bidimensional e tridimensional para a percepção do mundo	(EF06MA01PA) Reconhecer no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem
Compreender e utilizar as transformações geométricas como construções elementares e representações da natureza e das artes	(EF06MA02PA) Reconhecer figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros
Relacionar as ideias Matemáticas, reconhecendo padrões e regularidades, como estímulo à investigação e à criatividade na solução de problemas.	

Fonte: adaptado de Pará (2019).

Diante do que foi exposto, percebe-se que em ambos os documentos existe referência sobre a necessidade de desenvolvimento de habilidades relativas ao pensamento geométrico, com ênfase no uso da Geometria como um conjunto de conceitos e procedimentos para resolver problemas reais ou de diversas outras áreas do conhecimento. Para identificar essa possível mobilização de pensamento geométrico e análise do que as questões dispostas no livro didático requerem, utiliza-se nesta pesquisa, a Teoria Antropológica do Didático como recurso teórico-metodológico.

2.3 A Teoria Antropológica do Didático (TAD)

Desenvolvida por Yves Chevallard desde meados da década de 1990, a TAD é usualmente utilizada como perspectiva teórica e/ou metodológica em pesquisas na área da Didática da Matemática. Cabe salientar que foram utilizadas como principais referências fundamentação do presente trabalho os textos de Chevallard (1999 e 2003) e o livro de Almouloud (2007), especificamente o capítulo VII, que transcreve e explicita (na língua portuguesa brasileira) de forma didática e sintética parte das ideias de Chevallard.

De acordo com Santos (2020, p. 38), os estudos da TAD foram iniciados a partir da elaboração de três definições “cujo cerne se volta ao ensinar e aprender com uma aproximação da ação humana”: objeto; indivíduo e relação pessoal de um

indivíduo com um objeto. Ainda segundo a autora, Chevallard define como “objeto” qualquer entidade material ou não, desde que tenha algum significado/intenção para pelo menos um “indivíduo”.

No que se refere à noção de “indivíduo”, esse também pode ser considerado uma “instituição” e não somente uma pessoa. Assim, para que um objeto possa existir, ele precisa fazer sentido ou ter algum significado para pessoa/indivíduo/instituição.

Quanto à noção de “relação pessoal” de um indivíduo com um objeto, Bosch e Chevallard (1999, p. 83, tradução livre) discorrem que “um objeto só vai existir se existe para um indivíduo, ou seja, se há uma relação de interação entre a pessoa e o objeto”. De acordo com Santos (2020, p.39) um dos principais intuítos da TAD é justamente investigar/analisar as atividades exercidas pelos indivíduos por meio de alguns questionamentos do tipo: “Como fazer? Por que fazer? O que ensinar? Como ensinar? Como aprender?”. Nesse sentido, a TAD tem como objetivo o estudo (ou proposição) de um modelo flexível que possa nortear as atividades humanas dentro do meio institucional.

Dessa forma, Santos (2020) discorre que, para que se possa descrever e modelar o procedimento intencional do processo ensino e aprendizagem, em termos das “praxeologias”, que são compostas pelas organizações Matemática (OM) e organizações didáticas (OD), Chevallard as divide em dois blocos: Práxis [,] e Logos [,].

O bloco Práxis é denominado de “saber-fazer” o qual se encarrega de investigar técnicas para resolver determinados tipos de tarefas; o bloco Logos é denominado apenas de “saber” e se incumbe de investigar as justificativas das técnicas que são as tecnologias e teorias.

De forma resumida, Chevallard (1999) disserta sobre os blocos práxis (saber-fazer) e logos (saber), que: dada uma tarefa (), ela precisa de uma técnica () para ser resolvida que, por sua vez, necessita de uma tecnologia () para justificá-la e essa tecnologia requer uma justificativa ainda mais formal que se chama teoria ().

O autor também classifica as praxeologias em: “Pontuais” [, , ,], uma teoria justifica apenas uma tecnologia, que por sua vez justifica somente uma técnica para resolução de um único tipo de tarefa; “Locais” [, , ,], uma teoria justifica uma tecnologia, que dessa vez justifica mais de uma técnica para resolver mais de um tipo de tarefa; “Regionais” [, , ,], uma teoria justifica mais de uma tecnologia, que justifica várias técnicas e resolução para vários tipos de tarefa; e “Globais” [, , , ,], mais de uma teoria justifica várias tecnologias, que justificam várias técnicas para resolução de vários tipos de tarefa.

Almouloud (2007, p.117) exemplifica que se pode ter: a organização praxeológica pontual como a resolução de um determinado tipo de problema, como os de proporcionalidade; a organização praxeológica local é a resolução de diferentes

tipos de problemas de proporcionalidade; a organização praxeológica regional seria “a noção de função numérica (que corresponde a todo um setor da Matemática ensinada no Ensino Médio)”. Santos (2017, p.40) complementa que uma organização global se caracteriza “pela agregação de várias organizações regionais correspondentes a várias teorias”. Por se tratar de um tipo de praxeologia mais complexa, dificilmente é encontrada em materiais como livros didáticos.

Diante do exposto, sobre as noções da TAD e das organizações praxeológicas inerentes a ela, considera-se pertinente para análise do livro didático, apresentar em seguida as definições assumidas sobre as Organizações Matemáticas e Organizações Didáticas.

2.4 Organizações Matemáticas (OM)

Como já foi visto, as OM são relativas à realidade Matemática que se pode construir para desenvolvê-la em sala de aula. Chevallard (1999) expõem que essa praxeologia nasce da necessidade de resolver uma determinada tarefa Matemática já bem definida, ou seja, refere-se à realização ou resolução de atividades Matemáticas que são compostas por tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria, e que em suma, são objetos matemáticos e a serem estudados/construídos.

Ao investigar uma OM, composta por tarefa, técnica, tecnologia e teoria, como descrito por Almouloud (2007, p.126), é proposto um conjunto de critérios de forma explícita que auxiliará o docente pesquisador no momento da avaliação e análise dos tipos de tarefa dessa organização Matemática:

1. Critério de identificação: verifica quais tipos de tarefas são apresentados de forma clara e bem identificados;
2. Critério das razões de ser: verifica quais razões de ser dos tipos de tarefas são explicitadas ou, ao contrário, se esses tipos de tarefas aparecem sem motivos válidos;
3. Critério de pertinência: verifica quais tipos de tarefas considerados são representativos das situações Matemáticas frequentemente encontradas, bem como que são pertinentes, tendo em vista as necessidades Matemáticas dos alunos.

Quanto à avaliação das técnicas, o autor também discorre que se baseiam nos mesmos critérios e sugere os seguintes questionamentos para buscar respostas:

1. As técnicas propostas são efetivamente elaboradas ou somente esboçadas?
2. São de difícil utilização?
3. São imprescindíveis para cumprimento do tipo de tarefas proposto?
4. São fidedignas e confiáveis, tendo em vista as condições de sua utilização no cumprimento do tipo de tarefas proposto?” (Almouloud, 2007, p.126).

Por fim, quanto à tecnologia ou bloco tecnológico/teórico, que é utilizado para justificar as técnicas utilizadas para resolver uma tarefa, propõe as seguintes indagações para avaliá-los:

1. Dado um enunciado, o problema de sua justificativa está somente colocado ou é considerado tacitamente como pertinente, evidente, natural, ou ainda bem conhecido?
2. As formas de justificativas utilizadas são próximas daquelas matematicamente válidas?
3. Essas justificativas são adequadas tendo em vista o problema colocado?
4. Os

argumentos utilizados são cientificamente válidos? 5. O resultado tecnológico de uma determinada atividade pode ser explorado para produzir novas técnicas para resolver novas tarefas? (Almouloud, 2007, p.126-127).

Diante disso, o professor ou pesquisador, no momento da análise de uma organização ou praxeologia Matemática de um documento oficial, pode fazer uso dos critérios estabelecidos por Chevallard em relação à análise de tarefa, técnica, tecnologia e teoria para aprofundar a sua avaliação acerca dos objetos matemáticos em estudo.

2.5 Organizações Didáticas (OD)

De forma simplificada, compreende-se que para Chevallard (1999), uma OD não surge da necessidade de apenas resolver uma determinada tarefa Matemática bem definida, mas sim de como está sendo construída ou realizada essa determinada tarefa. Por exemplo, enquanto uma OM pede para resolver um problema sobre frações, a OD se encarregaria de estudar questões relacionadas a formas de ensinar a resolução de frações.

De acordo com Almouloud (2007, p.124), para fazer a análise de uma OD é preciso que “se conheça a teoria que sustenta o tema de estudo, visto que, como toda organização praxeológica, ela se articula em tipos de tarefas (geralmente cooperativas), em técnicas, em tecnologias e teorias”. Quando se tem a intenção de descrever uma organização didática em torno de um objeto matemático, há a existência de determinados tipos de momentos ou “momentos didáticos” presentes nesse processo. Esses momentos podem ocorrer de forma simultânea e que também podem se repetir no decorrer da investigação, uma vez que não existe sequência definida para isso. Dessa forma, Almouloud (2007), corrobora com Chevallard (1999) e explicita seis momentos didáticos:

I) Encontro com a organização praxeológica por meio de tarefas: estabelecer orientações do desenvolvimento das relações institucionais e pessoais com o objeto estudado.

II) Explorar as tarefas para iniciar a elaboração de uma técnica que possa resolver esse tipo de tarefa: o docente deve intervir para orientar os alunos a elaborarem uma técnica (pode ser parcial) para que seja possível, a princípio, resolver um problema que representa um tipo de tarefa a ser estudado. Uma técnica parcial pode levar à formulação de outra mais elaborada.

III) Construção do ambiente tecnológico-teórico: esse ambiente começa a se constituir logo no primeiro encontro/contato e vai se consolidando no decorrer da investigação.

IV) Trabalhar com a técnica em diferentes tarefas: essa técnica poderá ser “aperfeiçoada pela sua mobilização relativa a um conjunto de tarefas qualitativamente e quantitativamente representativas da organização Matemática em jogo”. (Almouloud, 2007, p.124).

V) Institucionalização da organização Matemática: elementos/dados que constituíram o estudo em fases passadas podem ser descartados ou conservados, ou outros dados podem ser integrados de forma definitiva “a partir da explicitação oficial desses elementos pelo professor ou pelo aluno, tornando-se parte integrante da cultura da instituição ou da classe” (Ibidem, p. 25). Isso quer dizer que esses novos elementos podem ser introduzidos decorrentes da modificação da relação institucional que estará em vigor.

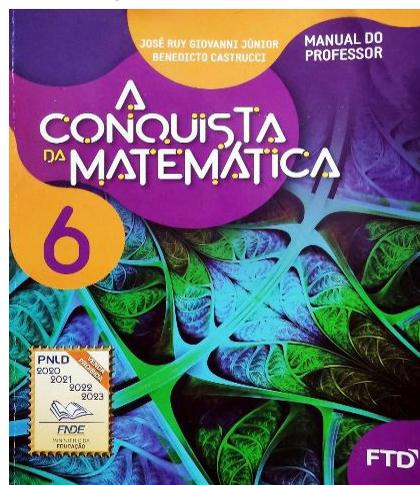
VI) avaliação das relações pessoais e a avaliação da relação institucional: é considerado uma das fases mais importantes da TAD, pois, é nela que o professor toma por objeto de estudo as resoluções encontradas pelos alunos. Decorrente disso, o aluno deve vir a observar na “realização de sua solução (em classe ou no livro) determinadas ‘maneiras de fazer’, analisando-as e avaliando-as para ‘desenvolver’ sua própria solução” (Almouloud, 2007, p. 25). Portanto, revela-se que o ato de examinar esses seis momentos didáticos pode levar o docente (ou pesquisador) a melhor compreensão de uma OD.

Após o delineamento do que foi observado na TAD, apresenta-se na próxima etapa do trabalho a descrição do livro didático e a análise das OM e OD observadas.

2.5.1 Análise do livro didático

Para efetuar a análise praxeológica almejada, explicita-se que foi examinado o livro em uso pelos professores do 6º ano de uma escola estadual de EF, do município de Igarapé-Açu (PA), no decorrer do ano de 2022. Tal livro faz parte da coleção “A Conquista da Matemática” do atual quadriênio do PNLd (2020-2023) e tem como autores José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, publicado pela editora FTD no ano de 2018, conforme a Figura 1.

Figura 1 - Livro do 6º ano do Ensino Fundamental



Fonte: Júnior & Castrucci (2018).

Devido ao período para a conclusão do presente trabalho,

2 O livro utilizado para análise é a versão com manual (direcionamentos) ao professor e que está disponível em forma de divulgação pelo site: <https://pnld2020.ftd.com.br/colecao/a-conquista-da-matematica>.

optou-se pela análise das Organizações Matemáticas e Didáticas referentes ao conteúdo de “Figuras geométricas”, que corresponde à Unidade três (Figuras geométricas) do livro do escolhido.

Essa Unidade contempla quatro capítulos: o primeiro trata sobre conceitos primitivos como Ponto, Reta e Plano; o segundo sobre um estudo mais aprofundado da Reta como conceitos de Posições relativas de duas retas em um plano, Semirreta, Segmento de reta, Medida de um segmento e segmentos congruentes; o terceiro sobre Figuras Geométricas; e o quarto sobre Sólidos Geométricos, com enfoque nos Prismas e Pirâmides.

2.5.2 Análise das OM

Para análise das Organizações Matemáticas foram observadas todas as questões (tarefas) presentes na Unidade três do livro: Figuras geométricas. Essas questões foram classificadas em Tipos de tarefa (T), que requerem de Técnicas () e discursos Tecnológico-teóricos () para sua resolução. Por fim, foram notados os níveis de Pensamento Geométrico, de acordo com van Hiele (1986), requeridos por cada Tipo de tarefa.

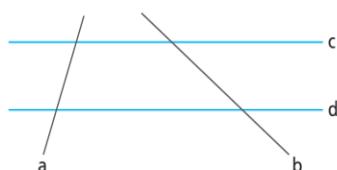
Dada a limitação de páginas que impossibilita descrição completa da pesquisa, exibe-se a seguir um recorte da análise efetuada com apenas quatro dos Tipos de tarefa identificados (, , e), que apresentam, respectivamente, os 4 níveis de pensamento de van Hiele:

Tipo de tarefa (): Relacionar entes geométricos primitivos com objetos do cotidiano. Exemplo: “Observando a sala de aula, você reconhece algo que dê a ideia de: a) ponto? b) reta? c) plano?” (Júnior & Castrucci, 2018, p.71).

- Técnica (): Para resolver os itens a), b) e c) é preciso ter uma noção intuitiva de ponto, reta e plano, para em seguida, associar suas aparências com representações do cotidiano (presentes na sala de aula onde estão).
- Discurso tecnológico-teórico (): Noções primitivas de Ponto, Reta e Plano, assim como Dolce e Pompeo (2013, p.1) discorrem: “As noções primitivas são adotadas sem definição”.
- Pensamento Geométrico relativo a (): Pode-se notar a mobilização do nível 1 de Pensamento Geométrico (Visualização ou Reconhecimento), pois, para a resolução deste tipo de tarefa é somente preciso reconhecer as representações dos entes geométricos primitivos e não ainda suas propriedades.

Tipo de tarefa (): Classificar os tipos de retas. Exemplo: “Observe a figura abaixo e dê a posição relativa das retas: a) a e b; b) a e c; c) a e d; d) c e d; e) b e c” (Júnior & Castrucci, 2018, p.82).

Figura 2 - Ilustração do Tipo de tarefa (T₄).



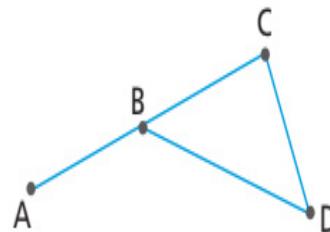
Fonte: Júnior & Castrucci (2018, p. 82).

1. Técnica (): Entender o conceito da posição relativa de duas retas em um plano. Assim, é preciso descrever que: a) as retas a e b são concorrentes; b) as retas a e c são concorrentes; c) as retas a e d são concorrentes; d) as retas c e d são paralelas; e) as retas b e c são concorrentes.
2. Discurso tecnológico-teórico (): Os conhecimentos de posição relativa de duas retas em um plano justificam a técnica utilizada para resolver a tarefa, como discorrido por Pesco e Arnaut (2010, p. 14) de que duas retas são paralelas quando são coplanares e não possuem ponto em comum, enquanto que duas retas são concorrentes se possuem um só ponto em comum.
3. Pensamento Geométrico relativo a (): Identifica-se necessidade da mobilização no nível 2 de Pensamento Geométrico (Análise). Nessa tarefa, faz-se necessário que os estudantes, a partir da visualização, analisem as posições das retas para assim, classificá-las corretamente.

Tipo de tarefa (): Classificação de segmentos de reta.

Exemplo: “Observando a figura abaixo, identifique um segmento que seja: a) consecutivo com ; b) colinear com ; c) consecutivo com ” (Júnior & Castrucci, 2018, p.85).

Figura 3 - Ilustração do Tipo de tarefa (T₇).



Fonte: Júnior & Castrucci (2018, p. 85).

- Técnica (): Ter conhecimento sobre a classificação de segmentos de reta e descrever que: a) o segmento consecutivo com pode ser o , ou ; b) o segmento colinear com pode ser o ou ; c) o segmento consecutivo com pode ser , ou .
- Discurso tecnológico-teórico (): Os conhecimentos que justificam a técnica utilizada para resolver a tarefa são sobre os segmentos de reta e sua classificação como consecutivos ou colineares:

Dois segmentos de reta são consecutivos se, e somente se, uma extremidade de um deles é também extremidade do outro (uma extremidade de um coincide com uma extremidade do outro). Dois segmentos de reta são colineares se, e somente se, estão numa mesma reta. (Dolce & Pompeo, 2013, p. 9-10).

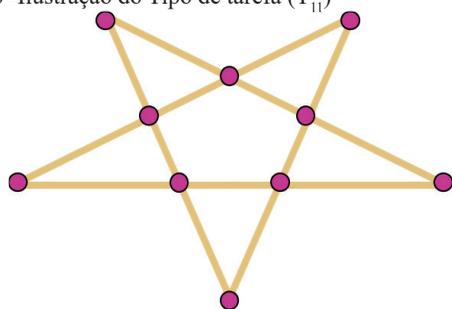
- Pensamento Geométrico relativo a (): percebe-se necessidade de mobilização do nível 3 de Pensamento Geométrico (Dedução informal ou Ordenação), pois, a partir do entendimento de segmentos de retas, é preciso classificar os segmentos dispostos na imagem em consecutivos ou colineares.

Tipo de tarefa (): Construção de figura a partir da noção de segmentos. Exemplo: “Para ganhar dez moedas, Renata tem de vencer um desafio: arrumá-las em cinco fileiras, com quatro moedas em cada fila. Vamos ajudá-la? Desenhe no caderno como Renata deve arrumar as moedas” (Júnior & Castrucci, 2018, p.86).

- Técnica (): Esta tarefa está no livro como um desafio, então além de conhecimentos sobre segmento de reta, também exige criatividade. Assim, a Figura 5 exemplifica uma possível resolução da questão:

4.

Figura 5 -Ilustração do Tipo de tarefa (T_{11})



Fonte: adaptado de Júnior & Castrucci (2018, p. 86).

- Discurso tecnológico-teórico (\emptyset): A técnica utilizada para resolver esta tarefa é justificada pelo mesmo discurso de (\emptyset) sobre segmento de reta.
- Pensamento Geométrico relativo a (\emptyset): Avalia-se que a resolução da questão requer mobilização do nível 4 de Pensamento Geométrico (Dedução formal), pois, necessita da elaboração de estratégias para poder responder as tarefas desse tipo por meio de “demonstrações” informais.

A partir do que foi exposto, apresenta-se como resultado no Quadro 1, uma síntese das OM identificadas no decorrer da análise. Nesse quadro estão dispostos: Tipos de tarefas, Técnicas, discursos Tecnológico-teóricos e nível de Pensamento Geométrico requerido:

Quadro 3 - Síntese das OM identificadas.

Tipos de tarefas	Discurso tecnológico-teórico	Nível de Pensamento Geométrico
	(\emptyset)	Nível 1
	(\emptyset)	Nível 2
	(\emptyset)	Nível 2
	(\emptyset)	Nível 2
	(\emptyset)	Nível 1
	(\emptyset)*	Nível 2
	(\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 1
	(\emptyset) e (\emptyset)**	Nível 2
	(\emptyset)*	Nível 4
	(\emptyset)	Nível 2
	(\emptyset)	Nível 2
	(\emptyset)	Nível 2
	(\emptyset), (\emptyset) e (\emptyset)**	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 1
	(\emptyset)	Nível 1
	(\emptyset)	Nível 1
	(\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset), (\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 3
	(\emptyset)	Nível 4
	(\emptyset)	Nível 1

Fonte: dados da pesquisa.

Como observável, foram identificados 23 Tipos de tarefas, resolvidas a partir de 22 técnicas, justificadas por 19 tecnologias e somente 1 teoria, nesse caso a Geometria Euclidiana. Destaca-se, porém, que: na organização *(, ,)

houve repetição da técnica e tecnologia anterior abordadas para resolução do Tipo de tarefa proposto; Na organização **(\emptyset) e (\emptyset) ocorreu uso de duas tecnologias anteriormente abordadas para resolução por meio de uma nova técnica; na ***(\emptyset), (\emptyset) e (\emptyset), houve necessidade de uso de três tecnologias anteriormente abordadas que fundamentam uma nova técnica; e maioria das praxeologias encontradas nas OM se classificam como Pontuais, do tipo (, , ,) como descrito por Chevallard (1999).

Sobre os níveis de Pensamento Geométrico requeridos por cada Tipo de tarefa, foram observadas possíveis necessidades de mobilização dos quatro primeiros níveis, dispostos da seguinte forma: 7 Tipos de tarefa com nível 1 (visualização); 7 Tipos de tarefa com nível 2 (análise); 7 Tipos de tarefa com nível 3 (dedução informal); e 2 Tipos de tarefa com nível 4 (dedução formal).

Embora não identificada necessidade de mobilização do nível 5 (Rigor) para a resolução de um algum tipo de tarefa, considera-se que a disposição desses níveis se encontra adequada. Logo, corrobora-se com Costa (2019, p. 101), ao expressar que nos primeiros níveis de pensamento (1 a 3) não há necessidade de “[...] argumentos dedutivos que justifiquem as propriedades das figuras e que fundamentem as relações inferenciais entre essas singularidades geométricas” e somente leva-se a dedução no nível 4 e pensamento hipotético-dedutivo no nível 5. Apesar disso, considera-se que a organização apresentou caráter relevante aos níveis de Pensamento Geométrico, uma vez que o público alvo é o 6º ano do EF.

Quanto aos critérios específicos, assinalados por Almouloud (2007), para a análise das OM, verifica-se que:

Os Tipos de tarefa são desenvolvidos por meio de questões que se encontram estruturadas, contemplam o conteúdo proposto na unidade do livro didático e são apresentadas por meio de uma linguagem clara e simples, o que pode viabilizar uma melhor compreensão e interpretação dos enunciados.

As Técnicas são elaboradas (e não apenas esboçadas), de fácil utilização, devidamente embasadas no conteúdo proposto e apresentam clareza nos enunciados, o que pode contribuir para identificação e utilização da técnica requerida

Considerando sob o viés do bloco Tecnológico-teórico, o resultado tecnológico de uma tarefa usualmente é necessário para que a construção das técnicas subsequentes. Contudo, não foram encontrados indícios suficientes para que essa percepção fosse explorada pelos alunos.

Os enunciados das tarefas propostas são pertinentes, pois, a maior parte envolve contextualizações advindas de exemplos concretos ou de menções ao cotidiano. Pondera-se que a contextualização das tarefas pode colaborar de forma positiva para que a tecnologia e a teoria, que embasam a técnica, possam se fazer mais compreensíveis para os alunos caso sejam evidenciadas na institucionalização do docente.

2.5.3 Análise das OD

Como continuidade à análise das Organizações Matemáticas, apresenta-se a análise das OD do conteúdo de Figuras Geométricas presente na Unidade três da versão destinada aos professores (Manual do Professor) do livro didático de Matemática do 6º ano do EF, da coleção “A Conquista da Matemática” (Júnior & Castrucci, 2018).

A versão do Manual do Professor contém 368 páginas e as primeiras 44 (numeradas em algarismos romanos) são destinadas à apresentação do livro e orientações para o professor. Nessa apresentação inicial são exibidas orientações para abordagens para o ensino da Matemática, (como Modelagem, Resolução de Problemas, Tecnologias e Comunicação). No entanto, na unidade sobre Figuras Geométricas (foco da presente análise), identifica-se apenas uma sucinta proposição de contextualização histórica em seu início e não foram encontradas outras proposições que salientem as abordagens previamente elencadas.

Sobre os momentos didáticos observáveis, identifica-se sobre o primeiro momento que as tarefas na unidade três do livro são apresentadas logo após o conteúdo (seguem um esquema de conteúdo-atividade). Os enunciados das tarefas apresentam uma variedade de contextos que envolvem imagens de objetos do cotidiano do estudante, investigação de objetos em sala de aula, tirinhas com diálogos, apresentação de gráficos e mapas.

Considera-se também que as tarefas estão organizadas em nível crescente de complexidade, ou seja, das tarefas que envolvem conhecimentos mais simples às que envolvem os mais complexos; além disso, requerem respostas tanto objetivas quanto subjetivas.

Quanto ao segundo momento, verifica-se que em cada um dos tópicos de estudo sobre Figuras geométricas existem orientações didáticas para os docentes. Nessas orientações, discorre-se: como os docentes podem desenvolver as atividades de modo a incentivar os alunos a construir suas respostas como resultados de aprendizado sobre esses novos conhecimentos; que as tarefas podem ser resolvidas em duplas para possibilitar troca de conhecimento e experiência entre os alunos; que os alunos sejam estimulados a observar e explorar o ambiente em sala de aula; além da proposição para simulação de montagens de figuras.

Pondera-se que essas orientações podem contribuir para que os professores utilizem um método que viabilize aos estudantes elaborar suas próprias técnicas para resolver as tarefas propostas (respostas parciais ou completas), mas que devem ser formalizadas pelo professor. Desse modo, podem também favorecer a compreensão da situação, como salientado em van Hiele (1999), propiciando que os alunos desenvolvam níveis de visualização, análise e abstração e/ou dedução informal.

Sobre o terceiro momento, observa-se que as orientações para o professor apresentam algumas sugestões para

introdução do conteúdo, quais dúvidas podem surgir, além de exemplos de atividades e desafios que podem ser propostos para a construção do conhecimento almejado.

Observa-se sobre o quarto momento que, apesar de encontrados Tipos de tarefas solucionáveis com Técnicas semelhantes, há diversidade e proposição de aumento de complexidade entre os Tipos de tarefas propostas.

Em relação aos critérios do quinto momento, salienta-se que foi analisado somente o livro didático do professor e não a prática do docente em sala de aula, portanto, observa-se que nas orientações didáticas para o ensino de Figuras Geométricas e proposição de atividades, há uma variedade de ações que podem ser adotadas para promover a institucionalização dos tópicos abordados na unidade observada.

Em relação a forma como o conteúdo Matemático é abordado no livro, estão dispostas algumas sugestões, como: verificar os conhecimentos prévios dos alunos para direcionar as discussões e o modo que o conteúdo será trabalhado; utilizar objetos e desenhos para auxiliar na construção do conhecimento de figuras geométricas; solicitar que os alunos levem embalagens variadas para a sala de aula para poder explorar o conceito de sólidos geométricos.

Em relação às atividades relativas às tarefas, estão sugeridas algumas ações, por exemplo: propor que os alunos utilizem objetos presentes em sala de aula durante as atividades, solicitar que os alunos tragam objetos de suas casas para resolver as atividades; elaborar atividades interdisciplinares com professores de outras áreas para poder explorar o objeto matemático de diferentes formas.

Sobre o sexto momento, verifica-se que ao final da unidade há uma atividade para avaliação dos conhecimentos construídos pelos alunos, chamada de “Retomando o que aprendeu”. Nessa atividade de revisão estão dispostas sete tarefas que englobam tópicos vistos no estudo da unidade, além disso, são apresentadas orientações para o professor sobre o objetivo da atividade e das tarefas que compõem a unidade, assim como a recapitulação do conteúdo e dos processos utilizados para resolver as tarefas anteriores.

Sobre as habilidades da BNCC (Brasil, 2017) indicadas na unidade sobre Figuras Geométricas, verifica-se que são contempladas OM e OD suficientes para desenvolver a habilidade de “(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial” e possibilidade para “(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas” (Júnior & Castrucci, 2018, p. XXXIV). Assim como das competências a que se propõe sobre a mobilização de “conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para que se possam resolver os desafios do cotidiano, dentro e fora dos espaços escolares” e “relacionadas a objetos de conhecimento que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas” (*Ibidem*, p. 15-16).

Pondera-se ainda que, embora não explorada, existe na

unidade a abertura para desenvolvimento e institucionalização de habilidades para “(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais” (Brasil, 2017, p. 303).

Nesse contexto, é necessário que o professor incentive os alunos a observar as resoluções das tarefas feitas na sala de aula para que possam desenvolver nível de abstração no Pensamento Geométrico. Desse modo, após análise das Organizações Didáticas e momentos didáticos identificáveis, apresenta-se a seguir as considerações finais sobre a pesquisa.

3 Conclusão

Como já mencionado, a proposta inicial do presente trabalho tem origem em experiências provenientes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) - Campus X, do Grupo Colaborativo de Educação Matemática e Educação Afro-Brasileira (GCEM-EAB) e do Programa de Residência Pedagógica.

Por meio dessas vivências foram disponibilizadas atividades, pesquisas e reflexões sobre o processo de formação docente, métodos de ensino e pesquisa em Educação Matemática. De tal modo, após estágio no 6º ano do EF em uma escola estadual do município de Igarapé-Açu (PA), surgiu a seguinte questão de pesquisa: de que forma a Geometria Euclidiana está organizada no livro didático do 6º ano do EF e como essa abordagem pode desenvolver o Pensamento Geométrico?

Como já foi exposto no decorrer o artigo, para responder o questionamento inicial, optou-se pela análise de um livro didático que estivesse em uso nas escolas do município de Igarapé-Açu (PA). Nesse caso, encontrou-se a coleção “A Conquista da Matemática” (Júnior & Castrucci, 2018), todavia, dado o limite de tempo para análise e relato da presente pesquisa, delimitou-se somente pela investigação da Unidade três, referente ao conteúdo de “Figuras Geométricas”.

De início, para situar sobre a abordagem do objeto matemático frente aos critérios de análise e perspectiva teórico-metodológica adotada, foi realizado um levantamento literário sobre trabalhos que abordam a temática, ou parte dela, o que propiciou um maior delineamento da pesquisa almejada.

A partir disso, dissertou-se sobre a Geometria Euclidiana na educação básica e o desenvolvimento de Pensamento Geométrico de acordo com o modelo de van Hiele (1986), que discorre sobre os níveis de: Visualização ou Reconhecimento (nível 1); Análise (nível 2); Dedução Informal ou Abstração (nível 3); Dedução formal (nível 4); e Rigor (nível 5).

Também foi destacada a pertinência de uma análise fundamentada dos materiais de cunho didático, pois, em pesquisas prévias, conversas com docentes e experiências pessoais, pôde-se observar que em muitos casos os professores não possuem organização, tempo hábil e/ou fundamentação teórica para análise dos livros didáticos que fazem uso

cotidianamente.

Dessa forma, fez-se pertinente identificar como a Geometria é abordada em documentos oficiais norteadores para o EF brasileiro, como a BNCC (Brasil, 2017) e o Documento Curricular do Estado do Pará (Pará, 2019).

Em seguida, como forma de fundamentação teórica e metodológica para subsidiar a análise do material e de como o objeto matemático é abordado nele, adotou-se a perspectiva da análise praxeológica, delineada na Teoria Antropológica do Didático, que permitiu observar as Organizações Matemáticas (OM) e Organizações Didáticas (OD) presentes no livro estudado, especificamente na Unidade três (Figuras geométricas).

Sobre as OM, foram identificados 23 Tipos de tarefa, 22 técnicas () necessárias para suas resoluções, 19 tecnologias () e 1 Teoria () que as justificam. As praxeologias encontradas classificam-se em caráter pontual, ou seja, cada Tipo de tarefa necessita de apenas uma técnica, justificada por somente um discurso tecnológico-teórico. Nesse sentido, considera-se que há variedade de Tipos de tarefas.

Sobre os níveis de Pensamento Geométrico identificáveis nas OM, são requeridos (ou podem ser mobilizados) 4 dos 5 níveis: nível de visualização (em 7 oportunidades); de análise (em 7 oportunidades); de dedução informal (em 7 oportunidades); e dedução formal (em 2 oportunidades). Embora não tenha sido observada a necessidade de mobilização do nível 5 (rigor), pondera-se que o material contempla ao que foi proposto e apresenta possibilidade de desenvolvimento do Pensamento Geométrico no 6º ano do EF.

Ao que se refere às OD, avalia-se que o conteúdo e atividades são apresentados no livro de forma estruturada com foco no contexto de situações realísticas aos alunos e faz uso de uma linguagem acessível, ou seja, simples, compreensível e adequada ao público alvo. Em síntese, a organização do livro segue uma ordem de apresentação de conteúdo seguido de atividade. Os enunciados apresentam variedade de contextos e representações, distribuídos em nível crescente de complexidade.

Acerca dos níveis de Pensamento Geométrico na análise das OD, salienta-se que há necessidade de verificação na prática. Todavia, mesmo ao avaliar que as orientações didáticas destinadas aos docentes podem contribuir para organização de planos de ação em sala e em métodos para desenvolvimento de pensamento geométrico, considera-se que a análise exclusiva do material impresso não permite uma verificação completa dos processos que permeiam o aprendizado dos alunos.

Em relação às abordagens metodológicas (tendências) da Educação Matemática, observou-se apenas uma contextualização histórica. Logo, não necessariamente leva a caracterizá-la como uma tendência metodológica para o ensino do conteúdo, mas, um elemento pré-textual para breve localização do objeto matemático. Salienta-se que não foram abordadas na unidade as tendências elencadas nas orientações iniciais aos professores, como Modelagem, Resolução de

Problemas, Tecnologias e Comunicação, ou mesmo um trabalho que de fato utilize a perspectiva da História da Matemática.

Em cada tópico da Unidade analisada (versão do livro didático destinada aos docentes) são encontradas orientações de como proceder com as atividades, de incentivo para organização dos alunos em equipes, para desenvolver percepção própria, formas de introduzir um novo conteúdo, alerta para possíveis dúvidas, entre outras orientações para desenvolvimento do conteúdo em sala de aula.

Diante disso, e ponderando sobre as limitações de tempo para elaboração do presente artigo, considera-se que o objetivo de pesquisa foi parcialmente alcançado, pois, foram analisadas as Praxeologias e a possibilidade de desenvolvimento do Pensamento Geométrico de apenas uma unidade do livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental.

Vale, entretanto, revelar a necessidade de uma análise aprofundada de todas as unidades que tratam sobre o objeto matemático em uma coleção completa de livros didáticos (de mesmo quadro de autores e editora). Que preferencialmente abarque como público tanto o ensino fundamental quanto o nível médio, para observação do percurso didático proposto e identificação de como o objeto matemático foi pensado ao longo dos anos e séries de ensino. Assim, avalia-se que pode ocorrer uma compreensão aprofundada de como a Geometria é tratada na educação básica pelo viés de um material de cunho didático.

Para além disso, atenta-se também sobre a relevância de uma análise entre diferentes coleções de livros, isto é, a possibilidade de contrastar como diferentes autores e editoras organizam um mesmo objeto destinado ao ensino básico. Estima-se que tal proposição de pesquisa pode permitir, aos pesquisadores que a realizam e aos professores que dela usufruiriam, uma comparação pertinente que pode fundamentar escolhas de abordagem, reconhecimento de obstáculos e alternativas didáticas para o ensino da Geometria.

Ademais, considera-se que a presente pesquisa pode contribuir para reflexões sobre a formação inicial e continuada de professores a partir da exposição da TAD, especialmente da análise praxeológica fundamentada e com critérios bem delineados, para percepção das possibilidades e potencialidades dessa ferramenta.

Referências

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da Matemática*. UFPR.
- Araújo, A. J. (2009). O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. (Tese de Doutorado) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, Brasil.
- Brasil. (2017). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.
- Brasil. (2021). Ministério da Educação. PNLD. gov.br/mec. Brasília: MEC
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. *Rapport au Savoir et Didactiques*, 81-104.
- Costa, A.P.D. (2019). A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis. (Tese de Doutorado) Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, Brasil.
- Decreto no 9.099, de 18 de julho de 2017. (2017). Dispões sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Diário Oficial da União, Seção 1, Brasília, DF. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2017/decreto-9099-18-julho-2017-785224-publicacaooriginal-153392-pe.html>. Acesso em: Acesso em: 22 de set. de 2021.
- Dolce, O., & Pompeo, J.N. (1993). *Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana*. São Paulo: Atual.
- Júnior, G., & Castrucci, B. (2018). A conquista da Matemática: 6º ano do ensino fundamental. *São Paulo: FTD*.
- Kluppel, G. T. (2014). Reflexões sobre o ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval. 2012. 109 f. Dissertação de Mestrado) Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, PR, Brasil.
- Lajolo, M. (1996). Livro didático: um (quase) manual de usuário. *Em aberto*, 16(69).
- Lopes, C. (2022). Como fazer citações e referências: Guia prático da norma APA.
- Lorenzato, S. (1995). Porque não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista. 3, (4).
- Marconi, M. D. A., & Lakatos, E. M. (2003). *Fundamentos de metodologia científica*. Atlas.
- Militz, M. L. (2016). Análise do conteúdo de geometria espacial em livros didáticos do ensino médio: Uma atividade no âmbito da formação inicial de professores. (Dissertação de Mestrado). Universidade de Santa Maria, Santa Maria, RS, Brasil.
- Moraco, A. S. D. C. T. (2006). Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio. (Dissertação de Mestrado), Bauru, SP, Brasil.
- Pará. (2019) Documento Curricular do Estado do Pará: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Secretaria de Estado de Educação do Pará.
- Pétille, K. (2011). O modelo van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico: uma análise de obras do programa nacional do livro didático para o ensino médio. (Dissertação de Mestrado) Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Pesco, D. U. & Arnaut, R. G. T. (2010) *Geometria básica*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ.
- Rosa, C. P., Ribas, L. C., & Barazzutti, M. (2012). Análise de livros didáticos. *III Escola de Inverno de Educação Matemática, I Encontro Nacional PIBID-Matemática*.
- Santos, J. B. (2017). *O conceito de função quadrática nos livros didáticos do ensino médio: uma análise praxeológica das atividades propostas*. (Dissertação de Mestrado) Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE, Brasil.
- Santos, S. D. P. (2020). A teoria antropológica do didático:

- condições e restrições reveladas pelas teses e dissertações defendidas no Brasil na área da Educação Matemática. (Tese de Doutorado) Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, Brasil.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A theory of Mathematics Education*, Academic press Inc.
- Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 310-316.
- Vilarinho, L. R. G., & Silva, J. D. S. N. (2016). A avaliação do livro didático como instrumento de afirmação da autonomia da escola e de seus docentes. *Revista Meta: Avaliação*, 7(21), 403-423.
- Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele model of geometric thinking. *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers*, 1, 72-75.