

Proporcionalidade: um Panorama dos Esquemas Apresentados Por Estudantes do Ensino Fundamental

Proportionality: an Overview of the Schemes Presented by Elementary School Students

Tamiles da Silva Oliveira^{*a}; Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana^b

^aUniversidade Federal do Sul da Bahia. BA, Brasil.

^bUniversidade Estadual de Santa Cruz. BA, Brasil.

*E-mail: tamilesmat@gmail.com

Resumo

A Teoria dos campos conceituais foca na aprendizagem dos estudantes por meio da análise dos esquemas de resolução construídos por eles. Assim, neste artigo tem por objetivo analisar os esquemas de 12 estudantes do ensino Fundamental ao longo de anos escolares distintos. O estudo está fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais, em específico o conceito de esquema. A pesquisa se trata de um recorte dos resultados de uma dissertação que foi desenvolvida no âmbito de um projeto, a saber: “Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no Ensino Fundamental” (E-Mult), caracteriza-se por uma pesquisa descritiva e interpretativa, na qual analisamos os esquemas apresentados por 12 estudantes em seis situações de proporção simples. Estes estudantes responderam o mesmo instrumento em anos escolares distintos: Em 2014, quando estavam cursando a 5º ano; em 2015, quando estavam cursando o 6º ano e 2017 quando estavam cursando o 8º ano. Os resultados indicam que, em todos os anos escolares, a maioria dos estudantes apresentam esquemas explícitos, no entanto, no ano de 2017, cresceu o quantitativo de esquemas implícitos. Podemos concluir que, no ano em que ocorreu a formação do E-Mult (2015), os efeitos dessa formação alcançaram a sala de aula, pois identificamos, nas resoluções dos estudantes, esquemas semelhantes aos propostos na formação e foi o ano em que os estudantes mais utilizaram as estruturas multiplicativas. Mas, com o passar dos anos, percebemos que esse efeito não se consolida, uma vez que, nos anos em que não tem mais a formação, eles passaram a utilizar a estrutura aditiva que utilizavam antes.

Palavras-chave: Aprendizagem. Ensino Fundamental. Esquemas. Proporcionalidade.

Abstrat

This article aims to analyze the schemas of 12 elementary school students over different school years. The study is based on the Theory of Conceptual Fields, specifically the concept of schema. The research is a clipping of the results of a dissertation that was developed within the scope of a project, namely: “A study on the domain of multiplicative structures in Elementary Education” (E-Mult), is characterized by a descriptive research and interpretative, in which we analyze the schemes presented by 12 students in six situations of simple proportion. These students answered the same instrument in different school years: In 2014, when they were attending the 5th year; in 2015, when they were in the 6th year and 2017 when they were in the 8th year. The results indicate that, in all school years, most students have explicit schemas, however, in 2017, the number of implicit schemas increased. We can conclude that, in the year in which the E-Mult was formed (2015), the effects of this training reached the classroom, as we identified, in the students’ resolutions, schemes similar to those proposed in the training and it was the year in which the students used the multiplicative structures more. But, over the years, we noticed that this effect is not consolidated, since, in the years when they no longer have the training, they started to use the additive structure they used before.

Keywords: Learning. Elementary School. Schemes. Proportionality.

1 Introdução

De uma maneira ampla, compreendemos como esquemas de resolução as formas de resolução que podem ser assumidas pelo indivíduo na resolução de uma tarefa. Os esquemas apresentados pelos estudantes podem auxiliar em sua aprendizagem, uma vez que, neles são revelados as competências e possíveis fragilidades conceituais. Assim, a análise dos esquemas pode ser um suporte para o professor no processo de ensino e aprendizagem.

Na literatura temos pesquisa com o foco nos esquemas, como a de Silva (2008), Lima (2012), Santos (2014), Sena (2015), Viana & Miranda (2016). Todos esses estudos tinham interesse em analisar a aprendizagem dos estudantes

e, para a coleta de dados, utilizaram um instrumento diagnóstico composto por situações-problema. Partimos do pressuposto que, ao resolverem as situações, os estudantes utilizam esquemas por meio dos quais é possível analisar os conhecimentos que adquiriram.

Assim, O foco dos estudos acima citados eram estudantes do Ensino Fundamental. Esse é o nível escolar no qual os estudantes começam a ter as primeiras ideias intuitivas em relação ao conceito de proporção simples até serem expostos ao conceito formal e no qual se espera que eles aprimorem esse conhecimento a partir das diferentes situações vivenciadas.

Por outro lado, embora não haja qualquer dúvida a respeito das contribuições que os estudos aqui citados trouxeram para a compreensão do que ocorre com os esquemas de resolução

dos estudantes relativos ao conceito de proporção simples, os autores miram especificamente um ano escolar ou, no máximo, dois. É preciso, contudo, analisar o desenvolvimento dos esquemas utilizados pelos estudantes ao longo dos anos escolares, e é justamente nesse viés que desenvolvemos o nosso estudo, analisando esquemas dos estudantes em momentos escolares distintos, ou seja, um estudo longitudinal.

Dessa forma, para o nosso estudo tivemos como embasamento a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gerárd Vergnaud, pois ela possibilita fazer um diagnóstico da aprendizagem dos estudantes. Diante desse contexto respondemos a seguintes questão de pesquisa: Quais são os esquemas que estudantes do Ensino Fundamental apresentam ao resolverem situações de proporção simples, em momentos escolares distintos?

2 Desenvolvimento

2.1 Compreendendo o Conceito de Esquema

Para à resolução de situações, o conceito de esquema é essencial, pois é nele que se identifica os conhecimentos envolvidos na ação do sujeito, por meio das competências que estão sendo apresentadas. É importante salientar que estamos entendendo que as “competências dos estudantes, na resolução de situações-problema, aparecem quando são feitas escolhas corretas.” (Santana, 2012, p.45).

Escolhas corretas, no sentido de utilizar invariantes operatórios que são apropriados para a resolução de uma determinada situação, no entanto, as escolhas corretas não garantem a efetivação do esquema. A resolução correta de uma situação está inteiramente ligada à habilidade que o estudante possui. A habilidade envolve mobilizar os invariantes operatórios escolhidos, de forma que apresentem a resolução correta da tarefa solicitada (Santana, 2012). O sucesso em uma tarefa depende de uma combinação entre competência e habilidade.

De acordo com Vergnaud (1982, p.136), “esquema é a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações”, é a maneira como o estudante irá ordenar suas ações com o objetivo de resolver uma determinada situação que lhe foi proposta. O caráter invariante é posto de maneira que um esquema pode ser construído de formas diferentes, no entanto, existem elementos que são de fundamental importância para a sua organização e que não variam.

O autor indica dois tipos de classes de situações nas quais os esquemas são mobilizados de maneiras distintas, a saber:

Classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
Classe de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações a tentativas abortadas, conduzindo quer ao êxito, quer ao fracasso. (Vergnaud, 1996, p.156, tradução nossa).

No primeiro tipo de classe, o estudante, ao ser confrontado com uma determinada tarefa, reconhece os invariantes operatórios que são apropriados para a resolução, mobilizando as competências e habilidades necessárias para organizar a sua ação, ou seja, tem familiaridade com o tipo de situação proposta, tornando as suas ações automatizadas, que é o reconhecimento imediato da ação que precisa ser realizada.

No segundo tipo, os esquemas são construídos de forma heurística: o estudante ainda não consegue perceber de imediato os invariantes que atendem à solução e, por essa razão, desenvolve esquemas diferentes na tentativa de encontrar um esquema adequado; a concorrência entre os diferentes esquemas construídos pode conduzir à resposta correta ou não. Nesse caso, são as situações novas que são propostas aos estudantes, das quais eles ainda não têm domínio na resolução. Como consequência, para resolver a situação, ele apresenta esquemas já conhecidos e, nesse processo, percebe que os esquemas anteriores não satisfazem a nova situação.

Os esquemas são compostos por conhecimentos implícitos e conhecimentos explícitos, mas, em sua maioria, se sustentam por uma conceptualização implícita. Os conhecimentos explícitos são apresentados pelos estudantes por meio de uma representação, a saber, um algoritmo, um desenho, um diagrama, entre outras possibilidades. O conhecimento implícito é o conhecimento contido nas ações dos estudantes e que só pode ser identificado se for verbalizado, ou seja, explicar as razões pelas quais construiu um esquema de resolução para resolver uma determinada situação. Essas justificativas pertencem ao estudante e só serão explicitadas se eles forem questionados. (Vergnaud, 1982)

Ao mobilizar os conhecimentos para resolver uma situação, o estudante está utilizando invariantes operatórios dos esquemas. Esse tipo de invariante são conhecimentos mobilizados pelo indivíduo que podem ter ou não uma relevância para a situação a ser resolvida. Isso significa que esse invariante pode ser uma propriedade, uma relação ou um conceito verdadeiro cientificamente. Contudo, pode não ser verdadeiro para todas as situações do mesmo tipo e ser apenas verdadeiro localmente. A Figura 1, busca apresentar elementos que dessas possibilidades para o invariante do esquema.

Figura 1 - Possibilidades para o Invariante Operatório do esquema



Fonte: dados da pesquisa.

Segundo Vergnaud (1996), os esquemas são compostos por invariantes denotados por: Teoremas em ação e Conceitos em ação. No que se refere aos Teoremas em ação, são sentenças (proposições) que podem ser verdadeiras ou falsas, isto é, “referem-se a ações pessoais mentais ou reais articuladoras de informações, procedimentos e atitudes, que constituem generalizações lógicas para o sujeito, no seu processo de construção progressiva do conhecimento” (Aguiar & Pedrosa, 2009, p. 393).

Os Conceitos em ação (funções proposições) são elementos pertinentes à resolução de uma dada situação. Assim, são os objetos e relações característicos da situação, que são indispensáveis para a construção dos teoremas em ação. É importante salientar que

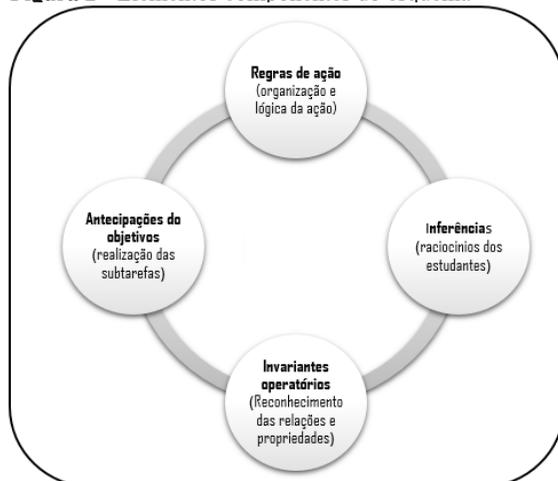
o tipo lógico dos Conceitos em ação é diferente dos tipos lógicos dos Teoremas em ação: estes são funções proposicionais. A relação entre funções proposicionais e proposições é uma relação dialética. Não há proposições sem funções proposicionais e nem funções proposicionais sem proposições. (Vergnaud, 1996, p.164).

São os Teoremas em ação que conduzem os conceitos em ação, resultando em um uma relação inseparável. As interações entre esses dois elementos geram o argumento. Os invariantes operatórios são a base de todo o esquema, pois regulam a sua construção.

Segundo Santana (2010), esses invariantes operatórios, em sua maioria, são implícitos no esquema de ação do estudante, e uma das principais finalidades do processo de ensino é auxiliar o estudante a torná-los explícitos. Dessa forma, poderão ser considerados teoremas e conceitos científicos.

Um esquema pode gerar uma classe de procedimentos distintos, devido à peculiaridade de cada situação. Assim, segundo Vergnaud (1986), um esquema é composto por elementos. Na Figura 2, apresentamos os elementos componentes dos esquemas, sendo os invariantes operatórios, as antecipações do objetivo, as regras de ações e as inferências.

Figura 2 - Elementos componentes do esquema



Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 2 apresenta uma síntese dos elementos que

são componentes de um esquema. Desse modo, temos os “Invariantes operatórios (Conceitos em ação e Teoremas em ação) que pilotam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação e a recolha de informação sobre a situação a tratar”. (Vergnaud, 1996, p.180). O ponto de partida para a elaboração de um esquema é uma situação a ser resolvida e, em busca da solução, o estudante precisa reconhecer os invariantes operatórios necessários para conduzir a sua ação diante de um esquema. Nesse momento, é que irão ser explicitadas as suas competências. O desenvolvimento de um esquema, portanto, depende dos invariantes operatórios que os estudantes aprenderam ao longo da sua trajetória. É o conhecimento implícito que rege todo o esquema de ação.

As antecipações do objetivo a atingir estão diretamente ligadas à noção das subtarefas, que precisam ser desenvolvidas para alcançar o efeito global, ou seja, para concluir a resolução da tarefa como um todo é necessário resolver pequenas tarefas. Logo, um esquema de resolução é composto por etapas a serem resolvidas. Todo esquema tem uma intencionalidade, um resultado final que precisa ser alcançado e, para isso, existe uma ordem de passos a ser seguida, que é determinada pelos 22 sobre a situação a ser tratada. Segundo Vergnaud (1996, p.90)

É necessário, pois, conceder uma grande atenção ao desenvolvimento cognitivo, às suas continuidades, às suas rupturas, às suas passagens obrigatórias, à complexidade relativa das classes dos problemas, dos procedimentos, das representações simbólicas, à análise dos principais erros e principais fracassos.

Analisar a aprendizagem do estudante por meio dos esquemas explicitados leva-nos a considerar não só os acertos apresentados, mas, principalmente, os erros, por meio do quais podemos embasar as intervenções pedagógicas na sala de aula.

2.2 Caminho Metodológico

Este estudo é de abordagem qualitativa de cunho descritivo e interpretativo, pois o método descritivo “tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis” (Gil, 2002, p.42), o método interpretativo requer “[...] habilidades de observação, comparação, contraste e reflexões que todo humano possui” (Erickson, 1986, p.157) fazendo uso da interpretação que privilegie observação e reflexão de maneira sistemática e discutida.

Sem a interferência do pesquisador no que se refere a promover a aprendizagem do conceito de proporção simples, foi feita uma descrição, interpretação e análise dos resultados encontrados no instrumento diagnóstico, com o intuito de compreender as resoluções registrados pelos estudantes do 3º e 5º anos do ensino fundamental I.

O universo do estudo é uma pública, localizada no sul da Bahia. Essa escola foi escolhida por ter uma parceria com o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática Estatística e em

Ciências – GPEMEC em ações anteriores, e por atender aos níveis escolares propostos na pesquisa. Participaram do estudo 12 estudantes, que responderam o instrumento diagnóstico proposto neste estudo, em momentos escolares distintos, a saber: Em 2014, quando estavam cursando o 5º ano; Em 2015, quando estavam cursando o 6º ano, e em 2017, quando estavam cursando o 8º ano. Com a faixa etária entre 13 a 15 anos.

O foco do estudo é o conceito de proporção simples. Analisamos seis situações com níveis de complexidade distintos, como apresentamos no Quadro 1.

Quadro 1 - Situações de proporção simples do instrumento de pesquisa

Situação	Operação esperada para resolução
S1- Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?	Multiplicação
S2 - Um supermercado fez uma promoção: “Leve 4 refrigerantes por apenas 12 reais”. Quanto vai custar cada refrigerante?	Divisão por partição
S3 - A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?	Divisão quotitiva
S4 - Para fazer 3 fantasias, são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. quantas fantasias ela pode fazer?	Multiplicação e divisão
S5 -Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. se ele comprasse 3 caixas de suco, quanto precisaria pagar?	Multiplicação e divisão
S6 - Em uma gincana na escola saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. alex deu 15 voltas correndo na quadra. quantos pontos ele marcou?	Multiplicação e divisão

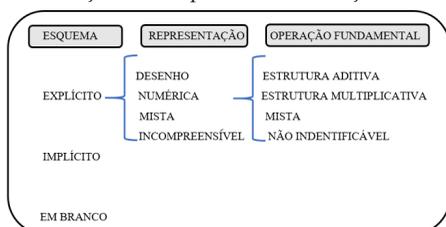
Fonte: Rede E-Mult (2013-2017).

A análise das resoluções e das respostas dadas pelos estudantes pautou-se em dois blocos:

- ✓ O desempenho dos estudantes.
- ✓ Os esquemas de resolução que levaram os estudantes as respostas certas.

Os esquemas de resolução foram classificados conforme três categorias de análise apresentadas na Figura 5. Essas categorias emergiram da análise dos dados, foram nomeadas e definidas com base na teoria dos campos conceituais. A elaboração das categorias ocorreu no âmbito do projeto de pesquisa E-Mult, num consenso entre os pesquisadores.

Figura 3 – Categorias e subcategorias de classificação dos esquemas de resolução



Fonte: Rede E-Mult (2013-2017).

A primeira categoria denominada Esquema, é composta por três subcategorias, a saber: explícito, implícito e em branco. O Quadro 2 apresenta a descrição das subcategorias do Esquema.

Quadro 2 - Descrição das subcategorias da categoria Esquema

Subcategorias do Esquema	Descrição
Explícito	São as ações realizadas pelos estudantes, expressas por meio de um registro, apresentadas na busca da solução da situação.
Implícito	Quando o estudante registra apenas a resposta, sem apresentar o esquema de resolução utilizado.
Em branco	Quando não há nenhum tipo registro no instrumento diagnóstico.

Fonte: material produzido na Rede E-Mult (2013-2017).

As resoluções classificadas como Esquemas explícitos, foram analisadas e classificadas nas subcategorias das categorias Representação e Operação Fundamental, descritas no Quadro 3 e 4 respectivamente.

Quadro 3 - Descrição das subcategorias Representação

Representação	Descrição (Quando o...)
Desenho	Estudante se utiliza de registros do tipo riscos, traços, bolinhas, dentre outros, para representar o procedimento de resolução.
Numérica	Estudante usa apenas números ou símbolos das operações fundamentais.
Mista	Estudante utiliza pelo menos duas das cinco representações (desenho, lista, diagrama, numérica ou língua materna), sendo representações independentes.
Incompreensível	Estudante utiliza uma representação em que não é possível compreender o que foi registrado. O registro pode ser desenho, número ou outros (letras, rabiscos não compreensíveis).

Fonte: material produzido na Rede E-Mult (2013-2017).

Ao analisar as resoluções observando as operações matemáticas utilizadas, essas foram classificadas segundo a Operação Fundamental registrada pelo estudante, seguindo as subcategorias apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4 – Descrição dos tipos da subcategoria Operação Fundamental

Operação Fundamental	Descrição
Estrutura aditiva	São os registros relacionadas as operações de adição ou de subtração, quando o estudante se utiliza das operações ou quando se utiliza das ideias operacionais das mesmas, podendo ter desenhos atrelados aos símbolos matemáticos que representam essas operações.
Estrutura multiplicativa	São os registros relacionadas as operações de multiplicação ou de divisão, quando o estudante se utiliza das operações ou quando se utiliza das ideias operacionais das mesmas, podendo ter desenhos atrelados aos símbolos matemáticos que representam essas operações.

Operação Fundamental	Descrição
Mista	Quando o estudante utiliza registros relacionados a uma das operações de (adição ou subtração) e uma das operações de (Multiplicação ou divisão), ou quando se utiliza das ideias operacionais das mesmas, podendo ter desenhos atrelados aos símbolos matemáticos que representam essas operações.
Não identificável	Quando não se consegue identificar no registro feito pelo estudante a operação utilizada.

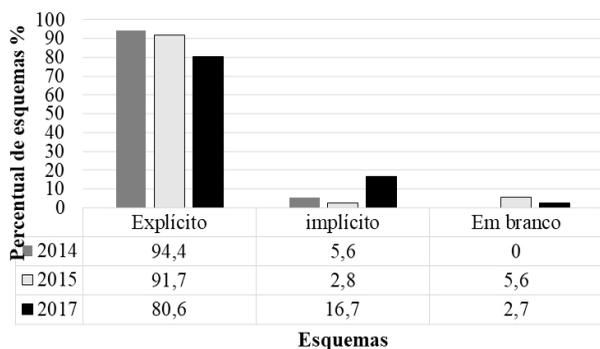
Fonte: material produzido na Rede E-Mult (2013-2017).

As resoluções e respostas registradas pelos estudantes foram analisadas de modo a se responder as questões de pesquisa

2.3 Dialogando com os dados

Para compreendermos, de forma minuciosa e detalhada, as respostas apresentadas por esses estudantes, mostramos, na Figura 4, os tipos de esquemas que eles mobilizaram considerando resoluções que levaram a respostas certas ou erradas.

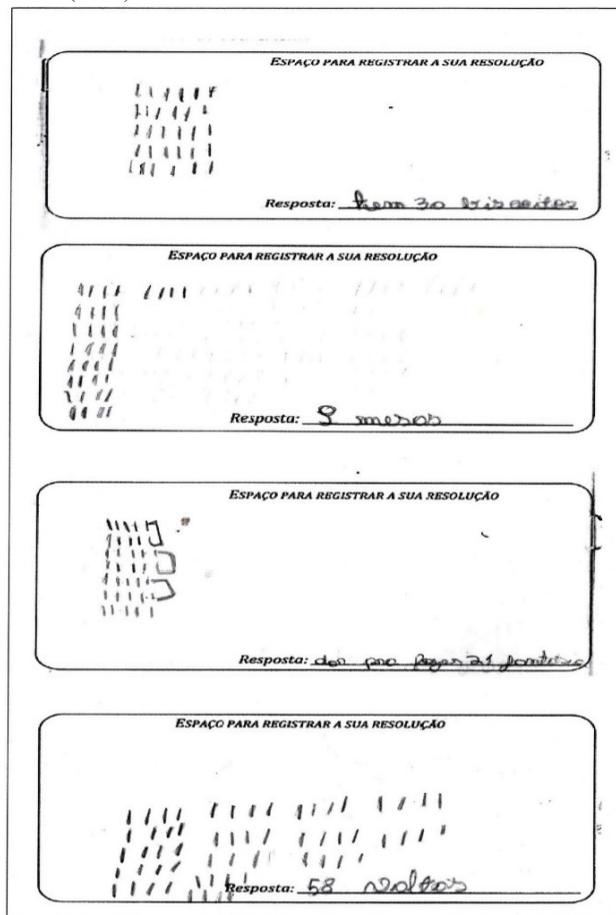
Figura 4 - Esquemas apresentados pelos 12 estudantes em momentos escolares distintos



Fonte: Rede E-Mult (2013-2017).

Conforme a Figura 4, ao longo dos anos escolares, os estudantes, de um modo geral, tendem a explicitar os seus registros ao resolverem as situações de proporção simples, pois o esquema explícito tem quase 100% de frequência durante os anos. A presença do esquema em branco não é algo relevante e ele só apareceu no ano de 2017. O esquema implícito surgiu no ano de 2014 e se intensificou em 2017. Vejamos um exemplo de esquema explícito apresentado pela estudante Maria.

Figura 5 - Esquema de resolução apresentado pela estudante Maria (2014)



Fonte: Rede E-Mult (2013-2017).

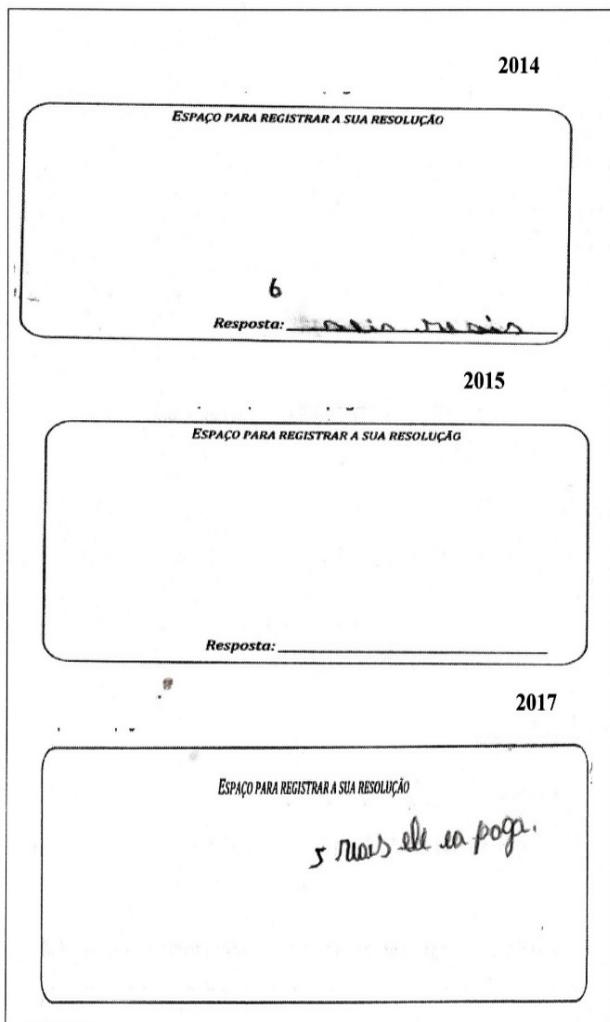
Na Figura 5, vemos o esquema explícito mobilizado pela estudante Maria, sendo que, no ano dessa aplicação, ela estava cursando o 5º ano. Temos quatro situações: duas da classe um para muitos e duas da classe muitos para muitos. Notamos que a conduta de Maria diante das duas classes não variou, ela expressou um mesmo comportamento para ambas as situações, bem como no instrumento por completo. Podemos inferir que ela “dispõe, em seu repertório, num momento dado de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, competências necessárias para o tratamento relativamente imediato da situação.” (Vergnaud, 1996, p.201). Diante das situações, a estudante apresenta características de uma ação automatizada, pois, para essas classes de situações, ela apresenta organização semelhante, embora isso não signifique que não faça isso de forma consciente. No entanto, alcançou o resultado correto das três primeiras situações e não conseguiu acertar a última situação. Isso acontece devido ao fato de ela não ter mantido um elemento essencial para organização invariante dessa resolução, ou seja, ela não empregou a relação de correspondência entre as medidas de naturezas distintas de forma correta.

Nesse caso, fez a correspondência entre o todo (15 voltas) e a quantidade de quatro pontos, e transformou a situação em uma relação de um para muitos. Cada volta correspondia a

quatro pontos, porém, nessa situação de muitos para muitos, não existe a possibilidade de explicitar a relação de uma volta, pois, na situação, só apresenta o valor de três voltas. Ainda podemos considerar a organização posta pela estudante como invariante.

Ao tratarmos de um esquema implícito, não é possível fazer inferências, pois o estudante só registra a resposta, a qual nos impossibilita de entender as razões e os elementos que levaram o estudante a fazer o registro. Vejamos, na Figura 6, o comportamento do estudante Pedro diante da situação da S4: Caio comprou nove caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse três caixas de suco, quanto precisaria pagar?

Figura 6 - Esquema de resolução apresentado pelo estudante Pedro



Fonte: Rede E-Mult (2013-2017).

Na resposta apresentada pelo estudante Pedro na Figura 6, em 2017, percebemos que ele apresentou a resposta correta da situação. No ano de 2014, Pedro também só apresentou a resposta, no entanto, uma solução errada. Em 2016, Pedro deixou em branco essa situação. Podemos concluir que Pedro tinha uma tendência a não explicitar o seu registro. Ao tratarmos de um esquema implícito, não é possível fazer inferências, pois o estudante só registra a resposta, a qual nos impossibilita de entender as razões e os elementos que

levaram o estudante a fazer o registro.

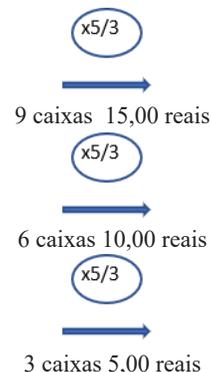
Ao realizarmos a entrevista, mostramos o instrumento respondido por ele. Pedro leu todas as situações em voz alta, antes de explicar a sua resposta. Ao chegarmos à situação 4, questionamos em relação à resposta registrada no ano de 2017:

- P:** E na situação 4, você colocou só a resposta, mas como chegou nessa resposta?
Pedro: Vixe tia...será que lembro? Só a resposta fica difícil de lembrar como fiz.
P: Vamos tentar lembrar juntos?
Pedro: Vamos, vou ler de novo!
P: Certo
Pedro: Ah, é fácil tia!
P: Você consegue me explicar como pensou para responder?
Pedro: Consigo!
P: Então, me explica!
Pedro: Olha, se ele paga em 9 caixas 15 reais, em 6 caixas, ele paga 10 reais e em 3 caixas ele só pode pagar 5,00. Isso é muito fácil. Não tem como ele pagar outro valor.
P: Hum...entendi, Pedro! E por que não escreveu a sua resposta no papel?
Pedro: Oh, tia, eu sei como fazer de cabeça, mas não sei o cálculo certo para colocar aqui.
P: Hum...Entendo, Pedro!

Para alcançar essa resposta correta, ele mobilizou um esquema mental, no qual estabelece alguns conhecimentos implícitos. Ao ser entrevistado, ficou evidente que havia um esquema mental que o levou a registrar a resposta correta. Na fala de Pedro no trecho da entrevista, é possível identificar que, no esquema implícito, ele mobiliza alguns conhecimentos em seu esquema mental, ao estabelecer as relações:

- 9 caixas 15 reais
- 6 caixas 10 reais
- 3 caixas 5,00 reais

Pedro estabeleceu intuitivamente um cálculo relacional e numérico, quando apresenta em sua fala a correspondência um para muitos (conceito em ação), mostrando uma relação proporcional. A cada três caixas, ele estabelece uma relação proporcional a quantidade em dinheiro. Ainda podemos identificar um raciocínio funcional, contudo, o operador funcional que faz passar de três caixas para cinco caixas não fica evidente na fala do estudante, como podemos ver no esquema:



O operador funcional $x \frac{5}{3}$ fica implícito na relação que estabelece, o elemento que permite a transformação das 3 caixas em 5,00 reais é desconhecido para Pedro. Esse conhecimento pode ser expresso por meio do teorema em

ação:

$$f(nx) = nf(x) \text{ n é um inteiro, onde } f(x) = nx$$

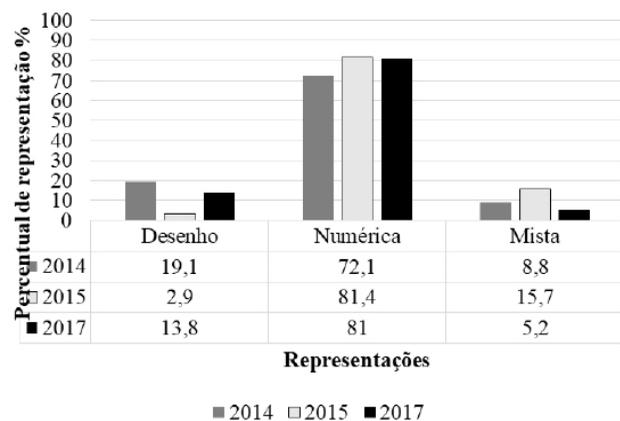
Essa representação é a função linear que fornece o preço representado por $f(x)$ de n caixas a um valor fixo de x reais.

Na fala final desse estudante – “Oh, tia, eu sei fazer de cabeça, mas não sei o cálculo certo para colocar aqui” –, o fato de saber resolver uma situação não garante que ele tenha domínio do conceito. O estudante mostra dificuldade em registrar e identificar a operação que precisa ser realizada, ficando evidenciado que ele não compreende as relações e propriedades envolvidas na sua resolução. É importante que a escola o auxilie a tornar explícitos os teoremas e conceitos em ação, tornando esse saber científico. Vejamos, na próxima seção, uma análise dos tipos de representações que esses estudantes apresentam.

2.3.1 Representações dos estudantes

Nesta seção, focaremos as análises apenas nos esquemas explícitos, dos quais temos 68 em 2014, 70 em 2016 e 58 em 2017. Como podemos observar, ao resolverem as situações de proporção simples, os estudantes, em sua maioria, apresentam explicitamente o registro para resolvê-las, assim, nos propomos a identificar que tipo de registro eles apresentam. Para isso, consideramos as subcategorias de Representação descritas no capítulo anterior: desenho, numérica e mista. Na Figura 7, apresentamos as subcategorias utilizadas pelos estudantes.

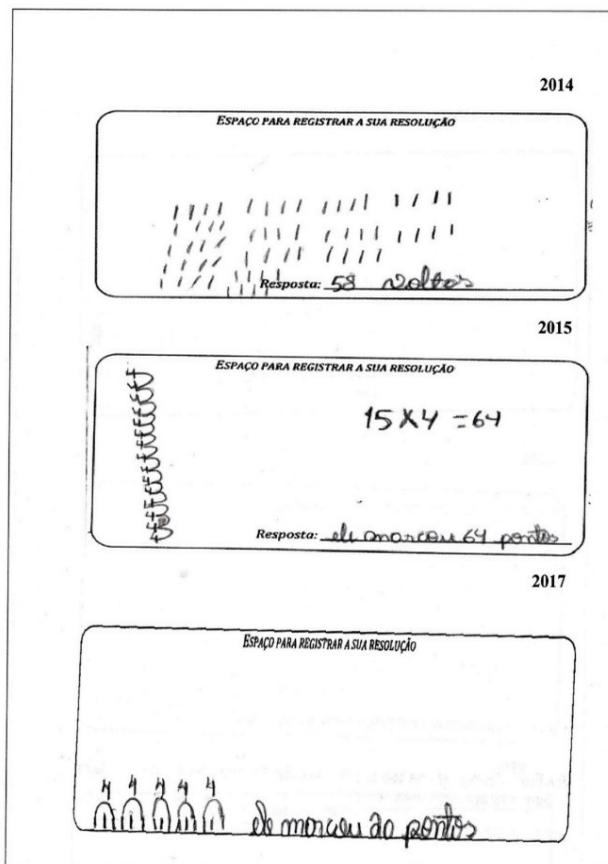
Figura 7 - Representações apresentadas pelos 12 estudantes



Fonte: Dados da rede E-Mult (2013 -2017).

De acordo com a Figura 7, os estudantes tendem a registrar uma representação numérica ao longo dos anos, ou seja, mobilizam algum tipo de algoritmo. As representações desenho e mista não apresentam um quantitativo relevante. No entanto, acreditamos ser relevante apresentar na Figura 8 uma representação mista como podemos

Figura 8 - Esquema apresentado pela estudante Maria



Fonte: Dados da rede E-Mult(2013-2017).

Como podemos observar, no ano de 2014, a estudante utilizou a representação desenho, no entanto, ela não tem sucesso na resposta da situação, já que não considerou que uma volta era equivalente a três pontos. Acreditamos que tenha se confundido na contagem, considerando que uma volta equivalia a 4 pontos. No ano de 2016, ela continuou com o mesmo raciocínio, mas mudou de representação, passando a utilizar somente a representação numérica. No ano de 2017, utilizou a representação mista, então, conseguimos perceber um avanço em relação aos outros esquemas, pois conseguiu alcançar a resposta correta da situação, tornando o esquema efetivo. Podemos identificar filiações dos conhecimentos ao longo dos anos. A estudante muda o tipo de representações, no entanto, a sua organização continua invariante, uma vez que ela sempre organiza o seu esquema de resolução em agrupamentos, sejam eles representados por desenho ou pelo próprio número. Em 2017, ao questioná-la sobre como tinha pensado para resolver a situação, a estudante explicou:

P: Como pensou para responder a essa situação?

Maria: São 15 voltas, né?

P: Isso.

Maria: Primeiro, peguei as 15 voltas e coloquei 15 pauzinhos.

P: Hum!

Maria: Aí, depois, não eram três voltas, né professora?

P: Sim!

Maria: Separei esses 15 pauzinhos de três em três. Aí não sobrou nenhum, deu tudo certinho. Entendeu?

P: Entendi. E depois?

Maria: Coloquei 4 pontos em cada um desses. Aí, juntei de 4 em 4, no final, deu 20 pontos. Está certo, professora?

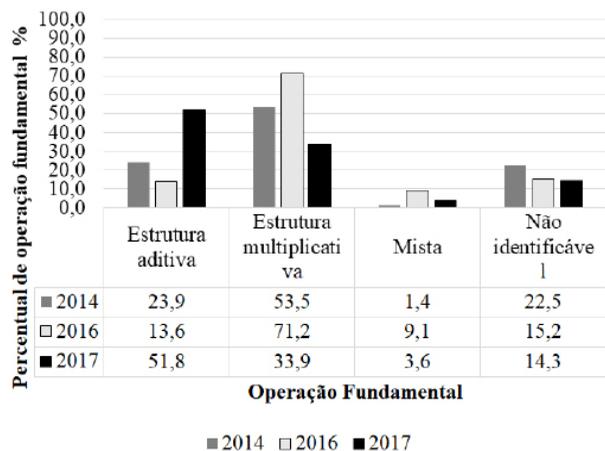
P: Está certo, Maria!

De acordo com a entrevista, na fala de Maria fica evidenciado que, em 2017, conseguiu estabelecer a relação de correspondência um para muitos (pontos/voltas) de forma correta. Podemos dizer que foi aprimorando o seu esquema de ação até conseguir torná-lo eficaz, pois ela não deixou as suas ideias e formas de agir anteriores: “Quando uma criança utiliza um esquema ineficaz para uma certa situação, a experiência do comportamento conduz ora a mudar de esquema, ora a modificar este esquema.” (Vergnaud, 1996, p.202). A partir das experiências adquiridas ao longo dos anos, a estudante conseguiu organizar um esquema eficaz.

2.3.2 Operações fundamentais

Ao identificarmos as representações utilizadas pelos estudantes, buscamos analisar as operações mobilizadas por eles nos esquemas explícitos apresentados, considerando as categorias: Estrutura aditiva, Estrutura multiplicativa, Mista e Não identificável. Vejamos a Figura 9.

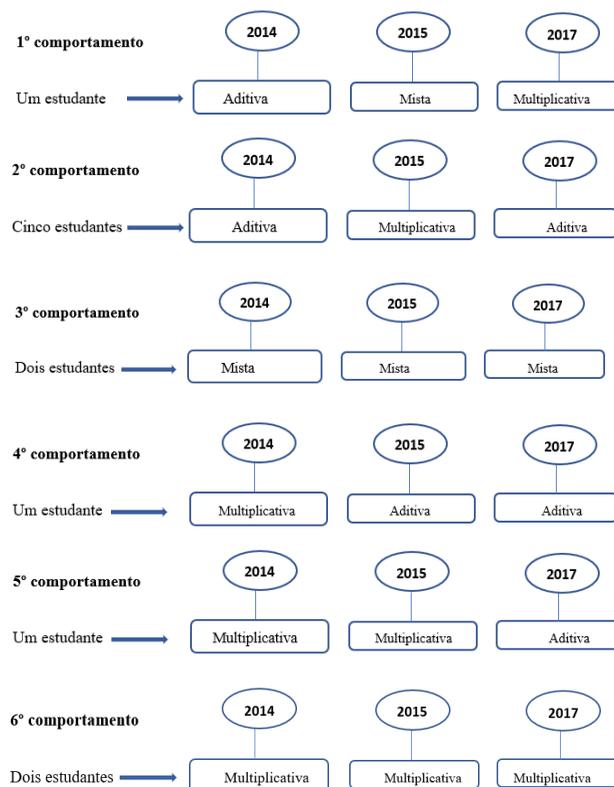
Figura 9 - Operação fundamental apresentada pelos 12 estudantes



Fonte: Dados da Rede E-Mult (2013-2017).

Analisando os dados apresentados no gráfico, identificamos que, no ano de 2014, os estudantes utilizavam com mais frequência as operações da estrutura multiplicativa. No ano de 2016, essas frequências se mantêm. Em 2017, ela é invertida, os estudantes utilizam com mais frequência as operações da estrutura aditiva. Vejamos, na Figura 10, esse comportamento de forma detalhada. Fizemos uma análise, por estudante, da estrutura que foi utilizada em cada ano. Quando eles usavam a estrutura aditiva, era uma adição ou subtração e, para a estrutura multiplicativa, era uma multiplicação ou uma divisão. E a mista eles faziam uma combinação das duas estruturas.

Figura 10 - Comportamento dos 12 estudantes referente à operação utilizada



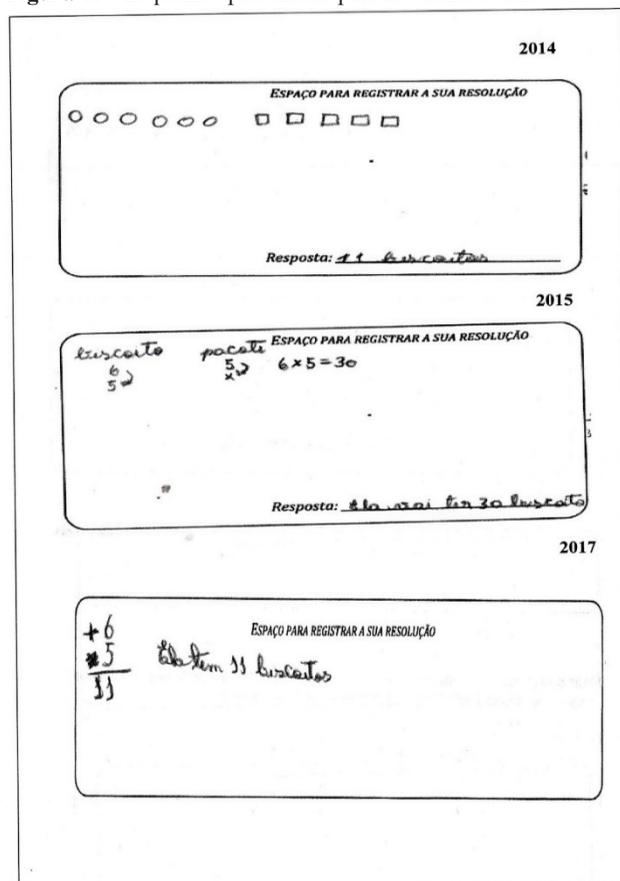
Fonte: dados da Rede E-Mult (2013-2017).

Na Figura 11, notamos que a operação foi mobilizada pelos estudantes ao longo dos anos. O 1º comportamento apresenta um processo de evolução das operações. Em 2014, a estudante usou uma operação de adição, em 2015, ela estava em um processo transição mostrando as filiações entre as duas estruturas. Em 2017, ela consegue apresentar apenas a estrutura multiplicativa. Salientamos que, entre todos, o melhor desempenho apresentado foi o dessa estudante. No 6º comportamento, observamos que dois estudantes apresentam, nos três anos, uma operação da estrutura multiplicativa.

Nos esquemas apresentados pelo estudante João ao longo dos anos, notamos que a organização dos seus esquemas permanece invariante. Ele sempre utiliza um algoritmo para resolver a situação, no entanto, muda a operação a ser utilizada. No ano de 2014, ele não chegou à resposta certa da situação, pois fez uma multiplicação com os valores do enunciado. Em 2016, acertou a situação e utilizou a operação esperada, o algoritmo da divisão. No ano de 2017, acertou a situação, utilizando um algoritmo, mas mudou a ideia proposta, pois fez uma operação inversa à operação esperada.

Nos demais comportamentos, notamos que os estudantes sempre voltam a utilizar a estrutura aditiva, mesmo já tendo utilizado somente a estrutura multiplicativa em anos anteriores. Na Figura 12, temos um exemplo desse tipo de comportamento.

Figura 11 - Esquema apresentado pela estudante Joana



Fonte: dados da Rede E-Mult (2013-2017).

No registro apresentado por Joana, no ano de 2014, ela utilizou a representação desenho e realizou uma adição com os valores propostos na situação. Em 2015, usou a representação numérica e apresentou o algoritmo da multiplicação, ou seja, utilizou a operação esperada para resolver a situação. No ano de 2017, continua utilizando a representação numérica, no entanto, volta à utilização da operação de adição. Na entrevista realizada com a estudante, percebemos que ela apresentava dificuldades em explicitar na linguagem falada como organizou sua resolução.

P: Joana, eu queria que você me explicasse como você pensou para responder a essa situação.

Joana: Ah, sei lá! Eu sei explicar isso não!

P: Você pode ler a questão de novo.

Joana: Posso!

P: E agora, consegue lembrar?

Joana: Eu juntei 5 pacotes com 6 biscoitos.

P: Hum. Qual operação você utilizou?

Joana: Acho que é soma, né?

P: Hum. Entendi!

Na entrevista realizada com a estudante, notamos que ela não demonstra segurança ao ser questionada sobre qual a operação que ela utilizou, além disso, a operação seria adição, e soma, o resultado dessa adição. Algo que não conseguimos compreender é o fato de a estudante voltar a utilizar a operação da adição. No ano de 2015, acreditamos que a justificativa para o registro que ela apresentou pode ser dada pela influência do processo formativo do E-Mult, de que a sua professora estava

participando.

De modo geral, notamos que a maior parte dos 12 estudantes, ao longo dos anos, deixou de utilizar a operação de multiplicação. E o ano de 2015 foi o ano em que mais apareceram as operações da estrutura multiplicativa (divisão ou multiplicação).

3 Conclusão

Ao iniciarmos a trajetória deste artigo, tínhamos a seguinte questão de pesquisa: Quais são os esquemas que estudantes do Ensino Fundamental apresentam ao resolverem situações de proporção simples, em momentos escolares distintos? Ressaltamos que os estudantes são os mesmos ao longo dos anos, assim, foi possível termos um panorama do desenvolvimento dos seus esquemas.

Em todos os anos escolares, a maioria dos estudantes apresentam esquemas explícitos, no entanto, no ano de 2017, cresceu o quantitativo de esquemas implícitos. Isto significa que, ao avançar os anos escolares, os estudantes tendem a apresentar esquemas implícitos, ainda que seja um quantitativo pequeno, isto é, apresentam apenas as respostas.

Ao longo dos anos, a representação que mais prevalece é a numérica. No ano de 2015, o uso do desenho como representação diminuiu, mas, em 2017, aumentou.

A operação fundamental que eles mais utilizaram no ano de 2014 foi a estrutura multiplicativa. E, em 2015, o uso das operações dessa estrutura se intensificou, pois foi o ano em que eles mais mobilizaram as operações de multiplicação e divisão. No ano de 2017, os estudantes tenderam a utilizar mais operações da estrutura aditiva, o que não é um comportamento esperado, uma vez que, outrora, eles utilizavam as estruturas multiplicativas.

Podemos concluir que, no ano em que ocorreu a formação do E-Mult (2015), os efeitos dessa formação alcançaram a sala de aula, pois identificamos nas resoluções dos estudantes esquemas semelhantes aos propostos na formação, tendo sido o ano em que os estudantes mais utilizaram as estruturas multiplicativas. Mas, com o passar dos anos, percebemos que esse efeito não se consolida, pois, no ano em que não tem mais a formação, eles passam a utilizar a estrutura aditiva, que era mais usada em 2014.

A análise dos esquemas dos estudantes permite também destacar certas dificuldades no diz respeito à aquisição do conceito de proporção. Por exemplo, a passagem das relações aditivas às relações multiplicativas. Notamos que os estudantes, ao longo dos anos, permanecem com o esquema de resolução das estruturas aditivas, apesar de, em alguns momentos, terem utilizado a estrutura multiplicativa. Entendemos que a ruptura entre essas duas estruturas não é algo simples, porém, ao lidarem com situações mais complexas e com quantidades maiores, esse esquema pode não ser eficaz.

Ao realizarmos a entrevista, ficou evidenciado que os estudantes sabem, em alguns momentos, como resolver a situação, no entanto, “podem fazer escolhas corretas sem,

contudo, saber que conceito está relacionado àquela ação” (Santana, 2012, p.45). De acordo com esquemas analisados, foi possível perceber que, na maioria das vezes, eles sabem organizar (competências) uma resolução que satisfaça as situações de proporção simples, mas sentem dificuldades em saber dizer (concepções). Conseguem apresentar esquemas eficazes, no entanto, não compreendem as relações envolvidas nos seus próprios esquemas.

Um outro elemento que foi possível conjecturar é que as situações em que os estudantes acertam, apresentam uma organização dos esquemas de resolução invariante, ou seja, quando variam a sua conduta, eles tendem a não acertar a situação proposta.

No que diz respeito à compreensão da proporcionalidade pelos estudantes, constatamos que, dependendo da classe, certas situações são mais complexas que outras. Eles mostram mais dificuldades na classe muitos para muitos. Outro fato é a dificuldade com a transição da estrutura aditiva para a estrutura multiplicativa. E, dentro da estrutura multiplicativa, notamos que a dificuldade dos estudantes se intensifica quando precisam mobilizar a operação de divisão.

Referências

- Aguiar, M.C.A. & Pedrosa, M.I. (2009) Desenvolvimento do conceito de espaço em crianças e a educação infantil. *Psicologia USP*, 20, 389-415.
- Erickson, F.D. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp.119-161). MacMillan.
- Gil, A. (2002). Como elaborar projetos de pesquisa. Atlas.
- Lima, R.R. (2012). Campo multiplicativo: estratégias de resolução de problemas de divisão de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas de Maceió. Maceio: Universidade Federal de Alagoas.
- Santana, E. (2010) Estrutura Aditiva: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Pontificia Universidade Católica de São Paulo.
- Santana, E. (2012). Adição e subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?: Editus.
- Santos, A., Merlini, V., Magina, S., & Santana, E. (2014). A noção de divisão para quem não aprendeu a divisão. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 7, 38-64. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2014v7n2p%25p>
- Sena, C.X.D.S. (2015); Resolução de estudantes frente a problemas de divisão: antes e depois do ensino formal. Universidade Estadual de Santa Cruz.
- Silva, E.A. (2008). Pensamento proporcional e regra de três: estratégias utilizadas por alunos do ensino fundamental na resolução de problemas. Universidade Tuiuti do Paraná.
- Vergnaud. G.A. (1982) Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. *Addition and Subtraction: a cognitive Perspective* (pp.39-59). Lawrence Erlbaum.
- In Brun, J. (1996). A Teoria dos Campos Conceituais. Instituto Piaget.
- Viana, O.A., & Miranda, J.A. (2016). O raciocínio proporcional e as estratégias de resolução de problemas de valor omissivo e de comparação. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 11, 194-213. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n1p194>