

Modelagem Matemática no Viés da Educação Matemática Crítica no Ensino Médio: um Panorama das Pesquisas no Cenário Brasileiro

Mathematical Modeling in the Bias of Critical Mathematics Education in High School: an Overview of Research in the Brazilian Scenario

Aldo Peres Campos e Lopes^{*a}; Anna Luiza Faria Ferreira^a

^aUniversidade Federal de Itajubá. MG. Brasil.

*E-mail: aldolopes@unifei.edu.br

Resumo

Apresentamos um panorama de produções científicas relativas à modelagem matemática que fizeram uso da educação matemática crítica no Ensino Médio. Apesar de não limitarmos um período para a busca, os resultados apresentaram publicações entre os anos de 2007 e 2018. Utilizamos critérios da pesquisa qualitativa e as particularidades de uma pesquisa do tipo estado da arte. A coleta de dados foi realizada no banco de teses e dissertações da Comissão Permanente de Pessoal de Ensino Superior (Capes). Identificamos os objetivos, as perspectivas para a modelagem matemática e para os aspectos críticos desenvolvidos, bem como os resultados apontados. As análises permitiram compreender como a modelagem matemática, sob o olhar da educação matemática crítica, tem sido desenvolvida no território brasileiro. Finalizamos apontando lacunas e possíveis direcionamentos para outras pesquisas relativas a essa temática. Constatamos que há poucas produções fora do eixo formado pelas regiões sul e sudeste e poucas teses, além da predominância de uma abordagem qualitativa. Ademais, a abordagem de aspectos relacionados às competências de modelagem é diminuta, bem como o foco em algumas particularidades críticas, como o desenvolvimento da democracia. Com isso, ainda que a pesquisa brasileira esteja em sintonia com pesquisas internacionais e, em particular, com as da América Latina, há vertentes abertas de investigação para aperfeiçoar essa sintonia.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Educação Matemática Crítica. Ensino Médio.

Abstract

We present an overview of scientific productions related to mathematical modeling that made use of critical mathematics education at the high school level. Although we did not limit a period for our search, the results showed publications between the years 2007 and 2018. We used qualitative research criteria and the particularities of a state-of-the-art research. Data collection was carried out in the bank of theses and dissertations of the Permanent Commission for Higher Education Personnel (Capes). We identified the objectives, the perspectives for the mathematical modeling and for the developed critical aspects, as well as the indicated results. The analyzes allowed us to understand how mathematical modeling under the perspective of critical mathematics education has been developed in Brazil. We conclude by pointing out gaps and possible directions for further research within this theme. We found that there are few productions outside the south-southeast axis and few theses, in addition to the predominance of a qualitative approach. Furthermore, the approach to aspects related to modeling skills is limited, as well as the focus on some critical particularities, such as the development of democracy. As a result, even though Brazilian research is in tune with international research and with that of Latin America, there are open lines of investigation to improve this harmony.

Keywords: *Mathematical Modeling. Critical Mathematics Education. High School.*

1 Introdução

A modelagem matemática (MM) pode ser utilizada como uma estratégia de ensino e aprendizagem. Niss & pode gerar motivação e facilita o aprendizado. Ademais, promove o desenvolvimento de habilidades de competências, tais como o pensamento crítico e a compreensão do papel social exercido pela matemática.

Pesquisas mostram que, discutindo com seus colegas um tema retirado da realidade, estudantes podem ter um entendimento mais profundo e crítico do problema em estudo (Stephan et al., 2021, Lopes, 2023). Assim, sustentamos a utilização da MM no Ensino Médio, por suas características singulares que beneficiam tanto o pensamento quanto a ação reflexiva do educando, desenvolvendo habilidades sociais e

críticas (Klüber & Burak, 2008, Araújo, 2009, Niss & Blum, 2020).

Indo nessa direção de habilidades sociais e críticas, Valero, Andrade-Molina & Montecino (2015) argumentam a favor da educação matemática crítica (EMC). Um dos motivos apresentados pelos autores é que para se dar conta da complexidade envolvida no ensino e aprendizado da matemática, é necessário ir além dos aspectos didáticos e pedagógicos da disciplina, é imprescindível entender sua importância social e política. A crítica na educação matemática leva a um questionamento de “por que” e “como” da matemática, distanciando-se de uma visão idealizada dessa disciplina. Por outro lado, segundo Skovsmose (2022), uma implementação de aspectos da EMC no ambiente escolar pode

ser difícil. Assim, é relevante entender as tentativas nessa direção.

Compreender as possibilidades e as implicações do emprego da modelagem matemática requer diversas abordagens teóricas e metodológicas. Ademais, segundo Schoenfeld (2000, p.648), “as descobertas raramente são definitivas, elas são sugestivas. A evidência não está na ordem de prova, mas é cumulativa”. Essa característica cumulativa das descobertas transmite a ideia da relevância de revisões da literatura, visto que permite a identificação de tendências, fornecendo insights para o desenvolvimento da pesquisa (Pan, 2016). Em relação à prática e a pesquisas envolvendo a MM, Araújo (2019, p.33) reconheceu que “é importante que nossa comunidade se debruce sobre o corpus de pesquisas realizadas para organizá-las e compreender as características das práticas que têm sido legitimadas por essa comunidade”.

No contexto do Ensino Médio, realizamos uma pesquisa do tipo estado da arte. O objetivo foi apresentar um panorama das pesquisas brasileiras que utilizaram ideias da EMC nas práticas de MM e, conseqüentemente, apontar possibilidades para futuras pesquisas.

2 Material e Métodos

A pesquisa se enquadra em revisão sistemática da literatura do tipo estado da arte. Segundo Freitas e Palanch (2015, p. 785), pesquisas sobre o estado da arte apresentam procedimentos específicos quando consideradas como metodologia de pesquisa. Para tanto, recorremos às características descritivas e analíticas, percorrendo o seguinte sistema descrito por Romanowski & Ens (2006, p. 43):

- (1) definição dos descritores (direcionamento das buscas);
- (2) localização dos bancos de pesquisas que proporcionem acesso à coleção dos textos completos dos artigos;
- (3) estabelecimento de critérios para a seleção do material que compõe o corpus do estado da arte;
- (4) coleta de material de pesquisa;
- (5) leitura das publicações;
- (6) organização do relatório do estudo compondo a sistematização das sínteses, identificando as tendências dos temas abordados e as relações indicadas nas teses e dissertações;
- (7) análise e elaboração das conclusões preliminares.

Segundo este caminho, o procedimento metodológico se instaurou na busca por obras publicadas no banco de dados virtual de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), por meio da inserção dos descritores “Educação matemática crítica” AND “Modelagem”, no campo de busca desta plataforma. É importante ressaltar que foi necessária a inclusão das aspas, pois a não utilização delas acarretou o levantamento de trabalhos não relacionados à temática de análise. A busca retornou 716 trabalhos, dos quais muitos ainda não condiziam com o propósito da pesquisa e, por isso, foram aplicados, no campo, “área de avaliação”, os seguintes filtros: dois itens para educação, dois para ensino, outros dois para ensino de ciências e matemática e um último item para a educação de adultos. Por conseguinte, com essa filtragem, 108

trabalhos passaram pelo crivo de seleção.

Neste ponto, seccionamos os trabalhos em três classes, sendo os que se enquadravam no ensino fundamental, os do ensino médio e os que se relacionam ao ensino superior. Dessas três classes, neste artigo retrata-se a análise dos trabalhos que tratam sobre aspectos críticos, encontrada em atividades de modelagem matemática no ensino médio. Do total de 108 encontrados, 31 se enquadraram nos requisitos estabelecidos. Entretanto, apurando com maior cautela, excluímos mais alguns, sendo quatro por impossibilidade de leitura da obra completa, três que versavam sobre a modelagem com vieses de outras ciências, um por se tratar de autor de nacionalidade diferente da que nos propomos a pesquisar, um elencado de forma repetida e um cujo foco de análise é o ensino fundamental. Dessa forma, tratamos de averiguar os 21 trabalhos destacados nas referências.

É preciso esclarecer que esta análise não engloba trabalhos documentais e bibliográficos, ou seja, todas as pesquisas encontradas eram de cunho empírico. Sendo assim, os sujeitos especificados nas produções dos pesquisadores são alunos do ensino médio regular, do ensino médio técnico integrado, do ensino médio da educação do campo e ensino médio da educação de jovens e adultos (EJA).

Com estes critérios estabelecidos, constituindo o corpus do estado da arte, pois, segundo Romanowski e Ens (2006, p.45), “[...] trata-se de estudos convalidados, como teses e dissertações, que são resultados de pesquisas analisadas por bancas”, demos continuidade à compilação dos dados, seguindo para a leitura dos resumos.

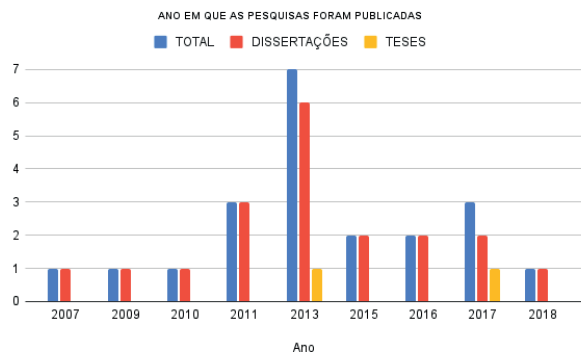
Após esta etapa, realizamos a leitura do material de forma mais aprofundada para uma maior compreensão do que tem sido produzido nas pesquisas envolvendo EMC com MM. Determinamos quatro atributos de análise, estabelecidos previamente, os quais foram: 1) os objetivos de pesquisa, 2) as perspectivas de modelagens empregadas, 3) as tipificações de criticidades adotadas pelos autores, 4) os resultados e as contribuições para o avanço do tema na área. A análise de tais atributos é feita no formato descritivo (Pan, 2016).

3 Resultados e Discussão

Iniciamos a pesquisa com a compilação dos dados gerais em cunho quantitativo para aferirmos alguns pontos sobre o material estudado.

O primeiro parâmetro a se observar é a discrepância entre o número de pesquisas realizadas para dissertações e teses (19 e duas, respectivamente), ao longo dos anos, conforme se observa na Figura 1. Também evidenciamos que, das dissertações, 11 eram provenientes de programas de mestrado profissional.

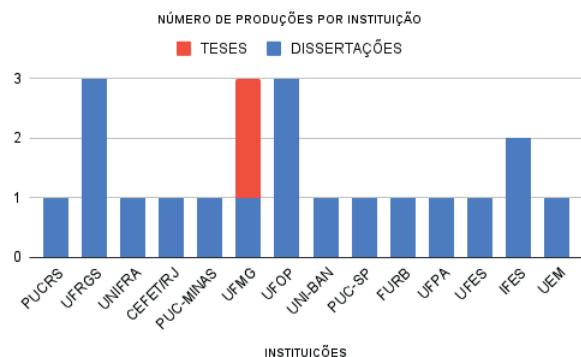
Figura 1 – Número de pesquisas sobre EMC e MM, por ano de publicação



Fonte: dados da pesquisa

Observando os locais de produção, percebemos que predominaram trabalhos originados dos estados de Minas Gerais (33,3%), Rio Grande do Sul (23,8%) e Espírito Santo (14,3%). No estado de Minas Gerais, a Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), de caráter público, surgiu com três produções (duas teses e uma dissertação), a Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) também apresentou três produções de dissertações e a Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG), instituição privada, com uma dissertação. Já no estado do Rio Grande do Sul, a Universidade do Rio Grande do Sul (UFRGS), instituição pública, produziu três dissertações, a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS), instituição privada, uma dissertação e o Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), também privada, uma dissertação. No estado do Espírito Santo, a Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) contribuiu com uma dissertação e o Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), com duas. As demais instituições apresentaram apenas uma obra, conforme indicado na Figura 1.

Figura 2 – Número de publicações por instituição de ensino



Fonte: dados da pesquisa

Voltando o olhar para os orientadores dos autores das produções analisadas, evidenciamos que a professora doutora Marilaine de Fraga Sant’Ana, atualmente professora adjunta da UFRGS e a professora Jussara de Loiola Araújo, professora titular do Departamento de Matemática da UFMG e atuante no programa de pós-graduação em Educação da

mesma universidade, foram as que despontaram com os maiores números de orientações, sendo a primeira com três orientações de dissertações (Civiero, 2009; Melendez, 2013; Marquez, 2017) e a segunda, com uma orientação de dissertação (Rocha, 2015) e duas orientações de teses (Freitas, 2013; Melillo, 2017).

Dos 21 trabalhos analisados, as obras de Civiero (2009), Melo (2010), Silva (2011), Gerardini (2011), Brucki (2011), Freitas (2013), Feyh (2013), Goerch (2013), Ferreira (2013), Resende (2013), Sodré (2013), Tessaro (2015), Rocha (2015), Galvani (2016), Littig (2016), Melillo (2017), Olário (2017) e Marquez (2017), num total de 18, tratam-se expressamente de abordagens metodológicas de cunho qualitativo. Já a obra de Soares (2018) declara utilizar metodologia “QUAL+QUAN”, qualitativa e quantitativa, simultaneamente. A obra de Silva (2007) faz uso da abordagem qualitativa compreensiva e Melendez (2013) não deixa explícita a abordagem adotada, porém, após uma leitura do capítulo dedicado à metodologia, entendemos que se trata de uma abordagem qualitativa.

Foi possível constatar que os sujeitos envolvidos nas pesquisas selecionadas abrangiam alunos do ensino médio. Os trabalhos de Silva (2007), Civiero (2009), Melo (2010), Bruck (2011), Sodré (2013), Tessaro (2015), Rocha (2015) e Olário (2017) relacionam-se ao 1º ano do ensino regular e os trabalhos de Ferreira (2013), Melendez (2013) e Melillo (2017), ao 1º ano do técnico integrado. Os sujeitos das pesquisas de Silva (2011) e Littig (2016) eram alunos do 2º ano do ensino regular, enquanto os de Goerch (2013), do 2º ano do ensino técnico integrado. Por outro lado, a pesquisa de Soares (2018) envolveu estudantes do 2º ano do EJA. Relativos ao 3º ano do ensino regular, tivemos as pesquisas de Resende (2013), Galvani (2016), Marquez (2017) e, ao 3º ano do ensino técnico integrado, a obra de Freitas (2013). Já relacionado ao 3º ano do EJA, encontramos o trabalho de Gerardini (2011), enquanto Feyh (2013) trabalhou com sujeitos do 2º e do 3º ano da educação do campo. Uma lacuna encontrada, verificada sobre esse panorama inicial, foi a baixa demanda de trabalhos com sujeitos de pesquisa pertencentes ao ensino de adultos.

Antes de enquadrar as dissertações e teses analisadas nos atributos em análise e nas respectivas categorias, ressaltamos a existência de trabalhos que se valeram de uma categoria ou mais para a construção de seu referencial teórico, por consequência enquadrando-se em mais de um item de nossa categorização. Ademais, indicamos ao lado de cada categoria criada uma soma de números que corresponde à quantidade de trabalhos enquadrados somente na categoria indicada e os que apresentaram interseção com as demais.

3.1 Objetivos almejados nas pesquisas analisadas

O cerne das pesquisas selecionadas consiste em dois pontos: o uso da MM como uma ferramenta metodológica para a investigação de aspectos críticos (como a autonomia) e a investigação do auxílio da MM para a aprendizagem da

matemática em sala de aula. Para uma melhor compreensão, realizamos a leitura das seções de introdução, referencial teórico e condução da atividade realizada, tendo sido notado que os autores implementaram a atividade de MM não como objeto de estudo, mas para a análise de outros aspectos. Os objetivos desses trabalhos podem ser agrupados¹ do seguinte modo:

- a) investigar como a MM fomenta o pensamento crítico/ autonomia do aluno ($3+5+1+3=12$);
- b) estudar como a MM sedimenta o conhecimento frente à matemática escolar ($3+5+4+3=15$);
- c) pesquisar o desenvolvimento da criticidade do aluno por meio da atividade de modelagem em sintonia com a tecnologia ($1+4+1+3=9$).

Os trabalhos que se enquadraram no primeiro grupo foram os de Gerardini (2011), Resende (2013) e Littig (2016). Sobre o segundo grupo, apontamos as produções de Brucki (2011), Feyh (2013) e Soares (2018) e, para o terceiro grupo, o trabalho de Olário (2017).

Alguns trabalhos enquadraram-se tanto no primeiro quanto no segundo agrupamento, que foi o caso das produções de Silva (2007), Melendez (2013), Sodré (2013), Tessaro (2015) e Melillo (2017). Os trabalhos cujos objetivos puderam ser enquadrados no segundo e no terceiro grupo, simultaneamente, foram os de Civiero (2009), Silva (2011), Goerch (2013) e Marquez (2017). A pesquisa de Galvani (2016), por sua vez, se enquadra no primeiro e no terceiro grupo, enquanto as de Freitas (2013), Ferreira (2013) e Rocha (2015) se enquadraram em todos os agrupamentos.

Cabem aqui algumas observações sobre as categorizações dos trabalhos analisados. Apesar da inserção de Resende (2013) na primeira categoria, esta produção apresenta características que transcendem essa delimitação, pois o autor propôs-se a desenvolver a criticidade e não somente apresentá-la. Outra ressalva importante é que Melillo (2017), além de se enquadrar nos moldes do primeiro e do segundo grupo, ainda analisou a dualidade destes objetivos no âmbito da educação profissionalizante.

Conforme apontam algumas revisões internacionais, o objetivo das pesquisas brasileiras está em sintonia com o que é produzido em âmbito mundial (Schukajlow et al., 2018). Além disso, Bakker, Cai e Zenger (2021) salientaram que há necessidade de mais pesquisas que projetem e avaliem várias abordagens de ensino, como a modelagem matemática, e acrescentaram a relevância de abordar questões relativas à educação matemática crítica para o desenvolvimento do pensamento crítico do estudante. Porém, alguns aspectos carecem de atenção, como os métodos de avaliação em atividades de MM e o desenvolvimento de competências e subcompetências de modelar. Esse último aspecto foi apontado por Cevikbas, Kaiser e Schukajlow (2022), que notaram a escassez de trabalhos que objetivem a investigação

de competências de modelar no território brasileiro. A razão pode estar relacionada ao fato de que tem se colocado a MM em uma perspectiva sociocultural, na qual as competências de modelar têm um papel menos destacado. Além disso, outras futuras pesquisas podem abordar questões relativas à cognição e metacognição, conforme frisado por Stillman (2019).

3.2 Perspectivas de MM adotadas nos trabalhos analisados

Em todas as pesquisas analisadas para este trabalho o enfoque dos estudos estava nos impactos, na aprendizagem, da utilização da MM. Em algumas delas, a MM foi empregada como forma de sustentação da parte empírica das produções e, em sua maioria, outra teoria é utilizada para uma melhor compreensão do objeto de estudo, conforme explicamos mais adiante.

Segundo Klüber e Burak (2008), conseguimos afirmar a existência de diferenças entre as perspectivas/concepções de MM na conjuntura nacional. Todavia, o intuito deste artigo não é esclarecer todas as nuances sobre o conteúdo, portanto, iremos apenas mencioná-las laconicamente. Para tanto, decidimos utilizar a mesma estratégia de agrupamentos contida no artigo Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas, de Klüber e Burak (2008), autores que desenvolveram um sistema enumerado das principais concepções de MM. A exemplo do artigo citado, analisamos os referenciais teóricos e os desenvolvimentos das atividades de MM dos trabalhos já listados, para encontrar as perspectivas de MM utilizadas e enquadrá-los em categorias, sendo elas as seguintes:

- a) MM na perspectiva sociocrítica ($15+2+1=18$).
- b) MM como ambiente de aprendizagem (com finalidade de investigação) ($1+2+1=4$).
- c) MM como estratégia de ensino e aprendizagem ($2+1=3$).

Foi possível perceber que essas perspectivas adotadas estão em harmonia com a produção internacional de trabalhos em MM (Abassian et al., 2021). A perspectiva sociocrítica tem como foco a crítica aos parâmetros escolhidos e utilizados para a construção do modelo, discussão das implicações sociais e implementação do que foi produzido (Abassian et al., 2021). Na segunda categoria, MM como ambiente de aprendizagem com finalidade de investigação, incluímos os trabalhos que utilizaram a MM com o objetivo de investigar aptidões dos alunos e particularidades da aprendizagem. Nesses trabalhos foram investigados o desenvolvimento do conhecimento reflexivo, a demonstração de características críticas, a construção do conhecimento de forma significativa e a ressignificação da matemática escolar. Além disso, Civiero (2009), Melo (2010), Freitas (2013), Resende (2013), Melendez (2013), Rocha (2015), Littig (2016), Olário (2017) e Marquez (2017) utilizaram a MM como um cenário para investigação, conceito introduzido por Ole Skovsmose

1 A soma de números que aparecem nos agrupamentos se refere à quantidade de trabalhos que se encaixam somente num determinado agrupamento acrescido daqueles que se encaixam em dois (ou mais) grupos simultaneamente.

(2001). Ademais, outros autores utilizaram a MM como uma estratégia de ensino e aprendizagem. Esses trabalhos se fundamentaram, principalmente, nas ideias de Rodney Carlos Bassanezi, que propõe uma modelagem com fins educacionais na construção de um modelo que se refere a um conjunto de símbolos e relações matemáticas, no intuito de traduzir um fenômeno da realidade.

Na primeira categoria situaram-se os trabalhos de Silva (2007), Melo (2010), Gerardini (2011), Brucki (2011), Ferreira (2013), Melendez (2013), Sodré (2013), Tessaro (2015), Rocha (2015), Galvani (2016), Littig (2016), Melillo (2017), Olário (2017), Marquez (2017) e Soares (2018), os quais se valeram dos autores Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut, Gabriele Kaiser, Milton Rosa e Daniel Orey, alegando a compreensão da MM destes autores como propulsora de questionamentos sobre a realidade em que o aluno está inserido, tendo como fio condutor a matemática. Na segunda categoria incluímos o trabalho de Feyh (2013) e, na terceira, os trabalhos de Goerch (2013) e Resende (2013). Alguns incluímos nas categorias a e b, que são os trabalhos de Silva (2011) e Freitas (2013) e, por fim, a dissertação de Civiero (2009), nas três categorias.

É importante ressaltar que a obra de Sodré (2013), enquadrada nos moldes da categoria a, ainda demonstra influência do matemático Pierre-François Burgermeister, que privilegia os aspectos da MM crítica, dando ênfase a diferentes modelos matemáticos de forma simultânea no estudo de uma mesma situação.

A prevalência de trabalhos que adotaram a perspectiva sociocrítica para a modelagem no cenário nacional está em harmonia com a constatação de uma revisão da literatura feita na América Latina (Rojas et al., 2018), além de ser uma concepção adotada internacionalmente (Abassian et al., 2020).

3.3 Perspectivas de criticidades adotadas nos trabalhos analisados

Nesta etapa da pesquisa tratamos das linhas de pensamentos que versam sobre a criticidade dos trabalhos estudados. Ressaltamos, novamente, que o objetivo, nesta pesquisa, não foi detalhar as perspectivas existentes para o pensamento críticos e cada característica da EMC. Desse modo, elas são mencionadas apenas ao apontar qual ou quais perspectivas foram abordadas nas dissertações e teses analisadas. Por conseguinte, obtivemos as seguintes vertentes:

- a) aspectos da educação matemática crítica ($8+2+2=12$);
- b) autonomia do aluno ($1+2=3$);
- c) vínculo do pensamento crítico ao processo de ensino-aprendizagem ($1+2=3$);
- d) filosóficas (1);
- e) não tem perspectiva teórica para criticidade (6).

No item a enquadraramos os trabalhos de Civiero (2009), Melo (2010), Freitas (2010), Ferreira (2013), Resende (2013), Melendez (2013), Sodré (2013), Tessaro (2015), Rocha (2015), Littig (2016), Melillo (2017) e Olário (2017), totalizando 12

pesquisas. Alguns conceitos da EMC foram considerados por tais autores. Mais especificadamente, Littig (2016), para investigar aspectos sociais, utilizou, adicionalmente, a teoria sociocultural de Vygotsky. Melo (2010), Freitas (2010), Resende (2013) e Sodré (2013) debateram sobre a ideologia da certeza. Apenas Resende (2013) focou em aspectos democráticos. Por outro lado, Rocha (2015), Melillo (2017) e Olário (2017) utilizaram o conceito de background, que envolve a história de vida da pessoa, levando em consideração as suas raízes sociopolíticas e culturais (Campos & Araújo, 2015). Adicionalmente, Rocha (2015) e Melillo fizeram uso do conceito de foreground, que se refere ao futuro ou em como um indivíduo vislumbra o futuro tendo em vista um contexto sociopolítico particular (Campos & Araújo, 2015). Porém, Melillo (2017) fez uso desses conceitos apenas na parte analítica, sem apresentá-los na perspectiva teórica.

No item b, consideramos os trabalhos de Freitas (2013), Resende (2013) e Galvani (2016), pois versam sobre ideias de Ole Skovsmose e Paulo Freire, respectivamente, ao abordarem as obras Educação para a democracia e Pedagogia da Autonomia. No item c, adicionamos os trabalhos que se embasaram nas perspectivas da Educação Matemática Realista, de Hans Freudenthal e Representação, apropriação e prática, estimulada por Roger Chartier (Goerch, 2013; Tessaro, 2013). No item d, incluímos as obras que utilizaram a Teoria de Aprendizagem, de David Ausubel e a Teoria da Transposição Didática, de Yves Chevallard (Civiero, 2009; Brucki, 2011). Já o item e englobou as obras de Silva (2007), Silva (2011), Gerardini (2011), Feyh (2013), Marquez (2017) e Soares (2018), pois não apresentam aspectos teóricos a respeito de criticidade, mas a analisam, no decorrer do trabalho, tendo em vista que algumas concepções de MM apresentam uma noção de criticidade intrínseca, como a sociocrítica.

Alguns dos trabalhos se encaixaram em mais de uma categoria, como foi o caso de Freitas (2013) e Resende (2013), que se enquadraram nas categorias a e b, enquanto Civiero (2009) e Tessaro (2015) se inseriram nas categorias a e d.

Alguns dos trabalhos que se enquadraram na última categoria, e, fizeram uso de algumas ideias críticas contidas na concepção sociocrítica de MM. Apesar de particularidades relacionadas à EMC terem sido destacadas por vários trabalhos, poucos autores deram atenção a teorizar, e investigar, mais especificadamente, o pensamento crítico e a consciência crítica, aspectos importantes e centrais da EMC (Skovsmose, 2001, 2022; Stephan et al., 2021).

3.4 Resultados apontados nas pesquisas analisadas

Nesta seção evidenciamos os resultados obtidos na análise dos trabalhos selecionados por meio da confluência de suas conclusões, tanto para a modelagem matemática quanto para as perspectivas de criticidade. É importante ressaltar que todas as pesquisas analisadas argumentam sobre dificuldades e potencialidades da modelagem matemática como estratégia

de ensino.

Para melhor compreensão dos resultados obtidos pelos autores, após a leitura das considerações finais, elaboramos dois novos agrupamentos, um sobre as potencialidades da modelagem matemática e outro para criticidade alcançada (mediante a ferramenta da modelagem ou não).

Potencialidades da MM

- a. propicia o conhecimento profundo do aluno ($2+1+1+2+1+3=10$).
- b. maior motivação para o processo de ensino-aprendizagem da matéria ($1+1+1+2+3=8$).
- c. melhora do relacionamento aluno-professor ($1+2+1+3=7$).
- d. desenvolvimento de habilidades investigativas dos alunos ($1+1+2+3=7$).
- e. facilita o desenvolvimento da criticidade ($2+1+1+1+2+2+1+3=13$).
- f. provoca mudanças comportamentais benéficas (alunos ativos) ($1+1+2+1+3=8$).

Cinco trabalhos apontam apenas uma potencialidade para a utilização da MM, sendo os de Rocha (2015) e Olário (2017), enquadrados na primeira categoria, além de Melendez (2013), na segunda categoria e Gerardini (2011) e Melillo (2017), na quinta categoria. Todos os outros trabalhos citam duas ou mais potencialidades para o uso da MM na prática escolar no Ensino Médio, tendo sido distribuídos da seguinte maneira: Sodré (2013) pertence às categorias c e d; Littig (2016) às categorias b e e, e Marquez (2017) às categorias e e f. Já entre os que descrevem três potencialidades para o uso da MM, temos Melo (2010), nas categorias a, e e f; Silva (2011), nas categorias a, b e d; Freitas (2013), nas categorias c, d e e, e Galvani (2016) nas categorias c, d e e.

Alguns autores apontaram quatro potencialidades, sendo Brucki (2011), inserido nas categorias a, b, e e f; Feyh (2013), nas categorias a, b, e e f; Ferreira (2013), nas categorias a, d, e e f; Resende (2013), nas categorias a, d, e e f; Tessaro (2015), nas categorias a, b, e e f, e Soares (2018), nas categorias a, c, e e f. Por fim, Silva (2007), Civiero (2009) e Goerch (2013) se enquadraram em todas as categorias.

Dessa forma, podemos aferir que as principais potencialidades para o uso da MM no cotidiano estudantil nas séries do ensino médio são auxílio no desenvolvimento da criticidade, motivação do estudante, despertar de mudanças comportamentais benéficas e promoção do conhecimento profundo do aluno. Esses benefícios já são bem sedimentados na literatura (Klüber & Burak, 2008; Schukajlow et al., 2018; Stillman, 2019; Niss & Blum, 2020).

Embora Silva (2007), Silva (2011), Gerardini (2011), Feyh (2013), Marquez (2017) e Soares (2018) não tenham utilizado perspectivas críticas no referencial teórico, seus trabalhos apontaram resultados relativos à criticidade na utilização da MM. Dessa forma, os elencamos em potencialidades da MM, conforme já descrito. Já para o agrupamento das potencialidades evidenciadas nos demais trabalhos a respeito

da criticidade, temos o seguinte:

- a) promove uma postura crítica dos alunos ($1+4+1+2+3=11$);
- b) proporciona competências democráticas e emancipadoras ($4+2+3=11$);
- c) auxilia no processo ensino-aprendizagem ($3+2+3=8$);
- d) torna os alunos mais reflexivos ($1+1+3=5$);
- e) obras que não concluíram a respeito de criticidade (6).

Goerch (2013), Melendez (2013) e Rocha (2015) se enquadraram na categoria c, ou seja, concluíram que a utilização da MM numa perspectiva social pode auxiliar no processo de aprendizagem. A produção de Tessaro (2015) foi inserida na categoria a e a de Melillo (2017), na categoria d. Os trabalhos de Freitas (2013), Sodré (2013), Littig (2016) e Olário (2017) se enquadraram, simultaneamente, nas categorias a e b, enquanto o de Bruck (2011) se enquadrou nas categorias a e d. Por outro lado, Resende (2013) e Galvani (2016) se encaixaram nas categorias a, b e c. Já as obras de Civiero (2009), Melo (2010), Ferreira (2013) enquadraram-se em todas as categorias (exceto a última). Por fim, as obras de Silva (2007), Silva (2011), Gerardini (2011), Feyh (2013), Marquez (2017), Soares (2018) se situaram na categoria e.

Tais constatações positivas para o desenvolvimento de um estudante crítico já são conhecidas (Klüber & Burak, 2008; Abassian et al., 2020; Niss & Blum, 2020). Porém, assim como constatamos na observação dos objetivos das pesquisas analisadas, há uma escassez de resultados para o aprimoramento do pensamento crítico e da consciência crítica, entre outros aspectos relevantes da educação matemática crítica. Ademais, poucos autores analisaram questões relacionadas com a democracia. Em futuros estudos poder-se-ia averiguar, por exemplo, por meio de uma avaliação antes e depois das atividades de MM, o desenvolvimento de tais aspectos, bem como da reflexão crítica, aprofundando o entendimento da relevância da modelagem para essa evolução (e não apenas mencionar brevemente uma conclusão nessa direção).

Apesar das potencialidades destacadas, muitos pontos negativos também foram abordados para o uso da MM e de aspectos críticos. Dentre os aspectos evidenciados, percebemos a necessidade da criação de um novo agrupamento para sistematizar os pontos negativos de forma mais clara. Para tanto, em relação ao emprego da MM, elencamos os seguintes empecilhos:

- a) relativos ao itinerário curricular ($3+1+1+1+1=7$);
- b) postura do educando frente ao ambiente de modelagem ($1+2+1+2=6$);
- c) postura do educador frente ao ambiente de modelagem ($1+2+1+1+1=6$);
- d) imprevisibilidade do ambiente de MM ($3+1=4$);
- e) diretrizes da escola (1);
- f) aspectos de ensino-aprendizagem ($1+2+1+1=5$);
- g) não aborda aspectos negativos (4).

No item a agruparam-se as obras de Bruck (2011),

Melendez (2013) e Tessaro (2015); no item b, Marquez (2017) e no item c, Rocha (2015). Identificadas com o item d, apontamos as obras de Ferreira (2013), Melillo (2017) e Olário (2017). No item f incluímos o trabalho de Silva (2011) e no item g, as pesquisas de Goerch (2013), Resende (2013), Sodré (2013) e Galvani (2016). A obra de Silva (2007) se enquadra nos grupos b e c; a de Civiero (2009), nos grupos a, b e c, e a de Melo (2010), nos grupos a, b, c, d e e. As obras de Gerardini (2011) e Freitas (2013) podem ser inseridas nos itens b e f, e a de Feyh (2013) nos itens c e f. Por fim, Littig (2016) foi enquadrado nos itens a e c e Soares (2018) nos itens a e f.

Observamos, portanto, que alguns desses autores constataram que a implementação da MM pode ser dificultosa para o estudante, o professor e o currículo, particularidades já apontadas por outros autores (Abassian et al., 2020; Niss & Blum, 2020). Percebemos, portanto, a necessidade de mais pesquisas que foquem especificamente na implementação da MM, o que pode envolver a formação de professores, o currículo escolar e a equipe gestora.

No que tange aos aspectos negativos encontrados sobre a criticidade, pelas divergências apresentadas, não criamos categorias. Mas, ficou evidente que Silva (2007) notou que há obstáculos para modificar a postura tradicional passiva dos estudantes e, similarmente, Rocha (2015) notou uma insistência, por parte de alguns estudantes, para continuarem num ambiente pautado pelo paradigma do exercício. Já a dificuldade encontrada por Marquez (2018) foi conciliar o tempo de uma aula com o movimento para incitar a curiosidade nos alunos em direção ao pensamento crítico. Da mesma maneira, Sodré (2013) mencionou que há dificuldades em promover uma postura crítica e auxiliar na construção do conhecimento estabelecido pelo currículo. Civiero (2009) sentiu necessidade de subsídios para contrapor o paradigma do exercício e estimular o conhecimento reflexivo. Além disso, essa autora reconheceu que é necessário preparo para assumir e promover uma postura democrática, o que envolve lidar com as limitações dos alunos. Por fim, Gerardini (2011) notou uma preocupação constante dos alunos para darem uma resposta correta aos questionamentos e a exigência de maiores esforços para romper com o sistema tradicional de ensino. Silva (2007), Gerardini (2011) e Marquez (2017) não tinham a intenção da contemplação teórica de aspectos críticos a priori, mas relataram as adversidades citadas no decorrer de seus trabalhos.

No que se refere a recomendações para trabalhos futuros, Silva (2011), Freitas (2013), Feyh (2013), Melendez (2013) e Rocha (2015) expressaram sugestões de mais pesquisas sobre a temática abordada, porém, não foi encontrada uma demanda por questões específicas.

4 Conclusão

A elaboração deste artigo teve o propósito de promover um exame do estado da arte, no campo da Educação

Matemática, no que se refere ao uso da MM com ideias da EMC. O estudo foi delimitado por teses e dissertações brasileiras que investigaram o Ensino Médio e, por meio dos critérios de exclusão, chegamos a um total de 21 trabalhos para serem analisados. A partir da análise inicial dos dados, constatamos que há poucas pesquisas sendo realizadas fora do eixo formado pelas regiões sul e sudeste (apenas 4,8% das produções). Além disso, encontramos uma quantidade significativamente maior de produções de mestrado (90%) do que de doutorado e a predominância dos trabalhos no estado de Minas Gerais (33,3%), estado este único produtor de teses sobre a temática. Além disso, encontramos uma quantidade pequena de trabalhos envolvendo o ensino de adultos (10%), sendo, portanto, outra lacuna a ser abordada por futuras pesquisas.^[15] Em relação às perspectivas da MM, evidenciamos sua maior aplicação sobre o viés sociocrítico (62%), o que vai ao encontro do que Araújo (2009) indica ser a perspectiva que mais se ajusta aos enlances da EMC, tendo o propósito pedagógico de promover uma compreensão crítica do mundo. Essa predominância em território nacional se harmoniza com o cenário da América Latina (Rojas et al., 2018) e do mundo (Abassian et al., 2020). Tanto os pontos positivos quanto os negativos referentes à implementação da MM em sala de aula foram abordados em estudos anteriores (Abassian et al., 2020; Niss & Blum, 2020).

Os principais aspectos favoráveis à MM têm sido o auxílio para a motivação do estudante, a promoção de mudanças comportamentais benéficas e o aprofundamento do conteúdo matemático abordado. Por outro lado, os empecilhos se relacionam com a adequação de uma atividade que demanda tempo para as exigências curriculares, e uma postura inicial de resistência, tanto por parte do professor como do aluno. Porém, ainda se fazem necessários mais estudos que abordem outros aspectos, como a avaliação em atividades de MM, questões relativas ao currículo e o desenvolvimento de aspectos cognitivos e metacognitivos, além de outras abordagens para além da qualitativa. Adicionalmente, em futuras pesquisas pode-se analisar o desenvolvimento de competências e subcompetências de modelar (Stillman, 2019; Cevikbas et al., 2022). Ademais, não existe, nesses 21 trabalhos, a intenção de verificar os impactos posteriores da aplicação da Modelagem Matemática. Desse modo, finalizando os apontamentos sobre a MM, diagnosticamos uma lacuna em estudos longitudinais sobre a eficácia da utilização da MM como agente formador do conhecimento escolar (Bakker et al., 2021; Schukajlow et al., 2018).

Em relação às particularidades da EMC, alguns dos autores objetivaram investigar aspectos críticos, como a autonomia do estudante e a reflexão crítica. Porém, notamos uma carência teórica nessa direção. Apesar de a mudança comportamental do aluno ser um dos pontos fortes a favor da implementação de uma modelagem no viés da EMC, este argumento também é considerado o maior desafio encontrado na sala de aula, pois muitos relatam dificuldades em desvencilhar os alunos

da cultura do ensino tradicional, em que os sujeitos se encontram na zona de conforto da passividade e o paradigma do exercício é uma constante. Assim, em outros estudos podem-se averiguar maneiras efetivas de facilitar essa transição de uma sala de aula tradicional para uma em que haja não somente uma atividade de MM como uma aplicação prática do conteúdo aprendido, mas também que incentive uma postura crítica. Neste quesito, encontramos a lacuna de estudos também longitudinais que versem sobre a mudança do posicionamento do aluno como agente ativo do seu processo de ensino e aprendizagem de forma duradoura (Bakker et al., 2021). Adicionalmente, apenas um autor investigou aspectos relacionados a questões democráticas, uma lacuna já apontada por Skovsmose (2022).

Esperamos que a finalização de nossa pesquisa possa incitar o início de outras em prol do desenvolvimento da MM e de aspectos da EMC, tanto teóricos quanto aplicados em uma sala de aula.

Referências

- Abassian, A., Safi, F., Bush, S. & Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12(1), 53-65. 10.1080/19477503.2019.1595360
- Araújo, J.L. (2009). Uma abordagem Sócio-crítica de Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J.L. (2019). Toward a framework for a dialectical relationship between pedagogical practice and research. In: G. Stillman & J. Brown, J. (ed.). *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp.21-36). Chennai: Springer International Publishing. 10.1007/978-3-030-14931-4_2
- Bakker, A., Cai, J. & Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic. *Educational Studies in Mathematics* 107(1), 1–24. 10.1007/s10649-021-10049-w
- Brucki, M. C. (2011). O uso de Modelagem no ensino de função exponencial. (Dissertação de Mestrado Profissional). Pontifícia Universidade Católica de São.
- Campos, I.S. & Araújo, J.L. (2015). Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de modelagem matemática: Problematizando a dialética pesquisador| professor. *Acta Scientiae*, 17(2), 324-339.
- Cevikbas, M., Kaiser, G. & Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 205-236. 10.1007/s10649-021-10104-6
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. *Aque*.
- Civiero, P.A.G. (2009). Transposição Didática Reflexiva: um olhar voltado para a prática pedagógica. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- D’ambrosio, U. (1996). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus.
- Darroz, L. M. (2018). Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. *Revista Espaço Pedagógico*, 25(2), 576-580. 10.5335/rep.v25i2.8180
- Feyh, C. R. N. (2013). Modelagem matemática na educação do campo. (Dissertação de Mestrado). Universidade Regional de Blumenau.
- Ferreira, N. S. (2013). Modelagem Matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação como ambiente para abordagem do conceito de Função segundo a Educação Matemática Crítica. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto.
- Freire, P. (2003). *Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. Paz e Terra.
- Freitas, W.S. (2013). A matematização crítica em projetos de modelagem. (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais.
- Galvani, I.R.C. (2016). A modelagem matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio. (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual de Maringá.
- Gerardini, L. (2011). Modelagem Matemática – Sistemas de Amortizações: uma experiência com jovens e adultos. (Dissertação de Mestrado). Universidade Bandeirante de São Paulo.
- Giroux, H. (1986). Teoria crítica e resistência em educação para além das teorias de reprodução. *Vozes*.
- Goerch, H.G.C. (2013). Modelagem matemática de objetos campeiros do Rio Grande do Sul. (Dissertação de Mestrado Profissional). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria.
- Gravemeijer, K. & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of curriculum studies*, 32(6), 777-796. 10.1080/00220270050167170
- Klüber, T.E. & Burak, D. (2008). Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. *Educação Matemática Pesquisa*, 10(1), 17-34.
- Littig, J. (2016). Modelagem matemática e o conhecimento reflexivo: um estudo a partir da captação da água de chuva. (Dissertação de Mestrado Profissional). Instituto Federal do Espírito Santo.
- Lopes, A.P.C. (2023). Critical consciousness in engineering education: going beyond critical thinking in mathematical modeling. *European Journal of Engineering Education*. 10.1080/03043797.2023.2203082
- Marquez, J. (2017). Modelagem na educação matemática com vistas à autonomia. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Melillo, C.R. (2017). A dualidade na formação no ensino profissionalizante em um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática. (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais.
- Melendez, T.T. (2013). Modelagem Matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Melo, T.B. (2010). As contribuições do enfoque CTS e da Educação Matemática Crítica para a concepção da não-neutralidade dos modelos matemáticos em atividades no ensino médio. (Dissertação de Mestrado). Centro Federal de

- Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca.
- Niss, M. & Blum, W. The learning and teaching of mathematical modelling. Routledge, 2020. 10.4324/9781315189314
- Olário, E.M.V. (2017). O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática em um ambiente virtual de aprendizagem baseado no modelo de cooperação investigativa. Instituto Federal do Espírito Santo.
- Pan, M.L. (2016). Preparing literature reviews: Qualitative and quantitative approaches, 5a ed. New York: Routledge.
- Resende, W.M. (2013). Reflexões sobre modelos socioeconômicos à luz de premissas e pressupostos: o programa Bolsa Família como ponto de partida. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto.
- Rocha, A. P. F. (2015). Realidade, matemática e modelagem: as referências feitas pelos alunos. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais.
- Rojas, A.S., Babb, A. P.P., Peña, F., Ortiz, A., Rosas, M. S., Velasco, R. S., Vásques, V.C. & Fuentes, M.F. (2018). Tendencias en Modelación Matemática en Latinoamérica. T. E. Hodges, G. J., Roy, G. J., & A. M. Tyminski, A. M. Proceedings of the 40th annual meeting of the North American (pp.88-100). Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.
- Romanowski, J. P. & Ens, R. T. (2006). As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. *Diálogo Educacional*, 6(19), 37-50.
- Schukajlow, S.; Kaiser, G.; Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. *ZDM Mathematics Education* 50 (1-2), 5-18. 10.1007/s11858-018-0933-5
- Schoenfeld, A. (2000). Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(6), 641–649.
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 33 (4), 123-132. 10.1007/BF02652747
- Silva, L. S. (2007). Modelagem Matemática, ensino e pesquisa: uma experiência no Ensino Médio. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Silva, M.F. (2011). Trigonometria, modelagem e tecnologias: um estudo sobre uma sequência didática. (Dissertação de Mestrado Profissional). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Soares, R.B. (2018). Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências em Modelagem Matemática de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais.
- Sodré, G.J.M. (2013). Modelagem Matemática Crítica como atividade de ensino e investigação. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Pará.
- Skovsmose, O. (2022). Concerns of Critical Mathematics Education: and of Ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, 86, 361-378. 10.17227/rce.num86-13713
- Stephan, M., Register, J., Reinke, L., Robinson, C., Pugalenti, P. & Pugalee, D. (2021). People use math as a weapon: critical mathematics consciousness in the time of COVID-19. *Educational Studies in Mathematics*, 108(3), 513-532, 2021. 10.1007/s10649-021-10062-z
- Stillman, G.A. (2019). State of the Art on Modelling in Mathematics Education: lines of inquiry. In G. Stillman & J. Brown, J. (eds), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (pp.1-20). ICME-13 Monographs. Springer. doi: 10.1007/978-3-030-14931-4_1
- Tessaro, A. (2015). Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as representações emergidas de um grupo de alunos do Ensino Médio sobre suas aulas de matemática. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(3), 7-20. 10.12802/relime.13.1830