

O Contínuo e as Possibilidades de Vivência: um Olhar ao Trabalho com Geometria Dinâmica

The Continuous and the Possibilities of Experience: a Look at work With Dynamic Geometry

José Milton Lopes Pinheiro

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão. MA, Brasil.

E-mail: jose.pinheiro@uemasul.edu.br

Resumo

Neste artigo, são trazidas concepções acerca do contínuo e da continuidade e são tecidas compreensões de como podem se doar em experiências vivenciadas. Como expressão da continuidade, destaca-se o *movimento*, articulando-o à motricidade de um sujeito, visando explicitar *como se dá a percepção da continuidade na computação (que é binária)*, com olhar voltado ao trabalho em ambientes de Geometria Dinâmica. Expõe-se os entendimentos que emergem de um estudo bibliográfico sobre a temática em textos no âmbito da Matemática, Educação Matemática, Computação e Filosofia/Fenomenologia. Dentre as compreensões articuladas no estudo, se expõe que a continuidade se mostra na atualização de uma possibilidade de movimento projetada no software de Geometria Dinâmica. Nesta atualização, há um *fluir* que abarca a programação, o sujeito que atualiza o programado, o mouse, a tela e a *figura-em-movimento*, constituindo uma unidade de ação cuja expressão avança deixando um rastro contínuo perceptível que evidencia uma duração preenchida espacial e temporalmente. Esse rastro se expõe na máquina/interface e também no sujeito que, ao habitá-la, faz dela uma extensão de seu corpo e de sua intencionalidade.

Palavras-chave: Movimento. Continuidade. Contínuo. Computação. Geometria Dinâmica. Fenomenologia.

Abstract

In this article, conceptions about continuous and continuity are brought up and figured out understandings of how they can be perceived in lived experiences. As an expression of continuity, the movement stands out, articulating it to the motricity of a subject, aiming to explain how the perception of continuity in computing (which is binary) occurs, with a look turned to work in Dynamic Geometry environments. It exposes the understandings that emerge from a bibliographic study on the subject in texts in the field of Mathematics, Mathematical Education, Computing and Philosophy/Phenomenology. Among the understandings articulated in the study, it is carried out that the continuity is shown in the update of a possibility of movement projected in the Dynamic Geometry software. In this update, there is a flow that encompasses the programming, the subject that updates the programmed, the mouse, the screen and the figure-in-motion, constituting a unit of action whose expression advances leaving a perceptible continuous trail that shows a full spatial and temporally duration. This trail is exposed in the machine / interface and also in the subject, who when inhabiting it makes it an extension of its body and his intentionality.

Keywords: Movement. Continuity. Continuous. Computing. Dynamic Geometry. Phenomenology.

1 Introdução

Este artigo se volta a um tema que se entende ser pouco discutidos no campo da Educação Matemática, sendo ele, a *continuidade*. Esse tema, embora não tenha sido aprofundado, mostrou-se nos dados de minha pesquisa de doutorado - Pinheiro (2018). Ao focar os horizontes abertos pela vivência do/no ciberespaço, trazendo compreensões no âmbito do trabalho com Geometria Dinâmica, deparei-me com expressões da continuidade, mostrando-se em concepções matemáticas e filosóficas, quando compreendida como materialização dos gestos, dos modos pelos quais, numa experiência motora os sujeitos da pesquisa ocupam a espacialidade e temporalidade que sustentam suas ações junto à interface lógica do software com o qual trabalharam, bem como com as interfaces físicas que lhes permitiram estar cinesteticamente com o mesmo e com as atividades nele propostas.

Estudar a continuidade solicita do pesquisador um

conhecimento amplo e interdisciplinar, visto que a ela se voltam variados olhares, situados em diferentes perspectivas, dentre as quais o da Matemática, da Física, da História, da Filosofia e, mais atualmente, da Computação. Por mais que uma pesquisa busque focar determinada perspectiva, as outras se mostram sempre entrelaçadas a ela, constituindo um todo amplo e complexo de sentidos.

Destaca-se dentre as perspectivas acima apontadas, a Filosófica. Ela abarca todas as outras ao buscar compreender como a ciência se evidencia junto às ações humanas e como o fazer humano contribui à constituição do científico. Sobre a continuidade, ela questiona, por exemplo: *o contínuo matemático pode ser vivenciado por um sujeito em seu mundo circundante? É a continuidade perceptível?*

Merleau-Ponty (2011) afirma que todo e qualquer conhecimento humano tem como primado a percepção, compreendida como ato de pôr-se em movimentos sensíveis

juntos ao mundo e às coisas que nele estão dadas. Portanto, dá-se como solo da constituição do conhecimento humano, o sentir. Com Merleau-Ponty (2011) entende-se que as ciências formalizam numa linguagem aquilo que se é percebido numa experiência genuína com o mundo-vida¹. Por exemplo, conceitos geométricos como distância, profundidade, espaço, área, dentre outros, antes de serem expressos como entes geométricos, foram vivenciados e percebidos pelos pensadores aos quais se credita tais formalizações.

Nesta perspectiva, entende-se, conjecturando, que um conhecimento historicamente constituído e trazido às novas gerações pela tradição cultural, pode ser vivenciado, porém com outras configurações, distintas das vivenciadas por aqueles que o formularam. Para tanto, deve-se interrogar tal conhecimento buscando por evidências dos modos pelos quais se mostrou e foi sendo estruturado. Sobre isso, Husserl (2012, p.32) afirma que a linguagem simbólica trazida pelas teorias lógico-matemáticas “substituiu” o mundo vivenciado. “Cabe a nós recuperá-lo, tirá-lo do anonimato, pois o humano pertence, sem dúvida, ao universo dos fatos objetivos; mas, enquanto pessoas, enquanto eu, os homens têm fins, perseguem metas, referem-se às normas da tradição, às normas da verdade; normas eternas”.

Esse movimento retrospectivo pode evidenciar o entrelaçamento entre as experiências mundanas e o científico que, embora sejam inseparáveis, costuma-se em produções acadêmicas e em práticas de ensino, construir barreiras, omitindo ou excluindo a coexistência que compõe a unidade percepção-ciência (Pinheiro, 2018). Assim, entende-se que o contínuo matemático pode ser vivenciado. Explicitar o como desta vivência é um dos objetivos deste estudo.

Dentre os modos pelos quais o contínuo pode ser experienciado, destaca-se o *estar com* o computador, que embora seja construído sobre uma base lógica e binária (que é evidência do discreto e não do contínuo) entende-se abrir possibilidades de percepção de continuidade. Neste trabalho, é trazido como exemplo de modos de vivenciar o contínuo em ambientes computacionais, as possibilidades abertas por *softwares* de Geometria Dinâmica (GD), cuja programação dá-se por uma lógica computacional que, quando revestida por uma interface, apresentam ícones com os quais se pode construir e mover objetos geométricos.

Focando a *continuidade* da perspectiva dos *softwares* de GD e o *movimento* como um dentre os modos dela se mostrar, busca-se explicitar como o computador permite a experiência do contínuo, para com isso entender: *como se dá a percepção da continuidade em ambientes de Geometria Dinâmica?*

Para tanto, assume-se aqui uma postura qualitativa

de investigação, com a qual se persegue a interrogação tendo-a como norte de pesquisa, no entanto, sem dela fazer ajuizamento prévio. As compreensões que este estudo traz foram se mostrando num horizonte de possibilidades, visado sempre da perspectiva do interrogado. Foi realizado um estudo bibliográfico junto ao qual a pergunta de pesquisa sempre esteve presente, o que fez possível articular com o devido direcionamento o dito pelos pesquisadores e o compreendido por nós, expondo modos pelos quais o contínuo e a continuidade se evidenciam junto às ciências ocidentais e suas representações possíveis, que permitem experiências sensíveis e práticas. O foco deste estudo direciona-se ao que dizem os pesquisadores no âmbito da Matemática da Computação e da Filosofia/Fenomenologia sobre a temática. Articula-se o compreendido com estes pesquisadores aos estudos apresentados no campo da Educação Matemática, que versam sobre GD.

2 Modos de Mostrar-se o Contínuo e a Continuidade: Possibilidades de Vivência

Contínuo e continuidade são termos usualmente expressos em nosso cotidiano, seja de modo científico ou por falas de senso comum. Ao consultar Houaiss (2007), tem-se por *continuidade*: qualidade, condição, ou estado de contínuo; persistência das características inerentes a um determinado contexto; aquilo que confere coerência e unidade a uma ação, a uma ideia, a uma narrativa etc. Por *contínuo*: não dividido na extensão; não interrompido dentro de um tempo estipulado; que se prolonga sem remissões até atingir o seu fim; que se repete a intervalos breves e regulares; seguido, sucessivo; que perdura sem interrupção; constante; que tem continuidade ou coerência, que não apresenta lapso ou falhas.

Sobre o contínuo é possível compreender que é substantivado, determinado e indicado por suas propriedades que descrevem entendimentos distintos: uma ideia de não interrupção e uma divisibilidade infinita, passível de repetição em intervalos breves e regulares. Já a continuidade, se mostra como qualidade, que justifica sua sempre associação a um objeto, físico ou não.

No âmbito da Matemática, as propriedades do contínuo denotam particularidades que o faz ser um objeto matemático, dentre as quais: magnitudes que variam continuamente e os infinitésimos, com as quais é estabelecida uma analogia com a não interrupção e a divisibilidade infinita (Sbardellini, 2005).

Em Eves (2004) entende-se que os estudos sobre o contínuo têm sido historicamente estruturados, em primeiro momento, sobre a busca por justificar processos plausíveis de serem repetidos indefinidamente, visando fazer destas repetições demonstrações de propriedades matemáticas.

1[...] lugar de nossas vivências, lugar onde “somos com os outros”, cujo significado é o de nunca sermos indivíduos separados do mundo e, portanto, dos outros (sujeitos individuais, coletivos, instrumentos, ciberespaço, etc.). Nele, “somos sempre com”, isto é, tornamo-nos, vivemos a ser, estando com, agindo sobre e abraçando o que nos chega pela percepção, construindo-nos com a matéria/forma que nos expõe e que, alimenta pelos nossos atos intencionais, conforma-nos em um movimento estruturante, marcando nossos estilos, configurando os nossos modos de ser, por sermos (o mundo e nós mesmos) aquela matéria-forma do que está no horizonte de nossa compreensão (Bicudo, 2010, p.131).

Destaca-se nesta perspectiva de estudo, dentre outros que aparecem na História da Matemática o *método de exaustão*² cujo desenvolvimento se atribui a Eudoxo (408 – 355 A.C) e o *Método das Fluxões*³ de Newton. De todos os métodos e estudos formulou-se estruturas matemáticas com as quais hoje se pode tratar-se do contínuo, como: conjuntos, funções, sequências, Cortes de Dedekind, Sequência de Cauchy, R como corpo completo ordenado, Análise Infinitesimal, Limites, dentre outras⁴.

Misse (2019, p.31) expõe como marco na história a *hipótese do contínuo* de Cantor, por este afirmar pela primeira vez a existência de vários contínuos. Nela supõe-se “que a quantidade de números reais é a menor quantidade infinita, maior que a infinidade dos números inteiros positivos. Os *infinitos transfinitos*, que podiam ser tratados matematicamente e o *infinito absoluto*, sempre maior que qualquer outro infinito”. Cantor buscava encontrar “o número que corresponda à menor quantidade que fosse maior que a infinidade dos números naturais, inteiros e racionais (esses todos possuem a mesma cardinalidade), pois acredita que esse número corresponderia à quantidade do contínuo aritmético” (Misse, 2019, p.31).

Como se pode verificar na contribuição de Cantor, o olhar lançado ao contínuo foi ao longo do tempo configurando e desconfigurando concepções matemáticas. Também é possível fazer a mesma afirmação às concepções filosóficas. Por exemplo, Torricelli ao visualizar um sólido ilimitado, portanto infinito, porém, com volume finito, faz questionar-se a filosofia empirista, que trabalha com um espaço real sobre o qual se faz experimentações: dado este espaço, como pode conjecturar-se como real um sólido infinito? Sobre indagações como esta, Silva (2007, p. 84) afirma que: “o que é contraditório para as grandezas finitas pode ser da própria essência das grandezas infinitas; o que repugna a nossa intuição finita pode ser a verdade do infinito”.

A Filosofia da Matemática traz, na pessoa de Leibniz, a representação do espírito lógico-analítico, cujo trabalho com a Matemática é marcado pelo rigor lógico e pelos métodos infinitários. Piauí (2010) aponta que o contínuo em Leibniz é tratado como sendo um dos labirintos da razão.

Existem dois famosos labirintos onde nossa razão se perde muitas vezes; um diz respeito à grande questão do livre e do necessário, sobretudo quanto à produção e quanto à origem do mal; o outro consiste na discussão da *continuidade*

(*continuité*) e dos *indivisíveis* que constituem seus elementos, e no qual deve entrar a consideração do *infinito*. O primeiro embaraça praticamente todo o gênero humano, o outro influencia somente os filósofos (Leibniz, 1969, p. 29 *apud* Piauí, 2010, p. 17).

Compreende-se na citação acima duas faces do labirinto do contínuo, que por sua vez, indicam duas estruturas, sendo que uma que diz da composição do contínuo e outra de sua completude. Leibniz se vale do conceito de Mônada⁵ para dizer da composição do contínuo, como sendo partícula última que constitui o todo. Para dizer da completude do contínuo, Leibniz articula suas compreensões sobre o tempo, o espaço e o corpo (Piauí, 2010)⁶.

O pensar filosófico pode ser destacado, também, da ideia de contínuo de Weyl (1994), que agrega à sua concepção noções de fluxo do tempo dado na experiência, apreendidas nas muitas conversas com seu professor, o fenomenólogo Edmund Husserl. Segundo Misse (2019, p.31) Weyl se vale desta ideia para articular sobre o *contínuo aritmético* dos números reais “dizendo que, do mesmo modo que os instantes temporais não existem na experiência, mas são antes idealizações, os números reais denotam a mesma situação limite para a continuidade aritmética”.

Tal compreensão consta na obra *Das Kontinuum* (Weyl, 1994). Estudioso deste livro, Longo (1999) assume a postura fenomenológica e percorre o caminho da intuição à formalização lógico-matemática do contínuo matemático. A ideia intuitiva do contínuo, na concepção de Longo (1999), dá-se na pluralidade de atos de experiência, das quais vão surgindo invariantes que, uma vez percebidos, vão constituindo a intuição de contínuo. Nesta perspectiva, se experiencia o contínuo em seu modo de mostrar-se na vivência.

Para expor sobre essa experiência Longo (1999) traz como exemplo: a percepção do tempo, do movimento, de uma linha estendida e de um traço sobre o papel, todos eles tendo como fundo o tempo enquanto fluxo da consciência que se configura como mudança enquanto faz configurarem-se mudanças no fluir da experiência vivenciada.

✓ **Linha sobre o papel**

O campo das vivências e as intuições que dele emergem é solo do qual uma vez surgiram e com o qual se desenvolveram os conhecimentos agora formulados no âmbito das ciências. Assim compreende a fenomenologia husserliana. Atuando

2 Admite que uma grandeza possa ser subdividida indefinidamente e sua base é a proposição: se de uma grandeza qualquer se subtrai uma parte não menor que sua metade, do restante subtrai-se também uma parte não menor que sua metade, e assim por diante, se chegará por fim a uma grandeza menor que qualquer outra predeterminada da mesma espécie (Eves, 2004, p.419).

3 Newton define o método das “fluxões como as velocidades dos movimentos ou dos aumentos pelos quais as quantidades são geradas e ‘fluentes’ como as próprias quantidades geradas”. Pode-se compreender que tal método é o que hoje denomina-se derivada (Barra, 2006, p.356).

4 Compreende-se a importância em se debater estas estruturas matemáticas quando se foca o estudo do contínuo. No entanto, este trabalho tem direcionamento às questões tecnológicas, com as quais, de modo equilibrado se busca articular as vertentes matemática e filosófica do contínuo. Por isso, neste texto, não se adentrará com profundidade a estas formulações matemáticas.

5 Na filosofia leibniziana, compreendida como átomo inextenso com atividade espiritual, componente básico de toda e qualquer realidade física ou anímica, e que apresenta as características de imaterialidade, indivisibilidade e eternidade (Houaiss, 2007).

6 O olhar de Leibniz ao contínuo é amplo e complexo, tendo em vista, também, que influenciou estudos posteriores voltados aos infinitésimos. Dada esta compreensão, não se visa aqui adentrar a este olhar, pois demandaria um direcionamento que não é o proposto neste artigo.

com esta perspectiva Longo (1999) apresenta um teorema importante sobre o contínuo matemático, cuja anunciação entende-se aqui ser intuitivamente acessível à compreensão. Postulou-se:

Se em um plano, dividido em dois semiplanos por uma reta r ; traça-se uma linha finita e contínua, que tenha cada extremidade em um dos semiplanos, então essa linha cortará a reta r em pelo menos um ponto. Essa ideia é fundamental para a formulação do Teorema do Valor Intermediário, que diz que: *Se uma função $f(x)$ é contínua em um intervalo fechado $[a, b]$, e se existe um valor c intermediário entre $f(a)$ e $f(b)$, então sempre existe $f(x) = c$ para pelo menos um valor de x pertencente ao intervalo $[a, b]$* (Misse, 2019, p.38).

Na conexão realizada acima, tem-se por intuição que uma linha pode representar uma função. Com isso, como se pode falar de *função contínua*, pode-se também falar do contínuo mostrando-se numa linha. Dadas as representações possíveis à linha (traço, corda, fio, etc.) pode-se dizer de uma experiência vivenciada com o contínuo expondo intuitivamente uma extensão tão grande quanto se possa imaginar destas representações. Modos de fazer tal explicitação, em Longo (1999) mostra-se como: conjecturar a *invariância de escalas*, ou seja, por hipótese estabelecer que o estudo de um objeto em escalas microscópicas ou macroscópicas não evidencia variação em seu *ser contínuo*; afirmar a *ausência de buracos* e a *ausência de saltos*, o que implica a não interrupções na extensão do que é dado como contínuo.

✓ **Linha reta**

Eves (2004) expõe sobre as pesquisas de Cantor e Dedekind voltadas ao *infinito*, cujas compreensões direcionaram à necessidade de definir formalmente o Número Real. Valendo-se dos recursos que dispunham à época, eles definiram este número como sendo o menor número que é maior do que qualquer elemento de um conjunto de racionais dados.

Articulando tal definição à ideia intuitiva de contínuo, Cantor e Dedekind formularam três propriedades intuitivamente conhecidas à época: *Números naturais, quocientes, e convergência de séries*. Conjecturaram que poder-se-ia obter os números inteiros a partir dos Números Naturais e que, pelo quociente dos inteiros poder-se-ia construir os Números Racionais. Tomando-se o conjunto dos Racionais, o menor dos números do mesmo se apresentaria como um corte. Com o invariante da sempre existência deste corte, conjectura-se a evidência de outros números, que compõem o conjunto dos Números Reais.

Quando se expõe sobre a *sempre existência* de um *corte*, que por sua vez determina um número contido nos Reais torna-se possível pensar a Reta Real como contínua, tendo em vista que esta construção *Cantor-Dedekind* é uma formalização padrão de continuidade por bijeção à reta real da Análise. Essa construção satisfaz a invariância de escala e não apresenta buracos ou saltos em sua constituição” (Misse, 2019, p.38). Com este entendimento, pode-se dizer da continuidade de uma linha reta, ou de uma curva, se ela puder ser parametrizada pela reta real da Análise, ou seja, quando for descrita por uma

lei que não apresenta buracos ou saltos.

✓ **O tempo**

O *tempo* é centro do trabalho de Weyl (1994), tendo em vista que o considera, inspirado na fenomenologia husserliana, como um contínuo fundamental, que é experienciado na duração das vivências humanas. Da fenomenologia, Weyl (1994) apreende a compreensão de *tempo fenomenal*, que numa vivência, se mostra como experiência da consciência do *agora*, instante que de modo incessante vai escorregando para o *já foi*, ao passo que vai abrindo horizontes *ao por vir*.

O *agora fenomenal* traz o presente e indica que haverá algo que o sucederá. Isso mostra que a vivência flui e que ela revela a duração dos atos e o escoar do tempo.

Compreende-se em Husserl (1994) que a vivência tem uma estrutura temporal que se manifesta em um fluxo contínuo. Na imediatez da vivência, um sujeito dá-se conta de estar vivenciando momentos que estão entrelaçados uns aos outros em uma unidade dinâmica. Esses momentos vão se deslizando a outros momentos. Nessa imediatez, ele não se preocupa com o início e fim de um momento, sabe que eles se entrelaçam, mas não visualiza as amarras desse entrelaçamento. O sujeito vivencia não um momento ou outro, mas um fluxo de momentos que evidencia uma *duração*, um contínuo.

Na vivência configura-se um *estar com* objetos temporais, que Husserl (1994) apresenta como estando presentes sempre segundo uma *duração*. O *som*, por exemplo, preenche o tempo de modo que a vivência do mesmo não desaparece à consciência de um instante para outro, tampouco há sobreposição de momentos. Husserl (1994, p.57) enfatiza que

se uma fase temporal qualquer é um *agora* atual, então uma continuidade de fases está consciente como ‘mesmo agora’ e a extensão total de duração temporal, desde o início até o ponto *agora*, está consciente como duração decorrida.

Essa compreensão de tempo vai de encontro às definições da Física moderna, que diz de uma “medição do tempo objetivo, o tempo da Natureza e dos processos reais, ou seja, uma determinação de um tempo como dimensão acessível aos cronômetros e assim sem conexão com a experiência e com a intuição” (Alves, 2010, p.17). A esse tempo físico, das coisas, ao qual se pode “pegar” e fazer conexões, Husserl (1994) se volta com olhar gnosiológico, atento à experiência subjetiva que o abarca num fluxo contínuo que é vivenciado por sujeitos e que se mostra como lugar originário de sua constituição.

O aqui explicitado sobre o tempo e dele como sendo vivenciado traz uma compreensão do contínuo filosófico. Afirma-se sua continuidade sob esta fundamentação teórica. Tal compreensão abre horizontes intuitivos para compreender o contínuo matemático, uma vez que ele se apresenta com características de continuidade, e, portanto, pode-se estabelecer conexões com o tempo vivido.

✓ **O movimento**

Em Longo (1999) destaca-se como outro modo de

expressão do contínuo, o *movimento*, que é perceptível quando focado. O autor aponta distintos modos de ver o movimento. Sob a perspectiva aristotélica, por exemplo, Longo (1999) explicita a relação entre movimento e tempo, que descreve a medição do tempo como correlata ao movimento de objetos. Neste entender, se estabelece que uma vez compreendido o tempo como contínuo, pode-se compreender o movimento também como contínuo.

Weyl (1994) destaca apresenta a distinção entre movimento real e movimento dado como potencialidade, subentendido por um padrão e leis que parametrizam uma trajetória.

É usual fazer uma correspondência entre um dado objeto e sua posição no espaço, com um determinado ponto no espaço matemático. Porém, objetos e pontos são entes distintos, de modo que o objeto não é o ponto, e essa correspondência não pode ser estabelecida sem a devida cautela. (Misse, 2019, p.39).

Quando se faz a correspondência entre essa compreensão de movimento, como caminho potencial que relaciona o ponto que determina a posição do objeto às leis de variação, está-se numa compreensão de continuidade como sucessão de instantes que se dá na associação de cada ponto do movimento de um objeto a um instante temporal. Longo (1999), citando Weyl (1994) expõe que tal compreensão configura uma superposição de ideias, tendo em vista que o ponto não pode ser entendido em termos do tempo e vice-versa, uma vez que o instante não é cartesiano, ele flui e se mostra como duração.

Na esteira dessas considerações, ele expõe que o agora expressa simultaneamente o passado, o presente e o futuro, uma vez que o tempo não pode ser compreendido em termos de pontos, pois cada instante é uma duração, e o *agora* é a percepção simultânea do passado, do presente e do futuro. Ou seja, na perspectiva de Weyl (1994), que é a fenomenológica, o movimento, por ser imanente ao tempo e ao espaço é contínuo e também se apresenta como duração, tendo em vista que no agora de sua realização flui deixando um rastro(passado) dos modos de seu acontecer (presente) e projetando sua continuidade (futuro).

3 O Movimento de um Corpo-Próprio como Evidência e Modo de Vivenciar a Continuidade

Em *Fenomenologia da Percepção*, Merleau-Ponty (2011) explicita o movimento do corpo-próprio⁷ sob a ótica da motricidade e da percepção. Ele entende que a motricidade é o modo intencional de uma pessoa se movimentar, de realizar ações no mundo-vida que solicitam o mover e o mover-se. Nesta perspectiva “a motricidade deixa de ser a simples consciência de minhas mudanças de lugar presentes ou futuras para tornar-se a função que, a cada momento, estabelece meus padrões de grandeza, a amplitude variável de meu ser no

mundo” (Merleau-Ponty, 2011, p.283).

Com isso, se entende que o corpo humano não é um conjunto de órgãos, mas um “corpo-próprio” que possui um conjunto extensivo de experiências que estão com o sujeito em todos seus atos, incluindo os motores. Por exemplo, o ato de pegar não é uma experiência puramente tátil, é uma experiência na qual o corpo todo está empenhado e todas as experiências vivenciadas que solicitaram o ato de pegar fazem parte desse movimento (Merleau-Ponty, 2011). Nesse ato o sujeito tem a posse indivisa de seu corpo, que

projeta em torno de si um certo ‘meio’, enquanto suas ‘partes’ se conhecem dinamicamente umas às outras, e seus receptores se dispõem, de maneira a tornar possível, por sua sinergia, a percepção do objeto. (Merleau-Ponty, 2011, p.312).

O movimento desse corpo não se fragmenta em pensamento de movimento, e não se realiza numa distribuição hierárquica que coloca cada parte desse corpo assumindo funções mediante uma tarefa que solicite movimento. Podemos tomar como exemplo para o movimento de um “sujeito normal”⁸ o realizado por um jogador de vôlei que, quando salta para uma “cortada”, desloca/ movimenta/ toca a bola com a mão. Não é apenas a sua mão que está nessa situação de tocar, todo seu corpo está empenhado na tarefa. O jogador não calcula objetivamente: quantos passos, qual pé de apoio, a força de impulsão que pode exercer com suas pernas para um melhor salto. Ele apenas salta, tendo consigo um saber absoluto de seu corpo que lhe permite saber como se posicionar para maior e melhor empreendimento desse corpo na tarefa de “cortar”, que lhe permite compreender seus movimentos junto ao todo que o engloba. O corpo, nesse caso, aparece como postura em vista de uma certa tarefa atual ou possível.

Tem-se esse corpo-próprio como evidência do contínuo e como *ser* da experiência da continuidade, visto que é um corpo móvel e movente, bem como um corpo sensível que pode perceber seu próprio movimento se atualizando em si mesmo e pode perceber o que esse movimento realiza em seu mundo circundante, dando-se conta de ser o sujeito dessa atualização. Temos assim que a “consciência do ligado pressupõe a consciência do ligante e de seu ato de ligação” (Merleau-Ponty, 2011, p.318).

Entendemos que o movimento realizado e vivenciado tem uma duração, é fluido e contínuo, visto que no agora de sua realização, traz o passado e abre possibilidades ao futuro. A cada instante de um movimento, o instante precedente está presente, sendo fundo no qual o movimento agora realizado se expõe e avança. Essa constituição que enlaça o movimento sendo realizado agora e o que o precedeu, enlaça também o que está por vir enquanto possibilidade de movimento. “Cada momento do movimento abarca toda a sua extensão, e em

7 Entendido como *Leib*, corpo com movimento intencional. Nele, está compreendida todas as experiências vivenciadas, sendo ele também, ponto zero para novas experiências. Ele realiza e se realiza em movimento, assumindo perspectivas diversas e pondo-se em movimento no mundo-vida que incessantemente vai se configurando junto às também incessantes configurações e reconfigurações desse corpo (Merleau-Ponty, 2011).

8 Merleau-Ponty fala do sujeito normal com sendo aquele que não possui uma patologia, como por exemplo, a motora.

particular o primeiro momento, iniciação cinética, inaugura a ligação entre um aqui e um ali, entre um agora em um futuro, que os outros momentos se limitaram a desenvolver” (Merleau-Ponty, 2011, p.194).

Dessa forma, o movimento do corpo-próprio não abarca o tempo e o espaço como uma soma de pontos justapostos, como fragmentos que possam ser ordenados. Além disso, Merleau-Ponty (2011) afirma também que espaço e tempo não constituem uma infinidade de relações das quais minha consciência operaria a síntese em que dela implicaria meu corpo. Para ele, não estamos no espaço e no tempo, não pensamos o espaço e o tempo; nós somos no espaço e no tempo, vivenciamos-los originalmente sem mesmo tocá-los e explicá-los.

Espaço e tempo, são entendidos aqui como espaço e tempo vivenciados na profundidade do mundo-vida. Ir a esse mundo buscando percebê-lo, é pôr-se em movimento, é sobrevôá-lo dirigindo-se ao que *ai está*, deixando que sentidos se mostrem e constituindo face a face o percebido. É o corpo-próprio em movimentos intencionais, assumindo perspectivas distintas de visada, que busca essa totalidade do percebido, gradativamente, pondo-se a perceber cada face do objeto que se mostra e movendo-se em direção a outras faces *a priori* “escondidas”, sem nunca abandonar a face anteriormente percebida (Merleau-Ponty, 2011).

Para este filósofo, o corpo-próprio é entendido também como um campo sinestésico criador de sentidos, sob o qual se constitui o ato de perceber, que entendemos ser, ele mesmo, um modo pelo qual a sinestesia se expõe. A percepção sinestésica nos permite perceber sentidos se constituindo e sendo constituídos por/em um fundo dinâmico, que se expande, produz mudança e provoca iniciação de movimentos daquele/naquele que realiza movimento.

O corpo-próprio, como campo sinestésico, move-se e faz do mundo seu campo de realizações, faz o mundo também sinestésico. Merleau-Ponty (2011), estabelecendo analogia com a Física, diz que o movimento desse corpo é *centrífugo*, ele adentra e provoca uma expansão do mundo, ao mesmo tempo em que ele mesmo se realiza, expandindo-se. Essa expansão não só provoca mudança, mas é ela mesma mudança, o que nos permite dizer que o movimento se configura como mudança e configura mudanças que se expõem e constituem esses campos sinestésicos criadores de sentidos, o mundo e o corpo-próprio.

Compreendemos em Pinheiro, Bicudo e Detoni (2018, p.278), “que todo movimento, em sua realização, vai se atualizando e atualiza um fundo também móvel. O fundo de um movimento é dinâmico e seu dinamismo é sempre abertura ao movimento”. Assim, o “fundo do movimento não é uma representação associada ou ligada exteriormente ao próprio movimento, ele o anima e o mantém a cada momento” (Merleau-Ponty, 2011, p.159). Cada “movimento e cada objeto convidam à realização de um gesto, não havendo, pois, representação, mas criação, novas possibilidades de

interpretação das diferentes situações existenciais” (Nobrega, 2008, p.142).

Assim, entendemos que o fundo do movimento é também sinestésico e criador de sentidos, e ele não é separado do corpo-próprio, que constitui e é constituído por ele em um fluxo contínuo do qual não podemos destacar um do outro, mas apenas tomá-los na unidade que os enlaça. Esse fluxo dá-se por entrelaçamentos constituindo uma rede cujos limites não são vistos, por ela estar sempre em movimento de ser tecida.

Para tecermos compreensões sobre o movimento de um corpo-próprio, trazeremos neste texto termos como: fluxo, sempre, mudança, duração. Esses são termos também expressos nos primeiros tópicos que versam sobre continuidade. Portanto, mais uma vez tem-se evidências da continuidade do movimento realizado por um sujeito-movente. Quando expomos que esse movimento tem um fundo, é possível pensar, conjecturando, que a continuidade também se dá com/nesse fundo, pois ele se modifica enquanto modifica o próprio movimento, sempre apresentando novas possibilidades de atualizações, mostrando caminhos ao sujeito realizador de movimentos. Assim, se compreendemos a continuidade no movimento realizado, também visualizamos a continuidade no movido. Os rastros dessa continuidade são aqueles que se mostram no fundo que o movimento constitui e com o qual se constitui continuamente.

3.1 O contínuo e a Computação

Uma pergunta que se faz, mesmo que não constantemente, é se o computador “dá conta” do contínuo. Se sim, como isso se realiza?

Inicialmente, pode-se pensar nestas indagações referenciando o trabalho de Alan Turing, que desenvolveu tese para um processo algoritmo, conhecido como *Máquina de Turing*. Embora tal mecanismo não possa ser apresentado à sociedade em termos físicos, o pensar sobre ele permitiu o avanço computacional e suas implicações que hoje se apresentam. Em Misse (2019, p. 44) tem-se que uma Máquina de Turing “é composta por uma fita infinita que é dividida em espaços iguais, nos quais se pode escrever uma informação, ler um estado e alterar suas configurações. Para seu funcionamento é preciso definir um alfabeto base e uma lista de estados que serão entendidos e executados pela máquina”.

O dispositivo dos computadores atuais, que seria um paralelo à fita infinita de Turing é uma memória virtual, cujo alfabeto base é binário e sintaxe da lógica booleana. Dentre as variáveis que diferem a memória virtual de tal fita, faz-se destaque fundamental à sua finitude. É no âmbito desta finitude que se questiona pelo contínuo, que na matemática muito se define como correlato ao infinito matemático.

Tem-se em Weihrauch (1995, p.1) que as teorias computacionais e a própria computação vigente “modelam o comportamento dos computadores do mundo real para cálculos em conjuntos discretos, como números naturais, palavras

finitas, gráficos finitos, etc., bastante adequadamente”. Disso compreende-se que o computador trabalha com dados discretos, o que faz de sua estrutura matemática operacional uma estrutura definida e limitada a esses dados discretos. Por exemplo, uma estrutura computacional de 32 *bits* pode armazenar uma diversidade de números, no entanto, com precisão de seis ou sete casas decimais. Se, nesta estrutura se trabalha com números com mais de sete casas decimais, há um arredondamento automático que diminui a precisão dos mesmos. Portanto computacionalmente, há limitações quanto à completude dos números.

Mesmo havendo a computabilidade⁹ de números transcendentais, como por exemplo o π e o número de Euler (e), a grande maioria dos números não são computáveis, dada sua constituição intrinsecamente aleatória, sem padrão alcançado pela Ciência da Computação “Por essa razão nenhum algoritmo pode computá-los” (Nyimi, 2011, p.95).

Tendo como sustentação teórica a compreensão da incomputabilidade dos números, Nyimi (2011) conjectura a também incomputabilidade dos conjuntos, e por sua vez, das funções. Sob tal teorização, as perguntas levantadas neste tópico são respondidas de modo a explicitar que o computador, a limitação de sua lógica, não dá conta do contínuo em sua formalidade matemática. No entanto, propõe-se neste artigo olhar, assim como feito anteriormente, para as possibilidades de representação do contínuo, que entende-se dá-se não no sistema binário que sustenta a programação, mas nas interfaces lógicas que o reveste e dá ao sujeito que a ela se volta a percepção de retas, curvas, sequências, etc.

O movimento do/no corpo-próprio, a intencionalidade de pôr-se em movimento e a mudança que se realiza no mundo e no sujeito realizador da mudança constituem um solo com o qual podemos pensar os modos pelos quais a continuidade se expõe em interfaces computacionais, uma vez que as possibilidades de movimento estão dadas no mundo de nossas vivências no qual também estão as tecnologias informáticas, dentre as quais, os softwares de GD, ao qual este texto se volta reflexivamente para pensar sobre o contínuo na computação.

No mundo cibernético em que se constituem os *softwares*, inaugura-se um modo específico de vivenciar a espacialidade; “as experiências são vividas em um mundo fisicamente constituído por *bytes*, mas que é expresso em cenários de maneira livre, muitas vezes expandindo os já percebidos na realidade do cotidiano mundano” (Bicudo & Rosa, 2010, p. 78). Em outras palavras, mover objetos, antes de ser um fazer realizado em softwares, é um fazer possível ao homem em seu mundo circundante, como por exemplo, mover as peças no tabuleiro de xadrez ou organizar livros numa estante.

4 A Vivência da Continuidade ao se Trabalhar com Computador: um Olhar à Geometria Dinâmica

Constantemente, quando se está focado em atividades

matemáticas, dentre as quais a de demonstração, faz-se representações. Este é mecanismo para visualizar melhor o próprio desenvolvimento matemático da atividade. Por exemplo, as representações geométricas, muitas vezes expressas em desenho são convenientes pois além de representar entes matemáticos, traz uma contextualização que pode ser vivenciada no mundo circundante, que é físico e geométrico. Contudo a fundamentação lógico-binária computacional fornece elementos virtuais, não visíveis pelo usuário da máquina. Em outras palavras, uma interface reveste os códigos de linguagem de programação com uma vestimenta mais limpa e convidativa assumindo funções para melhor atender necessidades humanas de habitar um ambiente que lhes seja agradável. As interfaces escondem o mecanismo que as constitui, ou seja, os códigos. Se a computação é

por um lado fortemente baseada em códigos, por outro, ela evita mostrá-los o quanto pode. Isso faz da computação uma realidade oculta. [...] seus mecanismos e funcionamentos [...] estão encobertos pelas interfaces. (Figueiredo, 2014, p.139).

Com esta compreensão articula-se aqui sobre as possibilidades de vivência do contínuo, que se atualizam na estada de um sujeito com a interface de softwares, dos quais faz-se um destaque aos de Geometria Dinâmica.

Entendemos em Pinheiro, Bicudo & Detoni (2018, p.158) que muitas vezes “o *dinâmico* creditado à Geometria Dinâmica é posto como característica intrínseca e inseparável dos softwares. No entanto, entendemos que esse *dinâmico* é correlato à intencionalidade humana de mover-se, movendo”. Com isso, se o *dinâmico* for compreendido como possibilidade do software, sem considerar o sujeito-movente que atualiza essa possibilidade, “teríamos apenas uma *interface* computacional vazia, sem figuras, sem movimento, pois este não acontece por si e pelo software sem a ação intencional do sujeito” (Pinheiro et al., 2018, p.158). Essa compreensão justifica e reforça o que expomos no tópico anterior, no qual de modo geral abordamos o movimento de um corpo-próprio que atualiza as possibilidades dadas no mundo-vida.

Neste tópico tecemos articulações sobre o movimento no mundo-vida e o movimento em ambientes de GD, compreendendo que o movimento que se expõe na GD é uma extensão do movimento realizado junto ao mouse. Portanto, movimento no mouse e movimento na interface do software, não são dois. Trata-se de um mesmo movimento que se expõem em ambientes distintos. Ao considerarmos o movimento do corpo-próprio como evidência e modo de vivenciar a continuidade, abrimos o entendimento de que em GD esses modos também se expõem, com novas configurações dadas pelo ambiente cibernético.

Para mostrar evidências da vivência da continuidade em trabalhos com GD, visando expor compreensões sobre *como se dá a percepção da continuidade em ambientes de Geometria*

9 Se refere “à existência ou não de um procedimento que resolve determinado problema em um número finito de passos” (Bocato, 2018, s.p.).

Dinâmica, traz-se aqui um recorte, dentre outros possíveis, da tese de minha tese de doutorado - Pinheiro (2018) - que foca o movimento em ambientes de GD. Dentre as muitas compreensões possíveis nesse estudo de doutorado, foca-se o que se mostrou como evidência da continuidade.

Nessa pesquisa compreende-se que na duração de um movimento realizado por um sujeito junto ao mouse, ele percebe possibilidades de movimentos, dentre as quais as configurações de sua continuidade, assim como se pode compreender na fala de um dos sujeitos de pesquisa: “*Desço o ponto E, e o ponto M’ vai se aproximando de BC. Daí continuo movendo até ele ficar sobre BC. Pronto, M’ sobre BC. Resolvido!*”. Nessa fala, entende-se que vai se configurando um “rastro” do movimento agora realizado, que lança à percepção o *por vir*, a continuidade desse rastro direcionada a um segmento, o BC. Com isso, pode-se conjecturar que a continuidade de um movimento se evidencia ao sujeito perceptivo, antes mesmo de sua materialização na tela.

Entende-se que a continuidade não se evidencia sinalizando pontos futuros, um M” seguido de um M’”. Isso já estaria, por si só, desestabilizando a ideia do contínuo, uma vez que entre duas posições fixas há sempre uma lacuna que pode ser preenchida por uma infinidade de outras posições. O sujeito visando a interface do software, não tem junto ao movimento uma percepção do ponto M’ aqui, depois ali, e em seguida uma percepção do fio que liga o aqui e o ali. Todavia, entende-se essa experiência como a experiência de um fluir, da continuidade, que não expõe vazios, ou os expõe, mas como o vazio de um futuro do movimento, que é sempre preenchido por um novo presente que vai deslizando a outro presente deixando-os interligados, e expressando o movimento e o tempo como contínuo.

Quando um sujeito move na interface do *software* um ponto qualquer e em determinado momento para de movê-lo, ele se dá conta que havia uma posição inicial e que agora há uma posição final de sua mão, do *mouse* e do objeto movido. Na duração do movimento desse ponto, sua posição inicial desaparece na tela, a posição final ainda não se tem. Portanto, o sujeito não vê posições intermediárias, uma vez que não há um intervalo (delimitado por um ponto inicial e um ponto final) que as contenha.

No entanto, nas configurações do movimento do ponto, que avança em um ambiente que é familiar ao sujeito, ele tem uma percepção viva do movimento que está realizando e das implicações desse movimento junto ao *mouse*, ao ponto movido e à interface. Assim, vivenciando a duração/continuidade do movimento que “passa diante dos olhos”, sem interrogar quando começou ou quando terminará, entende-se que se dá a vivência e a percepção da continuidade no mundo-viva, compreensão essa que pode ser direcionada ao mundo cibernético da GD.

Com isso, entende-se que o *por vir* explicitado anteriormente mostra-se não como um ponto, mas como um fluxo, um “passar” do movimento que se está a realizar e a

perceber na interface do software e no próprio corpo que se move. O *por vir* é percebido e conhecido sem nenhuma consciência de posições objetivas, assim como se conhece um objeto e seu tamanho “real”, mesmo quando visto à distância. Ele, ao se mostra no agora de uma realização movente, dá-se no âmbito da percepção e não no âmbito de uma análise reflexiva.

A reflexão poderia dar ao sujeito a continuidade do movimento do ponto após a observação e articulação de padrões que se expõem nesse movimento. No entanto, não há no ato do sujeito que acima fala, uma pausa para pensar sobre a continuidade do movimento. O pensar que se evidencia está embrenhado na duração do movimento, assim como o *por vir* e a continuidade, que se mostram tão entrelaçadas no agora desse movimento realizado que, nesse mesmo agora, se evidencia como presente.

No ato de perceber *ponto-em-movimento* e as implicações desse movimento, o sujeito-movente não está preocupado em criar procedimentos e regras para o movimento do *mouse*, não busca descrever o movimento percebido. Ele pode perceber a continuidade, ou invariantes geométricos, mas não busca de imediato fazer uma asserção caracterizando-os, não busca antecipar o percurso ou o fim de um movimento, nem descrever convergências ou divergências que se mostram. Apenas, lança-se à vivência de vê-las convergindo ou divergindo com o movimento realizado.

Quando um sujeito olha para um ponto, o olhar lançado já faz o entrelaçamento entre sujeito e ponto e, o pensar sobre como mover vai produzindo novos entrelaçamentos. Com isso, reafirma-se que a continuidade do movimento não se dá apenas no software, ou em sua interface. Movimento no software é movimento de um sujeito que se move, movendo. Portanto, a continuidade mostra-se também nesse corpo-próprio que se move com o software. Nesse mover, há modos de transformações que se evidenciam. O sujeito se movimenta, movendo o *mouse*, o ponto sobre o qual clica e arrasta, e a figura ligada por uma construção a esse ponto. Ao final desse movimento, o ponto em si, parece não ter sofrido transformação, ele ainda tem a mesma cor, o mesmo tamanho, a mesma fisionomia, o que faz questionar se o movimento gera transformação em tudo que com ele está, ou se a mudança não se dá no móvel, mas apenas na duração do percurso no qual ele é visto em trânsito. Questiona-se se o movimento e sua continuidade não são vistos no ponto movido.

Nesse pensar, o movimento não é correlato ao móvel, mas constitui-se nas relações dele com o que o circunvizinha, em cada posição que ocupa. Essa concepção, entende-se negar o próprio movimento, visto que separar o móvel do movimento, o que se entende como dizer que ele não se move, que ele é a materialização espacial, temporal e pontual de posições sempre visíveis, identificáveis ao olhar de um sujeito que o visa. Nesta visada, vê-se o movimento como uma “linha pontilhada”, em que cada ponto é visto como idêntico ao seu anterior e ao seu sucessor.

Entende-se que o *ponto-em-movimento* é outra coisa, não sendo mais aquele ponto que se mostrava como potencialmente móvel na interface do software. Com isso, o entrelaçamento entre ponto e movimento, produz novas configurações para o ponto e para o movimento. A ideia da preservação absoluta do ponto contribui para um pensar que o configura como sendo sempre um ponto, e não como algo que passa a nossa frente, como um vulto, um rastro, um contínuo, uma linha, ou simplesmente como um ponto fluante que desliza na tela. Contribui ainda, para a caracterização do movimento de um ponto como um conjunto de posições ocupadas por ele, contrapondo a evidencia da continuidade do movimento, aqui discutida.

Em uma postura analítica voltada à compreensão do movimento, inicia-se sua análise pelo ponto em seu repouso, inicial ou final. Com isso, vê-se nessas duas posições, o mesmo ponto, sem alteração. Continua-se a análise considerando um momento do movimento, captando o ponto nesse momento específico, e, com isso, tem-se ainda o mesmo ponto. Mas, notemos, nessa análise, assume-se perspectivas discretas. O movimento é recortado de modo que não se tenha o *ponto-em-movimento*, mas apenas o ponto em diferentes posições.

No ato perceptivo (de ação), entende-se que não se tem a certeza da preservação do ponto, mesmo que seja dada ao sujeito uma imagem com uma sequência de pontos idênticos. Nesse ato, ele tem apenas a experiência de uma transição contínua. Tomando o móvel como sendo o próprio sujeito-movente, para ele, mover-se é começar e avançar prosseguindo ou terminando seu movimento, ou seja, ele não percebe que o movimento que realiza dá-se ocupando alternadamente posições.

Compreendendo o ponto como objeto temporal, aqui já teorizado, entende-se que ele se faz presente em uma duração que não pode ser limitada por pontos cronométricos ou espaciais discretos. Em Misse (2019) entende-se que “um objeto temporal está presente num dado *momento-agora*, contudo um novo momento agora surge fazendo com que percebamos a duração do objeto, mas também fazendo com que experiência primeira mude-se para um modo passado”. Nas palavras de Husserl: “Ao entrar em cena um agora sempre novo, muda-se o agora em passado e, com isso, toda a continuidade de decurso dos passados dos pontos precedentes se move ‘para baixo’, uniformemente, para a profundidade do passado” (Husserl, 1994, p. 61). Estes modos de configurar-se a vivência temporal faz do objeto temporal (o ponto vivenciado), sempre novo, abarcado pelas novas configurações que agora se mostram e que imediatamente escorregam ao passado.

Em outro caso no trabalho com GD, quando o ponto é ligado a uma figura, e quando ele é movido, há mudanças nessa figura, ela pode não se desconfigurar, mantendo suas propriedades geradoras, mas pode ter novas configurações dimensionais. Contudo, se lançado um olhar de discretização a esse caso, ainda se está no âmbito da discussão anterior

sobre o movimento do ponto, visto que, se ele é um vértice de um triângulo, por exemplo, ele estará se movendo devido ao posicionamento que ocupa em *relação* aos outros vértices e ao lado oposto a ele. Os lados ligados a esse vértice se movem com ele, então, na análise reflexiva, tem-se esses lados ocupando posições, assim como ocupa o ponto.

No movimento de um triângulo específico, o triângulo retângulo, por exemplo, que é construído no software para se preservar retângulo mesmo assumindo novas configurações junto à diversidade de movimentos realizados por um sujeito, a interrogação que se coloca é: *o que o movimento apresenta ao sujeito que está atento à interface do software, vendo as configurações desse triângulo?* Entende-se que em cada parada do movimento, tem-se uma figura semelhante à primeira (anterior ao movimento).

Todavia, esse é um olhar que discretiza o movimento, que apresenta fragmentos e representação de fragmentos. Assim, entende-se que ao referir-se aqui ao movimento como continuidade, não se pode conceber que ele nos dá uma sucessão de figuras semelhantes. Assim como o *ponto-em-movimento* discutindo anteriormente, não se pode dizer que o movimento, em sua duração, apresenta o mesmo triângulo retângulo. Entende-se, conjecturando, que o movimento apresenta à percepção o *triângulo-retângulo-em-movimento*, já compreendendo que ele vai se transformando, pois, como já dito, a transformação dá-se também no móvel.

No caso do movimento da figura e do ponto, que se dá mediante *relação* do móvel com o que o circunvizinha, constitui-se um fundo. Esse fundo é objetivo, e nele se tem *referenciais* em relação aos quais o movimento é estudado e compreendido. No software, por exemplo, pode-se definir o movimento de um ponto, que vai de um lado ao outro da tela, ao estudar a posição dele relacionada a cada ícone expresso na barra horizontal, superior da tela. Ainda, pode-se exibir o eixo cartesiano e estudar o movimento trazendo relações com coordenadas. Aqui, se tece sobre o estudo do movimento. No momento deste estudo o contínuo já foi vivenciado, já passou e, um modo de estudá-lo é discretizando-o, focando as marcas que o mesmo deixou ao passar, demarcando etapas e referenciais que o constitui. Faz-se assim o que aponta Bicudo (2012, p.89), que entende que “pela atitude assumida mediante o olhar, podemos destacar unidades dentro do fluxo, focando-se e adentrando em compreensões mais profundas dessas vivências”.

Entende-se que o fundo de um movimento experienciado, quando se vivencia o *ponto-em-movimento*, ou a *figura-em-movimento* não se constitui pelo ato de relacionar, uma vez que a figura ou o ponto antes de qualquer fazer que visa esse ato, já *está com* seu fundo, com o que o circunvizinha. O sujeito experiencia o fluir do *ponto-em-movimento*, sem que se tenha fixadas posições anteriores cujas relações descrevam o percurso. Desse modo, a figura se move com o fundo, e enquanto ela muda, produz mudança também nesse fundo. Trata-se, portanto, de um fluir que quando vivenciado dá ao

sujeito a percepção do movimento nas transformações que abrangem a *figura-em-movimento* e o fundo que também se move ao deixar que nele a figura deslize. Só se tem os pontos, e eles relacionados, quando se fala sobre movimento, o que já não é mais a experiência do movimento realizado e percebido, mas uma descrição que discretiza o que se dá continuamente.

5 Considerações Finais

Neste artigo buscamos apresentar *como se dá percepção da continuidade em ambientes de Geometria Dinâmica*. Entende-se que o tópico anterior, de modo geral, traz evidências desse como. Sintetizando, foi exposto que o contínuo se mostra como um fluxo que vai deixando marcas da duração do movimento. Esse fluxo é espacial e temporal. Ele é prospectivo, pois visa expressar na espacialidade da interface do *software* uma intencionalidade de movimento. Ele é também retrospectivo, pois o rastro evidencia um passado motor de todo o fluir do movimento, desde seu início. No movimento dá-se no corpo-próprio o entrelaçamento de um presente, de um passado e de um futuro, ou seja, o movimento em sua duração/continuidade traz ao agora do movimento o que foi anteriormente visto, ao mesmo tempo em que orienta o *por vir*, um mar de possibilidades ao movimento.

Na interface do *software* o movimento mostra-se como mudança e mostra mudanças, que são percebidas tátil-visualmente na unidade que enlaça o movimento do mouse e sua expressão na tela. O movimento, em sua duração mostra-se como um “rastro” que avança no corpo-próprio e na tela. Esse rastro não necessariamente é um desenho, uma mancha expressa na tela, trata-se do rastro que vai mostrando a quem olha a figura em movimento o percurso por onde ela passa, que é marcado por um *deslizar contínuo* que vai fundindo cada agora do movimento, que *já foi*, ao seu agora que acaba de ser visto se expondo na tela.

Em uma das falas dos sujeitos da pesquisa de minha tese de doutorado - Pinheiro (2018) - tem-se: “*Vou habilitar rastro pra ficar mais visível*”, dita quando o sujeito busca mostrar com o movimento um percurso de um ponto que ele intuiu ser linear. Já esse rastro se materializa, deixa um desenho expresso na tela, ele é uma opção do *software* Geogebra que é escolhida pelo sujeito. O rastro, desenhado na tela, ou não, entende-se também que se caracteriza como evidência que permite pensar sobre a continuidade.

Aqui, é exposto que o computador, apesar de não dar conta do infinito e do contínuo tal como anunciados nas definições matemáticas, por trabalhar com dados discretos, sob olhar filosófico apresenta modos pelos quais pode-se vivenciar a continuidade. Essa vivência dá-se pela visualidade das interfaces computacionais, que revestem os códigos discretos, dando-lhes, por exemplo, representações gráficas.

Este estudo, dentre as contribuições possíveis, sugere possibilidades ao ensino de Matemática. Em especial, sugere-se uma retomada das experiências perceptivas, buscando uma aprendizagem que se dá na transição entre a percepção e o

científico, valorizando também a vivência dos alunos, dando-lhes a oportunidade de “ter em mãos”, “tocar”, “ver”, um conceito matemático, uma propriedade. Ter-se-á assim uma Matemática também vivenciada, cujas definições não partem apenas do reflexivo, mas também de um fazer perceptivo realizado pelos alunos em seu mundo circundante, que contempla o mundo escolar.

Com isso, o contínuo ou o infinito não seriam apenas ideias expressas e trazidas tradicionalmente pela cultura em livros e manuais, mas também, elementos presentes e vivenciados no agora das realizações dos alunos.

Referências

- Alves, P.M.S. (2010). *Fenomenologia del tiempo y de la percepción*. Madri: Editora Nueva.
- Barra, E.S.O. (2006). Newton contra os infinitesimais: a metafísica e o método das fluxões. *Especiaria* (UESC), 9(1), p. 355-369.
- Bicudo, M.A.V.A. (2012). constituição do objeto pelo sujeito. In: C.D.C. Tourinho. *Temas em Fenomenologia: a tradição fenomenológica-existencial na filosofia contemporânea*. (pp.77-95). Rio de Janeiro: Booklink.
- Bicudo, M.A.V., & Rosa, M. (2010). *Realidade e cibernundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos*. Canoas: Editora da Ulbra.
- Bicudo, M.A.V. (2011). A pesquisa qualitativa olhada para além de seus procedimentos. In: M.A.V. Bicudo. *Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica*. (pp.7-28). São Paulo: Cortez.
- Bicudo, M.A.V. & Garnica, A.V.M. (2011). *Filosofia da Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Bicudo, M.A.V. & Kluth, V.S. (2010) Geometria e Fenomenologia. In: M.A.V. Bicudo. *Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. (pp.131-147). São Paulo: Editora UNESP.
- Barbariz, T.A.M. (2017). *A constituição do conhecimento matemático em um curso de matemática à distância*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Bocato, L. (2018). *Computabilidade*. Notas de aula. Disponível em: <http://www.dca.fee.unicamp.br/~lbocato/topico_1.2_computabilidade.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2022.
- Eves, H. (2004). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da Unicamp.
- Figueiredo, O.A. (2014) A questão do sentido em computação. In: M.Q.V. Bicudo. *Ciberespaço: possibilidades que se abrem ao mundo da educação*. (pp.313-342). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Leibniz, G.W. (1983). *Discurso de metafísica e outros textos*. São Paulo: Abril Cultural.
- Longo, G. (1999) The Mathematical Continuum: From intuition to logic. In: J. Petitot. *Naturalizing phenomenology: Issues in contemporary phenomenology and cognitive Science* (pp. 401- 428).California: Stanford University.
- Merleau-Ponty, M. (2011). *Fenomenologia da percepção*. São Paulo: Martins Fontes.
- Nobrega, P.T. (2008). Corpo, percepção e conhecimento em Merleau-Ponty. *Estudos de Psicologia*, 13(2), p. 141-148.

- Nyimi, D.R.S. (2011). *Computabilidade e Limites da Matemática das Teorias Físicas: Aplicações em Sistemas Elétricos de Potência*. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Houaiss. (2007). *Dicionário eletrônico da Língua Portuguesa*. Editora Objetiva.
- Husserl, E. (2012). *A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental: uma introdução à filosofia fenomenológica*. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Husserl, E. (1994). *Lições para uma fenomenologia da consciência interna do tempo*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.
- Piauí, W.S. (2010). Leibniz e as duas faces do labirinto do contínuo: uma introdução. *Argumentos*, 2(3), 16-24.
- Pinheiro, J.M.L. (2018). *O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.
- Pinheiro, J.M.L., Bicudo, M.A.V., & Detoni, A.R. (2019). Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. *Educ. Matem. Pesq.*, 21(2), p. 264-287.
- Pinheiro, J.M.L., Bicudo, M.A.V., & Detoni, A.R. (2018). O movimento do corpo-próprio e o movimento deste corpo com softwares de Geometria Dinâmica. *A Fenomenologia no oeste do Paraná: retrato de uma comunidade*. Toledo: Editora Vivens.
- Sbardellini, L.A. (2005) *O continuum, os reais e conceito de homogeneidade*. Tese (Doutorado em Filosofia) - Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- Silva, J.J. (2007). *Filosofia da Matemática*. São Paulo: Editora UNESP.
- Weyl, H. (1994). *The Continuum: A critical examination of the foundation of Analysis*. Mineola/N.Y. – EUA. DoverPublications.
- Weihrauch, K. (1995) A Foundation of Computable Analysis. *EATCS Bulletin*, 1(57).