

Medidas de Tendência Central de um Conjunto de Dados: Conhecimento e Desempenho de Futuros Professores dos Primeiros Anos

Measures of Central Tendency of a Data Set: Knowledge and Performance of Future Early Years Teachers

Ana Caseiro^a; Ricardo Machado^{*b}

^aEscola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa. Portugal.

^bInstituto Superior de Educação e Ciências. Portugal. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa. Portugal.

*E-mail: ricardo.machado@iseclisboa.pt

Resumo

Numa sociedade cada vez mais exigente torna-se essencial que os cidadãos desenvolvam capacidades e competências que lhes permitam, entre outras situações, serem capazes de interpretar e analisar informação que lhes chega através de diversas fontes de informação. Neste sentido, o ensino e aprendizagem da Matemática, em particular da Estatística, configura experiências de aprendizagens fundamentais ao desenvolvimento de uma literacia matemática (e estatística) adequada. Esta investigação tem como objetivo aceder ao conhecimento estatístico de futuros professores dos primeiros anos e perceber quais as suas dificuldades e eventuais lacunas na aprendizagem estatística. Assumimos um paradigma interpretativo e desenvolvemos uma investigação-ação. Os participantes foram os estudantes do 2.º ano do curso da Licenciatura em Educação Básica, que frequentavam a unidade curricular Análise de Dados. Os dados foram recolhidos por meio de um instrumento de avaliação do conhecimento estatístico (aplicado no início e final da unidade curricular), observação participante, conversas informais e protocolos dos estudantes. A análise dos desempenhos dos estudantes no instrumento de avaliação do conhecimento estatístico permitiu aceder e identificar as lacunas no conhecimento dos futuros professores relativamente a medidas de tendência central de um conjunto de dados e adaptar as práticas de sala de aula, por forma a (re)construir os conhecimentos estatísticos, atribuindo-lhes significado para os estudantes e futuros professores.

Palavras-chave: Conhecimento Estatístico. Formação Inicial de Professores. Medidas de Tendência Central.

Abstract

In an increasingly demanding society, it is essential that citizens develop abilities and competencies that enable them, among other situations, to be able to interpret and analyze information that comes to them through different sources of information. In this sense, the teaching and learning of Mathematics, in particular Statistics, configures learning experiences fundamental to the development of an appropriate mathematical (and statistical) literacy. This research aims to access the statistical knowledge of future first-year teachers and to understand their difficulties and errors in statistical learning. We assumed an interpretive paradigm and developed an action-research project. The participants were the 2nd year students of the Undergraduate Degree in Basic Education, who were attending the curricular unit Data Analysis. The data were collected using an instrument for assessing statistical knowledge (applied at the beginning and end of the curricular unit), participant observation, informal conversations and students' protocols. The analysis of the students' performances in the statistical knowledge assessment instrument allowed accessing and identifying the errors of the future teachers' regarding the knowledge about the central tendency measures of a set of data and adapting classroom practices, in order to (re)construct statistical knowledge, assigning meaning to them for students and future teachers.

Keywords: *Statistical Knowledge. Pre-Service Teacher Education. Measures of Central Tendency.*

1 Introdução

No atual panorama educativo português torna-se necessário desenvolver nos alunos, e nos futuros professores, capacidades e competências que lhes permitam ter sucesso na resolução das mais variadas tarefas (matemáticas e não só). De acordo com as orientações curriculares e, em particular, do *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME, 2017), é colocado como desafio a preparação de cidadãos capazes de desenvolverem múltiplas literacias que irão precisar de mobilizar em situações do dia-a-dia. Desta forma, pretende-se que os alunos e futuros professores apropriem não um conhecimento instrumental dos conceitos, mas sim um conhecimento relacional dos mesmos (Skemp,

1978), conseguindo estabelecer conexões entre os vários conhecimentos e transições entre contextos ou situações (como por exemplo, entre a escola e a vida quotidiana) (Abreu, Bishop, & Presmeg, 2002).

Neste contexto, a aprendizagem da matemática e, em especial da estatística, assume particular importância, na medida em que permite desenvolver nos alunos e futuros professores capacidades e competências essenciais, tais como, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, o sentido crítico, a argumentação matemática, entre outras (Autores, 2019).

Esta investigação surge pela necessidade de aceder aos conhecimentos estatísticos que os estudantes que ingressam na Licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de

Educação de Lisboa revelam. As questões de investigação que emergem desse problema e que abordamos neste artigo são: (1) Quais os conhecimentos estatísticos que os estudantes do curso da Licenciatura em Educação Básica revelaram no início na unidade curricular Análise de Dados, quanto às medidas de tendência central de um conjunto de dados?; e (2) Que mudanças ao nível dos conhecimentos sobre as medidas de tendência central de um conjunto de dados se observaram após a frequência na unidade curricular de Análise de Dados?

O conhecimento em Estatística dos Futuros Professores

A realização de investigações estatísticas permite que os estudantes reflitam sobre a informação do mundo real, desenvolvendo a literacia estatística e apropriando conhecimento estatístico e conhecimento sobre todas as fases do processo (Martins & Ponte, 2010). A análise e representação dos dados permite uma visão global da situação estudada, sendo essencial trabalhar com diversos tipos de representação desde cedo (Santos, 2015). As orientações do NCTM (2007) apontam para o desenvolvimento da capacidade dos alunos para analisar os dados recolhidos e escolher e construir representações adequadas, pelo que será necessário que os futuros professores dominem essa competência, de modo a poder trabalhá-la com os seus alunos.

Segundo Shaughnessy (2007), todas as etapas do ciclo investigativo (problema, plano, dados, análise, conclusões) são essenciais no trabalho estatístico, porém os professores dedicam pouco tempo ao problema e às etapas do plano de investigação. Este aspeto parece ser demonstrado no trabalho dos alunos, já que estes, muitas vezes, se limitam a aplicar fórmulas pré-estabelecidas, sem questionar os dados obtidos na fase da sua análise. Existem vários estudos nacionais e internacionais que apontam para a dificuldade dos futuros professores em realizar investigações estatísticas e que os professores apresentam uma preparação deficiente, ou pouco aprofundada, em Estatística (Autora, 2010, 2016, Barros, 2003, Batanero, Godino, & Roa, 2004, Estrada, Batanero, Bazán, & Aparício, 2009, Fernandes, 2009, Fernandes & Barros, 2003). Stohl (2005) refere que os futuros professores dos primeiros anos cometem erros elementares em conceitos estatísticos, semelhantes aos dos alunos desses níveis de ensino. Deste modo, será necessário repensar e melhorar a formação inicial dos professores dos primeiros anos do Ensino Básico (Chick & Pierce, 2008, Rodrigues, 2016, Watson, 2006).

No âmbito das investigações estatísticas, embora as medidas de tendência central sejam aparentemente de compreensão simples, investigações demonstram que estudantes de diferentes níveis de ensino revelam dificuldades conceptuais e procedimentais (Barros & Fernandes, 2001). A compreensão das medidas de tendência central é um elemento fundamental para a literacia estatística (Groth, 2006). Será importante contactar com todas as medidas de modo a perceber-se qual a que melhor traduz e transmite a informação

sobre os dados (Santos & Ponte, 2012).

No estudo de Autora (2010), é possível verificar-se as dificuldades que professores do 1.º ciclo apresentam em tópicos tais como as medidas de tendência central e representação de dados. Em Autora (2016) é referido que é evidente a fraca preparação dos professores para o ensino da Estatística a alunos do ensino básico e Santos (2015) refere a dificuldade de futuras professoras na escolha de medidas estatísticas adequadas para diferentes tipos de variáveis, bem como na sua interpretação. Também Santos & Ponte (2012) detetam dificuldades em futuros professores na atribuição de significado aos valores das medidas de tendência central, não fazendo, por vezes, distinção entre as próprias medidas estatísticas. Uma ocorrência frequente entre os futuros professores reside na dificuldade de interpretação dos valores, limitando-se à leitura dos valores em tabelas e gráficos. Quanto à representação dos dados, Burrill (2008) refere que os futuros professores demonstram dificuldades em adequar as representações gráficas às diferentes medidas de tendência central existentes, optando por uma representação incorreta, quase sempre através de gráficos de barras.

Sendo um conceito largamente utilizado em investigações estatísticas, a compreensão da média será importante para o desenvolvimento da literacia estatística. Muitos estudantes revelam conhecimentos do algoritmo usado para a sua determinação (Barros, Martins, & Pires, 2009), mas dificuldades na interpretação do valor da média principalmente quando se trata de variáveis qualitativas (Martins, Pires, & Barros, 2009). Dificuldades na atribuição de significado após o cálculo do seu algoritmo é um fator referido por Fernandes e Barros (2005), bem como a incapacidade de retirar informação relevante de gráficos e tabelas. Quando solicitada uma justificação acerca do valor da média de um determinado conjunto de dados, os estudantes têm tendência a referir-se ao algoritmo (soma de todos os valores dividido pelo número de dados) sem efetuarem uma interpretação contextualizada (Barros, 2003).

Apesar de ser geralmente considerado um tema de fácil compreensão, Martins e seus colaboradores (2009) observaram dificuldades em futuros professores na determinação da moda. Os estudantes têm tendência a identificar a moda como o valor mais alto numa tabela de frequências, ao invés do valor da variável com maior frequência. Barros (2003) afirma que os estudantes muitas vezes apresentam dificuldades em determinar a moda em variáveis qualitativas, confundindo-a com a respetiva frequência absoluta ou relativa.

Relativamente à mediana, considerada como a medida de tendência central de compreensão mais difícil (Barros, 2003; Fernandes & Barros, 2005), os erros mais frequentes prendem-se com a confusão entre o seu conceito e o conceito de moda, com a determinação do valor central sem a prévia ordenação dos dados, ou com a interpretação do seu significado (Martins et al., 2009). Também Barros (2003) refere que muitos

estudantes estabelecem incorretamente uma associação da mediana a metade da amplitude dos dados, ou demonstram dificuldade no seu cálculo ao realizá-lo a partir dos valores das variáveis, sem ter em consideração as suas frequências absolutas.

3 Metodologia

Esta investigação faz parte do projeto *O conhecimento estatístico dos estudantes do ensino básico, secundário e da Licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação de Lisboa*, que tem como principais objetivos: (1) aceder ao conhecimento em Estatística dos estudantes ao longo da escolaridade obrigatória, bem como dos que integram, pela primeira vez, a Licenciatura em Educação Básica; e (2) analisar o percurso realizado pelos estudantes do ensino superior, futuros professores, em termos de desenvolvimento do conhecimento estatístico, durante a realização da referida licenciatura.

Assumimos como paradigma o interpretativo (Denzin, 2002), uma vez que pretendemos aceder aos conhecimentos estatísticos dos estudantes da Licenciatura em Educação Básica através da análise das respostas a um instrumento de avaliação de conhecimentos estatísticos, e desenvolvemos uma investigação-ação (Mason, 2002), pois esta é uma forma de estudar, de explorar, uma situação social, no nosso caso, educativa, com a finalidade de melhorá-la.

Os participantes deste estudo foram os estudantes que frequentaram as quatro turmas do 2.º ano da Licenciatura em Educação Básica (2018/2019 – 1.º semestre), num total de 93 estudantes que responderam à primeira fase de aplicação do instrumento de recolha de dados (aplicado aos estudantes presentes na primeira aula da Unidade Curricular de Análise de Dados) e um total de 83 estudantes que responderam à segunda fase de aplicação do mesmo instrumento (aplicado aos estudantes presentes na última aula da Unidade Curricular). As idades dos participantes neste estudo variavam entre os 18 e os 42 anos, sendo a moda correspondente aos 19 anos de idade e a maior concentração de dados entre os 18 e os 20 anos. Dos participantes da primeira fase, 88 são do género feminino e 5 do género masculino, sendo na segunda fase, 79 do género feminino e 4 do género masculino.

Os dados foram recolhidos através de um instrumento de avaliação de conhecimentos estatísticos (IACE), da observação, registada no diário de bordo de cada docente/investigador, de protocolos dos estudantes e de conversas informais.

O IACE foi aplicado aos estudantes em dois momentos distintos: na primeira e última aula da Unidade Curricular de Análise de Dados, tendo como objetivo aceder ao conhecimento estatístico dos futuros professores nesses dois distintos momentos. Este era constituído por duas partes: (i) na primeira, composta por 12 itens de seleção-escolha múltipla (4 hipóteses de resposta cada), alguns dos quais divididos em sub-itens, eram abordados conteúdos estatísticos contendo dados em tabelas de frequências, gráficos de barras,

pictogramas, diagramas de Venn, de Carroll, de caule-e-folhas e extremos e quartis, assim como tipos de variáveis estatísticas, e medidas estatísticas (média, moda, mediana, desvio padrão, amplitude e quartis); e (ii) na segunda parte, composta por 5 itens de construção, pretendia-se ter acesso às formas de pensamento e raciocínio matemático dos estudantes quando confrontados com tarefas matemáticas de natureza mais problemática, no que respeita às medidas de tendência central, amplitude e à interpretação e construção de representações gráficas adequadas a cada situação.

O tratamento e análise de dados baseou-se numa análise de conteúdo, de tipo narrativo (Clandinin & Connelly, 1998), sistemática e sucessiva, passando dum leitura flutuante ao reconhecimento de padrões, fazendo emergir categorias indutivas de análise.

4 Resultados

Neste artigo iremos analisar alguns dos itens de escolha múltipla da primeira parte e um dos itens da segunda parte do IACE, nos dois momentos de aplicação, no que respeita aos conhecimentos sobre as medidas de tendência central (considerando uma variável estatística qualitativa e outra quantitativa). Entre as duas aplicações do IACE, os estudantes trabalharam de forma colaborativa, tendo sido desenvolvida uma prática de ensino exploratório (Canavarro, 2011), no qual existiam três momentos distintos: (1) lançamento da tarefa a realizar; (2) trabalho em grupo, em que os estudantes discutiam e resolviam a tarefa; e (3) discussão geral, na qual eram apresentadas as diversas estratégias de resolução e era realizada uma síntese dos conhecimentos trabalhados naquela tarefa proposta.

Relativamente à média, foram colocados quatro itens aos estudantes: dois dos quais respeitantes ao cálculo de médias aritméticas simples, outro referente à determinação de um valor em falta tendo a média o valor estipulado no enunciado e, por fim, o último referente ao cálculo de uma média ponderada.

No que se refere à determinação de um valor em falta (ver Figura 1), antes da UC 80% dos estudantes selecionou a resposta correta. No entanto, 16,8% dos estudantes selecionaram uma resposta incorreta e os restantes 3,2% não responderam. Após frequência na UC de Análise de Dados a percentagem de respostas corretas passou para 92,3%, sendo que 7,3 dos estudantes continuaram a selecionar uma resposta incorreta.

Figura 1 – Tarefa que envolvia a determinação de um valor em falta conhecida a média

10. O Jaime fez dois testes de Matemática e obteve as seguintes classificações:

	58%	73%
Que nota terá de ter no próximo teste para que a sua média seja exatamente 70%?		
A.	70%	
B.	75%	
C.	79%	
D.	Impossível	

Fonte: Os autores.

Nos itens onde se pedia que os estudantes determinassem o valor da média de um conjunto de dados, o número de respostas corretas divergiu entre se tratar do cálculo de uma média aritmética simples ou de uma média ponderada. Relativamente ao primeiro caso, em que existiam dois itens, a percentagem de respostas corretas dos estudantes na primeira aplicação do instrumento foi de 88,4% numa situação e 92,6% noutra. Por outro lado, quando confrontados com uma situação que remetia para o cálculo de uma média ponderada (ver Figura 2), apenas 37,9% dos estudantes respondeu corretamente. Relativamente à segunda aplicação do instrumento, as percentagens de respostas corretas foram, respetivamente, 94,9%, 98,7% e 70,5%.

Figura 2 – Tarefa que envolvia a noção de média ponderada

12. Há 10 pessoas num elevador, 6 mulheres e 4 homens. A média do peso das mulheres é 60 quilos, e a média do peso dos homens é 80 quilos. Qual a média do peso das 10 pessoas que se encontram no elevador?

- A. 60
- B. 68
- C. 70
- D. 80

Fonte: Os autores.

Na situação apresentada na Figura 2 é de referir que, antes de frequentarem a UC de Análise de Dados, 49,5% dos estudantes, e depois de frequentarem a UC 29,5%, selecionaram a opção C como resposta correta, ou seja, realizaram o cálculo de uma média aritmética simples com os valores que lhes eram apresentados no enunciado da tarefa. A elevada percentagem de estudantes a selecionar essa opção, quer antes quer após frequência na UC de Análise de Dados, revela a dificuldade que existe quando se pretende desconstruir ideias ou conceitos matemáticos que foram adquiridos por processos de mecanização e repetição, sem qualquer atribuição de significados matemáticos. Tal argumentação é também sustentada por Barros (2003) e Fernandes (2009), que afirmam que os estudantes sabem o algoritmo para o cálculo da média, mas que nem sempre utilizam esse conhecimento de forma significativa.

As elevadas percentagens de respostas corretas assinaladas pelos estudantes no cálculo de médias aritméticas simples estão relacionadas com o facto de a média ser a medida de tendência central mais utilizada no quotidiano e mais referida em estudos estatísticos, tendo muitos dos estudantes adquirido, por processos de mecanização e repetição, a forma de determiná-la (“a soma de todos os dados a dividir pelo número de dados”). Por outro lado, a média ponderada não é tão utilizada, pelo menos de forma explícita, no quotidiano, o que, juntamente com o referido para a média aritmética simples, poderá ter influenciado a resposta dos estudantes à questão que supunha a determinação de uma média ponderada.

No que respeita à moda foram colocadas duas questões: uma respeitante a uma variável quantitativa discreta e outra com dados de uma variável qualitativa.

Relativamente à situação da determinação da moda dos dados de uma variável quantitativa discreta (Figura 3), na

primeira aplicação do instrumento, 93,7% dos estudantes selecionou a resposta correta, sendo que 2,1% respondeu não existir moda na situação e os restantes 4,2% não respondeu à questão. É de referir que, após frequentarem a UC de Análise de Dados, a percentagem de respostas corretas passou a 100%.

Figura 3 – Tarefa que envolvia a noção de moda (variável quantitativa)

11. Considera o seguinte conjunto de dados: 7, 6, 5, 1, 4, 2, 6, 5, 6, 3.

11.1 A moda é:

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. Não existe moda

Fonte: Os autores.

Por outro lado, analisando as respostas obtidas na situação da determinação da moda dos dados de uma variável qualitativa (Figura 4), constatamos que, na primeira aplicação, 67,4% dos estudantes selecionou a opção correta. No entanto, 21,1% dos estudantes deu como resposta a frequência que se repete mais vezes, o que se coaduna com o estudo realizado por Barros (2003), na medida em que os estudantes tendem a procurar um valor numérico para a moda. Ainda a referir que 3,2% dos estudantes respondeu o valor mais elevado das frequências, o que nos leva a inferir que sabem o significado da moda, mas que não tiveram em consideração a natureza da variável estatística (variável qualitativa). Relativamente à segunda aplicação, 84,6% dos estudantes assinalou a resposta correta, continuando a haver estudantes a selecionar todas as opções apresentadas.

Figura 4 – Tarefa que envolvia a noção de moda (variável qualitativa)

1. O grupo da Teresa fez um inquérito sobre os desportos praticados pelos alunos da turma. Todos os alunos responderam ao inquérito, incluindo o grupo da Teresa. Os dados sobre os desportos praticados pelos alunos estão registados na tabela seguinte.

Desportos praticados	Contagem
Natação	IV
Andebol	III II
Basquetebol	IV III
Karaté	I
Futebol	IV

Legenda
IV = 5

1.2. Qual é a moda dos dados apresentados na tabela?

- A. 5
- B. 8
- C. Natação e futebol
- D. Basquetebol

Fonte: Os autores.

Em suma, os estudantes facilmente determinam a moda de um conjunto de dados de uma variável quantitativa, mas quando confrontados com uma variável qualitativa começam a demonstrar dúvidas entre referir que a moda se trata de um (ou mais) valor(es) dos dados ou da frequência desse(s) valor(es).

Relativamente à mediana, apenas existia um item de escolha múltipla, na qual se pedia o valor da mediana, dado um conjunto de dados não agrupados (Figura 5).

Figura 5 – Tarefa que envolvia a noção de mediana

11. Considera o seguinte conjunto de dados: 7, 6, 5, 1, 4, 2, 6, 5, 6, 3.

11.2 A mediana é:

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. Nenhum dos anteriores

Fonte: Os autores.

Através da análise dos resultados, observou-se que, antes de frequentarem a UC de Análise de Dados, 53,7% dos estudantes selecionou a resposta correta. No entanto, 14,7% das respostas obtidas (opção A) estão relacionadas com o facto de os estudantes não ordenarem os dados, tendo apenas encontrado o valor central da distribuição pela ordem apresentada. Este tipo de desempenho é comum acontecer, evidenciando dificuldades na apropriação do conceito desta medida estatística (Barros, 2003). Ainda a referir que 3,2% dos estudantes parece ter confundido os conceitos de mediana e moda. Na segunda aplicação, a percentagem de estudantes a selecionar a resposta correta foi de 88,5%, tendo 10,3% selecionado a opção D como resposta correta.

O Item 1 da 2.ª parte do IACE era constituído por duas alíneas (Figura 6).

Figura 6 – Enunciado do Item 1 da 2.ª parte do IACE

1. Num grupo de cinco pessoas, em termos de idade, em anos, sabe-se que a média é 14 anos, a mediana é 13 anos e a moda é 12 anos.

1.1 Quais as possíveis idades, em anos, das cinco pessoas? Mostre como chegou à sua resposta

1.2 O que significa a expressão “a média é 14 anos”?

Fonte: Os autores.

Considerando o Item 1.1., este remetia para três hipóteses diferentes de resposta: (1) 12, 12, 13, 14, 19; (2) 12, 12, 13, 15, 18; e (3) 12, 12, 13, 16, 17. Tal como se pode observar na Quadro 1, na resposta a esta questão, antes da UC de AD, 50,5% dos estudantes respondeu de forma adequada à proposta, sendo que essa percentagem aumentou para 80,7% no final da UC de AD. Relativamente às respostas incorretas, antes da frequência na UC, 22,6% dos estudantes referiu uma resposta incorreta sendo que esse valor baixou para 9,6% na sua aplicação. Tal como esses valores, também baixou a percentagem de estudantes que não respondeu à questão da primeira para a segunda aplicação: 26,9% e 9,6%, respetivamente.

Quadro 1 – Respostas ao Item 1.1.

	Antes da UC de AD (%)	Após a UC de AD (%)
Indica uma resposta correta	50,5	80,7
Indica uma resposta incorreta	22,6	9,6
Sem resposta	26,9	9,6

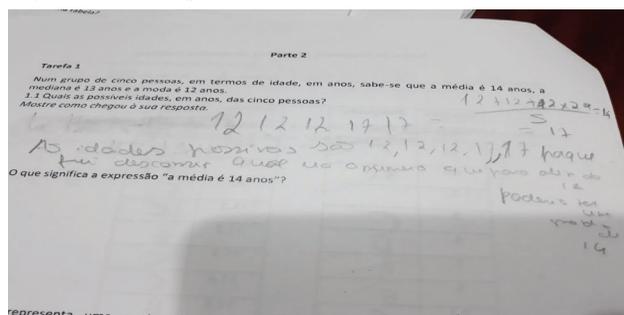
Fonte: Os autores.

É de salientar que, da percentagem de estudantes que respondeu corretamente à questão, na primeira aplicação 6,5% e na segunda aplicação 9,6% referiram as três possibilidades de resposta que a questão possibilitava.

Relativamente aos estudantes que responderam incorretamente à questão, os erros analisados através dos dados obtidos com a primeira aplicação do instrumento relacionaram-se com não terem assumido o número correto de dados (idades de cinco pessoas) que deveriam referir (1,1%); dados cujos valores da média e da mediana não são os referidos no enunciado (3,2%); dados cujos valores da média e da moda não são os referidos no enunciado (2,2%); dados cujo valor da moda não é o referido no enunciado (2,2%); dados cujo valor da mediana não é o referido no enunciado (2,2%); dados cujo valor da média não é o referido no enunciado (2,2%); outras respostas (9,7%). Na segunda aplicação, verifica-se que as incorreções dos estudantes se relacionaram com: dados cujos valores da média e da mediana não são os referidos no enunciado (1,2%); dados cujos valores da média e da moda não são os referidos no enunciado (1,2%); dados cujo valor da média não é o referido no enunciado (2,4%); outras respostas (4,8%).

No que se refere às incorreções apresentadas pelos estudantes, verifica-se que, praticamente de igual forma, se relacionaram com a determinação da média, da moda e da mediana.

Figura 7 – Desempenho do estudante A1



Fonte: Os autores.

Como é possível constatar no exemplo da Figura 7, o estudante parece apenas se ter preocupado com o valor da média do conjunto de dados, não analisando o valor da mediana nem da moda, não apresentando, desta forma, uma análise global da situação, na qual tem em consideração todas as informações relevantes.

Relativamente ao Item 1.2., cujo objetivo era que os estudantes demonstrassem o seu conhecimento conceptual acerca do conceito de média, categorizaram-se as respostas de acordo com a Quadro 2.

Quadro 2 – Respostas ao Item 1.2.

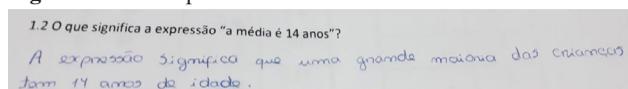
	Antes da UC de AD (%)	Após a UC de AD (%)
Indica uma resposta correta	0	30,1
Indica como resposta a fórmula de cálculo da média (conhecimento procedimental e não conceptual)	75,3	56,6
Resposta incorreta: confusão com mediana	3,2	0
Resposta incorreta: confusão com moda	1,1	0
Outras respostas	6,5	7,2
Sem resposta	14	6

Fonte: dados da pesquisa.

Ao analisar os dados apresentados na Tabela 2, observa-se que, antes de frequentar a UC de AD, nenhum estudante demonstrou conhecimento conceptual do conceito de média, o que acabou por ser demonstrado por 30,1% dos estudantes após frequência na UC. Apesar de um elevado número de estudantes ter demonstrado conhecimento conceptual sobre a média, a percentagem de estudantes que indicou como resposta a fórmula de cálculo da média, ou seja, a percentagem que demonstrou apenas conhecimento procedimental do cálculo da média, foi bastante superior: 75,3% antes e 56,6% após frequência na UC. Estes valores demonstram que os estudantes chegam ao ensino superior com ideias tão enraizadas da fórmula de cálculo de medidas estatísticas, neste caso mais concreto da média, que mesmo após um semestre em que tiveram de explicar o significado da média, uma grande percentagem continua a demonstrar apenas o conhecimento procedimental desse cálculo.

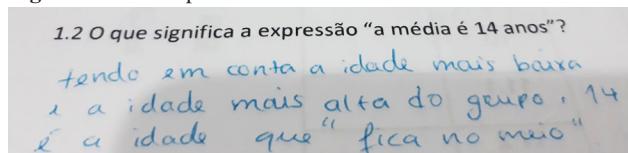
A percentagem de estudantes com respostas incorretas foi baixa, mas é de salientar a confusão que alguns destes futuros professores ainda detinham relativamente aos conceitos de média, moda (Figura 8) e mediana (Figura 9).

Figura 8 – Desempenho do estudante A20



Fonte: Os autores.

Figura 9 – Desempenho do estudante A41



Fonte: Os autores.

5 Considerações Finais

Tal como verificado ao longo da análise dos dados recolhidos, a maioria dos futuros professores envolvidos nesta investigação refere-se à interpretação do valor médio de um conjunto de dados simplesmente pela sua fórmula de cálculo (Barros, 2003). Mesmo após uma intervenção em sala de aula, na qual os estudantes efetivamente determinaram e analisaram

valores médios de conjuntos de dados, a maioria dos futuros professores continua a referir a interpretação da média apenas como a sua forma de determinação. Perante estes resultados, verifica-se que a média se trata de uma medida estatística cujo cálculo parece ser acessível aos estudantes, que demonstram ter a fórmula decorada (Barros, Martins & Pires, 2009), mas a sua análise parece ser complexa e pouco trabalhada ao longo da escolaridade destes estudantes (Fernandes & Barros, 2005) que demonstram dificuldades na sua interpretação. De modo a ultrapassar as dificuldades evidenciadas, deve-se valorizar, cada vez mais, a análise dos valores estatísticos de conjuntos de dados em detrimento do seu constante cálculo desenvolvendo, desde cedo, a literacia e o raciocínio estatísticos.

Para além desse aspeto, e quando confrontados com uma situação em que não lhes são disponibilizados os dados, mas sim as três medidas de tendência central (média, moda e mediana) de um conjunto de dados, quase metade dos estudantes envolvidos no estudo não utilizam os três dados facultados para resolver a situação focando-se, apenas, num deles. Esta situação, associada ao facto de saberem determinar as medidas estatísticas em causa, e à evolução no número correto de respostas após a frequência na UC de Análise de Dados onde foram analisadas e discutidas situações similares, leva-nos a perceber a importância de diversificar o tipo de tarefas propostas aos estudantes ao longo de toda a sua escolaridade.

Somente quando for valorizado o desenvolvimento da literacia e do raciocínio estatísticos desde cedo e, desse modo, valorizado o desenvolvimento do conhecimento conceptual em detrimento do procedimento, será possível termos estudantes e futuros professores capazes de analisar situações estatísticas de forma adequada e aprofundada.

Agradecimentos

Este artigo é parte do projeto *O conhecimento estatístico dos/as estudantes do ensino básico, secundário e da Licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação de Lisboa* financiado pelo CIED (ESELX/IPL-CIED/2018/A27). Queremos agradecer aos estudantes que participaram neste projeto.

Referências

- Abreu, G., Bishop, A., & Presmeg, N. C. (2002). *Transitions between contexts of mathematical practices*. Cambridge: Kluwer Academic Publishers.
- Barros, P. M. (2003). *Os futuros professores do 2.º ciclo e a estocástica: Dificuldades sentidas e o ensino do tema*. Lisboa: APM.
- Barros, P. M., & Fernandes, J. A. (2001). Dificuldades de alunos (futuros professores) em conceitos de estatística e probabilidades. In I. Lopes, J. Silva, & P. Figueiredo (Eds.), *Actas do ProfMat2001*. Vila Real: APM.
- Barros, P. M., Martins, C., & Pires, M. (2009). Moda, média e mediana: Perspectivas dos alunos vs trabalho dos professores. In APM (Ed.), *ProfMat2009*. Viana do Castelo: APM.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1).

- Obtido de www.amstat.org/publications/jse/v12n1/batanero.html.
- Burrill, G. (2008). Fundamental ideias in teaching statistics and how they affect the training of teachers. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Chick, H. L., & Pierce, R. U. (2008). Teaching statistics at the primary school level: Beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Clandinin, D. J., & Connelly, F. M. (1998). Personal experience methods. In N.K. Denzin, & Y.S. Lincoln. *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp.150-178). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Denzin, N. K. (2002). The interpretative process. In A. Haberman, & M. Miles (Eds.), *The qualitative researchers companion* (pp. 349-366). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Estrada, A., Batanero, C., Bazán, J. L., Aparicio, A. (2009). As atitudes em relação à estatística em professores: Um estudo comparativo de países. In C. Costa, E. Mamede, & F. Guimarães (Eds.), *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática, Números e Estatística: Reflectindo no presente, perspectivando o futuro*. Vila Real: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Secção de Educação Matemática.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem da Estatística: Realidades e desafios. In C. Costa, E. Mamede, & F. Guimarães (Eds.), *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática, Números e Estatística: Reflectindo no presente, perspectivando o futuro*. Vila Real: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Secção de Educação Matemática.
- Fernandes, J. A., & Barros, P. M. (2005). Dificuldades em estocástica de uma futura professora do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico. *Revista Portuguesa de Educação*, 18(1), 117-150.
- Groth, R. E. (2006). An exploration of students' statistical thinking. *Teaching Statistics*, 28(1), 17-21.
- Martins, C., Pires, M. V., & Barros, P. M. (2009). Conhecimento estatístico: Um estudo com futuros professores. *Actas do ETEM: Números e Estatística*. Vila Real: APM.
- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: ME/DGIDC.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Rand Falmer.
- Ministério de Educação (ME) (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Lisboa: ME/Direção-Geral da Educação.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Santos, R. (2015). *O conhecimento de estatística e da sua didática de futuros professores* (Tese de doutoramento). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Santos, R., & Ponte, J. P. (2012). A interpretação de medidas de tendência central de futuros professores e educadores na realização de uma investigação estatística. In Actas SIEM XXIII - Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 482-493). Coimbra: APM.
- Shaugnessy, J. M. (2007). *Research on students' understanding of some big concepts. Thinking and reasoning with data and chance* (68th Yearbook). Reston: VA: NCTM.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic teacher*, November, 9-15.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. Jones (Ed.). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New York: Springer.
- Watson, J. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.