

A GEOMETRIA ANALÍTICA E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Joseide Justin Dallemole¹

Universidade Luterana do Brasil

Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

Universidade Luterana do Brasil

RESUMO

Este artigo apresenta uma investigação em livros didáticos brasileiros das coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012, para o Ensino Médio visando identificar os conteúdos de Geometria Analítica propostos, em particular para Reta e Circunferência. Investigou-se em que momento este conteúdo é abordado, quais Registros de Representação Semiótica são utilizados e como são explorados e quais metodologias são utilizadas. Esta análise é um recorte da pesquisa qualitativa a ser desenvolvida para o doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, a qual busca investigar as potencialidades de uma proposta metodológica para os processos de ensino e de aprendizagem da Geometria Analítica, no currículo de Matemática do Ensino Médio, articulada com a teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Foram analisados os livros das sete coleções aprovadas pelo PNLD (2012) que tratam deste conteúdo. Observou-se que a abordagem dos conteúdos é fragmentada, o estudo das equações paramétricas da reta, que são férteis em conexões com a Física, é abordado por apenas três livros. Há ênfase de exercícios para o aluno que recai no treinamento a partir de modelos a serem seguidos, há falta de proposta de utilização de recursos computacionais, poucas atividades de interação entre os alunos. As contextualizações com outros campos da Matemática e extra matemática são poucas e deveriam ser mais frequentes. Verificou-se que as situações de ensino e as atividades propostas apresentam diferentes registros semióticos, como a língua natural, registro numérico, algébrico, figural e gráfico, entretanto há ênfase nos

¹ jjdallemole@yahoo.com.br

² claudiag@ulbra.br

tratamentos, indicando que poderiam ser mais bem exploradas as conversões entre esses registros.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica; Geometria Analítica; Livros didáticos; Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

This study identifies Analytical Geometry contents addressing the Straight Line and the Circumference in Brazilian textbooks approved by Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012, for high school levels. The topics investigated were the moment these contents were taught, the used Registers of Semiotic Representation, how they are explored, and the employed methodologies. This analysis is part of a qualitative study developed as a PhD thesis in Teaching of Sciences and Mathematics. The aim is to investigate the potentials of a methodological proposal for the teaching and learning processes of Analytical Geometry in the Mathematics High School curriculum in the light of Raymond Duval's theory of Semiotic Representation Registers. The textbooks listed in the seven collections approved by PNLD (2012) and that cover these contents were analyzed. It was observed that the approach to contents is fragmented, that the study of parametric equations of the straight line is covered in only three textbooks, and that these equations have a narrow connection with Physics. The proposed exercises are focused on training based on models. Additionally, computer resources are not efficiently used, and few activities promote interaction between students. Contextualization with other fields of Mathematics and other disciplines are rare, and should be more frequent. Results reveal that teaching situations and activities proposed present different semiotic registers, such as natural language, as well as numeric, algebraic, figure and graphics registers, though there is an emphasis on treatments, indicating that conversions between these registers could be better explored.

Keywords: Semiotic Representation Registers; Analytical Geometry; Textbooks; Teaching and Learning.

INTRODUÇÃO

O ensino da Geometria Analítica, objeto de estudo no Ensino Médio e em alguns cursos do Ensino Superior, apresenta uma riqueza conceitual relevante para o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático, está presente em muitas áreas da Ciência, como a Medicina, em exames por imagem computadorizadas; a Engenharia na fabricação de peças de aço até a construção de cenários virtuais; a Astronomia e a Física, em movimentos de corpos em função do tempo. O GPS e os radares dos aeroportos e dos aviões também utilizam a Geometria Analítica em seu sistema de localização.

Segundo Eves (2007), as ideias concebidas por Descartes e Fermat acerca da Geometria Analítica moderna constituem um método da Geometria, e, para o autor, poucas experiências escolares podem ser mais emocionantes para um aluno do curso de Ensino Médio ou início de faculdade do que uma introdução a esse poderoso método de enfrentar problemas geométricos.

Silva (2006) constatou que muitos alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades em articular diversas representações gráficas e algébricas de curvas planas, além da dificuldade para compreender a diferença entre o objeto matemático e a sua representação. Dalle mole (2010), em pesquisa com alunos de Licenciatura em Matemática, constatou que eles apresentam dificuldades em realizar tratamentos e conversões entre representações dos registros língua natural, algébrico e gráfico que envolvem os conceitos de Geometria Analítica, mesmo os alunos já tendo visto tais conceitos no Ensino Médio.

Especificamente para a Geometria Analítica, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Brasil, 2006), afirmam que este conteúdo possibilita a articulação entre a geometria e a álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas por meio de equações, e o entendimento de equações por meio de figuras geométricas, abandonando a simples apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando memorizações excessivas de fórmulas. Evidencia-se nesta afirmação, com base na teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma necessidade de utilização de diferentes

registros semióticos, o registro gráfico e o registro algébrico, e um trabalho, por parte do professor, que promova a articulação, ou seja, a conversão entre esses registros.

Com base nas exigências atuais do mundo globalizado, o qual requer cada vez mais o domínio de habilidades matemáticas pelo indivíduo, e ciente da importância da Geometria Analítica para diferentes áreas da Ciência, entende-se necessário investigar os processos de ensino e de aprendizagem deste tema no atual sistema de Ensino Médio, bem como, investigar as potencialidades didático-pedagógicas de uma proposta metodológica para o desenvolvimento destes processos com base na articulação de diferentes registros semióticos, com o intuito de favorecer o desenvolvimento, por parte do aluno, de habilidades concernentes à Geometria Analítica. Uma das etapas para o desenvolvimento desta proposta é a investigação deste conteúdo em livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio.

Segundo Lopes (2009), a importância do livro didático de Matemática na educação brasileira é inegável, tanto pelo aspecto histórico nos processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina quanto pelo que ele representa para a maioria dos professores. Assim, sendo os livros didáticos um dos principais recursos para os professores na elaboração de seus planejamentos, traz-se neste artigo uma discussão e uma análise dos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2012, acerca da abordagem dada ao conteúdo de Geometria Analítica, especificamente para Reta e Circunferência, sob o olhar da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Na teoria de Raymond Duval (2004) sobre Registros de Representações Semióticas, as representações semióticas são definidas por ele como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL, apud DAMM, 2002, p.143). De acordo com Machado (2003), esta teoria tem servido

de base para pesquisas concernentes à aquisição de conhecimentos matemáticos e à organização de situações de aprendizagem desses conhecimentos.

De acordo com Duval (2004, p. 43), “a formação de uma representação semiótica é o recurso a um signo para atualizar a visão de um objeto ou substituir a visão desse objeto”. D’Amore (2005) complementa, afirmando que o conhecimento é a intervenção e a utilização dos signos. Assim, para ele, na aprendizagem da Matemática, os alunos são introduzidos em um mundo novo, conceitual e simbólico, sobretudo representativo.

Para Duval (2003, p. 13), “é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático”.

Porém, compreender e apreender conceitos matemáticos não tem sido tarefa fácil para a maioria dos alunos, pois eles, segundo Duval (2003), têm apresentado dificuldades na busca pelo saber matemático. Diante de um mundo globalizado e, ainda, de acordo com o autor, com a recente exigência de maior formação Matemática inicial para todos os alunos, questões sobre como compreender essas dificuldades dos alunos, qual a sua natureza e onde elas se encontram passaram a ter maior importância, objetivando prepará-los para enfrentar um mundo cada vez mais informatizado e tecnológico e cada vez mais complexo, como o que se está vivendo.

Na busca por respostas a essas questões, Duval (2003), diz que não se pode restringir ao campo matemático ou à sua história, é preciso uma abordagem cognitiva, já que o ensino da Matemática, em formação inicial, objetiva não formar futuros matemáticos, nem ensinar aos alunos instrumentos que mais tarde lhes possam ser úteis, mas sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, análise e visualização. O autor entende que a aprendizagem da Matemática constitui uma área de estudo privilegiada para as análises de atividades cognitivas fundamentais para o desenvolvimento cognitivo do aluno, como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos, sendo que estas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de representação diferentes da linguagem natural ou de imagens.

Os objetos matemáticos, segundo Duval (2003), a começar pelos números, “não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar”. Em palavras semelhantes, Damm (2002) salienta que a Matemática trabalha com objetos abstratos, ou seja, não são diretamente perceptíveis ou observáveis, necessitando, para sua apreensão, o uso de representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos, pois permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento matemático.

No entanto, ela salienta que, para a compreensão da disciplina, é fundamental que o aluno faça a distinção entre o objeto matemático e sua representação. Nesse sentido, em relação à Geometria Analítica, conteúdo ao qual se refere esta pesquisa, e o uso dos Registros de Representação Semiótica, Silva (2006) comenta que:

Na aprendizagem da Matemática verificamos a dificuldade de nossos alunos para compreender a diferença entre objeto matemático e sua representação. É muito importante para a aquisição do conhecimento matemático que esta distinção seja estabelecida, e neste sentido, a teoria das representações semióticas auxilia de maneira decisiva, em particular, no que se refere às diversas representações de pontos, retas e curvas no plano. (SILVA, 2007, p.24)

Sobre a aquisição conceitual de um objeto matemático, D’Amore (2005), referindo-se a Duval (1993), afirma que ela se baseia em duas características fortes. A primeira está no fato de o uso de diversos Registros de Representação Semiótica ser típico do pensamento humano, e a segunda no fato da criação e do desenvolvimento de novos sistemas semióticos serem marcos históricos de progresso do conhecimento.

Para D’Amore (2005), essas características revelam a estreita interdependência entre *noesis* (aquisição conceitual de um objeto) e *semiosis* (representação realizada por meio de signos) e como se passa de uma para outra. Assim, para o autor, “não apenas não existe *noesis* sem *semiosis*, mas a *semiosis* é assumida como sendo uma característica necessária para garantir o primeiro passo na direção da *noesis*” (D’AMORE, 2005, p.60).

Especificamente a Matemática, Duval (2004) afirma que ela permite uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Assim, conforme Duval (2003, p.14), “a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação”. Em palavras semelhantes, Damm (2002) menciona que é somente por meio da coordenação de vários registros de representação, pelo indivíduo que apreende, que será possível a apreensão conceitual dos objetos matemáticos.

Entretanto, D’Amore (2005) pontua que, quando Duval refere-se à Registro de Representação Semiótica, ele faz referência a um sistema de signos que permite cumprir as funções de comunicação, tratamento e objetivação, como, por exemplo, a numeração binária, ou a decimal, porém não faz referência às notações convencionais as quais não constituem um sistema, como, por exemplo, as letras ou os símbolos utilizados para indicar as operações algébricas.

Segundo Duval (2003), existem quatro tipos muito diferentes de Registros de Representações Semióticas, conforme apresentadas na Figura 1.

	Representação Discursiva	Representação não-discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais). Forma racional: argumentação a partir de observações, de crenças...; dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva. Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: numéricas (binárias, decimal, fracionária...); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo.	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistema de coordenadas. Interpolação, extrapolação.

Figura 1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.
Fonte: Duval (2003, p.14)

Assim, de acordo com Duval (2003), percebe-se que os registros monofuncionais são os que possuem algoritmos próprios em sua estrutura, e os multifuncionais são aqueles em que os tratamentos não são algoritmizáveis. Os registros multifuncionais têm como representação discursiva a língua natural, ou seja, se manifestam por meio de associações verbais entre conceitos, pelas formas

de raciocínio argumentativo, as quais se baseiam em observações, crenças, entre outros, e dedutivo, que se baseiam em definições, propriedades, teoremas, etc. Apresentam-se, também, na forma não-discursiva, como as figuras geométricas planas e espaciais. Como registros monofuncionais na representação discursiva, têm-se os sistemas de escritas numéricas, algébricas e simbólicas, bem como, o cálculo; e representação não-discursiva, encontram-se os gráficos cartesianos com as mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação.

Duval (2004) estabelece três atividades cognitivas inerentes à *semiosis*, ou seja, para que um sistema semiótico seja um registro de representação, são necessárias a formação de representações em um registro semiótico particular e as duas transformações de representações semióticas, uma denominada tratamento e a outra, conversão, as quais correspondem a atividades cognitivas diferentes.

Essas três atividades cognitivas estão reagrupadas no que se chamam tarefas de produção e tarefas de compreensão. Para Duval (2004), a produção de uma resposta, seja um texto ou esquema, mobiliza simultaneamente a formação de representações semióticas e seu tratamento, enquanto a compreensão de algo, como um texto ou uma imagem, mobiliza as atividades de conversão e de formação ou ainda as três atividades cognitivas. Ele menciona, também, que há regras de funcionamento próprias a cada uma dessas atividades, as quais dependem dos sistemas semióticos e são independentes das restrições que a comunicação pode impor à produção ou à compreensão das representações semióticas.

A formação da representação de um registro está atrelada ao que Duval (2004) chama de regras de conformidade, definidas por ele como sendo “aquelas que definem um sistema de representação e, em consequência, os tipos de unidades constituídas de todas as representações possíveis em um registro” (DUVAL, 2004, p. 43). Assim, ele segue afirmando que essas regras permitem o reconhecimento das representações como em um registro determinado, e que a formação das representações semióticas implica, então, “a seleção de um certo número de caracteres de um conteúdo percebido, imaginado ou já representado em função das possibilidades de representação próprias ao registro determinado” (DUVAL, 2004, p. 44).

Para melhor entender a ideia apresentada por Duval, pode-se comparar a formação de uma representação, segundo Damm (2002), à realização de uma tarefa de descrição, ou seja, os Registros de Representação Semiótica precisam ser identificáveis, seja por meio de um texto em língua natural, de uma figura geométrica, de um gráfico, entre outros, respeitando regras inerentes a cada sistema de registros.

Com relação ao tratamento, Duval (2004) estabelece que é a transformação de uma representação inicial em outra representação terminal, respectiva a uma questão, a um problema, ou seja, é a transformação de uma representação dentro de um mesmo registro. Por exemplo, “efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria” (DUVAL, 2003, p. 16).

De acordo com Damm (2002), existem regras de tratamento próprias a cada registro, variando sua natureza e número de um registro a outro, como, por exemplo, quando se trabalha com as quatro operações com os números naturais no registro algarítmico, o tratamento utilizado requer a compreensão de regras do sistema posicional e da base dez. Sem essa compreensão, a utilização desse tratamento não é significativa para a aprendizagem.

O que acontece na aprendizagem da Matemática é que os registros de representação utilizados possuem graus de dificuldade diferentes, e esse é um dos problemas que, segundo Damm (2002), o professor precisa enfrentar no momento de ensinar, sem esquecer que trabalha com o mesmo objeto matemático, “porém o registro de representação utilizado exige tratamento muito diferente, que precisa ser entendido, construído e estabelecidas relações para o seu uso” (DAMM, 2002, p. 146).

Já a conversão, para Duval (2004), é a transformação externa relativa ao registro da representação de partida, isto é, consiste em mudar de registro, conservando os mesmos objetos matemáticos, como, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica ou de uma representação linguística a uma figural.

Damm (2002) considera que a conversão

[...] é um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento estabelece internamente ao registro, já a conversão se dá entre os registros, ou seja, é exterior ao registro de partida. (DAMM, 2002, p.147)

Nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, deve-se levar em conta não só a formação de representações e os tratamentos, como também a conversão entre os diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, e isso, de acordo com Damm (2002), estabelece um problema no ensino dessa disciplina, pois são priorizadas somente as duas primeiras atividades cognitivas, ou seja, a formação de representações e os tratamentos. Ainda, segundo Duval (2004), este problema ocorre principalmente para o registro em língua natural, para os registros numéricos e para os registros de escrita simbólica, enquanto o que garante a apreensão do objeto matemático e a conceitualização, é a coordenação, pelo aluno, de vários registros de representação.

Duval (2003) complementa que é preciso levar em conta a natureza de cada registro, pois o grau de profundidade das dificuldades levantadas para a aprendizagem da Matemática não é o mesmo segundo a natureza dos registros. No que se refere aos tratamentos, segundo o autor, as maiores dificuldades concernem aos registros multifuncionais, como, por exemplo, as demonstrações em geometria feitas em língua natural, enquanto para a atividade de conversão as dificuldades mais sérias ocorrem quando há necessidade de passagens entre registro monofuncional e registro multifuncional (passar da representação gráfica para a representação em língua natural, por exemplo), pois tal atividade de conversão pode ser mais complexa nestes casos.

Em relação à conversão entre gráficos e equações, Duval (2003) pontua que:

a conversão entre gráficos e equações supõe que se consiga levar em conta, de um lado, as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos, etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual 1, etc.). (DUVAL, 2003, p. 17)

De acordo com Duval (apud MORETTI, 2003), as representações gráficas possuem três tipos distintos de procedimentos: 1) o procedimento por pontos, 2) o procedimento de extensão de um traçado efetuado, 3) o procedimento de

interpretação global das propriedades figurais. Em relação aos dois primeiros procedimentos, Moretti (2003) afirma:

O procedimento 1 é o que mais aparece nos livros didáticos: pontos obtidos por substituição na expressão da função são localizados em um sistema de eixos graduados para que em seguida a curva possa ser traçada por meio da junção desses pontos. Nesse modo, não há ligação entre o gráfico e a expressão algébrica da função correspondente. Diversos problemas podem surgir dessa forma de proceder, pelo fato de que se há congruência semântica entre um par ordenado e sua representação cartesiana, o mesmo não se pode dizer de um conjunto de pontos no plano cartesiano e uma regra matemática a ele equivalente. (MORETTI, 2003, p. 151)

No procedimento 3, o conjunto traçado/eixo, como comenta Moretti (2003), “forma uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica. Esse modo permite que se identifiquem as modificações possíveis conjuntamente na imagem e na expressão algébrica.” (MORETTI, 2003, p. 151).

Duval (2003) acredita que, para uma apreensão global das propriedades inerentes às representações gráfica e algébrica de uma curva, não basta que se trabalhe a conversão em único sentido – e isto também é fato em conversões realizadas com quaisquer dois registros de representação de um objeto matemático – mas é necessário inverter o sentido da conversão, pois, ao fazê-lo, permite-se ao aluno a possibilidade de analisar propriedades em que na conversão em apenas um sentido não são valorizadas ou perceptíveis.

Neste contexto, Duval (2003) estabelece dois tipos de fenômenos característicos das conversões de representações: as variações de congruência e não-congruência, ou seja, a correspondência semântica entre as unidades significantes de cada uma das representações, e a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão. Segundo o autor, para analisar uma atividade de conversão, basta comparar a representação no registro de partida com a representação no registro de chegada; porém, duas situações podem ocorrer, ou a representação terminal transpõe na representação de saída e a conversão se aproxima de uma situação de simples codificação, e diz-se que há congruência entre as duas representações tornando mais evidente a passagem de uma à outra; ou então, ela não transpõe absolutamente, e se dirá que ocorre a não-congruência. Na não-congruência, Duval (2004), afirma que não só aumenta o tempo de tratamento, que pode ser necessário para realizar a conversão proposta (para realizar uma atividade

de conversão entre registros de representação pode ser preciso que o aluno também realize tratamentos no decorrer desta atividade), como também a conversão pode resultar impossível de efetuar, ou inclusive de compreender, sem que haja um conhecimento prévio específico da formação e tratamento da representação, próprias a cada registro envolvido. Desta forma, analisar o grau de dificuldade em uma conversão implica verificar os fenômenos de congruência.

O outro fenômeno característico da conversão de representações é o sentido da conversão. Para Duval (2003), nem sempre a conversão se efetua quando se invertem os registros de partida e de chegada, ou seja, um aluno pode realizar a conversão entre dois registros em um sentido, porém, se tomado o registro de chegada, o aluno pode não voltar ao registro de partida, não efetuando, assim, a conversão no sentido inverso.

Duval (2004), afirma que “uma aprendizagem especificamente centrada na troca e na coordenação dos diferentes registros de representação (conversão de registros), produz efeitos espetaculares sobre as tarefas de produção e compreensão” (DUVAL, 2004, p. 49), do contrário, a ausência de coordenação entre os diferentes registros representa um obstáculo para a aprendizagem conceitual. O autor acentua que organizar situações de aprendizagem centradas na coordenação de registros requer uma identificação prévia das variações cognitivamente pertinentes de uma representação em um registro, de maneira que possa ser realizada pelos alunos uma exploração segundo o método que consiste em fazer variar somente um fator de cada vez, deixando os outros sem troca, em uma representação. Ele recomenda que tais situações sejam propostas desde os 12 ou 13 anos de idade, pois, referindo-se a Piaget (1955), afirma que as observações realizadas mostram que a habilidade para distinguir experimentalmente os fatores de variação aparecem desde essa idade.

Entende-se que o desenvolvimento cognitivo matemático do educando está diretamente vinculado às ações metodológicas que priorizam o uso da diversidade de Registros de Representação Semiótica e às atividades de conversão entre elas. Buscando diversificar situações que englobem essas atividades, o professor propiciará ao aluno não apenas que ele apreenda progressivamente conceitos matemáticos, mas contribuirá para que o mesmo evolua em suas capacidades de

raciocínio, análise, visualização, interpretação e, conseqüentemente, para a sua formação enquanto cidadão.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO ACERCA DOS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA

A investigação em livros didáticos das coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012, para o Ensino Médio buscou identificar os conteúdos de Geometria Analítica propostos, em particular para Reta e Circunferência, em que série do Ensino Médio são abordados, quais registros de representação semiótica são utilizados na exposição teórica deste conteúdo, bem como, nos exercícios resolvidos e exercícios propostos, e como são explorados esses registros em relação aos tratamentos e às conversões propostos, as metodologias utilizadas para o ensino do mesmo, além das propostas de interação entre alunos, contextualizações e propostas de utilização de recursos computacionais.

Foram escolhidos para análise os livros didáticos: Matemática – Contexto e Aplicações do autor Luiz Roberto Dante, editado pela Ática, em São Paulo, em 2010 (L1); Matemática – Paiva do autor Manoel Paiva editado pela Moderna, em São Paulo, em 2009 (L2); Novo Olhar Matemática do autor Joamir Roberto de Souza, editado pela FTD, em São Paulo, em 2010 (L3); Matemática: ciência e aplicações dos autores Gelson Iezzi, et al., editado pela Saraiva, em São Paulo, em 2010 (L4); Matemática: ensino médio das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, editado pela Saraiva, em São Paulo, em 2010 (L5); Conexões com a Matemática de Juliane Matsubara Barroso, editado pela Moderna, em São Paulo, ano de 2010 (L6); Matemática: ciência, linguagem e tecnologia de Jackson Ribeiro, editado pela Scipione, em 2010 (L7).

De acordo com Brasil (2011), em relação à seleção dos conteúdos na aprovação das obras, a Geometria Analítica, dada a sua importância como uma conexão entre a geometria e a álgebra, foi destacada em um campo específico, que

compreende: retas, circunferências e cônicas no plano cartesiano; vetores; e transformações geométricas.

Desde suas origens, a Geometria Analítica é um campo privilegiado para as conexões entre a álgebra e a geometria. É sabido que a escolha de um sistema de coordenadas permite que se estabeleça uma estreita relação entre, de um lado, figuras geométricas e, do outro, equações (ou inequações) envolvendo as coordenadas dos pontos. Na geometria analítica, tanto resolvemos problemas geométricos recorrendo a métodos algébricos, quanto atribuímos significado geométrico a fatos algébricos. (BRASIL, 2011, p. 33)

Na terceira série do Ensino Médio, ou seja, no volume três das coleções aprovadas pelo PNLD (2012), segundo Brasil (2011), é dada maior atenção à Geometria Analítica em detrimento de outros campos. Apresenta-se, na Figura 2, o quadro com a distribuição dos conteúdos de Ponto e Reta e Circunferência, nos livros didáticos analisados.

Os livros analisados possuem um padrão de organização quanto à apresentação dos conteúdos e das atividades sobre Ponto e Reta e Circunferência, sendo estes distribuídos em capítulos e subdivididos em unidades conforme o quadro da Figura 2. Observa-se, também, na Figura 2, que apenas um livro aborda o coeficiente linear de uma reta e somente três dos sete livros analisados abordam as equações paramétricas da reta. Nota-se, ainda, a apresentação de inequação do primeiro grau com duas variáveis em seis livros e de inequação do segundo grau com duas incógnitas em três livros, sendo que, em geral, estes livros buscam fazer uma aplicação à programação linear, por meio de problemas introdutórios a este assunto.

Segundo Brasil (2011), a abordagem dos conteúdos de Geometria Analítica adotada nos livros analisados é muito fragmentada, mencionando um exemplo no estudo da reta, em que há vários tipos de equação, apresentados isoladamente e com igual destaque, ao invés de se priorizar uma delas, à qual seriam relacionadas as demais. Brasil (2011) reafirma a falta do estudo das equações paramétricas da reta, que são férteis em conexões com a Física, e só foram encontradas em três das obras.

Distribuição do conteúdo de Ponto e Reta		L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7
Sistema Cartesiano ortogonal		x		x	x	x	x	x
Distância entre dois pontos		x	x	x	x	x	x	x
Coordenadas de um ponto médio de um segmento de reta		x	x	x	x	x	x	x
Condição de alinhamento de três pontos		x	x	x	x	x	x	x
Inclinação de uma reta		x	x	x	x	x	x	x
Coeficiente angular de uma reta		x	x	x	x	x	x	x
Coeficiente linear de uma reta								x
Equação da reta quando são conhecidos um ponto $P_0(x_0, y_0)$ e a declividade m da reta		x	x	x	x		x	x
As bissetrizes dos quadrantes e as retas horizontais e verticais			x		x	x		
Formas da equação da reta:	Forma reduzida	x	x	x	x	x	x	x
	Equação geral	x	x	x	x	x	x	x
	Forma segmentária	x			x	x	x	
Posições relativas de duas retas no plano:	Retas paralelas	x	x	x	x	x	x	x
	Retas concorrentes	x	x	x	x	x	x	x
	Intersecção de duas retas	x	x	x	x	x	x	x
Equações paramétricas da reta			x		x		x	
Perpendicularidade de duas retas		x	x	x	x	x	x	x
Distância de um ponto a uma reta		x	x	x	x	x	x	x
Ângulo formado por duas retas		x		x	x	x	x	x
Área de uma região triangular		x	x	x	x	x	x	x
Inequação do 1º grau com duas variáveis			x	x	x	x	x	x
Distribuição do conteúdo de Circunferência								
Definição		x		x	x	x	x	x
Equação geral e reduzida		x	x	x	x	x	x	x
Posições relativas entre ponto e circunferência			x	x	x	x	x	x
Posições relativas entre reta e circunferência		x	x	x	x	x	x	x
Problemas de tangência		x			x	x		
Posições relativas de duas circunferências		x		x	x	x	x	x
Inequações do 2º grau com duas incógnitas					x		x	x

Figura 2- Distribuição dos conteúdos de ponto e reta e circunferência nos livros didáticos analisados.

No estudo da circunferência, Brasil (2011) comenta que apenas uma coleção não utiliza o método de completar quadrados para obter a forma canônica de sua equação, que permite determinar as coordenadas do centro e o comprimento do raio, dessa maneira, atribui-se significado a este procedimento algébrico.

Todas as obras contêm páginas de abertura dos capítulos (ou unidades) que apresentam aplicações, questões, problemas, informações ou revisão de pré-requisitos, relacionadas com aquilo que será estudado. As seções iniciais, em geral

incluem um pouco da História da Geometria Analítica, porém apenas como texto informativo, o que, segundo Miguel e Miorim (2011), é um uso incorreto da História da Matemática. Para os autores, o uso da História da Matemática não tem apenas a intenção de fornecer informações aos alunos, mas é a oportunidade de partilhar com eles dúvidas e questionamentos do professor a partir de problemas históricos trazidos para um contexto atual.

Observa-se, segundo Brasil (2011), a sistematização, algumas vezes apressada, dos conteúdos, acompanhada de exercícios resolvidos que servem como modelos a serem seguidos, além da ênfase de exercícios para o aluno que recai no treinamento a partir destes modelos. De acordo com Brasil (2011) “essa é uma característica que dificulta as tentativas de o professor conduzir aulas nas quais os alunos pensem, discutam possíveis soluções e reconheçam a necessidade de ampliação dos conhecimentos” (BRASIL, 2011, p. 39-40).

No final de cada capítulo ou unidade, em geral as obras apresentam exercícios complementares e seções com questões de vestibulares de diferentes regiões do país e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O livro Matemática – Contexto e Aplicações (L1) apresenta uma seção intitulada “Tim-tim por Tim-tim” em que são seguidas, em detalhes, as diferentes fases de resolução de um problema.

No manual do professor, em algumas obras, são apresentados breves textos relacionados às tendências metodológicas para o ensino da Matemática, como a etnomatemática, modelagem matemática, recursos tecnológicos, a utilização da história da Matemática, resolução de problemas com o intuito do professor utilizar esses temas em suas aulas. Porém, como são textos superficiais e não apresentam sugestões de trabalho relacionado a algum conteúdo, caso o professor não tenha um conhecimento prévio desses temas, é necessário que ele busque leituras complementares para utilização em sua prática docente. São também sugeridas leituras complementares para o professor com indicações de livros, sugestões de sites para consulta, orientações para o desenvolvimento dos conteúdos, os objetivos específicos para a Geometria Analítica ou as habilidades e competências a serem desenvolvidas em cada assunto.

Na Figura 3, apresenta-se o quadro sobre a exploração dos Registros de Representação Semiótica na exposição teórica e nos exercícios resolvidos e propostos, a proposta de interação entre os alunos e as contextualizações com outros campos da Matemática e extra matemática, nos conteúdos de Reta e Circunferência dos livros didáticos analisados.

		L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7
Tipos de Registros Semióticos utilizados:	Língua natural	x	x	x	x	x	x	x
	Registro numérico	x	x	x	x	x	x	x
	Registro algébrico	x	x	x	x	x	x	x
	Registro figural	x	x	x	x	x	x	x
	Registro gráfico	x	x	x	x	x	x	x
Registros que envolvem tratamentos:	Língua natural	x	x	x	x	x	x	x
	Registro numérico	x	x	x	x	x	x	x
	Registro algébrico	x	x	x	x	x	x	x
	Registro figural							
	Registro gráfico	x						
Registros que envolvem conversões:	Língua natural para o registro algébrico	x	x	x		x		x
	Registro algébrico para a língua natural	x	x	x	x		x	x
	Língua natural para o registro gráfico							
	Registro gráfico para a língua natural					x	x	x
	Língua natural para o registro numérico	x	x	x	x	x	x	x
	Registro gráfico para o registro numérico	x	x	x	x	x	x	x
	Registro numérico para o registro gráfico	x			x	x	x	
	Registro algébrico para o registro gráfico	x	x	x	x	x	x	x
Registro gráfico para o registro algébrico	x	x	x	x	x	x	x	
Abordagem teórica sobre Registros de Representação Semiótica no manual do professor			x					
Sugestões de atividades envolvendo tratamentos de registros semióticos no manual do professor		x	x		x			x
Sugestões de atividades envolvendo conversões entre diferentes registros semióticos no manual do professor		x	x		x			x
Proposta de interação entre os alunos com atividades em dupla ou em grupo		x	x	x	x	x	x	x
Contextualização em outros campos da Matemática		x	x	x	x	x	x	x
Contextualização extra matemática		x	x	x	x	x	x	x
Sugestões de atividades utilizando recursos computacionais						x		

Figura 3- Aspectos analisados nos conteúdos de Reta e Circunferência dos livros didáticos.

Quanto às possibilidades de exploração de Registros de Representação Semiótica, nas obras analisadas, observa-se que todas se utilizam dos registros língua natural com situações descritas na língua portuguesa, registro numérico

como, por exemplo, as coordenadas de um ponto, registro figural composto de figuras geométricas, registro gráfico e o registro algébrico composto de equações, fórmulas, coordenadas de um ponto na forma $P(a,b)$, tanto na exposição teórica do conteúdo como nos exercícios resolvidos e nas atividades propostas. Entretanto, evidencia-se que na exposição teórica são mais utilizados os registros língua natural e algébrico para explicar e demonstrar conceitos de Reta e Circunferência, sendo mais frequentes os tratamentos algébricos, e em termos de conversão a frequência é maior nos sentidos do registro língua natural para o registro algébrico e registro algébrico para o registro gráfico. Nos exercícios resolvidos e nas atividades propostas, observa-se maior frequência nos tratamentos que envolvem registros numéricos e registros algébricos, como, por exemplo, na resolução de equações. Nas atividades de conversão, os livros didáticos apresentam poucos exercícios resolvidos, sendo que estes apresentam maior frequência, tanto nos exercícios resolvidos quanto nas atividades propostas, nos sentidos do registro língua natural para o registro algébrico e registro algébrico para o registro gráfico. Embora todas as obras apresentem a conversão em duplo sentido entre os registros algébrico e gráfico, o que não ocorre entre representações dos demais registros, conforme Figura 3, é privilegiada uma quantidade maior de atividades propostas no sentido do registro algébrico para o gráfico. Verifica-se, também, que os exercícios resolvidos e as atividades propostas apresentados nos livros didáticos privilegiam, em sua maioria, transformações de tratamentos em detrimento das conversões.

Observa-se que o livro Matemática – Paiva (L2) é o único que traz uma abordagem teórica, com um pequeno texto sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, sobressaindo-se em relação às demais obras na abordagem de atividades envolvendo tratamentos na língua natural. Entretanto, não aborda atividades de conversão entre os registros língua natural e gráfico, e do registro numérico para o registro gráfico.

Observa-se também, conforme a Figura 3, que nenhuma obra apresenta atividades de conversão do registro língua natural para o registro gráfico, como também não é apresentado tratamento no registro figural e apenas uma obra apresenta tratamento no registro gráfico. As atividades de conversão do registro gráfico para a língua natural são apresentadas em apenas três obras. Quanto às

sugestões de atividades complementares envolvendo tratamentos e conversões de diferentes registros semióticos no manual do professor, três das sete obras analisadas não apresentam qualquer tipo de atividade.

Desta forma, é possível evidenciar que os livros didáticos analisados não priorizam a coordenação entre vários registros de representação semiótica, bem como não se preocupam em explorar o duplo sentido de conversão entre estes registros, o que segundo Duval (2003), são condições fundamentais para a aquisição dos conceitos matemáticos. Fica evidente, também, que entre os registros multifuncionais são privilegiadas representações discursivas, como a língua natural, e entre os registros monofuncionais, são exploradas representações discursivas como os sistemas de escritas algébricas e numéricas, e representações não-discursivas como gráficos cartesianos, privilegiando as representações discursivas. No entanto, as obras priorizam os registros monofuncionais, em que os tratamentos são principalmente algoritmos.

Referente aos tratamentos, Duval (2003), afirma que as maiores dificuldades concernem aos registros multifuncionais, enquanto para a atividade de conversão as dificuldades mais sérias ocorrem quando há necessidade de passagens entre registro monofuncional e registro multifuncional. Observa-se que as obras analisadas priorizam atividades de tratamento nos registros monofuncionais, especificamente nas escritas numéricas e algébricas, enquanto nas atividades de conversão são priorizadas a passagem de um registro multifuncional para um registro monofuncional, ou seja, da representação em língua natural para a representação no registro algébrico, e outra nos registros monofuncionais, especificamente, a conversão de representações no registro algébrico para a representação no registro gráfico. Assim, é importante levar em consideração, segundo o autor, a natureza de cada registro, proporcionando ao aluno atividades e situações de ensino que apresentam as diversas possibilidades de atividades de tratamentos e conversões, a fim de que favoreça a diferenciação entre o objeto matemático e sua representação e a mobilização dos conceitos a serem aprendidos.

Outro dado importante é que os autores utilizam o procedimento por pontos na construção do registro gráfico das equações em detrimento do procedimento de interpretação global das propriedades figurais, não possibilitando a apreensão dos

valores visuais da figura-forma (traçados retos ou curvos). Além disso, os exercícios apresentados não buscam fazer modificações nas variáveis visuais das equações e dos gráficos, permitindo ao aluno perceber as implicações destas modificações na correspondente conversão entre seus respectivos registros. Duval (2004) recomenda que este tipo de atividade seja proposto aos alunos desde os 12 ou 13 anos de idade, de maneira que possam realizar uma exploração segundo o método que consiste em fazer variar somente um fator de cada vez, deixando os outros sem troca, em uma representação.

A partir destas observações, é possível afirmar que a forma como os livros didáticos abordam os conteúdos de Reta e Circunferência não favorece a distinção entre o objeto matemático e sua representação, pois a abordagem teórica não é realizada de maneira que o aluno possa visualizar diferentes representações semióticas para um mesmo objeto matemático e poucas atividades propostas instigam o aluno a perceber a mobilização de diferentes registros semióticos e a articulação de diferentes representações destes registros em duplos sentidos para um mesmo objeto matemático.

Na Figura 4, apresenta-se uma atividade de Dante (2010), que buscou propor a conversão e o tratamento entre diferentes registros semióticos utilizando-se da metodologia de Resolução de Problemas.

As próximas etapas para resolução desenvolvidas pelo autor são: 3 – executando o que foi planejado, 4 – emitindo a resposta e 5 – ampliando o problema. Assim, esta atividade exemplifica a intenção do autor em elencar alguns aspectos norteadores que devem ser considerados durante a resolução de um problema por meio de cinco etapas cuidadosamente explicadas, como inicialmente apresentadas na Figura 3.

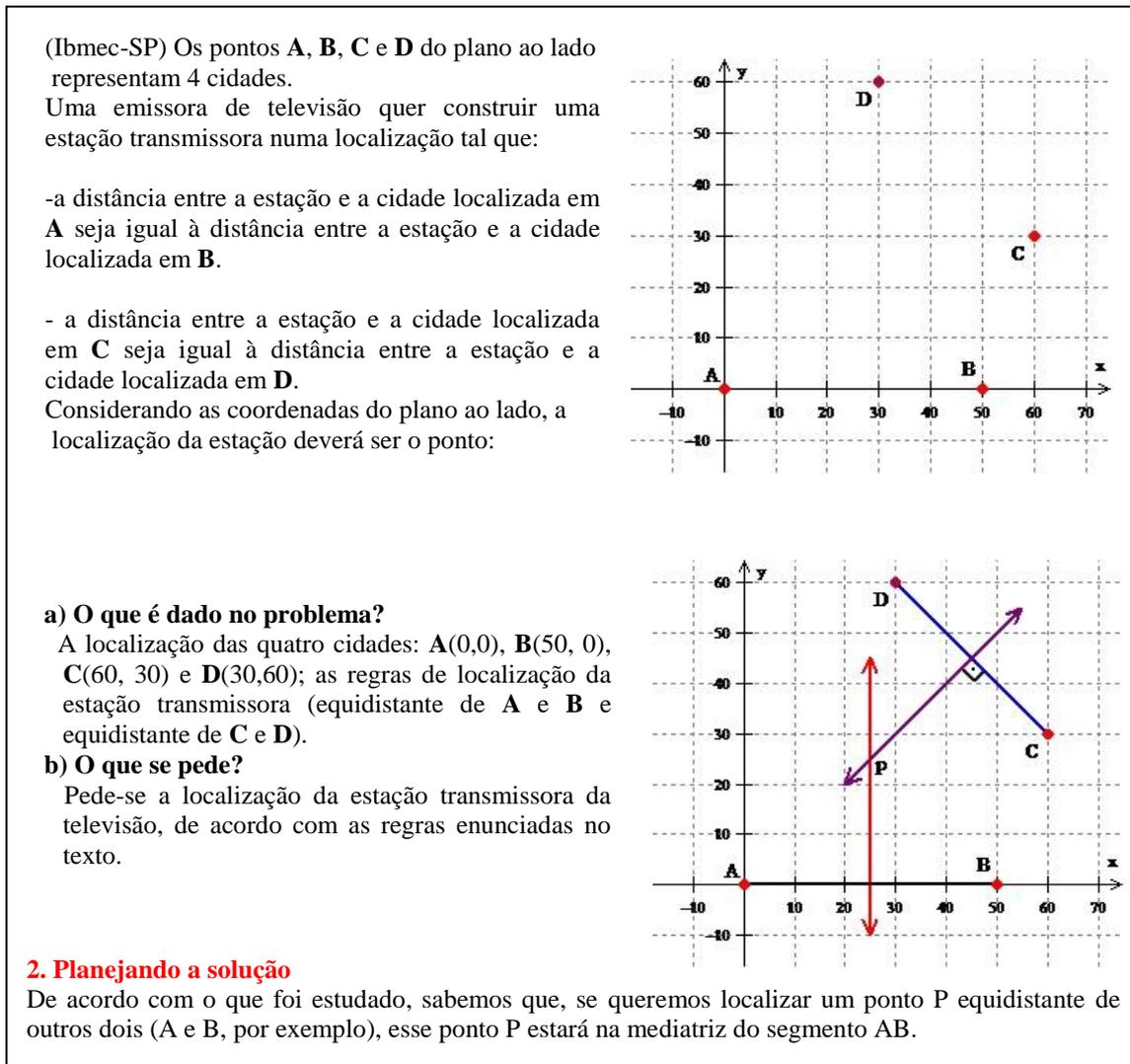


Figura 4- Atividade de conversão e tratamentos de registros semióticos.

Fonte: Dante (2010, p. 68, vol.3)

No tocante aos Registros de Representação Semiótica, observa-se que o autor apresenta o enunciado do problema nos registros língua natural e gráfico, propondo uma conversão para a representação no registro numérico (coordenadas do ponto $P(x,y)$ que representa a localização da estação transmissora de televisão). Na solução, inicialmente são escritos os pontos do gráfico, o qual representa o mapa em que são traçados os caminhos entre as emissoras de televisão, em registro numérico, realizado um tratamento no gráfico dado, a partir do conceito de pontos equidistantes. A partir das coordenadas dos pontos no gráfico, são realizados tratamentos numéricos para encontrar a equação das mediatrizes respectivas aos segmentos **AB** e **CD**. Realizando tratamentos no registro algébrico das equações

encontradas, obtém-se a intersecção das duas mediatrizes, e são encontradas as coordenadas do ponto P, ou seja, a resposta do problema.

Com isto, observa-se que, ao estabelecer as possíveis etapas para maior elucidação da pergunta e encaminhamento para resposta (solução do problema), o autor quis enfatizar a importância de se lançar mão das representações gráficas de modo que, neste caso, com o uso desta representação, mapa com sistema de referência e o posicionamento das estações, foi possível observar mais claramente que o objetivo matemático era encontrar o ponto de encontro das mediatrizes, segundo o mapa, dos segmentos AB e CD, resultando assim na solução do problema.

A Figura 5 apresenta um exercício resolvido de Paiva (2009) que utiliza diferentes registros semióticos.

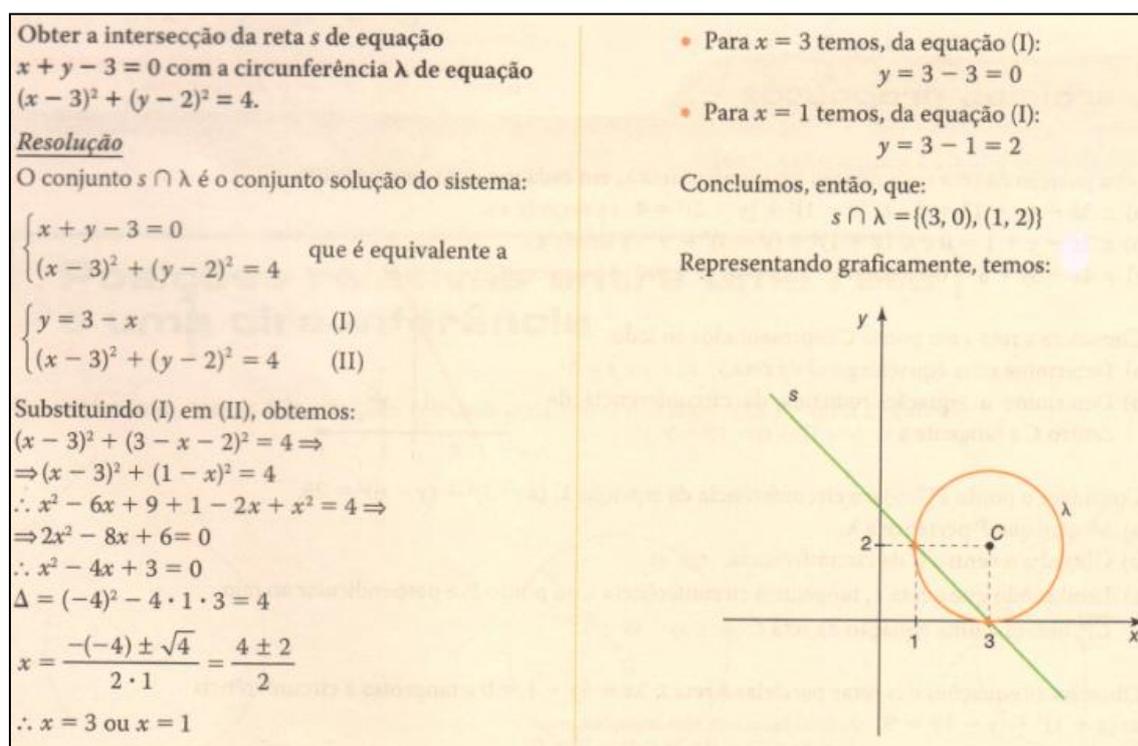


Figura 5- Atividade com diferentes registros semióticos.

Fonte: Paiva (2009, p. 86, vol.3)

No exercício apresentado na Figura 5, o objetivo matemático é encontrar os pontos de intersecção entre a reta e a circunferência dadas pelas respectivas equações, e representá-las graficamente no plano cartesiano. O autor apresenta o

problema utilizando-se da língua natural e da representação algébrica das equações da reta e da circunferência, propondo uma atividade de conversão da representação no registro algébrico (equações das retas) para a representação no registro gráfico.

Inicia a resolução a partir de um sistema com as duas equações para encontrar o conjunto dos pontos de intersecção entre elas. Ao resolver, o autor realiza um tratamento algébrico ao passar a equação geral da reta para a equação reduzida, e, utilizando o método de substituição, realiza tratamentos algébricos e numéricos na equação da circunferência e encontra os pontos (3,0) e (1,2) como conjunto solução do sistema e intersecção entre a reta s e a circunferência λ . Então, representa-as graficamente com os respectivos pontos de intersecção, realizando uma conversão para o registro gráfico, o que enriquece a atividade, pois, além de encontrar os pontos de intersecção solicitados no enunciado, o autor representa graficamente a reta e a circunferência apresentadas inicialmente no registro algébrico, bem como, mostra neste gráfico os pontos de intersecção entre as mesmas, permitindo ao aluno transitar entre diferentes representações do mesmo objeto matemático.

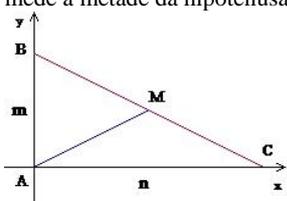
Os dois problemas apresentados nas Figuras 4 e 5 oferecem possibilidades de tratamentos e conversões entre representações de registros semióticos, conforme supracitado, de modo que essa articulação favorece a mobilização de diferentes conceitos matemáticos, no entanto, o que poderia enriquecer ainda mais estas atividades seria possibilitar ao aluno transitar no duplo sentido das conversões propostas.

Nota-se, conforme o quadro da Figura 3, que todas as obras trazem algum tipo de proposta de interação entre os alunos, seja em dupla ou em grupo, porém são poucas seções com este tipo de proposta. Em relação à contextualização com outros campos da Matemática, segundo Brasil (2011) são importantes as conexões da Geometria Analítica com gráficos de funções; representações geométricas dos sistemas lineares; matrizes de transformações geométricas. Observa-se, também, a contextualização com a geometria plana, progressão aritmética, estatística e programação linear, no entanto, segundo Brasil (2011), dada a importância dessas contextualizações, elas deveriam ser mais frequentes.

Referente à contextualização com o estudo de funções, observa-se que os autores que procuram fazê-la não deixam clara a distinção entre os conceitos envolvidos em uma função que representa uma reta e uma equação da reta que também pode ter as mesmas representações. Muitas atividades sobre função são apresentadas como se esta fosse objeto de estudo da Geometria Analítica e não um assunto que está sendo contextualizado com este conteúdo, ou seja, não há a devida abordagem sobre o conceito de lugar geométrico para fazer tal distinção.

A Figura 6 apresenta uma atividade de contextualização com a geometria plana proposta pelo livro Matemática – Contexto e Aplicações, do autor Luiz Roberto Dante (2010).

Vamos escolher um sistema de eixos coordenados adequado e resolver, usando Geometria Analítica, o seguinte problema de Geometria Plana:
Seja ABC um triângulo retângulo de catetos AB medindo m, AC medindo n e hipotenusa BC. Mostre que a mediana AM mede a metade da hipotenusa.



O mais conveniente é colocar os dois catetos sobre os eixos coordenados; portanto, o vértice A deve coincidir com a origem:
Assim $A(0, 0)$, $B(0, m)$ e $C(n, 0)$ são as coordenadas dos vértices, e $M\left(\frac{n}{2}, \frac{m}{2}\right)$. O comprimento da hipotenusa BC é $d(B,C) = \sqrt{m^2 + n^2}$, e o comprimento da mediana AM é:
$$d(A,M) = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{n^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{m^2 + n^2} \quad \text{assim, } d(A, M) = \frac{1}{2} d(B, C), \text{ como queríamos demonstrar.}$$

Figura 6- Atividade contextualizada com a geometria plana.

Fonte: Dante (2010, p.75, vol.3).

Na atividade apresentada na Figura 6, a Geometria Analítica é usada para simplificar a resolução de um problema de geometria plana, dada a liberdade em escolher onde colocar o sistema de eixos coordenados, já que não foi definido previamente. Também apresenta a conversão da representação no registro língua natural, no qual se apresenta o enunciado do problema, para a representação no registro algébrico, utilizando o registro gráfico como registro intermediário para possibilitar sua resolução, a qual é uma demonstração. A partir das coordenadas

dos pontos do triângulo e das medidas dos segmentos dados por estes pontos, conforme estabelecidas no registro gráfico, são realizados tratamentos numéricos e algébricos no cálculo da distância entre dois pontos, chegando-se à expressão algébrica que é a demonstração e a solução do problema.

Em relação à contextualização extra matemática, observam-se conexões feitas com outras áreas da ciência como astronomia, geografia, física, arte, com o mundo do trabalho, práticas sociais, tecnologia e meio ambiente, agricultura, funcionamento do GPS, embora estas contextualizações sejam pouco frequentes, com uma seção no final do capítulo ou com poucas atividades no decorrer dos mesmos. As Figuras 7 e 8 apresentam, respectivamente, uma atividade de contextualização com as práticas sociais contida no livro Matemática – Contexto e Aplicações, do autor Luiz Roberto Dante (2010).

A MATEMÁTICA E AS PRÁTICAS SOCIAIS

Reforma agrária

Reforma agrária é o conjunto de medidas para promover a melhor distribuição da terra, mediante modificações no regime de posse e uso, a fim de atender aos princípios de justiça social, desenvolvimento rural sustentável e aumento de produção. A concepção é estabelecida pelo Estatuto da Terra. Na prática, a reforma agrária proporciona:

- a desconcentração e democratização da estrutura fundiária;
- a produção de alimentos básicos;
- a geração de ocupação e renda;
- o combate à fome e à miséria;
- a diversificação do comércio e dos serviços no meio rural;
- a interiorização dos serviços públicos básicos;
- a redução da migração campo-cidade;
- a democratização das estruturas de poder;
- a promoção da Cidadania e da Justiça Social.

De acordo com as diretrizes estabelecidas no II Programa Nacional de Reforma Agrária, implantado em 2003, a reforma agrária executada pelo Incra (Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária) deve ser integrada a um projeto nacional de desenvolvimento, massiva, de qualidade, geradora de trabalho e produtora de alimentos. Deve, ainda, contribuir para dotar o Estado dos instrumentos para gerir o território nacional.

* * * * *

Segundo um balanço das políticas de Reforma Agrária divulgado em 2009, no período de 2003 a 2008 o Brasil contabilizou 43 milhões de hectares destinados à Reforma Agrária, sendo assentadas 519 111 famílias e implantados 3 089 assentamentos pelo governo federal.

Fontes: Incra (www.incra.gov.br) e Carta Maior (www.cartamaior.com.br).
Acesso em 8/12/2009.



ESTÁDIO PESSOAL/AGÊNCIA ESTADO

Vista aérea do assentamento sem-terra Bela Vista em Araraquara, no interior de São Paulo em 24/1/2008.

Figura 7- Atividade contextualizada com as práticas sociais

Fonte: Dante (2010, p.76, vol.3)

<p>CALCULANDO E COMPREENDENDO MELHOR O TEXTO</p> <p>1. Uma família, por meio da reforma agrária, foi beneficiada com uma terra em forma de região triangular. Para confirmar se a área cedida estava correta, o In-cra utilizou um GPS e, a partir de um sistema de coordenadas cartesianas, identificou que os vértices do triângulo eram os pontos A(1, 1), B(2, 1) e C(2, 2). Sabendo que as unidades são dadas em km, qual é a área recebida pela família?</p> <p>2. Uma fazenda improdutiva foi desapropriada para a reforma agrária. Em uma região da fazenda foram assentadas duas famílias. Exatamente no ponto médio do segmento de reta que une as casas das duas famílias encontra-se um poço, onde diariamente as famílias vão retirar água. A partir de um mesmo sistema de coordenadas cartesianas as casas das duas famílias podem ser representadas pelos pontos A(1, 1) e B(4, 5). Qual é a distância que cada família percorre da sua casa até o poço?</p> <p>3. José Carlos mora em um assentamento. Todo dia, para ir à escola, ele sai de sua casa, que se encontra</p>	<p>no ponto A(2, 3) de um mapa, e caminha até uma estrada, dada pela equação $3x + 4y + 2 = 0$ (com x e y em km), onde pega um ônibus. Calcule a menor distância que José Carlos percorre de sua casa até a estrada onde pega o ônibus.</p> <p>PESQUISANDO E DISCUTINDO</p> <p>4. Em equipe, pesquisem e produzam um texto sobre os temas abaixo, elaborem cartazes com fotos, ilustrações, gráficos, etc.</p> <p>a) Má distribuição de terra no Brasil e importância da reforma agrária para o futuro do país.</p> <p>b) Invasão de terras públicas, Movimento dos Trabalhadores Sem Terra e grilagem.</p> <p>VEJA MAIS SOBRE O ASSUNTO</p> <p>Procure mais informações em jornais, revistas e nos sites www.incra.gov.br, www.mst.org.br e www.ecodebate.com.br/tag/reforma-agraria.</p>
--	--

Figura 8- Atividade contextualizada com as práticas sociais

Fonte: Dante (2010, p.76, vol.3)

Na atividade sobre a reforma agrária, conforme Figuras 7 e 8, o autor apresenta um breve texto sobre o assunto, e propõe três situações problemas além de uma pesquisa e uma discussão em grupo sobre o tema. Na situação 1, para calcular a área recebida pela família, o autor sugere que o aluno represente graficamente os vértices do triângulo, e, visualizando a medida da base a altura deste, realize um tratamento algébrico a partir da fórmula da área de um triângulo, encontrando o valor da área recebida. Na situação 2, o aluno necessita apenas calcular a distância entre os pontos A e B, ou seja, realiza apenas um tratamento, e, como o poço se encontra no ponto médio, a distância percorrida pelas famílias é a metade da medida. A situação 3 exige que o aluno novamente realize apenas um tratamento para resolvê-la, calculando a distância entre o ponto e a reta dados. Observa-se que o tema contextualizado pelo autor é importante e contribui para o desenvolvimento do espírito crítico do aluno ao discuti-lo com os demais colegas e o professor, no entanto, as situações propostas não envolveram a mobilização e coordenação de diferentes registros semióticos, o que enriqueceria a atividade de forma a contribuir para a aprendizagem do aluno.

Outro dado importante, segundo a Figura 3, é sobre sugestões de atividades com recursos computacionais, as quais aparecem em apenas uma obra. A utilização de softwares de geometria dinâmica pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico, o qual, segundo Bairral (2009), possui singularidades de visualização e representação envolvendo processos cognitivos diferentes na construção de um conceito. De acordo com Brasil (2011),

uma das vantagens do uso das tecnologias atuais de informação e comunicação é que elas possibilitam, em um tempo cada vez menor, estender em muito o número de dados que podem ser trabalhados nos experimentos. Acima de tudo, isso abre espaço para que possamos investir na busca do significado e na interpretação dos dados obtidos e das medidas estatísticas associadas a ele, que são fundamentais para um efetivo trabalho técnico ou científico. (BRASIL, 2011, p. 37)

A Figura 9 apresenta um exemplo de atividade de Smole e Diniz (2010) que utiliza o software winplot para desenvolver atividades no conteúdo de circunferência. A atividade propõe que os alunos representem graficamente diferentes circunferências e analisem as propriedades de cada uma.

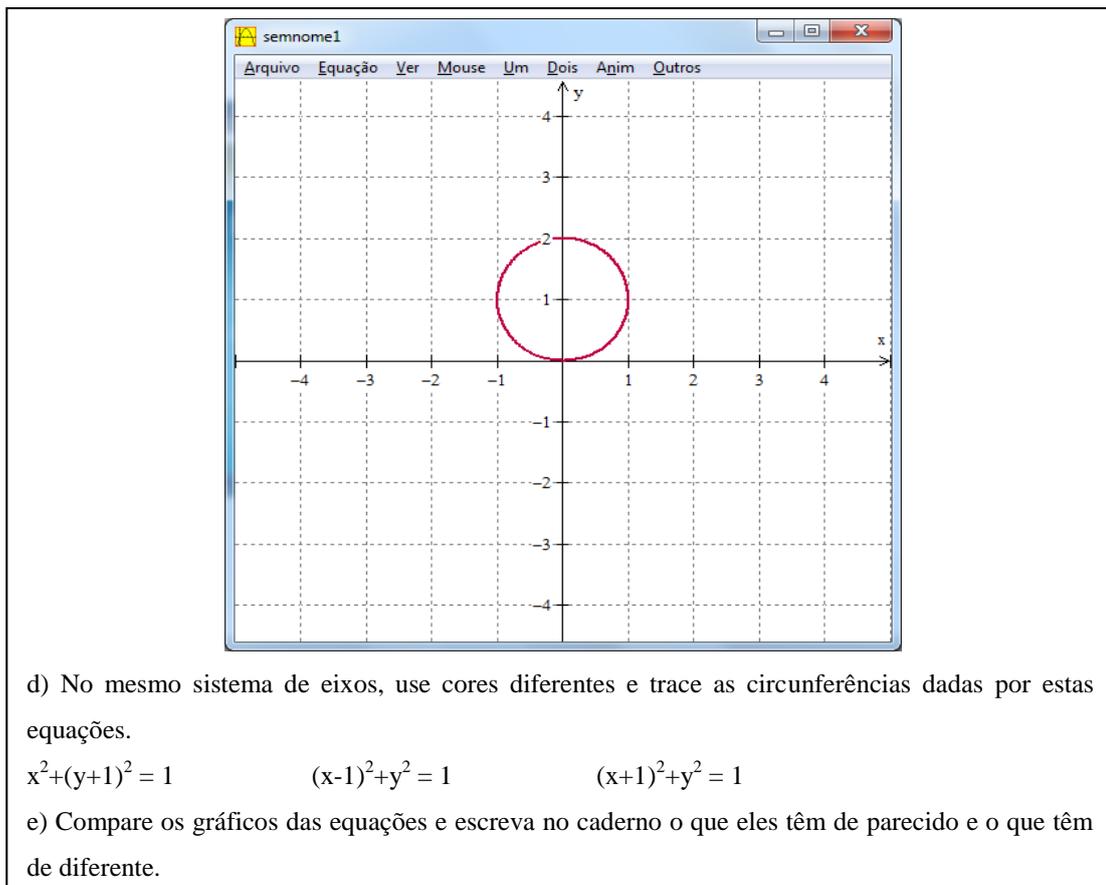


Figura 9: Atividade contextualizada com as práticas sociais

Fonte: Smole e Diniz (2010, p.101, vol. 3)

De acordo com Lopes (2009), o livro didático é um material polêmico nos dias de hoje, combatido por uns e valorizado por outros. Para o autor, pelo fato de ser um material impresso, o livro didático de Matemática já apresenta limitações para a aprendizagem, as quais

podem ser oriundas, por exemplo, das diversas formas de linguagem que ele apresenta: a usual, as denominações matemáticas, as simbologias matemáticas, a linguagem gráfica, as representações espaciais, etc. E ainda, as linguagens utilizadas pelo autor são direcionadas a uma clientela diversificada, social e culturalmente, que, às vezes apresenta características próprias de comunicação. Soma-se a isso o fato de que o material impresso expressa a concepção de saber e competência do autor, diante de suas experiências em determinados meios sociais e culturais. (LOPES, 2009, p. 36).

Aliado a estas questões, Lopes (2009) destaca também a existência de legislações e exigências políticas que se alteram conforme a concepção de educação do grupo de liderança governamental num determinado momento que direcionam, de certa forma, a ação dos autores. Ainda, para o autor, acrescentam-se as leis de mercado que interessam às editoras.

Além disso, os livros didáticos têm se prestado a divulgar “verdades” aceitas pela comunidade científica e dificilmente descrevem obstáculos e visões errôneas no decorrer da construção do conhecimento, o que é uma das causas da pouca intimidade, ou não identificação do aluno com o “infalível” material instrucional (LOPES, 2009). Desta forma, o autor destaca a necessidade da ação do professor perante este instrumento como interlocutor entre o conhecimento a ser construído e o autor que deseja se comunicar.

O livro didático, na opinião de Lopes (2009), poderá ser de grande auxílio do professor se conduzido a temas que dizem respeito a questões sociais ou culturais que refletem na vida do aluno ou do seu meio, para que as reflexões sobre estas questões façam o aluno progredir em nível de conteúdo e espírito crítico. As propostas de encaminhamento apresentadas pelo livro e o preparo do professor serão, conforme o autor, responsáveis pelo envolvimento do aluno com o tema, pela abrangência e nível de tratamento dos conteúdos tanto quanto pela prática social. Acredita-se, pela análise realizada, que os livros didáticos estão avançando nesse

sentido, porém, ainda “timidamente” com pouco espaço para abordagem e discussão de questões sociais e culturais.

CONSIDERAÇÕES

Segundo a análise realizada, verifica-se que os livros didáticos priorizam atividades que envolvem tratamentos e, ainda assim, com ênfase no registro numérico e algébrico. Infere-se a necessidade de os livros didáticos apresentarem uma abordagem dos conteúdos de Geometria Analítica (Ponto e Reta e Circunferência) articulada ao uso de diferentes registros semióticos, potencializando as atividades de conversão entre estes e em duplos sentidos para que o aluno analise propriedades que não são perceptíveis na conversão em apenas um sentido.

Os fatos observados na forma de exploração dos Registros de Representação Semiótica dos livros didáticos analisados podem refletir na maneira como o professor aborda o conteúdo de Geometria Analítica considerando que muitas práticas pedagógicas utilizam como principal recurso o livro didático. Conseqüentemente, isto não contribui para que o aluno coordene as diferentes representações semióticas presentes neste conteúdo, o que, segundo Duval (2004), é o que garante a apreensão do objeto matemático e a sua conceitualização.

Entende-se que o desenvolvimento cognitivo matemático do educando está diretamente vinculado às ações metodológicas que enfatizem o uso da diversidade de Registros de Representação Semiótica e as atividades de conversão entre elas. Buscando diversificar situações que englobem essas atividades, o professor propiciará ao aluno não apenas que ele aprenda progressivamente conceitos matemáticos, mas contribuirá para que o mesmo evolua em suas capacidades de raciocínio, análise, visualização, interpretação e, conseqüentemente, melhorando a sua formação e auxiliando no desenvolvimento de habilidades requeridas na resolução de problemas do cotidiano, sejam eles internos à Matemática ou de outras áreas do conhecimento.

Para tanto, a escolha do livro didático, que contribua e facilite esta tarefa, é fundamental no trabalho didático/metodológico do professor. Preconiza-se que o

professor os analise criticamente, com um olhar de gestor dos processos de ensino e de aprendizagem, a fim de propor ao aluno diferentes situações de ensino que o possibilite compreender a diversidade dos processos matemáticos, o que perpassa pela utilização e pela articulação dos diferentes Registros de Representação Semiótica requeridos nestes processos.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, pelo apoio a esta pesquisa através da bolsa de doutorado.

RÉFÉRÊNCIAS

- BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ed. Da UFRRJ, 2009.
- BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**. vol 3. São Paulo: Moderna, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/ Seb, 2006.
- _____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012 : Matemática / Brasília, 2011.**
- DALLEMOLE, Joseide Justin. **Registros de Representação Semiótica: uma experiência com o ambiente virtual SIENA**. Canoas: ULBRA,2010.Dissertação (Mestrado em Ensino de de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2010.
- DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 135-153.
- D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e Didática da Matemática**. 1. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo, Ática, 2010 Volume 3.
- DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, 2003. p.11-33.
- DUVAL, Raymond. **Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. Tradução em casteliano de Myriam Veja Reestrepo. Universidade Del Valle: Peter Lang, 2004.

- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2004.
- IEZZI, Gelson, et al. **Matemática: ciência e aplicações**. vol 3. São Paulo: Saraiva, 2010.
- LOPES, Jairo de Araujo. O Livro Didático, o Autor, as Tendências em Educação Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- MORETTI, Mércles Thadeu. A Translação como Recurso no Esboço de Curvas por meio da Interpolação Global de Propriedades Figurais. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p.149-160.
- PAIVA, Manoel. **Matemática: Paiva**. São Paulo, Moderna, 2009, Volume 3.
- RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia**. vol 3. São Paulo: Scipione, 2010.
- SILVA, Carlos Roberto da. **Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático**. São Paulo: PUC, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: ensino médio**. vol 3. São Paulo: Saraiva, 2010.
- SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática**. vol 3. São Paulo: FTD, 2010.

Submetido: Junho 2013

Aceito: Março 2014