

Visualização em Sala de Aula: Revelando Descobertas de Estudantes do Sexto Ano do Ensino Fundamental

Visualization in the Classroom: Revealing Discoveries of Students in the Sixth Year of Fundamental Education

Thais Fernanda de Oliveira Settimy^a; Marcelo Almeida Bairral^{*a}

^aUniversidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares. RJ, Brasil.

*E-mail: mbairral@ufrj.br

Resumo

A Geometria estimula a imaginação e criatividade, além de promover o desenvolvimento da representação e argumentação. No entanto, seu papel no currículo de Matemática precisa ser repensado, pois muitas aulas se atentam apenas em identificar e nomear figuras planas e no uso de figuras estáticas, sendo que as figuras tridimensionais aparecem frequentemente em nosso cotidiano. Este artigo é um recorte da pesquisa de Mestrado que analisou o aprendizado discente em atividades de Geometria Espacial, utilizando recursos variados como papel e lápis, planificações articuladas, sólidos em acrílico e um vídeo gerado a partir do software GeoGebra. A intervenção pedagógica ocorreu ao longo do ano letivo de 2017 e teve como sujeitos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental com faixa etária entre 11 e 14 anos de uma escola pública do município de Angra dos Reis (RJ). Considerada como uma habilidade importante do pensamento matemático, a visualização consiste em um processo individual que não é inato e, portanto, precisa ser ensinado. A utilização de recursos didáticos variados em sala de aula amplia as possibilidades de estimular e enriquecer o pensamento visual particular de cada sujeito. As Descobertas, categoria discutida nesse artigo, revelaram a importância de implementar atividades em sala de aula que motivem e estimulem o aprendizado. Por meio desta categoria foi observado que os recursos utilizados permitiram explorar, movimentar e visualizar os objetos sob vários ângulos. Além disso, o diálogo sobre as ideias dos discentes favoreceu a evolução do aprendizado dos conceitos explorados e mostrou-se didaticamente importante.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Visão Espacial. Pensamento Visual. Vistas.

Abstract

Geometry stimulates imagination and creativity, in addition to promoting the development of representation and argumentation. However, its role in the Mathematics curriculum needs to be rethought, since many classes focus only on identifying and naming flat figures and the use of static figures, and three-dimensional figures often appear in our daily lives. This article is a cross-section of the Master's research that analyzed student learning in Space Geometry activities using a variety of resources such as paper and pencil, articulated plans, acrylic solids and a video generated from GeoGebra software. The pedagogical intervention took place during the academic year of 2017 and had as subjects students of the 6th year of Elementary School with age group between 11 and 14 years of a public school in the city of Angra dos Reis (RJ). Considered as an important skill in mathematical thinking, visualization consists of an individual process that is not innate and therefore needs to be taught. The use of varied didactic resources in the classroom amplifies the possibilities of stimulating and enriching the particular visual thought of each subject. Discoveries, a category discussed in this article, have revealed the importance of implementing classroom activities that motivate and stimulate learning. Through this category it was observed that the resources used allowed to explore, move and visualize the objects from various angles. In addition, the dialogue about the ideas of the students favored the evolution of the learning of the explored concepts and proved to be didactically important.

Keywords: Spatial Geometry. Spatial Vision. Visual Thinking. Views.

1 Introdução

Ainda é comum encontrar aulas de Matemática focadas em uma metodologia que enfatiza a exposição dos conteúdos e a proposição de exercícios que estimulam a mecanização e aplicação de fórmulas e em tarefas muito similares. Isso se reflete nos exercícios de calcular, armar e efetuar. Trabalhar com Geometria, em particular, nos permite entender as representações geométricas que fazem parte do nosso cotidiano e assim podemos desenvolver habilidades de experimentar, representar, descrever e argumentar, assim como estimular a imaginação e a criatividade

Este artigo é um recorte da pesquisa de Mestrado de Settimy (2018) orientada pela seguinte questão: que contribuições o uso de diferentes recursos pode trazer para o desenvolvimento da visualização de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? A partir dessa questão, tivemos como objetivo geral refletir sobre a importância da visualização no desenvolvimento do pensamento geométrico. Particularmente, analisar aspectos relacionados ao desenvolvimento da visualização de estudantes do 6º ano de uma escola pública em atividades de geometria espacial utilizando recursos didáticos variados¹ (papel e lápis, planificações articuladas, sólidos em acrílico e

¹ Neste trabalho, recursos são entendidos como materiais didáticos manipulativos elaborados ou utilizados nos processos de ensino e de aprendizagem matemática.

um vídeo gerado no *software* GeoGebra).

A intervenção pedagógica ocorreu na própria prática da primeira autora e os resultados revelaram duas categorias de análise intituladas de Dificuldades e Descobertas, ambas atreladas às habilidades de Geometria 3D envolvidas em atividades vivenciadas por eles, o que mostrou a necessidade de implementação de atividades que explorem mais o raciocínio visual no currículo de matemática. No entanto, este artigo vai se ater apenas à categoria Descobertas, pois defendemos um ensino que potencialize a aprendizagem pelo que os alunos fazem, não por suas deficiências.

2 O Ensino de Geometria e a visualização

Bastos (1999) afirma que através da Geometria é possível interpretar, entender e intervir no espaço em que vivemos. Ela inclui a visualização de objetos e a sua representação, a manipulação dessas representações e a criação de novos objetos. Inclui, também, a resolução de problemas de aplicação da Geometria em situações da vida real ou da própria matemática.

No entanto, da maneira como os conceitos geométricos vêm sendo apresentados e trabalhados no contexto educacional, a Geometria tem sido vista como um tópico da Matemática que tem provocado um sentimento forte de aversão aos que com ela convivem (Miskulin, 1994, p. 37). Pavanello (2004) destaca que a Geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal. A autora afirma que ressaltar o papel da Geometria não significa minimizar o da Álgebra, ou seja, devemos estimular e desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na Álgebra, pois ambos são essenciais. A prioridade dada à Álgebra tanto na pesquisa como no ensino de Matemática acarretou no desenvolvimento de apenas um tipo de pensamento. Com isso, é necessário reaver o ensino de Geometria como forma de restabelecer o equilíbrio e desenvolver o pensamento geométrico em sala de aula.

As aulas de Geometria ainda priorizam o espaço plano, principalmente, abordando as figuras planas e os polígonos mais conhecidos, sendo que outros tipos de formas aparecem em nosso cotidiano (Bairral, 2009). Particularmente, ao tratar do ensino de Geometria Espacial, Rogenski e Pedroso (2009, p.5) afirmam que

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos.

Veloso (1998) destaca que visualizar não é somente o ato de ver um objeto, como se não existisse nesse momento

nenhum tipo de raciocínio ou cognição. A visualização em matemática é um tipo de atividade de raciocínio baseado no uso de elementos visuais ou espaciais, seja mental ou físico, realizado para resolver problemas ou provar propriedades (Gutiérrez, 1996).

A visualização como um processo importante em Geometria também é defendida por Kaleff (1998). Trata-se, segundo a autora, de uma habilidade a ser desenvolvida. No entanto, visualizar não é um processo simples e consiste em uma habilidade de caráter individualizado, pois envolve muitos aspectos, tais como, interpretar e fazer desenhos, formar imagens mentais e visualizar movimentos e mudanças de formas (Lemos & Bairral, 2010). Em sintonia com estes autores, Zimmermann e Cunningham (1991) a descrevem como o processo de formação de imagens (mentalmente, com lápis e papel, ou com a ajuda da tecnologia), usando essas imagens de forma eficaz para descoberta e compreensão matemática.

2.1 Habilidades relacionadas à visualização

Um interessante ponto de partida visando minimizar as dificuldades cognitivas seria identificar as habilidades relacionadas à visualização e traçar estratégias de modo a desenvolvê-las. Bishop² *apud* Costa (2002) reconhece duas habilidades na visualização: a capacidade de interpretar informação figural (IFI) e a capacidade de processamento visual de figuras (VP). IFI envolve o conhecimento do “vocabulário geométrico” e capacidade de ler e interpretar imagens visuais, a fim de obter informações relevantes que possam ajudar a resolver uma atividade. Por outro lado, VP é a capacidade de manipular e transformar imagens mentais e abrange a visualização e a tradução de relações abstratas e de informação não figural em termos visuais.

Enquanto Arcavi (2003) levantou dificuldades, Pittalis & Christou (2010), também preocupados com a visualização, propuseram um modelo que abrange cinco tipos de raciocínio no intuito de descrever as habilidades dos estudantes em Geometria 3D, sendo eles: manipular diferentes modos de representação de objetos 3D, reconhecer e construir planificações, estruturar matrizes 3D de cubos, reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D e calcular o volume e a área de sólidos. O Quadro 1 apresenta a descrição detalhada de cada tipo de raciocínio, que, na visão dos autores, refere-se a um conjunto de processos e habilidades que atuam como uma ferramenta viável na resolução de problemas e permitem ir além das informações fornecidas nos objetos.

2 Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-15.

Quadro 1 – Cinco tipos de raciocínios em Geometria 3D

<p>Manipular diferentes modos de representação de objetos 3D</p>	<p>As representações planas são as mais utilizadas para representar objetos 2D na matemática escolar, no entanto os estudantes apresentam grandes dificuldades em desenhar objetos 3D, pois não se trata de algo trivial e que não é ensinado na escola. Como consequência, os alunos podem interpretar mal um desenho e não entender se ele representa um objeto 2D ou 3D.</p>
<p>Reconhecer e construir planificações</p>	<p>Exige a capacidade dos alunos para fazer traduções de objetos 3D para planificações 2D, focalizando as partes componentes dos objetos em ambos os modos de representação.</p>
<p>Estruturar matrizes 3D de cubos</p>	<p>Significa identificar quantos cubos de menor aresta cabem no cubo maior. O desenvolvimento desta habilidade não é simples, pois exige que os alunos estabeleçam um modelo mental que forneça diferentes visões da estrutura.</p>
<p>Reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D</p>	<p>Mesmo que qualquer tipo de poliedro seja composto pelas mesmas partes, seu tamanho, número e forma definem as particularidades de cada poliedro. É entender como os elementos do sólido estão inter-relacionados e que esta compreensão pode se referir ao mesmo objeto ou entre objetos diferentes.</p>
<p>Calcular o volume e a área de sólidos</p>	<p>O pensamento de geometria tridimensional está intimamente ligado à capacidade dos estudantes de calcular o volume e a área de superfície de um sólido. Os alunos tendem a se concentrar principalmente nas fórmulas e nas operações numéricas necessárias para calcular o volume ou a superfície de um sólido e ignorar completamente a estrutura das medidas da unidade.</p>

Fonte: Baseado em Pittalis e Christou (2010)

2.2 Um olhar para a metodologia

A estruturação do trabalho de campo se baseou nos seguintes procedimentos: elaboração, seleção e organização de tarefas, implementação e análise dos dados. O critério de seleção foi definido de acordo com as atividades que melhor se adequavam à proposta da pesquisa e do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. Posteriormente, foram observadas as habilidades de Geometria 3D, descritas por Pittalis e Christou (2010), envolvidas em cada uma. Os dados foram produzidos mediante observação durante a realização das atividades, de respostas dadas em uma atividade preliminar denominada Ficha de questões 1 (Figura 1) e em três fichas avaliativas, registros fotográficos e notas de campo.

Figura 1 – Ficha de questões 1

Nome: _____

Ficha de questões 1

Questão 1: Escreva o que você entende por forma geométrica espacial e dê exemplo com um desenho.

Questão 2: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja uma figura geométrica espacial.

Questão 3: Escreva o que você entende por poliedro e dê exemplo com um desenho.

Questão 4: Desenhe um objeto que, na sua opinião, não seja um poliedro.

Fonte: Dados da pesquisa.

As implementações ocorreram ao longo do ano letivo de 2017 em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental do turno da tarde da Escola Municipal Cacique Cunhãbebe, localizada no município de Angra dos Reis (RJ). A autora deste artigo era também a professora da turma e realizou ao todo 10 aulas com 45 minutos cada, totalizando cinco encontros. A turma tinha 24 alunos na faixa etária entre 11 e 14 anos.

A abordagem do conteúdo de Geometria Espacial foi orientada pelo livro didático adotado na escola. A estruturação do trabalho de campo se deu a partir de 19 atividades³ selecionadas do livro, a atividade de vistas da casa adaptada de Gorgorió et al. (2000) e uma situação sobre as vistas (frontal, lateral e superior) das figuras espaciais elaborada pela autora.

A dinâmica das aulas foi pensada desde o primeiro dia de implementação sempre com o intuito de relacionar as figuras geométricas espaciais a serem estudadas com objetos encontrados no cotidiano dos alunos. Com exceção da atividade realizada no auditório da escola, pois a ideia era focar apenas na utilização da TV, os estudantes puderam utilizar os materiais disponíveis como recurso (papel e lápis, planificações articuladas e sólidos em acrílico) em todas as atividades.

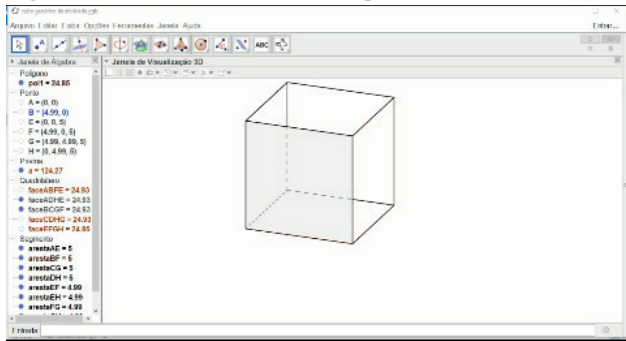
Os objetivos de todas as atividades que foram realizadas durante a intervenção pedagógica e as habilidades de Geometria 3D envolvidas, de acordo com Pittalis e Christou (2010), foram organizados em um quadro que se encontra em anexo.

No último dia de implementação o GeoGebra foi utilizado de forma expositiva por meio de um vídeo⁴ gerado no software (Figura 2) e transmitido pela TV do auditório da escola. O objetivo era revisar a atividade das vistas das figuras espaciais que os alunos fizeram com papel e lápis. Por exemplo, no caso do paralelepípedo sua vista lateral será um retângulo (Figura 3).

3 As atividades foram nomeadas conforme sua respectiva numeração no livro didático.

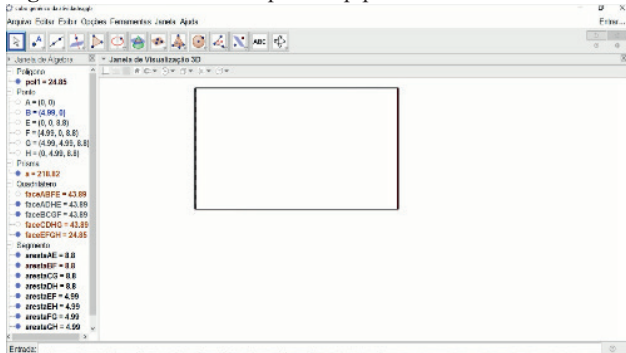
4 O vídeo foi produzido pela professora da turma, primeira autora desse artigo. Para assisti-lo, basta acessar <https://youtu.be/wNfZi8TEr0>.

Figura 2 - Tela do vídeo transmitido pela TV



Fonte: Os autores.

Figura 3 - Vista lateral do paralelepípedo



Fonte: Os autores.

3 Visualizando a categoria Descobertas

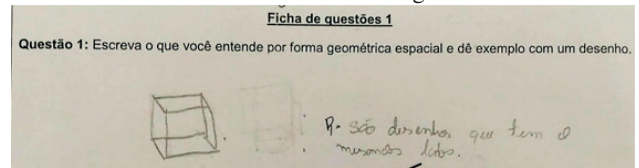
Ao longo da análise de dados emergiu a categoria Descobertas, que englobava as experiências vivenciadas pelos alunos no decorrer das implementações. Nela foram observados aspectos atrelados às habilidades de Geometria 3D envolvidas em atividades vivenciadas por eles (Pittalis & Christou, 2010). Desta categoria emergiram quatro subcategorias: *Significados emergentes*; *Maneiras de representar*; *Maneiras de conceituar*; *Exemplificar e associar formas* e *Expressões de envolvimento e motivação*.

Significados emergentes tratava de palavras nas quais os estudantes adotaram diferentes significados, o que conduziu a diversas interpretações do que constava no enunciado e que consequentemente interferiram em suas respostas. Maneiras de representar é uma subcategoria que envolveu as representações dos estudantes em atividades que requeriam a representação figural. Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas abordou os diferentes modos adotados pelos alunos para conceituar, dar exemplos e fazer associações de formas. Em Expressões de envolvimento e motivação os estudantes evidenciavam algo positivo em relação à atividade que realizou, destacando o quanto ela foi divertida e/ou fácil para ele ou destacavam algo que considerou importante para seu aprendizado.

Cabe ressaltar que estas categorias não são excludentes. Por exemplo, na Figura 4 está ilustrado um exemplo de resposta no qual uma aluna representou um cubo e descreveu

o que considerava como forma geométrica espacial. Neste caso, a análise se concentrou em sua maneira de conceituar e não de representar, pois foi considerado como o elemento em maior evidência.

Figura 4 – Exemplo de resposta de um aluno considerando o elemento mais evidente na análise da categoria Descobertas



"São desenhos que tem os mesmos lados."

Fonte: Dados da pesquisa.

O Quadro 2 sintetiza a categoria Descobertas e as subcategorias que a compõem.

Quadro 2 - Categoria Descobertas, sua descrição e subcategorias

Categoria	Descrição	Subcategorias
Descobertas	Experiências vivenciadas pelos estudantes ao longo das implementações	<ul style="list-style-type: none"> • Significados emergentes • Maneiras de representar • Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aprimoramento da "escrita matemática" • Expressões de envolvimento e motivação

Fonte: Os autores.

A subcategoria *Significados emergentes* tratava de palavras que os estudantes atribuíram diferentes significados, o que conduziu a diversas interpretações do que constava no enunciado e que consequentemente interferiram em suas respostas.

A Atividade 2 tinha como objetivo associar objetos do cotidiano a poliedros e não poliedros e envolvia a habilidade de reconhecer as propriedades das formas 3D e comparar as formas 3D (Pittalis & Christou, 2010).

Foi observado que os discentes adotaram diferentes significados para a palavra "objeto". Um grupo de alunos considerou que esta palavra se referia às figuras geométricas espaciais (Figuras 5 e 6), sendo que o esperado para esta atividade era escrever objetos de seu cotidiano.

Figura 5 – Primeiro exemplo de resposta do primeiro grupo

D. POLIEDRO		NÃO POLIEDRO	
Prisma	Paralelepípedo	Pirâmide	

"Poliedro"

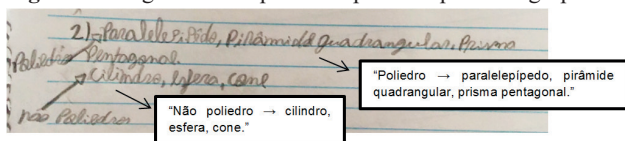
Prisma
Paralelepípedo
Pirâmide"

"Não poliedro"

Esfera
Cilindro
Cone"

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 6 – Segundo exemplo de resposta do primeiro grupo



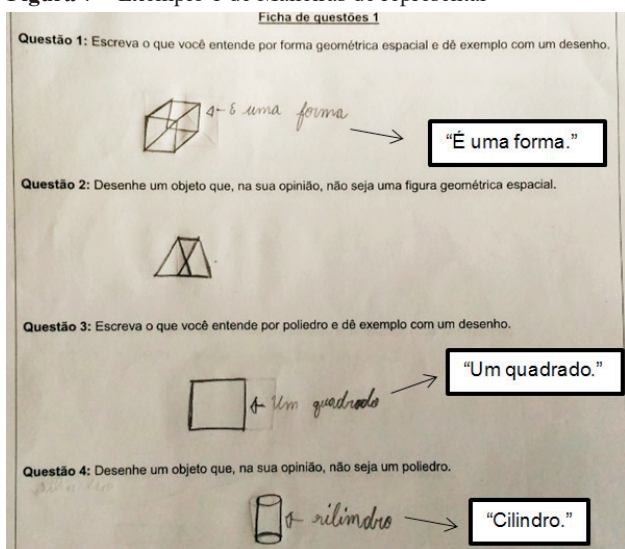
Fonte: Dados da pesquisa.

Maneiras de representar tinha como objetivo apresentar uma análise acerca das respostas dos discentes em atividades que requeriam a representação figural. Para Veloso (1998), a visualização deve estar interligada com a representação.

Na Ficha de questões 2, que consistia em uma das fichas avaliativas, um aluno definiu figura geométrica espacial como “uma forma”, desenhando ao lado a figura de um cubo. Em seu primeiro desenho já foi possível inferir que o discente apresenta alguma noção de representação de figuras tridimensionais. Além disso, demonstrou certa dificuldade para representar a parte não visível do objeto.

Na questão 2, o aluno desenhou uma figura que remete a um trapézio com um “x” em seu interior ou a um prisma de base triangular. Na questão 3 o quadrado é utilizado como exemplo de poliedro. Mesmo que seu exemplo não esteja correto, ele indicou que possui conhecimento em relação à nomenclatura de uma figura plana. Essa é a única questão que ele não escreve nada, o que pode indicar que se trata de um conceito que não possuía tanta familiaridade. Por fim, o cilindro foi apresentado na questão 4 como um exemplo correto de objeto que não era um poliedro (Figura 7).

Figura 7 – Exemplo 1 de Maneiras de representar



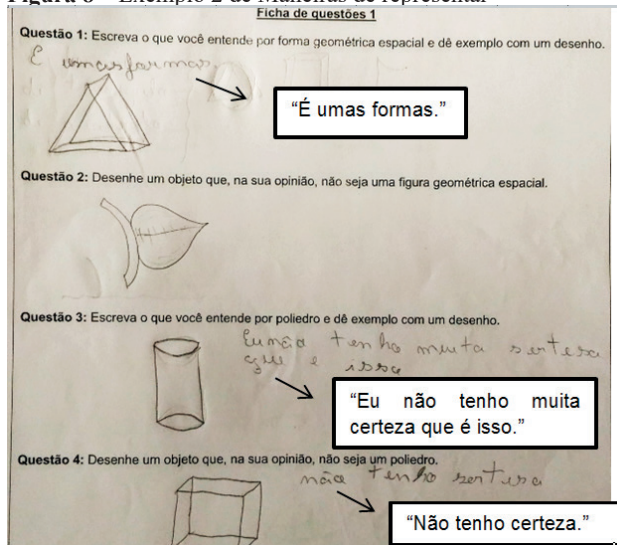
Fonte: Dados da pesquisa.

Uma aluna também definiu figura geométrica espacial como “uma forma” e desenhou como exemplo um objeto que remete a um prisma de base triangular, demonstrando ter a mesma dificuldade apresentada no exemplo anterior no que diz respeito à representação da parte de trás da figura tanto

nessa questão quanto na questão 4.

O segundo questionamento foi respondido corretamente por ela, que desenhou uma figura que lembra a folha de uma planta para exemplificar um objeto que não era uma figura geométrica espacial. Mesmo demonstrando insegurança (“não tenho certeza”) em suas respostas, a aluna desenhou as representações de um cilindro e um cubo (Figura 8), embora não tenha respondido corretamente em ambos os casos.

Figura 8 – Exemplo 2 de Maneiras de representar



Fonte: Dados da pesquisa.

O intuito da subcategoria *Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas* era de analisar as diferentes formas adotadas pelos alunos para conceituar, dar exemplos e fazer associações.

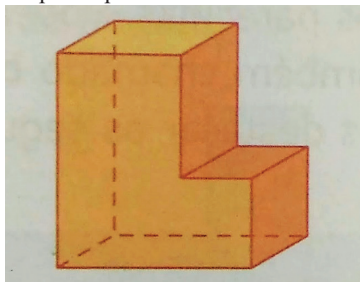
Inicialmente Diana⁵ utilizou o retângulo como exemplo de poliedro, mas ele na verdade se trata de uma figura plana. Sua resposta na Atividade 2 (porta com maçaneta, caderno e escada) demonstra uma evolução no que diz respeito à percepção dos objetos tridimensionais. Suas respostas foram baseadas nas discussões feitas em sala (Situação 1 e Situação 2). As transcrições de ambas estão disponíveis em anexo.

Na Situação 1 foi possível observar que Diana ponderou a respeito da espessura da porta e se esta característica influenciaria em classificá-la como um poliedro ou não. Ela destacou também que a porta “tem pontas”, se referindo na verdade aos vértices do referido objeto. Na Situação 2, que contou com a participação do aluno Nilton, esta mesma aluna também tinha dúvida se a escada era poliedro ou não.

Em toda a conversa houve a preocupação em fazer a discente especificar o tipo de escada que ela estava se referindo. No livro didático utilizado a estudante identificou um exemplo muito semelhante à escada que ela havia imaginado (Figura 9). Durante a realização de atividades, o docente é o condutor da aprendizagem e sem sua adequada intervenção existe a possibilidade de que os alunos não aprendam (Gorgoríó et al., 2000).

⁵ Para preservar a identidade dos alunos foram utilizados pseudônimos.

Figura 9 – Exemplo de poliedro do livro didático

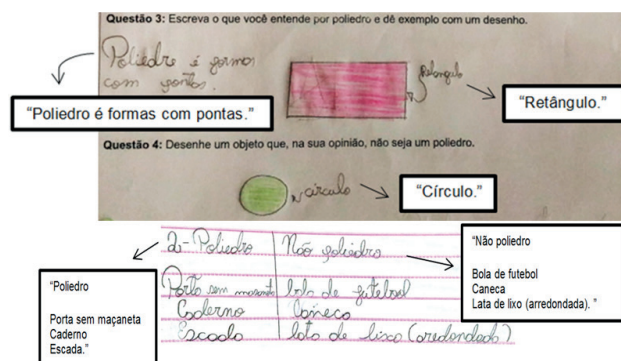


Fonte: Souza e Pataro (2015, p.15).

Nilton a questionou se esse tipo de escada só seria um poliedro porque estava junto da parede. Neste momento, houve a intervenção da professora na discussão para reforçar que mesmo assim se tratava de um objeto que lembrava as características de um poliedro. Diana reforça que a escada “vai subindo assim, assim, assim” e sua fala evidencia sua percepção em relação às partes planas que compõem a escada.

Além disso, a estudante que antes associou o círculo a não poliedro passou a considerar os objetos bola de futebol, caneca e lata de lixo (destacando a forma arredondada) como exemplos.

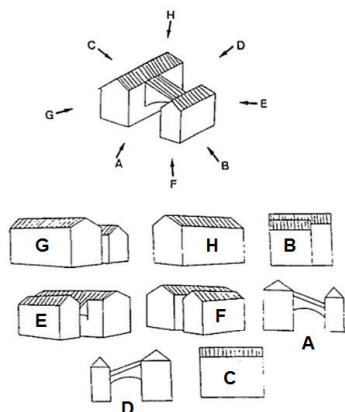
Figura 10 – Exemplo 1 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana



Fonte: Dados da pesquisa.

Na Atividade Vistas da casa os alunos deveriam identificar cada direção que estava indicada com uma letra e associar a respectiva vista da casa. A Figura 11 ilustra o gabarito da atividade.

Figura 11 – Gabarito da Atividade Vistas da casa



Fonte: Os autores.

Já que haviam oito vistas para os discentes fazerem as devidas associações, as respostas foram muito variadas. Visando uma melhor organização, os dados foram organizados em um Quadro, que está ilustrada a seguir, como forma de quantificar os acertos e erros para cada vista.

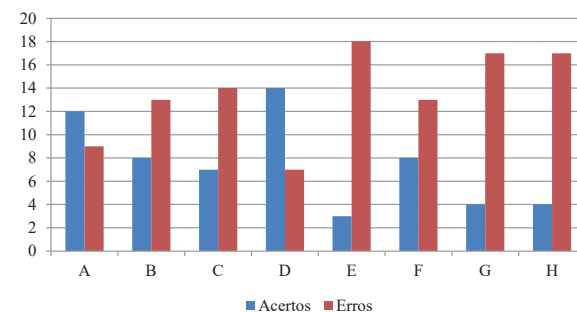
Quadro 3 – Acertos e erros na Atividade Vistas da casa

Vistas	Acertos	Erros
A	12	9
B	8	13
C	7	14
D	14	7
E	3	18
F	8	13
G	4	17
H	4	17

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir do Quadro 3 foi gerado o Gráfico 1, que possibilitou observar três aspectos presentes nas respostas dos alunos para esta atividade: as vistas A e D tiveram o maior número de acertos; as vistas E, G e H apresentaram o maior número de erros e a quantidade de erros para a vista F.

Gráfico 1 – Comparação entre acertos e erros em cada vista na Atividade Vistas da casa



Fonte: Dados da pesquisa.

Com relação ao primeiro aspecto, é possível inferir que a quantidade de acertos para as vistas A e D se deve ao fato de que a direção A está com seus elementos ilustrados na figura da atividade, o que pode ter ajudado para que os discentes fizessem a associação correta. A vista D representa um “espelho” da vista A e conseqüentemente foi a segunda vista que os estudantes mais acertaram. Além disso, a vista B teve mais acertos do que a vista A e este fato foi muito curioso, pois a previsão era de que acontecesse o contrário justamente porque a direção que indicava a vista A estava aparente.

O segundo aspecto se refere ao número de erros para as vistas E, G e H. Nesses três casos as direções E, G e H indicam vistas as quais as representações mostram mais de um lado da casa, que pode estar parcial ou totalmente não visível na ilustração. Essa atividade exige do estudante uma habilidade de visualização mais refinada, na qual uma das maiores dificuldades consiste em representar em duas dimensões as imagens tridimensionais formadas em sua mente (Veloso, 1998).

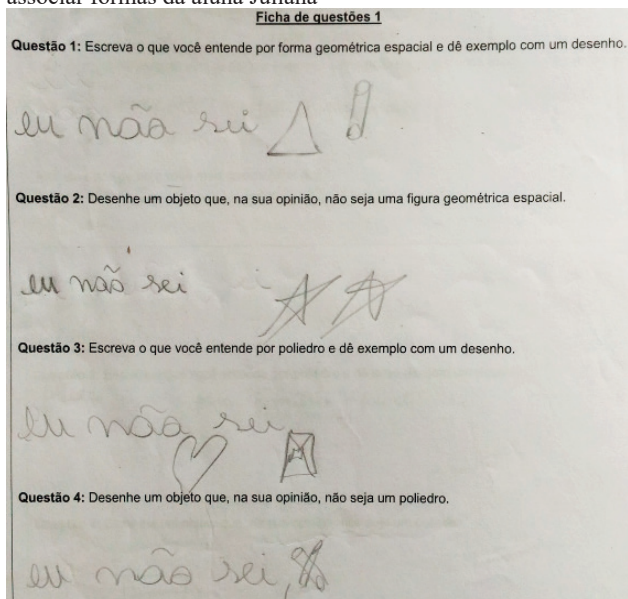
O terceiro e último aspecto está relacionado ao número

de erros para a vista F. A disposição da casa na ilustração foi considerada por mim um fator que facilitaria a identificação da vista, mas não foi o que ocorreu.

Em algumas atividades implementadas durante os encontros, solicitei aos alunos a justificativa de suas resoluções. Uma delas foi a atividade preliminar Ficha de questões 1. Convidar o discente a escrever e expressar suas ideias e interpretações sobre determinado assunto faz com que ele passe a ressignificar, recriar e reconstruir suas ideias prévias (Santos & Bairral, 2015).

Ao analisar as respostas⁶ da Ficha de questões 1, sete dos vinte alunos presentes utilizaram a resposta “não sei” para as questões propostas. A Figura 12 ilustra o exemplo de resposta da aluna Juliana. Percebi que muitos dos estudantes não apresentavam conhecimentos prévios a respeito de figura geométrica espacial, poliedro e não poliedro.

Figura 12 – Exemplo de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Juliana

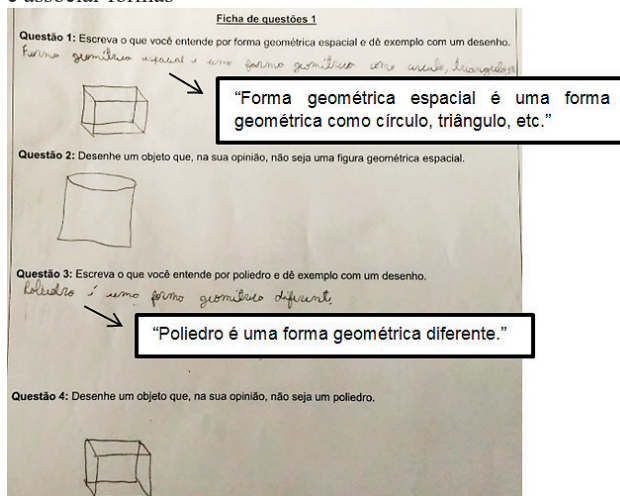


Fonte: Dados da pesquisa.

Por outro lado, alguns alunos apresentaram definições a respeito de figura geométrica espacial e poliedro. Além disso, possuíam noções de nomenclaturas do campo geométrico (círculo e triângulo) e de representação de alguns objetos, como o cubo e o cilindro (Figura 13). Os estudantes também deveriam apresentar desenhos de exemplos ou contraexemplos em todas as questões. Pittalis e Christou (2010) destacam que

[...] representar objetos 3D é essencial para conceitualizar propriedades matemáticas em representações 2D de objetos 3D e, ao mesmo tempo, conceitualizar propriedades matemáticas pode contribuir para uma melhor compreensão dos modos representacionais de objetos 3D (Pittalis & Christou, 2010, p. 208)⁷.

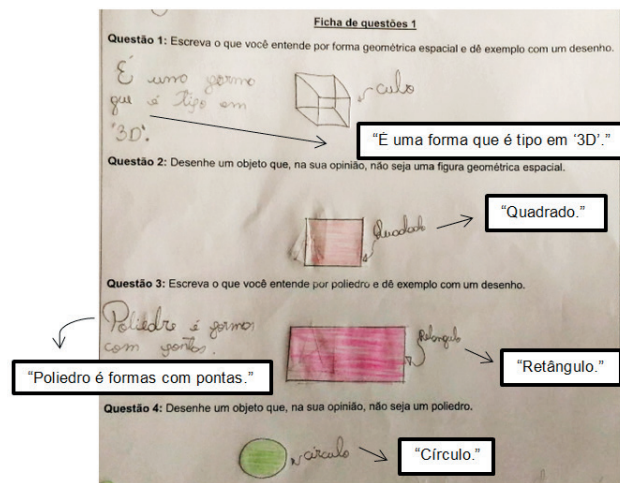
Figura 13 – Exemplo 19 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas



Fonte: Dados da pesquisa.

A estudante Diana definiu figura geométrica espacial como “uma forma que é tipo em 3D” e fez a representação de um cubo (Figura 14). Sua resposta evidencia tanto o seu conhecimento a respeito da forma tridimensional quanto sua capacidade em representar e classificar o objeto, o que configura a habilidade de manipular diferentes modos de representação de objetos 3D (Pittalis & Christou, 2010).

Figura 14 – Exemplo 2 de Maneiras de conceituar, exemplificar e associar formas da aluna Diana



Fonte: Dados da pesquisa.

A quarta subcategoria denominada *Expressões de envolvimento e motivação* tinha como objetivo analisar as respostas dos discentes que apresentaram elementos que representavam expressões de envolvimento e motivação nas atividades. Nelas os estudantes evidenciavam algo positivo em relação à atividade que realizou, destacando o quanto ela foi divertida e/ou fácil para ele ou destacavam o que considerou

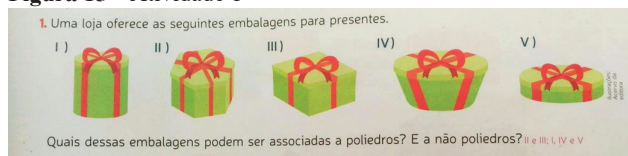
6 As respostas dos alunos serão transcritas na forma em que foram dadas. Decidimos apenas em corrigir gramaticalmente algumas delas, desde que a retificação não alterasse o significado.

7 [...] representing 3D objects is essential in conceptualising mathematical properties in 2D representations of 3D objects and at the same time conceptualising mathematical properties may contribute to a better understanding of the representational modes of 3D objects.

importante para seu aprendizado.

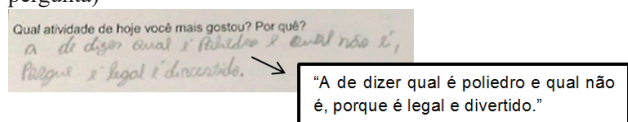
A Atividade 1 (Figura 15) foi uma das preferidas dos alunos, seja porque eles a consideravam divertida de resolver (Figura 16), seja por se mostrar agradável quanto às formas (Figuras 17 e 18), pois ilustrava objetos que possivelmente tinham alguma familiaridade (embalagens de presente). A frase “porque é legal” aparece como justificativa com frequência e indica que os estudantes não têm muita prática em explicitar suas ideias.

Figura 15 – Atividade 1



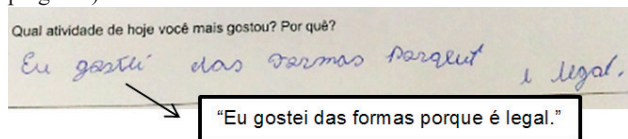
Fonte: Souza e Pataro (2015, p.15).

Figura 16 – Exemplo 1 de resposta Ficha de questões 2 (2ª pergunta)



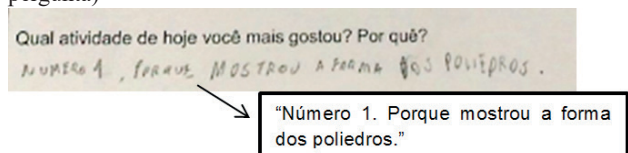
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 17 – Exemplo 2 de resposta da Ficha de questões 2 (2ª pergunta)



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 18 – Exemplo 3 de resposta da Ficha de questões 2 (2ª pergunta)

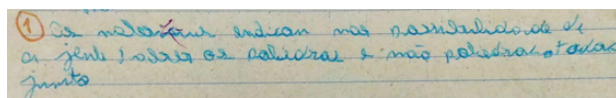


Fonte: Dados da pesquisa.

Outra situação na qual os alunos utilizaram expressões que demonstraram envolvimento nas implementações foi no dia em que foi utilizado o auditório da escola. Ao final da aula, foi solicitado que os alunos respondessem a Ficha de Opinião como forma de identificar suas concepções a respeito da utilização dos recursos em sala de aula para realizar as atividades e qual material eles mais gostaram.

Na Figura 19 uma aluna escreveu em sua resposta para a primeira questão que os materiais possibilitaram o aprendizado a respeito dos poliedros e não poliedros. É possível inferir que os materiais contribuíram para o estudo de ambos os casos de figuras geométricas espaciais.

Figura 19 – Exemplo 6 de Expressões de envolvimento e motivação

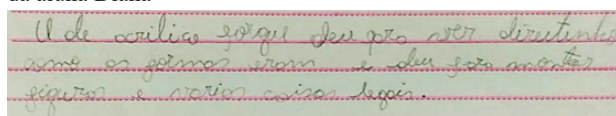


“Os materiais indicam a possibilidade de a gente saber os poliedros e não poliedros todos juntos.”

Fonte: Dados da pesquisa.

Na segunda questão os discentes deveriam escrever o material que mais gostaram. Diana escolheu os sólidos em acrílico, pois por meio deles foi possível “ver direitinho” como era cada forma e montar figuras (Figura 20). A resposta da aluna evidencia o papel dos materiais concretos, que permitem observar os objetos e seus elementos em diferentes ângulos. Ao utilizar e manipular tais materiais nas aulas, o desenvolvimento da visualização dos alunos surge como consequência (Velo, 1998).

Figura 20 – Exemplo de Expressões de envolvimento e motivação da aluna Diana



“O de acrílico porque deu para ver direitinho como as formas eram e deu para montar figuras e várias coisas legais.”

Fonte: Dados da pesquisa.

De todos os recursos utilizados, a TV foi o preferido. Nela foi reproduzido um vídeo mostrando as vistas dos sólidos da Atividade Vista das figuras espaciais. A utilização de software permite a representação do sólido na tela em diferentes posições e contribui para o enriquecimento de suas imagens mentais (Gutiérrez, 1996). Na Figura 21, o discente se refere ao movimento das figuras geométricas espaciais exibidas no vídeo.

Figura 21 – Exemplo de resposta da questão 1

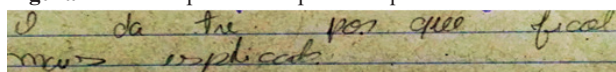


“A TV porque tinha movimento.”

Fonte: Dados da pesquisa.

Outro aluno escreveu que a TV contribuiu para o enriquecimento de seu aprendizado (Figura 22), pois para ele o conteúdo ficou mais explicado. De fato, recursos informáticos criam novas possibilidades para o entendimento das formas geométricas que são geradas no plano da tela do computador (Kaleff, 2016).

Figura 22 – Exemplo 2 de resposta da questão 2



“O da TV porque ficou mais explicado.”

Fonte: Dados da pesquisa.

As respostas dos alunos dão indícios de que é possível o investimento em uma arquitetura de aula interativa e voltada ao desenvolvimento do raciocínio visual por meio da utilização de recursos didáticos variados, com o intuito de que a visualização também, juntamente com a parte algébrica (uso de fórmulas) e numérica (exploração de medidas), ocupe um lugar no ensino da Geometria.

4 Conclusão

Esperamos que este artigo promova uma reflexão a respeito da relevância da visualização em Geometria, incentivando a pensar em novas formas de ensinar. Nada do que foi apresentado aqui deve ser encarado como verdade absoluta, mas sim que conduza a uma abordagem de Geometria Espacial que não deve se basear apenas no cálculo de áreas e volumes.

A visualização é entendida como um processo de formação de imagens que transitam entre as representações 2D e 3D, mas sem priorizar uma delas. Essas imagens podem ser geradas sem que necessariamente o objeto esteja presente em nosso campo visual. Com isso, podem auxiliar na resolução de problemas e compreensão matemática.

Em uma sociedade na qual os aspectos visuais predominam surge a necessidade de “aprender a ver”. Aprendizado este que só se torna possível mediante a experiência seguida de reflexão. A pesquisa proporcionou aos estudantes o contato com diversos recursos didáticos, contribuindo para o aprendizado geométrico e um contato caloroso com a Matemática, em particular a Geometria.

A investigação apontou para a importância do desenvolvimento da visualização em Geometria e o despertar para novas formas de ensinar. Por isso, a relevância de implementar atividades com recursos variados, pois amplia a abrangência de modo a atender a pluralidade da sala de aula assim como traz diferentes contribuições ao aprendizado.

Desenvolver atividades com diferentes recursos em aula é também importante para que os alunos aumentem sua motivação para aprender e construir seu próprio conhecimento matemático. Por outro lado, o professor deve reconhecer que esses recursos servem de apoio pedagógico e podem lhe proporcionar novos conhecimentos, permitindo-o também reavaliar sua prática docente. Portanto, a utilização de recursos variados nas aulas de Matemática pode tornar a disciplina mais atraente. Os discentes consideraram que os recursos utilizados possibilitaram um aprendizado em Geometria que permitiu o movimento e exploração das formas, sendo possível visualizá-las tanto nos materiais manipuláveis quanto no GeoGebra. Também destacaram que aprender Geometria se tornou muito mais prazeroso com estes materiais. A pesquisa não teve como foco um material em particular e com isso foi possível que os estudantes explorassem as potencialidades de cada um, utilizando-os conforme sua preferência.

Quando é pouco desenvolvido, o pensamento visual interfere diretamente na dificuldade do aluno em realizar uma atividade. Seu desenvolvimento requer um trabalho contínuo

e que deve ser explorado em todos os anos de escolaridade. Por meio da análise da categoria Descobertas, destacamos a importância de trazer para a sala de aula atividades que façam os discentes perceberem que a Matemática está presente em suas vidas, por exemplo, ao associar objetos de seu cotidiano aos poliedros e não poliedros. Essas atividades precisam ter elementos que motivem e estimulem o aprendizado.

Além disso, foi observado uma evolução a respeito dos conceitos trabalhados. Por exemplo, alunos que inicialmente não sabiam definir poliedro passaram a descrevê-lo como “formas com pontas”. Embora a definição não esteja elaborada de maneira formal, foi um marco muito importante e que demonstrou a aprendizagem do conceito pelo aluno. Muitas vezes damos mais valor ao rigor da escrita matemática ao invés de analisar a forma pela qual o conceito foi concebido pelo estudante. Enfim, ouvir e dialogar sobre as ideias dos discentes para os conceitos em estudo mostrou-se didaticamente importante.

A pesquisadora e professora da turma também enfrentou dificuldades ao longo da intervenção. Primeiramente em relação ao tempo necessário para o planejamento de atividades para a pesquisa e os demais conteúdos que os discentes ainda deveriam estudar no mesmo bimestre. Também houve momentos que não foi possível dar a devida atenção aos alunos porque também era necessário realizar registros de situações que poderiam ser relevantes para a pesquisa. Ter alguém para auxiliar seria muito importante para melhorar a qualidade do trabalho, mas ao mesmo tempo esse fato evidenciou a realidade e demandas do professor em sala de aula. Sem dúvida a pesquisa contribuiu muito para o crescimento profissional da pesquisadora, pois foi necessário criar estratégias visando superar as adversidades, como gerar um vídeo com o GeoGebra e reproduzir na TV do auditório devido à falta de um laboratório de informática e ao fato de que muitos estudantes não tinham celular ou eram proibidos pelos responsáveis de levar para a escola.

As possibilidades de trabalho com foco na visualização não foram esgotadas nesta investigação. A pesquisa utilizou recursos que podem ser usados pelo professor e materiais que estavam disponíveis na escola. Dessa maneira, as atividades desenvolvidas podem ser adaptadas e/ou modificadas, outros recursos podem ser utilizados e novas atividades podem ser propostas. Tudo isso deve ser feito considerando a realidade do professor, o perfil dos alunos e as especificidades de seu local de trabalho. Acreditamos que estimular a visualização cria novas possibilidades de entender e enxergar a Matemática com outros olhos. Esse olhar deve ser sempre estimulado em nossos estudantes.

Referências

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241. doi: 10.1023/A:1024312321077
- Bairral, M. A. (2009). *Tecnologias da Informação e Comunicação*

- na Formação e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Edur. São Paulo.
- Bastos, R. (1999). *Geometria no currículo e pensamento matemático*. Disponível em: http://www.apm.pt/apm/revista/educ52/educ52_2.htm.
- Costa, C. (2002). Visualização, veículo para a educação em geometria. In: Saraiva, M., Coelho, I., & Matos, J. *Ensino e Aprendizagem de Geometria*, (p.157-184). Lisboa: Portugal Editora.
- Gorgorió, N., Artigues, F., Banyuls, F., Moyano, D., Planas, N., Roca, M., & Xifré, À. (2000). Proceso de elaboración de actividades geométricas ricas: un ejemplo, las rotaciones. *Suma*. Badalona, 33, 57-71
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3 – dimensional geometry: in search of a framework. In L. Puig e Gutierrez (Eds.), *Proceedings of 20th PME conference* (pp. 19-26), Valencia: Universitat de València, Dept. de Didàctica de la Matemàtica,
- Kaleff, A.M.M.R. (1998). *Vendo e entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos*. Niterói: EdUFF.
- Kaleff, A.M.M.R. (2016). *Tópicos em Ensino de Geometria: A sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria*. Novas Tecnologias no Ensino da Matemática. CEAD: UFF.
- Lemos, W. G., & Bairral, M. A. (2010). *Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio*. Série InovaComTic. Rio de Janeiro: Edur.
- Miskulin, R. S. (1994). Concepções teórico-metodológicas baseadas em LOGO e em Resolução de Problemas para processo ensino-aprendizagem da geometria. 1994. *Dissertação* (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas,
- Pavanello, R.M. (2004). *Por que ensinar/aprender Geometria?* Disponível em: http://www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr21-Regina.doc.
- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of Reasoning in 3D Geometry Thinking and Their Relations with Spatial Ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191-212. doi: 10.1007/s10649-010-9251-8.
- Rogenski, M.L.C., & Pedroso, S. M. D. (2009). *O Ensino da Geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades*. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 8 jul. 2019.
- Santos, R.T., & Bairral, M.A. (2015). Aspectos emergentes na construção do conceito de polígono por alunos do 6º ano de uma escola pública. *Vidya*, 35(1), 26.
- Settimy, T. F. O. (2018). Visualização em sala de aula utilizando recursos didáticos variados. 2018. 128p. *Dissertação* (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação/ Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ.
- Souza, J. R., & Pataro, P. R. M. (2015). *Vontade de saber matemática*. São Paulo: FTD.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editor's Introduction: What is mathematical visualization? In: Zimmermann, W., & Cunningham, S. (Org). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 1-7). Washington: MAA.