

Os Números Binários: do Saber Escolar ao Saber Científico

The Binary Numbers: from School Knowledge to Scientific Knowledge

Herman do Lago Mendes

Secretaria de Estado de Educação de Sergipe, SE, Brasil

E-mail: herman2000@zipmail.com.br

Recebido em: nov. - 2016; aceito em: mar. - 2017

Resumo

Investiga o *locus* dos Números Binários, enquanto saber ensinado, saber a ser ensinado e saber científico. Para tal, recorre-se à Teoria da Transposição Didática e a Teoria Antropológica do Didático, ambas de Yves Chevallard. Para delimitar a pesquisa, inicia-se a investigação por meio de análise praxeológica (matemática e didática) de 4 coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático; realiza-se, posteriormente, a análise praxeológica de diretrizes curriculares nacionais e estadual. Por fim, estuda-se o *locus* dos Números Binários na academia Matemática. Como principais resultados destacam-se: os números binários são sugeridos nas diretrizes curriculares como conteúdo básico de aprendizagem por meio de estudo de unidades de medida da informática; São trabalhados em livros didáticos de matemática de maneira auxiliar ao estudo de potenciação ou curiosidade ou servido como leitura complementar ao docente.

Palavras-chave: Números Binários. Teoria da Transposição Didática. Teoria Antropológica do Didático.

Abstract

It investigates the locus of binary numbers as a taught knowledge, a knowledge that is taught and scientific knowledge. For this purpose, it uses to the Theory of Didactic Transposition and Anthropological Theory of Didactic, both of Yves Chevallard. To delimit the research, it begins the investigation by praxeological analysis (mathematics and didactic) of 4 collections of math textbooks from the final years of elementary school evaluated by the National Textbook Program; It takes place later, the praxeological analysis of national curriculum guidelines and in state the. Finally, it studies the locus of binary numbers in mathematics academy. The main results are: binary numbers are suggested in the curriculum guidelines as basic learning content through study of computing units of measurement; They are taught in textbooks of mathematics to assist study potentiation or curiosity or served as a complement to teaching reading.

Keywords: Binary Numbers. Theory of Didactic Transposition, Anthropological Theory of Didactic.

1 Introdução

O sistema binário é um sistema de numeração posicional que utiliza todas as características do sistema de numeração decimal (base 10), tomando como base o 2, cada algarismo, 0 ou 1, a depender de sua posição, passa a representar o seu valor absoluto multiplicado pela potência de 2 relativa à posição enumerados da direita para a esquerda. Exemplo: 101 (um zero um - representação de um número no sistema binário) é igual a 5 (cinco - representação desse mesmo número no sistema decimal) porque $1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5$.

O sistema de numeração binário utiliza apenas dois símbolos, 0 e 1, para representar qualquer número, a partir de um conjunto de regras.

Os números binários assumem sua importância como linguagem na comunicação entre artefatos tecnológicos digitais por serem utilizados como representação de número (sequências de 0s e 1s) em codificações de imagens, de sons, de caracteres, de figuras, de qualquer outro tipo de informação. Isso ocorre porque qualquer artefato tecnológico digital, o computador, por exemplo, é composto por uma série

de interruptores elétricos com duas posições. Por conversão, a chave na posição “1” significa está ligado e a chave na posição “0” significa que o interruptor está na posição desligado. A partir dos pulsos elétricos (on/off) o computador reescreve através de dígitos binários. Por exemplo, quando escrevemos a letra “a” o computador converte esta letra em dígitos binários ou código binário 0100.0001 de acordo com a tabela ASCII (*American Standard Code Information Interchange*). E qualquer dispositivo digital, capaz de armazenar um dígito binário define um “bit” de informação. A medida da letra é expressa em bytes (8 bits).

A partir da aplicação social proporcionada pelo conhecimento científico de números binários na atualidade - “Era Digital” - surgem os seguintes questionamentos de pesquisa:

- Os números binários são abordados nos livros didáticos de matemática da educação básica? Caso os sejam, como esse conteúdo é abordado?
- Existem orientações curriculares, nos documentos oficiais, referentes ao estudo de números binários na Educação Básica? Caso exista, como esse conteúdo é abordado?

Mendes (2014) verificou a existência de abordagem de números binários em livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD por meio de dois domínios¹: Grandezas e Medidas (unidades de medida da informática) e Números e Operações (sistema de numeração binário). Verificou a existência de diretrizes curriculares nacionais e estadual (Pernambuco) referente ao conteúdo de números binários, mais precisamente, referente à orientação curricular de unidades da informática, compondo assim um tema básico de matemática a nível de ensino fundamental.

Mendes (2015) analisou a praxeologia matemática e praxeologia didática referente ao estudo de números binários em uma coleção de livros de matemática avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático e identificou 3 tipos de tarefas, 3 técnicas, uma única tecnologia e nenhuma teoria. Concluiu a partir disso que os volumes 6 e 7 caracterizam-se, respectivamente, como uma praxeologia pontual e local.

Mendes (2016) pesquisou a transposição didática das unidades de memória da informática, tomando-se como instituições de análise: 5 coleções de livros didáticos de matemática (saber ensinado) e sugestões de ensino em 3 diretrizes curriculares nacionais e 1 estadual (Pernambuco, 2012), e Sistema Internacional de Unidades (SI, 2012) e Commission Electrotechnique Internationale Norme Internationale (CEI, 2005) (saber a ser ensinado).

As pesquisas de Mendes (2014, 2015, 2016) dão um suporte para a realização desta nossa pesquisa. Objetivamos investigar o *locus* dos Números Binários, enquanto saber escolar, saber a ser ensinado e saber científico. Para tal, recorremos a duas teorias de Yves Chevallard que se complementam: Teoria da Transposição Didática e Teoria Antropológica do Didático - TAD. Especificamente utilizamos dois conceitos da TAD: praxeologia e momentos didáticos.

A teoria da transposição didática distingue três tipos de saber: saber científico, saber a ensinar e saber ensinado. Ela defende que esses tipos de saber possuem naturezas, funcionamentos e linguagens próprias, de maneira que o saber escolar não se constitui de simples simplificação ou redução de processos provindos do saber científico, mas que cada tipo de saber possui funcionamentos próprios e distintos do saber científico. Partindo disso, objetivamos verificar a existência, ou não, de abordagem de Números Binários em três instituições distintas: *instituição de ensino* (livros didáticos de matemática), *instituições transpositivas* (diretrizes curriculares nacionais e estadual de Pernambuco, SI (2012) e CEI (2005)), *instituições científicas* (livros e artigos científicos); analisar convergências e divergências de abordagem de Números Binários entre essas instituições.

Analisamos as diretrizes curriculares e os livros didáticos como instituições distintas, mas interdependentes, segundo a teoria da transposição didática, baseados na praxeologia (elemento conceitual da TAD), que fizesse o trabalho de transposição didática entre as instituições transpositivas e livros didáticos referentes ao estudo de Números Binários. Dessa maneira, as praxeologias configuram-se, também, como métodos de análise, o que nos possibilitou: identificar a organização praxeológica didática e a organização praxeológica matemática de livros didáticos de matemática.

2 Teoria da Transposição Didática e TAD (Praxeologia e Momentos Didáticos)

A teoria da transposição didática defende a existência de três tipos de saber: saber científico, saber a ensinar e saber ensinado. Ou seja, essa teoria parte do princípio que cada tipo de saber possui seu próprio funcionamento, natureza, linguagem e atividade.

Transposição didática é definida como o trabalho que transforma um objeto de saber possível de ser ensinado em um objeto de saber ensinado; é entendida como um conjunto de transformações adaptativas de um conteúdo do saber (considerado ensinável), que o tornará inserido entre os objetos de ensino, hábito a ser ensinado (Chevallard, 1998a). Ora, como um conhecimento, saber trabalhado, distinto em diferentes instituições² pode ser levado a constituir-se em outro conhecimento, saber? Determinado saber sendo explicado, praticado, adaptado (para ser possível de ser ensinado) por diferentes técnicas e tecnologias o distingue desse mesmo saber? Qual é o argumento que defende a existência daqueles tipos de saber?

Segundo Chevallard (1994, 1998a) a transposição didática considera cada tipo de saber contendo seus próprios funcionamentos, linguagens de maneira que o saber escolar não se constitui de simples simplificação ou redução de processos provindos do saber científico. O saber pode ser analisado em instituições diferentes “[...] na perspectiva de compreender a produção de novos saberes nesses processos” (Polidoro & Stigar, 2010, p. 2). Por exemplo: segundo Chevallard *et al* (2001), o saber científico da Matemática é comumente trabalhado por processos demonstrativos e generalizados. Porém, ela é inadequada tratando-se do contexto escolar. Neste, existe ou deveria existir, uma preocupação com a aprendizagem do saber a ser ensinado. Levando-se em consideração outros saberes provenientes da Educação Matemática, Psicologia, Sociologia, Antropologia, etc. Dessa maneira, o saber ensinado ou saber escolar possui natureza própria e distinta do saber científico.

Entre os saberes ensinado e científico existem ações

1 O PNLD define atualmente cinco blocos de conteúdos da Matemática básica: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Estatística e Probabilidade.

2 O significado de instituição baseado por conceitos da transposição didática é amplo. Família, escola, sala de aula, igreja, local de trabalho são exemplos de instituições.

participativas, condicionais, determinísticas, seletivas, norteadoras providas de várias instituições (transpositivas) interdependentes (Chevallard, 1998a). Elas fazem parte da *noosfera*. Esta é constituída pelos representantes do sistema de ensino: secretaria de educação, livro didático, Ministérios da Educação - MEC, pais de discentes, sindicatos, etc. Já o lugar onde se pensa a respeito do funcionamento didático é chamado de *esfera*.

A noosfera é quem seleciona os elementos do saber científico designados como saber a ensinar que por sua vez serão submetidas ao trabalho de transposição; permitem trocas de saberes entre as instituições, mantendo escolhas, decisões, entre outras instâncias. Segundo Chevallard (1998a) esta etapa é visível a sociedade e é chamada de *transposição didática externa*. Portanto, o saber a ensinar não se limita às propostas curriculares nos processos de ensino e de aprendizagem, seu ensino necessita de sua interpretação. Então, existe também um conjunto de influências da ação do professor e da professora (*transposição didática interna*). Ou seja, nas transformações adaptativas de saber não parte exclusivamente do docente, mas também, conjuntamente por várias instituições diferentes: livros didáticos, diretrizes e parâmetros curriculares, leis, entre outras instituições (Almouloud, 2011).

Chevallard (1998a) destaca que tanto a esfera como a noosfera não trabalham sozinhas. Apesar da noosfera possuir poder, responsabilidades, competências, ser “o centro operacional do processo de transposição” (ibidem, p.11, tradução nossa), entre outras instâncias delimitadas, qualquer decisão (de ensino, didático, epistemológico, etc.) entre a esfera e a noosfera é tomada em conjunto.

A teoria da transposição didática permite articulações, de maneira imbricada, entre a análise epistemológica e a análise didática a serem utilizadas como eficiente uso epistemológico para a didática.

Recorremos a TAD como complementação a teoria da transposição didática porque ela pode refletir nas razões pelos quais determinado saber é motivado e justificado como saber a ser ensinado e também por auxiliar a análise, como “binóculo”, de como as instituições [produtivas (ciência Matemática), transpositivas (diretrizes curriculares de matemática) e ensino (livro didático de matemática)] operam, interpretam, tratam determinado objeto do saber (Números Binários).

Assim, a análise da transposição didática de um domínio de ensino [Números e Operações, e Grandezas e Medidas, por exemplo] (a qual inclui a delimitação e designação do domínio em si mesmo) não pode ser reduzida a revisão dos livros didáticos de matemática, incluso ainda que se trate de um material empírico privilegiado para os investigadores. O que importa é o tipo de questões que se planejam (Porque ensinar isto? Por que esta organização? De onde vem? E o tipo de fenômeno que os livros didáticos mostram (ou ocultam)) (Bosch & Gascón, 2007, p. 393).

Segundo a TAD, não entendemos o que se passa dentro

do sistema educacional sem antes considerar e observar o seu exterior (tratamento exógeno ao estudo).

Praxeologia é um elemento conceitual da TAD. Etimologicamente, a palavra praxeologia deriva de duas palavras gregas, *práxis* e *logos*: *práxis* significa o fazer, a parte prática, enquanto o *logos* significa a parte teórica, lógica e inteligível. Praxeologia mantém relação e imbricação de conjuntos de elementos práticos e teóricos em qualquer tipo de ação humana, de maneira que toda a *práxis* requer (*logos*) porquês, explicações e justificativas porque nenhum fazer humano permanece sem ser questionado (Bosch & Gascón, 2007). Essa tese parte do seguinte princípio: não podem existir ações humanas sem ser, ao menos, explicadas (mesmo que parcialmente), feitas (de maneira inteligível), por alguma explicação ou justificação (ibidem).

A TAD afirma que o funcionamento de instituições existe, e é necessário requerer uma praxeologia: tipos de tarefas T , técnicas τ , tecnologias θ e teorias Θ . Os tipos de tarefas constituem fazer coisas; as técnicas constituem o como fazer coisas, tarefas; as tecnologias constituem na justificação e explicação da veracidade das técnicas, explicar como fazer essas coisas, tarefas; e as teorias constituem o porquê formal e lógico destas explicações e justificações (Chevallard, 1998a). Ou seja, em qualquer instituição (seja ela uma igreja, uma família, uma escola ou outra qualquer) é possível, a partir da noção de praxeologia, analisar as atividades matemáticas; analisar as transformações que o objeto de saber (matemático) sofre de uma instituição para outra (ibidem).

A praxeologia é constituída por um bloco prático-técnico $[T, \tau]$ e por um bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$. Segundo Chevallard (1998b), o primeiro bloco é normalmente identificado como conhecimento enquanto que o segundo bloco é normalmente identificado como saber comum.

A TAD define o trabalho do objeto (matemático) O como sendo uma combinação de elementos praxeológicos $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Didaticamente, o estudo de O consiste em: providenciar alguma análise praxeológica de O ; buscar responder como estudar o objeto do saber O . Ou seja, qualquer análise didática implica alguma (re)formulação de organização praxeológica de objeto de saber O (Chevallard, 2013).

A praxeologia matemática e a praxeologia didática são imbricadas porque a segunda parte de um tratamento didático para/com a seleção, organização, planejamento, método, entre outras preocupações didáticas. Portanto, o modelo praxeológico $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é quem dita o modelo de momentos didáticos.

Chevallard (1998b) define quatro categorias de organizações praxeológicas: praxeologia pontual, praxeologia local, praxeologia regional e praxeologia global. A princípio, um tipo de tarefa T é formado por uma técnica τ , uma tecnologia θ e uma teoria Θ . A praxeologia pontual $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é assim categorizada quando apenas leva em consideração uma única tarefa T . A praxeologia local $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é assim categorizada quando leva em consideração

uma determinada tecnologia θ . A praxeologia regional $[T_{ij} \cdot \tau_{ij} \cdot \theta_j \cdot \Theta]$ é assim categorizada quando apenas leva em consideração uma única teoria. Ou seja, geralmente uma determinada instituição I tem uma teoria Θ , tem várias tecnologias θ_j que cada qual por sua vez justifica e torna-se inteligível. Várias técnicas τ_{ij} correspondem ao maior número de tipos de tarefas T_{ij} . A praxeologia global $[T_{ijk} \cdot \tau_{ijk} \cdot \theta_{jk} \cdot \Theta_k]$ é desenvolvida em uma determinada instituição I pela agregação de várias tarefas T, técnicas τ e tecnologias θ à várias teorias. Ou seja, a praxeologia global é a agregação de várias organizações praxeológicas regionais atuantes às várias teorias Θ .

Chevallard (1998b) sugere 6 momentos didáticos ou momentos de estudos, não necessariamente na mesma sequência, para assim possibilitar a análise de organização praxeológica didática:

- Momento de (re)encontro com a praxeologia matemática estudada de tal maneira que satisfaça o objeto de saber O com algum tipo de tarefa Ti;
- Momento de exploração do tipo de tarefa Ti e a sua articulação com alguma técnica τ : constituição de determinadas técnicas de resolução;
- Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico: busca manter uma ligação com os demais momentos. Mantendo assim, justificativas e explicações para tais técnicas;
- Momento de institucionalização: busca elaborar objetivos, seleções, regras, decisões a serem tomadas em qualquer momento didático; e
- Momento de trabalhar a técnica: permeia a execução e performance de determinada técnica.

Momento de avaliação: integrada a todos os momentos de estudo a partir de reflexões, questionamentos, diagnósticos de relações pessoais e de eficiências.

3 Procedimentos Metodológicos

Planejamos investigar o *lôcus* dos números binários por caminho inverso a transposição didática (do saber científico ao saber ensinado) porque diagnosticamos um amplo estudo de Números Binários em várias instituições científicas, distintas à Matemática. Que apesar deles ser um objeto de saber criado na ciência Matemática (Glaser, 1981), é atualmente, também estudado, em outras instituições científicas: Computação (Clássica e Quântica), Telecomunicações, Engenharias, entre outras, nas disciplinas de circuitos digitais, comunicação de dados, teoria dos números, matemática discreta, como exemplos. A partir disso, delimitamos esta pesquisa. Ou seja, partimos da abordagem dos livros didáticos de matemática, por representar o saber ensinado, passando por diretrizes curriculares, por configurarmos como tipos de instituições intermediárias ou instituições transpositivas (instituição inserida na noosfera); e por fim, investigar a sua abordagem como saber científico da Matemática configurando-se como instituição produtiva.

Estruturamos esta pesquisa por meio de quatro momentos:

Primeiro, verificamos a existência de números binários em livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo PNLD 2014 por meio de dois domínios: Grandezas e Medidas (unidades de armazenamento

e processamento de dados de computadores) e Números e Operações (sistema de numeração binário). A partir daí, coletamos livros didáticos de matemática; selecionamos 4 coleções (Quadro 1), de 10 coleções no total, de livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental avaliados pelo PNLD 2014. Destas 4 coleções, três (5 livros) abordam as unidades de medida da informática e duas coleções (2 livros) abordam o sistema de numeração binário. As unidades de medida da informática estão presentes nos 4 anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º anos) e o sistema de numeração binário foi abordado nos 6º e 8º anos deste mesmo nível de escolaridade; Realizamos uma análise praxeológica (matemática e didática) de livros didáticos de matemática.

Quadro 1- Coleções de livros didáticos de Matemática analisados

Título	Autores	Editora	Ano
Matemática: ideias_e_desafios	Onaga, Mori	Saraiva	2012
Projeto Teláris: Matemática	Dante	Ática	2012
Vontade de saber Matemática	Souza, Pataro	FTD	2012
Praticando matemática – edição renovada	Andrini, Vasconcellos	Editores do Brasil	2012

Fonte: Dados da pesquisa.

O critério adotado para a escolha dos livros didáticos de matemática: deveria abordar o sistema de numeração binário e/ou unidades de medidas da informática no livro do aluno e/ou no Manual do Professor; ou existirem atividades que mantêm um teor matemático ou curiosidade ou auxiliares a compreensão, ou ainda, de fixação de outros conteúdos de matemática. Os livros didáticos de matemática que apenas citam ou não abordam os números binários não foram analisados. Identificamos coleções que mantêm abordagens semelhantes, referentes ao estudo de números binários. Escolhemos aquela que mais tem tarefas em seu corpo.

Segundo, estudamos os documentos curriculares nacionais e do estado de Pernambuco (instituições transpositivas – saber a ensinar), a fim de identificar o *lôcus* em que os Números Binários assumem a natureza desse saber. Dessa forma, analisamos as organizações praxeológicas e comparamos a abordagem proposta para os Números Binários nessas orientações curriculares. Foram 4 documentos curriculares de matemática analisados: nacionais Brasil (1997, 1998, 2000) e estadual Pernambuco (2012).

Terceiro, para investigar o saber das instituições produtoras, recorreremos à pesquisa bibliográfica para subsidiar o entendimento de Números Binários, no setor de referência da Matemática. Recorreremos às referências bibliográficas para pesquisar os Números Binários como saber científico oriundo da matemática, tomando como instituição, a academia Matemática (Quadro 2).

Quadro 2 - Livros e trabalhos científicos configurados como instituições produtivas e utilizadoras de saberes (Números Binários)

Título	Autor	Ano	Tipo de Documento
Introdução à Teoria da Informação	Edwards	1971	Livro Texto - Universitário
History of Binary and other nondecimal numeration	Glaser	1981	Livro científico
The Bell System Technical Journal	Shannon	1948	Trabalho científico
Números: construções e propriedade	Silva	2003	Livro científico
Elementos de eletrônica digital	Idoeta e Capuano	1984	Livro Texto - Universitário

Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, comparamos a abordagem do *locus* dos números binários entre os contextos do setor de referência (caracterizado pelo saber científico), de um setor da noosfera (diretrizes curriculares - saber a ensinar) e de um elemento do sistema escolar (caracterizado pelos livros didáticos de matemática - saber ensinado).

A partir dessas quatro etapas de pesquisa, investigamos o *locus* dos Números Binários, enquanto saber escolar, saber a ser ensinado e saber científico; Identificamos convergências e/ou divergências entre o saber científico, saber utilizador e o saber a ser ensinado direcionado ao conteúdo de Números Binários.

Esta proposta de pesquisa é documental, que do ponto de vista dos procedimentos de coleta de dados pretende comparar os elementos de Números Binários que compõe o saber de referência da Matemática com os elementos de Números Binários que compõe o saber a ensinar e ao saber ensinado (abordagens de Números Binários em documentos oficiais e em livros didáticos de matemática). Enquanto ferramenta de análise, recorreremos à praxeologia.

4 O Locus dos Números Binários no Saber Escolar: Livros Didáticos de Matemática

A partir do modelo de organizações praxeológicas de Chevallard (1998b), referentes ao estudo de números binários, os livros didáticos de matemática são enquadrados como organizações praxeológica pontual ou praxeológica local.

Identificamos 12 tipos de tarefas distintas nas 4 coleções de livros didáticos de matemática analisados:

1. Converter um número representado no sistema de numeração binário (base 2) em um número representado no sistema de numeração decimal (base 10);
2. Corresponder corretamente às unidades de medidas com a sua grandeza;
3. Determinar a velocidade de processamento de dados de um computador ou determinar a quantidade de ciclos por segundo corresponde à velocidade de dados de um processamento de computador;
4. Comparar medidas de informação ou capacidade de

armazenamento de dados (memória) de dois artefatos tecnológicos;

5. Determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico;
6. Determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação (memória);
7. Comparar a velocidade de conexão de internet de dois computadores utilizando um gráfico de linhas;
8. Definir unidades de medida de informática;
9. Converter unidades de medida de informação;
10. Determinar o tempo do download de um mesmo arquivo de computador com uma taxa de transferência maior;
11. Expressar o número natural como uma soma de potências de 2;
12. Converter um número representado no sistema de numeração decimal (base 10) em um número representado no sistema de numeração binário (base 2);
13. Determinar quantas músicas em determinado formato (mp3 e CD) podem ser armazenadas em determinado dispositivo de armazenamento de dados.

Identificamos duas técnicas de conversão de um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário nos livros didáticos de matemática: técnica das divisões sucessivas por 2 e técnica da representação do número representado no sistema decimal por meio de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois, simplesmente, ou recorrendo à uma tabela contendo grupos de potências de 2.

Identificamos uma técnica de conversão de um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração decimal: escrita de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois recorrendo-se de uma tabela de grupos de potências de 2 ou ordens do sistema binário.

As técnicas referentes às conversões entre unidades de medida de informação e entre velocidade de processamento de dados não são trabalhadas nos livros didáticos de matemática analisados. No entanto, pesquisamos (e identificamos) a existência de duas técnicas referentes às unidades de medida de mesma grandeza em volumes do 6º ano: a conversão de uma unidade de medida de mesma grandeza em outra é enfatizada pelo emprego do deslocamento da vírgula para a esquerda ou para a direita a depender da conversão de uma unidade de medida de mesma grandeza que se deseja: caso deseje converter uma unidade de medida de mesma grandeza em seu múltiplo, a vírgula desloca-se tantas vezes para a esquerda e caso deseje converter uma unidade de medida de mesma grandeza em seu submúltiplo, a vírgula desloca-se tantas vezes para a direita. A outra técnica identificada é a conversão entre unidades de medida de mesma grandeza por meio de expressão numérica (aritmética) e da potenciação (propriedades da potenciação). Como essa segunda técnica é autoexplicativa, apresentando elementos tecnológicos imbricados, consideramo-la habita a ser utilizada como uma possível técnica de conversão entre unidades de medida de informação ou medida de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética) e da

potenciação (propriedades da potenciação).

Vale destacar que as duas técnicas de conversões entre unidades de medidas de mesma grandeza recorrem a uma semelhança com a escrita de um número representado no sistema de numeração decimal por meio de uma tabela. Enquanto que as unidades de medida de informação configuram-se por organização sobre a base 2.

Os tipos de tarefas presentes nos livros didáticos de matemática são claramente expostos e bem identificados, diferentemente das técnicas de conversão entre unidades de medidas de mesma grandeza (medida de informação e medida de velocidade de processamento de dados). Apenas as técnicas de conversão entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal são identificados claramente.

Todos os livros didáticos de matemática não recorrem a elementos teóricos em sua abordagem referente ao sistema de numeração binário e nem às unidades de medida de informação. Exceto um livro que aborda elementos teóricos de grandezas e medidas: “para representar o resultado de uma medição, escrevemos o número obtido e o nome da unidade que se empregou. Dessa forma, cada quantidade fica expressa por uma parte numérica e outra parte literal, que representa a unidade empregada” (Souza & Pataro, 2012c, p.182).

As subtarefas mais abordadas nos livros didáticos de matemática analisados são: converter unidades de medida de mesma grandeza, que ora foi considerado aqui como tipo de tarefa, ora como subtarefa, a depender de sua abordagem no livro ao solicitar um exercício ou um problema, e a representação dos números das medidas de informação como potências de base 2 (utilização da potenciação).

Como exemplo de tópicos de relevância e razão de ser para o estudo de números binários em livros didáticos de matemática, destacaremos três: o advento da informática e de sua grande utilização nos dias atuais; os computadores operam utilizando o sistema de numeração binário; a utilização de códigos binários no mundo da Informática.

Interpretamos que sistema de numeração binário, muitas vezes chamada de número binário porque possui uma estrutura algébrica que, por sinal, são conteúdos de Matemática, mas, de maneira paralela, são utilizadas como aplicações ou atribuições às ideias de representações de códigos, à Computação, à Eletrônica, à Telecomunicações, à própria Matemática, como o caso da Álgebra de Boole, entre outras. Como exemplo desses, temos o caso de corresponder o dígito 1 binário a corrente passa ou circuito ligado, verdadeiro, sim, entre outros e o dígito 0 binário como sendo o seu oposto, corrente não passa ou circuito desligado, falso, não, entre outros. Realizando, desta maneira, representações dicotômicas. Interpretamos, por tanto, que os Números Binários são conteúdos de ambos os saberes científicos, da Matemática e da Computação. No entanto, não é evidenciado,

considerado a sua imbricação ao estudo de unidades de medida de informação em livros didáticos de matemática e nem nas diretrizes curriculares de matemática analisado.

Outro resultado de pesquisa refere-se ao trabalho de Mendes (2016): percepção de uma “lacuna” nos processos de transposição didática de unidades de medida de informação. Diz que seu conceito é muito frágil e confuso. Por um lado, o SI (2012) e a CIE (2005) - instituições transpositivas - os definem as unidades de medida de informação por meio da base 2. Por outro lado, os livros didáticos de matemática e as diretrizes curriculares de matemática os definem por meio do sistema métrico decimal, configurada na base 10, adotando as mesmas nomenclaturas e simbologias da base 2. Segundo Mendes (2016), as instituições transpositivas, SI (2012) e CIE (2005), definem as unidades de medida de informação ou unidades da informática pela seguinte nomenclatura e simbologia (parte literal): byte, B; kibibyte, KiB; mébibyte, MiB; gibibyte, GiB; tébibyte, TiB; pébibyte, PiB; entre outras. Tal que,

$$1 \text{ KiB} = 2^{10} \text{ B} = 1024 \text{ B}; 1 \text{ MiB} = 2^{10} \text{ KiB} = 1024 \text{ KiB}; 1 \text{ GiB} = 2^{10} \text{ MiB} = 1024 \text{ MiB};$$

$1 \text{ TiB} = 2^{10} \text{ GiB} = 1024 \text{ GiB}; 1 \text{ PiB} = 2^{10} \text{ TiB} = 1024 \text{ TiB}$. Enquanto que os livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental avaliados pelo PNL D 2014 definem essas unidades de medida ora conservando os números por meio de representação de base 2 e simbologias do sistema métrico decimal, conforme o seguinte exemplo: 1 quilobyte é igual a 2^{10} bytes ou a 1024 bytes, ou $1 \text{ KB} = 2^{10} \text{ B} = 1024 \text{ B}$; Ora conservando os números por meio de representação de potências de base 10 e simbologias do sistema métrico decimal, conforme o seguinte exemplo: 1 megabyte é igual a 10^3 KB ou a 1000 KB ou $1 \text{ MB} = 10^3 \text{ KB} = 1000 \text{ KB}$. A partir da pesquisa de Mendes (2016), constatamos a existência de abuso de nomenclaturas e simbologias para representar as unidades de medida da informática nos livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo PNL D 2014.

No momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica τ_i em livros didáticos de matemática, as tarefas são apresentadas após a apresentação inicial de elementos tecnológico-teóricos e a maioria dos volumes não apresenta nenhuma ilustração ou exemplificação de técnicas de conversões entre unidades de medida na informática, exceto um livro³ que, a técnica é articulada, de maneira não clara, com as tarefas no próprio enunciado da questão. Enquanto as técnicas de conversões entre números representados nos sistemas de numerações decimal e binário, são existentes em dois livros didáticos de matemática⁴: um no livro do aluno e outro no Manual do professor.

A respeito do momento de constituição do bloco

3 Dante (2012b, p.113).

4 Andrini, Vasconcellos (2012c, p.42); Dante (2012a, p. 67); Dante (2012b, p.113).

tecnológico-teórico dos livros didáticos de matemática analisados, ora é inexistente⁵, ora é definido que: o bit é a menor unidade de medida de informação, a menor unidade de informação com que os computadores trabalham; o bit pode possuir dois valores (0 ou 1) e que representam, respectivamente dois estados, não, desligado e sim, ligado; o byte é a combinação de 8 bits ou conjunto de 1 caractere; as unidades de medida de informação, quilobyte, megabyte, gigabyte, entre outras, são enquadradas como múltiplos do byte e que fazem parte do sistema métrico decimal; as velocidades de processamento de dados, mega-hertz e giga-hertz, são definidas por ciclos por segundos.

A respeito do momento de institucionalização em livros didáticos de matemática, interpretamos que o sistema de numeração binário é proposto de maneira isolada, mantendo-se como um tema de curiosidade ao invés de um tema para a “formação matemática”. Em relação à proposta didática frente às unidades de medidas da informática, quase todos os livros didáticos de matemática analisados mantêm uma proposta de trabalhar este tema como um conteúdo auxiliar, de suporte ou de contexto ao tema de estudo: potenciação. Essa proposta de trabalho didático referente ao estudo de unidades da informática corresponde com as recomendações sugeridas por Brasil (1998, p.74), ao sugerir, para o quarto ciclo do ensino fundamental de matemática, o “reconhecimento e compreensão das unidades de memória da informática, como bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes em contextos apropriados, pela utilização da potenciação”. São abordados, de maneira contextual, por elementos e dispositivos da Informática (internet, *tablets*, *pendrives*, máquinas fotográficas digitais, computadores, entre outros) e por abordagem superficial a respeito da história do computador e de outros dispositivos tecnológicos. Exceto uma coleção de livro didático de matemática⁶ que mantêm proposta de abordar estas duas medidas na informática como “conteúdo de formação matemático”, mantendo a sua recapitulação, ampliação e aprofundamento do 6º ano para o 7º ano. Portanto, as unidades de medida na informática em livros didáticos de matemática, mantêm tanto um viés prático social⁷ (em sua maioria) como intramatemática⁸ (em sua minoria).

A respeito do momento de trabalhar a técnica referente às unidades de medida de informação, é inexistente em todos os livros didáticos de matemática analisados. Em relação às técnicas de conversões entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal, apenas são ilustradas pelos autores, não existindo, portanto, momento de sua exercitação pelos estudantes.

5 O Lócus dos Números Binários no Saber a Ensinar: Diretrizes Curriculares Estadual de Pernambuco e Nacionais

Mendes (2014) analisou e comparou a abordagem feita de números binários nas orientações curriculares estadual (Pernambuco) e nacionais de matemática. Constatou que as orientações nacionais (Brasil, 1997, 1998, 2000) e estadual (Pernambuco, 2012) de matemática defendem o estudo unidades de medidas da informática como um dos conteúdos elementares para o Ensino Fundamental: “algumas unidades da informática como quilobytes, megabytes [...] estão se tornando usuais em determinados contextos” (Brasil, 1998, p.69);

reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza e identificar algumas unidades de medida (por exemplo: bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes); Usar e converter, dentro de um mesmo sistema de medidas, as unidades apropriadas para medir diferentes grandezas (PERNAMBUCO, 2012, p.109,110).

Além disso, é sugerido o estudo de unidades de medida da informática articulado por meio de atividades ou situações-problemas contextualizadas pela realidade das alunas e dos alunos: “[...] outras unidades de medida podem ser introduzidas e ampliadas, como, por exemplo, [...] *as utilizadas no contexto da informática (Kb, Mb etc.)*” (Pernambuco, 2012, p.107).

Baseado nos conceitos da TAD, interpretamos que Brasil (1998) sugere um tema, unidades da informática, para ser estudado no 4º ciclo do ensino fundamental, mas não sugere e nem esclarece os elementos praxeológicos: técnica, tecnologia e teoria. Identificamos dois tipos de tarefas: converter unidades de medida de informação; E reconhecer as unidades de medida de informação, tal que seja contextualizada (socialmente e historicamente) por problemas e por meio da utilização de potenciação (um dos conteúdos do bloco de matemática básica: Números e Operações). Enfatiza o estudo dessas unidades de medida por meio do bloco prático-técnico ao sugerir que “o trabalho com medidas deve centrar-se fortemente na análise de situações práticas que levem o aluno a aprimorar o sentido real das medidas” (Brasil, 1998, p.69).

O estudo de unidades de medida da informática das diretrizes curriculares nacionais e estadual está inserido no bloco praxeológico prático-técnico; Não sugerem e nem esclarecem os elementos praxeológicos, técnica, tecnologia e teoria, apenas sugerem o estudo desse tema articulado por tipos de tarefas.

As diretrizes curriculares nacionais de matemática (Brasil, 1997, 1998, 2000) e estadual (Pernambuco, 2012) não sugerem o sistema de numeração binário como conteúdo

5 Andrini, Vasconcellos (2012a, 2012b, 2012c, 2012d).

6 A coleção de Luiz Roberto Dante da Editora Ática

7 Ações, conhecimentos úteis para enfrentar necessidades da vida.

8 Surgem questionamentos na matemática que recorre dela própria para poder respondê-los. Existem inúmeros problemas matemáticos nascidos de questões puramente matemáticas, que podemos chamar de problemas intramatemática (Chevallard et al, 2001, p.50). São atividades desenvolvidas no interior da chamada Matemática Pura. Exemplo: provar que é um número irracional.

básico de ensino escolar.

Portanto, aquelas instituições transpositivas nacionais – diretrizes curriculares de matemática – referentes ao lócus de objeto de saber matemática não sugerem o sistema de numeração binário como tema básico de estudo em nível fundamental, apesar de ser: um tema produzido na ciência Matemática; citado de maneira não conectada a outros temas da matemática básica ou abordado por teor de curiosidade em livros didáticos de matemática.

6 O Lócus dos Números Binários no Saber Científico: Ciência Matemática

Baseado na pesquisa sobre números binários como objeto do saber científico da Matemática e tomando como elementos conceituais de praxeologia - TAD, identificamos várias tecnologias e teorias, diferentes, que relacionam ou fundamentam ou auxiliam o seu estudo. Dessa maneira, destacamos a seguir, os elementos constituintes do bloco tecnológico-teórico referente à abordagem de números binários, enquanto saber científico, delimitada pela abordagem introdutória destes nos livros didáticos de matemática e nos documentos curriculares de matemática analisados neste trabalho:

- *Podemos representar qualquer número natural m na base b , $b \neq 1$, na forma $(a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0)_b$, usando apenas os símbolos $0, 1, 2, 3, \dots, b - 1$. A partir disso, podemos realizar conversões entre dois números representados por dois sistemas numéricos de base diferentes (Silva, 2003);*
- *Qualquer número natural, diferente de zero, é igual a soma de potências de base 2. A partir disso, podemos recorrer como etapa de procedimento de técnica de transformação de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa) (Glaser, 1981);*
- *Noções de Álgebra de Boole. Esta é um setor da Matemática que também é estudada na Computação. Os circuitos lógicos digitais podem ser estudados matematicamente por meio da Teoria da Álgebra de Boole que manipulam números binários; auxiliam na construção de circuitos digitais (Idoeta & Capuano, 1984);*
- *Circuitos Combinacionais, funções lógicas e portas lógicas. Circuitos eletrônicos formados por portas lógicas manipulam valores binários e são denominados circuitos binários ou circuitos lógicos digitais. O chip é um exemplo de circuito integrado. Portas lógicas são a base do hardware de computador e qualquer tipo de circuito elétrico de representação binária (também chamado de circuitos digitais). Existem problemas que por meio de variáveis binárias de entrada e de suas combinações em um circuito solucionam problemas pela análise de sua resposta (saída). Se esta depende única e exclusivamente das variáveis de entrada e de suas combinações, então é chamado circuito combinacional. Funções lógicas são mecanismos matemáticos que podem possibilitar implementações de aritmética binária por meio de portas lógicas binárias. A organização de circuitos digitais retoma o conhecimento conjunto de Álgebra de Boole e funções lógicas (Idoeta & Capuano, 1984);*
- *Noções de propriedades da Potenciação (o produto de bases numéricas iguais é igual a conservação desta base, elevada pela soma de seus expoentes). Elemento*

constituente de um tema da Matemática que é utilizada para representar o número da medida de informação;

- *Noções de Probabilidade (Condicional) e função logarítmica. Conceitos usados para medir a informação (combinações de letras). Temas, nas respectivas áreas da Estatística e da Matemática utilizadas para reduzir a incerteza do sinal e disso, otimizar o custo de transmissão de sinais de canais discretos para transmitir informação e a partir daí, estudar mecanismos que possibilite o envio de informação com menor ruído possível (Shannon, 1948; Edwards, 1971);*

Introdução à Teoria da Informação e Comunicação de Shannon. Este objetivava, por meio desta sua teoria, otimizar o custo de transmissão de sinais. É introduzida a partir da definição de quantificação de informação, auxiliada por axiomas, equações e conceitos de probabilidade e de funções logarítmicas para reduzir a incerteza do sinal de um canal. A Teoria da Informação parte dos conceitos básicos de quantidade de informação, redundância e ruído. A redundância é definida como excesso de sinais sobre o mínimo necessário para transmissão da variedade requerida. Ruído é todo o fenômeno que é produzido numa comunicação e não pertence à mensagem intencionalmente emitida. A unidade de informação é chamada de bit e equivale à quantidade de informação (I) associada à seleção de um entre dois eventos equiprováveis e_1 e e_2 : $I(e_1) = I(e_2) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1$. A base trabalhada no cálculo de incerteza ou de quantidade de informação ou de entropia é a base 2. “A escolha da base do logaritmo corresponde à escolha da unidade de medida de informação” (Shannon, 1948, p.1). Se a base 2 é usada, o resultado das unidades pode ser chamado de dígitos binários (bit). O número de escolhas sucessivas – que denominamos “unidade de informação seletiva” – é igual ao número de dígitos binários (Shannon, 1948). A incerteza ou a entropia (H) é medida em bits/letra (bits por letra). Se na quantização de informação as letras não tiverem nenhuma preferência de escolha (forem equiprováveis) então $H = \log_2 n$ é a incerteza própria do conjunto, definido em unidades de informação por letra do conjunto (bits/letra) e $I = \log_2$ é a medida da quantidade de informação, em bit, contida em uma solução específica qualquer. De uma maneira geral, $H = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$ onde $-\log_2 p_i$ representa o número de perguntas e p_i é a probabilidade (o fator de ponderação) (Edwards, 1971).

7 Conclusão

Concluímos que a abordagem de sistema de numeração binário em instituições de ensino, transpositivos e produtoras matemáticas, toma um rumo de tratamento diferente: nas instituições produtoras – academias de Matemática – o sistema de numeração binário é altamente estudado nos seus domínios ou setores: Criptografia, Álgebra de Boole, Teoria dos Números, etc. Enquanto que, nas instituições transpositivas – diretrizes curriculares – o sistema de numeração binário não é sugerido. Nas instituições de ensino – livro didático de matemática – a sua abordagem é apresentada de maneira

discreta, voltado como tópico de curiosidade aos discentes ou como conteúdo de leitura complementar aos docentes, mantendo desta forma uma praxeologia matemática e praxeologia didática fragilizada: técnica de conversão de números representados nos sistemas de numerações decimal e binário é ilustrada (por um único exemplo), porém ela não é justificada e nem tão pouco teorizada; Não existe solicitação de tais tarefas para compreensão do sistema (inexistência de exercícios e de problemas); atribuem dois sistemas de numeração, decimal e binário, como base numérica empregada nas unidades de medida da informática, porém mantendo-se os mesmos símbolos e partes literais definidas no sistema métrico decimal (base 10).

Baseado nos conceitos de praxeologia da TAD, identificamos elementos constituintes do bloco tecnológico-teórico de números binários na pesquisa realizada no campo científico da Matemática, não abordados nos livros didáticos de matemática e nem nas orientações curriculares de matemática.

Concluimos também que os números binários: são sugeridos a partir dos anos finais do ensino fundamental de matemática em nível estadual (Pernambuco) e nacional como conteúdo básico de ensino e de aprendizagem por meio de estudo de unidades de medida da informática. Estes por sua vez são trabalhados nos livros didáticos de matemática de maneira auxiliar ao estudo de potenciação ou curiosidade (em sua maioria) ou servidos como leitura complementar ao docente (no Manual do Professor).

Referências

- Almouloud, S. A. (2011). As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. *Educar em Revista*, (1), p. 191-210.
- Andrini, Á., & Vasconcellos, M. J. C. (2012a). *Praticando matemática. 6º ano*. São Paulo. Editora do Brasil.
- Andrini, Á., & Vasconcellos, M. J. C. (2012b). *Praticando matemática. 7º ano*. São Paulo. Editora do Brasil.
- Andrini, Á., & Vasconcellos, M. J. C. (2012c). *Praticando matemática. 8º ano*. São Paulo. Editora do Brasil.
- Andrini, Á., & Vasconcellos, M. J. C. (2012d). *Praticando matemática. 9º ano*. São Paulo. Editora do Brasil.
- Bosch, M.; Gascón, J. (2007). 25 años de Transposición didáctica. In: L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. J. García. *Sociedad, Escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp.385-406). Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Brasil. Ministério da Educação. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil. Ministério da Educação. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil. Ministério da Educação. (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC.
- Chevallard, Y. (1994). *Les processus de transposition didactique et leur theorisation*. Disponível em <<http://yves.chevallard.free.fr>>
- Chevallard, Y. (1998a). *La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado*. Disponível em <<http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5Cchevallard.pdf>>
- Chevallard, Y. (1998b). *Analyse des pratiques enseignates et didactique des mathematiques: l'approche anthropologique*. Disponível em <<http://yves.chevallard.free.fr>>
- Chevallard, Y.; Bosch, M., & Gascón, J. (2001). *Estudar matemática: elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed.
- Chevallard, Y. (2013). Anthropological approaches in mathematics educations, French perspectives. *Encyclopedia of Mathematics Education*. Article: 313188, Chapter: 9.
- CIE – Commission Electrotechnique Internationale (2005). Norme Internationale - 60027-2:
- Dante, L. R. (2012a). *Projeto Teláris: Matemática. 6º ano*. São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2012b). *Projeto Teláris: Matemática. 7º ano*. São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2012c). *Projeto Teláris: Matemática. 8º ano*. São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2012d). *Projeto Teláris: Matemática. 9º ano*. São Paulo: Ática.
- Edwards, E. (1971). *Introdução à teoria da informação*. São Paulo: Cultrix.
- Glaser, A. (1981). *History of Binary and other nondecimal numeration*. Tomash Publishers.
- Idoeta, I. V., & Capuano, F. G. (1984). *Elementos de eletrônica digital*. São Paulo: Érica.
- Mendes, H. L. (2014). Os números binários nas instituições transpositivas: o caso das diretrizes curriculares. In: EBRAPEM. Universidade Federal de Pernambuco. Recife
- Mendes, H. L. (2015). Análise praxeológica de livro didático de matemática referente ao estudo de números binários. *Revemat*, 10(1), p. 199-219.
- Mendes, H. L. (2016). Transposição didática: o caso das unidades de memória da informática. *Revemat*, 11(2), p.156-172.
- Onaga, D. S., & Mori, I. (2012). *Matemática: ideias_e_desafios*. São Paulo: Saraiva.
- Pernambuco (2012). *Parâmetros Curriculares de Matemática para o ensino fundamental e médio*. Pernambuco.
- Polidoro, L. D. F., & Stigar, R. La transposición didáctica: el pasaje del saber científico para el saber escolar. *Ciberteologia - Revista de Teologia & Cultura*, v. 27, 2010.
- Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, p.379-656.
- Silva, V. V. (2003). *Números: construções e propriedades*. Goiânia: UFG.
- SI: Sistema Internacional de Unidades (2012). Duque de Caxias: INMETRO/CICMA/SEPIN.
- Souza, J., & Pataro, P. M. (2012). *Vontade de saber Matemática*. São Paulo: FTD.
- Souza, J.; & Pataro, P. M. (2012c) *Vontade de saber Matemática. 8º ano*. São Paulo: FTD.