DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2022v15n1p02-10

A Categorização do Raciocínio Matemático de Alunos do Curso de Pedagogia como Contribuição a Formação de Professores[1]

The Categorization of the Mathematical Reasoning of Pedagogy Students as a Contribution to Teacher Education

Antonio Marcelo Araújo Bezerra*[a]; Maria José Costa dos Santos[a]; Hermínio Borges Neto[a]

[a]Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação. CE, Brasil.
*E-mail: macloab@gmail.com

Resumo

A formação inicial de professores envolve não somente a compreensão dos conceitos a serem trabalhados, mas de práticas pedagógicas que melhor possibilitem à transposição didática desses conhecimentos pelo professor. Contudo, diante de um ensino, por vezes, mediado por regras sem qualquer significação para os alunos, objetivamos analisar as estratégias matemáticas apresentadas pelos alunos do curso de Pedagogia da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará (FACED/UFC) por meio da resolução de problemas matemáticos. De natureza qualitativa, do tipo interpretativa, coletamos os dados por meio de observações em aulas durante a disciplina de Ensino de Matemática do referido curso, como da elaboração de um conjunto de situações-problema, nas quais, ao serem respondidos pelos alunos, categorizamos as estratégias utilizadas com base na classificação feita por Magina et al. (2014) apresentadas por alunos da educação básica na resolução de problemas matemáticos e as analisamos à luz das ideias de Johannot (1947) sob uma nova sistematização. Os resultados indicaram que frente a dificuldade na resolução de um problema matemático, o aluno, com base na categorização criada por Johannot, busca pela solução do problema retornando a raciocínios mais elementares se comparados aos usados em outras atividades matemáticas. Assim, a compreensão sobre os tipos de manifestações destes raciocínios permitirá ao estudante de pedagogia melhorar seu campo de atuação tanto no planejamento como nas futuras mediações didáticas com seus alunos, bem como, possibilitar novas pesquisas no que envolve a formação de professores para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Palavras-chave: Formação Inicial de Professores. Ensino da Matemática. Raciocínio Matemático.

Abstract

Initial teacher education involves not only the understanding of the concepts to be worked on, but also pedagogical practices that best enable the didactic transposition of this knowledge by the teacher. However, faced with a teaching that is sometimes mediated by rules without any meaning for the students, we aimed to analyze the mathematical strategies presented by students of the Pedagogy course of the Faculty of Education of the Federal University of Ceará (FACED/UFC) through the resolution of mathematical problems. Of qualitative nature, of interpretative type, we collected data through observations in classes during the subject of Mathematics Teaching of the mentioned course, as well as the elaboration of a set of problem situations, in which, when answered by the students, we categorized the strategies used based on the classification made by Magina et al. (2014) presented by basic education students in solving mathematical problems and analyzed them in the light of Johannot's ideas (1947) under a new systematization. The results indicated that when faced with difficulty in solving a mathematical problem, the student, based on the categorization created by Johannot, seeks to solve the problem by returning to more elementary reasoning compared to that used in other mathematical activities. Thus, the understanding of the types of manifestations of these reasonings will allow the student of pedagogy to improve his field of action both in planning and in future didactic mediations with his students, as well as to enable new research in what involves the training of teachers for the development of students' algebraic thinking.

Keywords: *Initial Teacher Education. Mathematics Teaching. Mathematical Reasoning.*

1 Introdução

No momento em que o professor propõe situações de aprendizagem matemática aos seus alunos é possível que, em suas práticas, despontem elementos em que a compreensão passe a ser feita rotineiramente num arranjo com *déficit* de significados, em que os conteúdos matemáticos se distanciam da realidade dos alunos. Isso pode gerar uma falta de entendimento lógico e contextualizado com a vida do educando, fato este que dificulta diretamente a representação e o entendimento simbólico da matemática (Moraes & Peraçoli, 2009).

Estas considerações partem da distinção que deve ser tomada entre a matemática disciplinar e a matemática a ser ensinada pelos professores, pois há nestes dois elementos, tanto congruências como distinções à forma como se entende a primeira e executa a segunda (Valente, 2017). Mesmo que a matemática se submeta a responder de forma abstrata e

1 Este trabalho tem como referência uma dissertação de Mestrado defendida pelo primeiro autor em que considerações são acrescidas no estudo sobre a categorização e análise do raciocínio matemático por alunos do curso de Pedagogia em processo de formação inicial.

subjetiva os problemas gerados pela sociedade e, assim, gerar descasos e preconceitos com a disciplina, o ato de mediar do professor deve permitir aos alunos abstrair ou inferir sobre ideias mais gerais tornando-as mais complexas e abrangentes que as anteriores, pois sem abstração não há conhecimento (Machado, 2009).

Como bem coloca Piaget, as abstrações se dão na medida em que o pensamento do sujeito se desenvolve por meio das operações lógico-matemáticas e contribuem para a reelaboração e ampliação de novas operações já existentes nos esquemas mentais do sujeito, caracterizando os conjuntos de transformações possíveis e não mais apenas reais que o mundo físico coloca (Piaget, 1971).

Para tanto, este trabalho não se voltou à exposição de 'técnicas' na resolução de problemas matemáticos, bem como na melhoria das já compreendidas pelos alunos, mas na análise e considerações quanto as estratégias apresentadas pelos estudantes do curso de pedagogia na compreensão e trato dos diferentes raciocínios levantados frente a diferentes questões matemáticas.

Num contexto prático analisamos como os alunos responderam as questões apresentadas por meio de diferentes estratégias. Ou seja, por estratégia, partimos do entendimento de Barreto (2002) em que estas advêm da viabilidade dos sujeitos em criarem soluções, diante de determinados problemas surgidos no dia a dia, gerando assim, modelos de abordagem para estas questões. Assim, objetivamos com esta pesquisa analisar as estratégias matemáticas apresentadas pelos alunos do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará incialmente apresentadas no trabalho de Bezerra[2] (2017) interpretando-as a partir da classificação do raciocínio matemático de Johannot (1947), sobre as diferentes manifestações que o raciocínio poderá assumir perante um problema, dentre elas: o concreto (o mais elementar dos raciocínios), o gráfico (com forte apelo a questão visual), o aritmético (que já realiza generalizações por meio de um sistema abstrato-numérico) e o algébrico, por utilizar de simbolismos e na elaboração de equações.

Essa ação tem como premissa analisar as estratégias matemáticas apresentadas pelos alunos do curso de Pedagogia por meio da resolução de problemas matemáticos permitindo a compreensão de como diferentes raciocínios matemáticos são expostos e quais ações podem ser discutidas para o melhoramento das estratégias já internalizadas por estes sujeitos.

No desenvolvimento das ações, como método, ao levantar e revisar diferentes aspectos teóricos que embasaram esta investigação, construímos um conjunto de problemas matemáticos com base nos trabalhos de Magina et al. (2014) e Johannot (1947) na intenção de suscitarem diferentes raciocínios matemáticos (bem como variadas possibilidades de soluções por parte dos alunos). Como resultados e conclusões, findamos com a análise e consolidação das estratégias elaboradas, expondo as melhorias que podem ser agregadas aos processos de formação dos alunos do curso de pedagogia diante do conhecimento destes sobre os tipos de raciocínios matemáticos, bem como da possibilidade de novos aprofundamentos ao tema serem feitos por futuras pesquisas.

2 Desenvolvimento

Até meados do século XX, o ensino de matemática ainda possuía fortes traços técnicos e utilitaristas em se tratando das didáticas utilizadas. Contudo, há atualmente reflexões e práticas que inserem o professor na condição de melhorar suas ações se permitindo colocar no lugar do aluno, seja aprendendo novos conceitos e aperfeiçoando suas metodologias ou ponderando frente as dificuldades que o próprio aluno perpassa na construção dos conhecimentos (Costa et al., 2020). Esta ação evidencia a constante relação que há entre os conhecimentos teóricos e práticos do professor.

Como bem expõe, para Ponte (1992), D'Ambrósio (1996), Smole (2000) e Pietropaolo (2002) a formação do professor de matemática precisa ser pautada na articulação perene entre teoria e prática, ou seja, entre o saber específico de cada disciplina vinculado constantemente a um saber pedagógico, ambos articulados de modo que conceitos e reflexões sobre suas práticas possam, juntas, melhor interagir na formação docente.

Particularmente, tratando do ensino da matemática, a formação do pedagogo para ensiná-la necessita que os próprios cursos de formação sejam modificados, principalmente na sua composição curricular na certeza de que melhor se aproximem da realidade escolar e permitam a construção de uma nova identidade profissional ao professor em formação (Colling & Richit, 2020). Ou seja, como pontua Santos (2015) o pedagogo precisa estar constantemente modificando e criando uma concepção epistemológica quanto à sua prática, isto é, faz-se necessário rever e desenvolver conhecimentos matemáticos elementares desde a sua escolarização para, com segurança, melhor refletir suas experiências como professor.

Seja nos trabalhos de Vygotsky (2008), Nébias (1999), Chevallard et al. (2001) e Vergnaud (2004), a escola desempenha o importante papel de criar espaços de interação entre alunos, o professor e o saber a ser ensinado a partir de variadas situações em que busquem promover uma melhor sistematização dos saberes científicos e espontâneos como forma eficiente de aprendizagem.

Entende-se por saberes espontâneos aqueles originados das práticas ou das experiências diárias dos alunos num movimento de baixo para cima, já os conceitos científicos seriam os de cunho mais abstrato, formal ou com poder de generalização bem maior que os espontâneos, pois atuam num

2 Trabalho de dissertação em que a pesquisa foi desenvolvida.

movimento de cima para baixo (Vergnaud, 2004). Contudo, não há a pretensão de diminuir ou retirar a importância que os saberes espontâneos exercem na vida dos sujeitos, mas completá-los na certeza que, para os conhecimentos de cunho técnico e maior capacidade de generalização, cabe à escola intervir e proporcionar, no mínimo, a reflexão/ação dos conceitos não espontâneos ou científicos criando, a partir do domínio dos conceitos espontâneos e por meio de diferentes situações matemáticas, um ambiente adequado a estas reflexões.

A forma como o sujeito incorpora os conceitos matemáticos necessita obrigatoriamente que sejam objetos de mudanças positivas em sua transposição didática, ou seja, a matemática precisa deixar de ser encarada como um receituário de fórmulas e esquemas a serem memorizados. Numa outra ótica, quanto o papel da escola, atualmente primeiro se ensina matemática para, em seguida, o aluno resolver os problemas, e não se ensina matemática enquanto se resolve problemas (Onuchic & Allevato, 2011).

Estas percepções sobre o ensino acabam por não permitir que particularidades muito maiores sejam consideradas, como: a compreensão de fato do problema, a flexibilidade do sujeito em acionar outras formas de raciocínio e não relacionar sempre um determinado problema a uma técnica específica. Em se tratando das formas como o aluno expõe suas ideias sobre as estratégias de resolução de problemas matemáticos, aprofundar-nos-emos nos tipos de raciocínio matemático apresentados inicialmente por Johannot (1947) e destacados por Borges Neto e Campos (1999), Barreto et al. (2004) em suas pesquisas.

Diferentes de Johannot (1947) que diante da sua pesquisa com adolescentes categorizou o raciocínio matemático em quatro fases, Borges Neto e Campos (1999) e Barreto et al. (2004) utilizaram das pesquisas de Johannot e classificaram, respectivamente, o raciocínio matemático do professor do ensino médio e as estratégias apresentadas por alunos do primeiro e segundo ciclo do Ensino Fundamental da Educação Básica em situações aditivas e multiplicativas. Contudo, todos parte da compreensão do raciocínio matemático.

Para tanto, em relação ao conceito de raciocínio matemático, numa definição mais generalista pontuada por Stiff e Curcio (1999) o raciocínio matemático é usado para; pensar sobre as propriedades de um determinado objeto matemático e desenvolver generalizações que se apliquem a toda uma classe de objetos. Para Johannot (1947) o raciocínio matemático é entendido pelo "raciocínio que intervêm durante a resolução de problemas matemáticos que faz chamada a um simbolismo aritmético e algébrico" (Johannot, 1947, p. 25).

Johannot pesquisou o raciocínio matemático em adolescentes, tomando como referência o estágio operatório formal de Piaget como forma de classificar o nível de desenvolvimento do raciocínio matemático em quatro tipos: o concreto, o gráfico, o aritmético e o algébrico (Johannot, 1947). No entanto, nosso trabalho apresenta algumas particularidades quanto à obra de Johannot, pois, neste caso, recorremos à classificação dos três últimos tipos de raciocínio já realizados em prol da compreensão dos raciocínios expressados pelos alunos do curso de pedagogia.

Embora esta definição de Johannot remeta à relação entre o raciocínio matemático e aspectos ligados à idade e ao gênero do seu público-alvo, citamo-los apenas como exposição fidedigna de sua obra, mas que não intencionamos adentrar nestes aspectos. Nosso objetivo centra na análise das estratégias expostas pelos alunos do curso de Pedagogia e como, diante desse conhecimento, os estudantes podem melhor direcionar suas reflexões e práticas.

Na intenção de corresponder com um ensino que parta de uma real significância para o aluno, qualquer conhecimento que agregue de antemão certo entendimento ao que o sujeito já possui, permitirá novas significâncias sem mesmo ser trabalhado um novo campo conceitual (Vergnaud, 1998). Ou seja, para Vergnaud (1998), embora Piaget tenha feito um rico trabalho para a educação, ele não focou dentro da sala de aula ensinando matemática. Entretanto, quando nos interessamos pelo que se passa na sala de aula, diretamente nos voltamos para o conteúdo do conhecimento ou nos conceitos espontâneos em direção aos conceitos científicos.

Os trabalhos de Vergnaud (1998) apontam para as ideias envolta da teoria dos campos conceituais, em particular, por ser um estudo que trata do ensino das ciências e não especificamente de uma disciplina ou conteúdo, vários trabalhos têm utilizado a teoria dos campos conceituais como suporte a elaboração de didáticas mais específicas em diferentes áreas do ensino, como na biologia com Cruz et al. (2005), na Química por meio de Scheffer (2011) e Moreira (2002) no ensino da física.

No que tange o processo de conceitualização, o processo de aquisição de determinado conceito passa por uma dura evolução repleta de avanços e retrocessos. Tais particularidades na verdade são elementos necessários à construção diária do conhecimento, pois, diante de um saber constituído, muito brevemente esse mesmo será objeto de questionamentos ao ponto de ser modificado e/ou superado por outro melhor ou mais abrangente.

Estes aspectos partem da compreensão dos conceitos de assimilação e acomodação em que "a assimilação consiste em incorporar novos objetos não previstos na programação orgânica" (Piaget, 1971, p. 4). Já na acomodação "há os ajustamentos individuais às circunstâncias múltiplas que eles se orientam no sentido de uma acomodação ao meio ou à experiência" (Piaget, 1971, p. 21).

Tomando como referência os estudos de Piaget (1971) e Ferreira (2003) estes detalham que o sujeito, na tentativa de compreender algo novo, passa por um processo de assimilação e acomodação constante, pois, logo após o primeiro há uma equilibração entre a assimilação e a acomodação da inteligência face ao meio em relação ao qual ela se organiza, autorregula e prepara para novas transformações. Como entendimento a este processo Piaget (1971) descreveu a teoria da equilibração que representa a síntese do processo de construção do conhecimento.

Na proximidade de resolver um problema, o sujeito usa dos conhecimentos que já possui como forma de elaborar estratégias que facilitem ou proporcionem êxito na questão, para Piaget (1971) esse conhecimento aflora como esquemas que implicam em estruturas internas das ações que o sujeito adota para entender o mundo. Para Pulaski (1986) o esquema como uma estrutura cognitiva que atua com um padrão de comportamento e pensamento emerge da integração entre unidades mais simples até as de maior complexidade, enquanto para Wadsworth (1996), os esquemas seriam como estruturas mentais pelas quais os indivíduos se adaptam e organizam o meio.

Notemos que nestas percepções de esquema prepondera a ideia da capacidade do sujeito em elaborar estruturas que lhe ajudem a compreender e se relacionar cada vez mais com o meio. Essas estruturas, quando analisadas do ponto de vista prático na resolução de um problema despontam como mecanismos de resposta como manifestações das estratégias implícitas do sujeito e expõem suas estruturas já compreendidas ou esquemas internalizados.

Desta forma, ao considerar que os sujeitos detêm certas estruturas operacionais, conscientes ou não, já definidas quanto à forma de resolução ou trato com variadas situações e problemas, o estudo sobre estas questões permitirá novas perspectivas para a formação de pedagogos em se tratando do entendimento sobre diferentes raciocínios matemáticos.

2.1 Metodologia

Esta investigação teve como abordagem os princípios da pesquisa participante (Prodanov & De Freitas, 2013). De natureza qualitativa e interpretativa em referência a Marconi e Lakatos (2003), a opção pela pesquisa participante remete ao trabalho de Santos (2007) em que o pesquisador deteve o contato direto com o contexto em que ocorreu a investigação e os dados foram colhidos diretamente no ambiente onde ocorreu a pesquisa. Quanto a interpretativa, há um destaque para o reconhecimento dos processos interpretativos e cognitivos relacionados à vida social, ou seja, partindo precipuamente dos aspectos experimentais do comportamento humano (Cassiani et al., 1996). Assim, em alusão a dialética entre a historicidade e a mutabilidade da realidade social, consideramos o que aponta Silva (1986), que o real não é visto como algo estático, mas que se transforma em incessante movimento.

Tratar sobre as particularidades acerca dos problemas matemáticos sugeridos obrigatoriamente nos remeteu, mesmo que de forma transitória, a atentarmos para os conhecimentos já trazidos pelos alunos e para o contexto em que se trabalhou a abordagem e construção de novos conhecimentos. A escolha das questões que compuseram o conjunto de problemas matemáticos considerou a compreensão sobre conteúdos matemáticos trabalhados nos anos iniciais no Ensino Fundamental da Educação Básica e na estrutura de elaboração das categorias de análise pontuadas por Magina et al. (2014) na certeza de que todos pudessem ser categorizados de acordo com a classificação feita incialmente Johannot (1947) e que fizessem parte do currículo da Disciplina de Ensino da Matemática no curso de Pedagogia.

Por se tratar de uma disciplina do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará, parte da coleta das informações foi realizada por meio de observações das aulas ministradas pela professora titular da disciplina que visava a compreensão dos raciocínios matemáticos dos alunos em formação.

A escolha das questões matemáticas buscou atender os seguintes critérios na sua elaboração; abordagem de conceitos matemáticos trabalhados no ensino Fundamental da Educação Básica, que fizessem parte do Programa de Ensino da disciplina de Ensino da Matemática do curso de Pedagogia e que pudessem ser resolvidos na forma dos quatro tipos de raciocínios apontados por Johannot (1947) em sua pesquisa.

As questões apresentadas aos estudantes direcionavam para: (a) - O raciocínio algébrico e o tratamento de situações-problema. Essa ação visava uma forma de atuarmos em consonância com as sessões didáticas já elaboradas pela professora da turma, no caso, as sessões didáticas representavam o planejamento das atividades desenvolvidas envolvendo a compreensão de variáveis locais como: hipóteses levantadas, análises do conteúdo e desenvolvimento dos conhecimentos prévios (plateau) dos alunos (Santos, 2017).

No segundo ponto (b), os problemas partiriam do meio matemático dos alunos, ou seja, seriam questões de pleno conhecimento não antecipado, mas compreendidos facilmente por representarem questões cotidianas que destacassem situações nas quais as estruturas aditivas e multiplicativas fossem levantadas como usado por Magina et al. (2014) em suas pesquisas.

Ao tratar deste aspecto, o propósito principal, não se voltava ao estudo dessas estruturas em si, mas que seu conhecimento era necessário na análise e resolução de problemas matemáticos, principalmente quando relacionados a conteúdos do Ensino Fundamental; (c) - sobre a condição de que essas questões pudessem ser facilmente resolvidas utilizando-se qualquer um dos raciocínios matemáticos apontados por Johannot (1947), a saber, o raciocínio concreto, gráfico, aritmético e algébrico. Isso nos ofereceu a certeza de que, independentemente de qual estágio o aluno estivesse, a questão poderia ser resolvida. A identificação dos alunos foi dada por números, bem como as questões apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 - *Aspectos considerados na escolha das questões para o conjunto de problemas matemáticos*

Item	Questão	Classificação	Dificuldade
1	Para fazer 16 calças, gastamos 24 metros de tecido. Quanto gastará para fazer 10 calças?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção simples de classe um para muitos do tipo discreto.	Fácil
2	Em uma Câmara de Vereadores, cada quatro vereadores possuem 6 Assessores Parlamentares. Se a Câmara possui 10 Vereadores, quantos são os Assessores Parlamentares?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção simples de classe muitos para muitos do tipo discreta.	Médio
3	Na realização de um concurso os participantes devem responder a um total de 20 questões. Para cada resposta correta o candidato ganha 3 pontos e para cada resposta errada perde 2 pontos. Determine o número de acertos e erros que um candidato obteve considerando que ele totalizou 35 pontos.	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve uma comparação multiplicativa de referido desconhecido do tipo discreto.	Médio
4	Otávio tem três camisas: uma branca, uma azul e uma vermelha. Tem também duas calças: uma preta e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Otávio pode se vestir utilizando camisa e calça?	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve produto de medida uma combinatória do tipo discreto.	Fácil
5	Uma certa quantidade de suco foi colocada em latas de 2 litros cada uma, obtendo-se assim 60 latas. Se fossem usadas latas de 3 litros, quantas latas seriam necessárias para colocar a mesma quantidade de suco?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção múltipla de classe um para muitos do tipo discreto.	Médio
6	Maria e Alfredo foram almoçar em um restaurante a quilo. Maria pagou R$ 15,65 por 450 g de comida e por um suco de laranja. Alfredo consumiu 600 g de comida e dois sucos de laranja. Se o suco de laranja custa R$ 3,50, quanto Alfredo pagou?	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve uma comparação multiplicativa de referido desconhecido do tipo discreto.	Difícil
7	Se forem colocadas 5 pessoas em fila, de quantas maneiras diferentes pode-se formar essa fila de modo que a primeira pessoa da fila seja sempre a mesma?	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve produto de medida uma combinatória do tipo discreto.	Difícil
8	Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.	Estrutura multiplicativa ternária em que envolve uma comparação multiplicativa de relação desconhecida do tipo discreto.	Difícil
9	Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção múltipla de classe muito para muitos do tipo contínuo.	Difícil
10	Carlos e André compraram um terreno, sendo que cada um contribuiu com parte do valor total pago. Sabe-se que a parte de André equivale a 60% da parte de Carlos, e que a diferença entre a metade da parte de Carlos e a terça parte da de André é igual a R$ 25.500,00. Pode-se concluir, assim, que o valor total pago na compra desse terreno foi de?	Estrutura multiplicativa quaternária em que envolve uma proporção múltipla de classe muito para muitos do tipo discreto.	Difícil

Fonte: Adaptado de Magina, Santos & Merlini (2014).

Em se tratando da composição dos problemas matemáticos (Quadro 1), as questões foram divididas e expostas gradativamente por conteúdo numa ordem das mais fáceis as mais difíceis, esta escolha buscou atender aos critérios já citados na construção de cada problema. A classificação de cada questão foi com base no critério utilizado por Magina et al. (2014) no seu trabalho.

O entendimento sobre o nível de dificuldade empregado em cada questão considerava que, mesmo todas as questões tendo sido retiradas do currículo do Ensino Fundamental da Educação Básica, a diferença entre fáceis e difíceis se daria pela quantidade de informações explícitas e implícitas a serem consideradas no enunciado, ou seja, mesmo aquelas que abordassem o mesmo conteúdo, essas informações as tornariam ora simples ou de maior complexidade para a compreensão do aluno.

Nos estudos iniciais Bezerra (2017)mas também sobre como utilizar as práticas pedagógicas que melhor facilitem à transposição didática desses conhecimentos. Diante de um ensino trabalhado por vezes repleto de regras a serem memorizadas e sem qualquer significação para o aluno, em particular dos conteúdos matemáticos, objetivamos analisar as estratégias matemáticas apresentadas pelos alunos do curso de Pedagogia, visando a classificação de problemas matemáticos no que diz respeito aos raciocínios: (i optou pelo uso dos termos 'fácil', 'médio' e 'difícil' numa adaptação ao que expuseram Magina et al. (2014) no entendimento dos alunos sobre as estruturas multiplicativas. Em seus estudos os autores especificam diversas variações nas estruturas multiplicativas que poderiam ser apresentadas pelo sujeito. No caso, Magina et al. (2010) esclarecem o que de explícito e implícito detém os problemas matemáticos no que envolvem operações de multiplicação, divisão ou ambas, bem como, as boas práticas que o professor pode desenvolver de posse desse conhecimento.

No campo conceitual das estruturas multiplicativas definido por Magina et al. (2014) as estruturas podem ser de duas relações, quaternárias e ternárias. As primeiras envolvem proporções simples (questões 01 e 02) que envolvem uma simples proporção direta entre duas quantidades, já as múltiplas (questões 05, 09 e 10) envolvem duas ou mais relações entre grandezas distintas. Por exemplo: pessoas, litros e dias. As ternárias, no entanto, envolvem uma comparação multiplicativa (questões 03, 06 e 08) por envolver uma comparação multiplicativa entre duas quantidades da mesma natureza e o produto de medidas (questões 04 e 07) por envolver a ideia de combinatória.

A aplicação das questões foi feita por um dos pesquisadores sob a autorização da professora da turma na última hora de sua aula, no momento da ação foi informado aos alunos que, na necessidade de algum material extra para sua resolução, esse seria providenciado, ou seja, poderiam utilizar calculadoras, rascunhos ou outro tipo de material que não fosse a pesquisa em si para a resolução da questão, no caso, a busca na Internet pela resolução. As únicas condições colocadas foram que as resoluções deveriam ser individuais e a importância de, quando resolverem, expressarem ao máximo suas ideias e hipóteses na forma escrita, ou seja, como pensaram para resolver os problemas.

Resultados

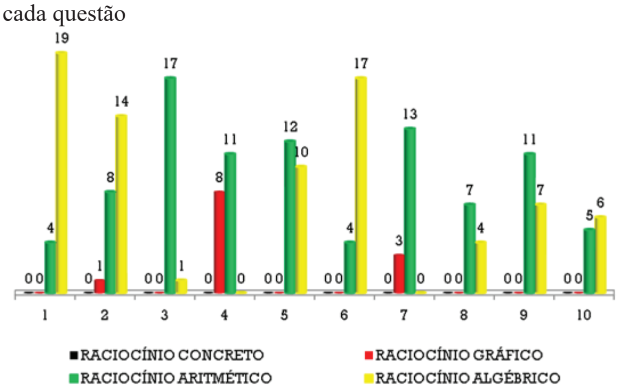
Nas observações realizadas pelos pesquisadores, no início havia uma perspectiva por parte dos alunos que a professora expusesse as questões a serem trabalhadas de forma direta e expositiva, fato este não correspondido, pois, nas discussões que ocorriam, os alunos não esperavam algo que tivesse que desacomodá-los e rompessem com a lógica de uma aula expositiva em que preponderava apenas a fala da professora. Contudo, tão logo os alunos passaram a atuar com maior amplitude nas discussões colocadas, gradativamente novos entendimentos sobre o ensinar matemática eram incorporados à prática escolar dos alunos.

Esta nova prática a que nos referimos se constituiu tendo como meio uma nova visão do aluno diante do conteúdo matemático, culminando sobre a reflexão do papel do pedagogo como futuro professor diante da reflexão sobre as melhores práticas voltadas a um ensino de qualidade. O período correspondente a essas novas práticas representa, de forma fidedigna, a certeza de que a postura do professor afigura um marco processual importante na construção de novos conhecimentos diante de sua turma.

Em particular nos alunos, os conceitos tratados, principalmente os explícitos, não eram dominados, pois diante da pergunta sobre sua origem ou a função de determinados termos e esquemas operacionais, as respostas permutavam entre ‘não saber’ e ‘não lembrar’. Suas estratégias eram expostas como réplicas de como aprenderam, ou seja, diante de algum comentário mais aprofundado, fazia-se comum a resposta ‘eu não sei, só sei que aprendi dessa forma’. De fato, não podemos entender esse contexto como um erro ou equívoco, e sim a forma como aprenderam, embora precisasse ser melhorada.

Numa primeira análise das dez questões colocadas aos alunos frente aos quatro tipos de raciocínio apontados por Johannot (1947), dos vinte e três alunos pesquisados, todos perpassavam entre o raciocínio gráfico (uso de representações gráficas como desenhos e gráficos) e o algébrico (tradução de regras e fórmulas do ponto de vista simbólico) não apresentando nenhum raciocínio do tipo concreto (Figura 1).

Figura 1 - Tipos de raciocínios apresentados pelos alunos em cada questão



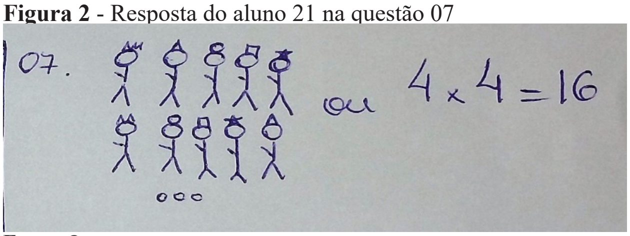
Fonte: Dados da pesquisa.

Como nenhum dos alunos apresentou o raciocínio do tipo concreto (Figura 1) na resolução das questões, isto revela que diante de questões difíceis ou com maior quantidade de informações a serem analisadas, essas necessitavam de um nível de abstração mais contundente e que não necessariamente precisariam de algo concreto para manipular e assim encontrar as soluções.

A manifestação do raciocínio gráfico é de certa forma interessante ao ser analisado, pois para Johannot (1947) o desenho constitui o ponto de vista psicológico intermediário entre o corpo material e a palavra, ou seja, como no concreto o sujeito apenas compreende o significado dos valores iniciais e finais, no raciocínio gráfico o aluno intensifica a abstração levando o sujeito a um patamar mais próximo da representação por símbolos ou desenhos, embora que, neste caso, o aluno tenha utilizado dos raciocínios gráfico e aritmético (Figura 2 e 3).

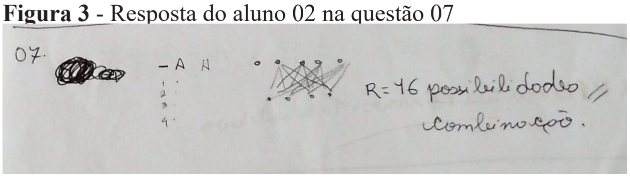
Este tipo de solução apresentada revela não necessariamente que o aluno não consiga lidar com números (raciocínio aritmético), nem que permaneça no raciocínio gráfico, mas que na dúvida em demostrar como chegou ao resultado recorre ao modo de representar graficamente (por desenhos).

Figura 2 - Resposta do aluno 21 na questão 07



Fonte: Os autores.

Figura 3 - Resposta do aluno 02 na questão 07



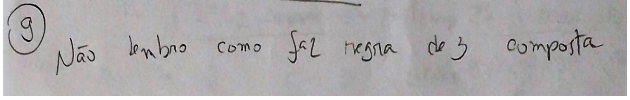
Fonte: Os autores.

Recorrer ao desenho, nesse caso, representa a transição entre o raciocínio concreto do problema para sua reflexão num contexto mais abstrato (simbólico), ou seja, que não necessita do aparato 'desenho' para representar a resposta, como mostra Johannot (1947, p.38), ao se referir ao desenho como 'a primeira esquematização infinitamente mais difícil' que se direciona ao simbolismo algébrico.

De fato, a apresentação de desenhos e/ou gráficos na resolução da questão 07 (difícil), como revelado (Figura 02 e 03), não significa que os professores expõem suas ideias com a prevalência do raciocínio gráfico, mas no surgimento de dificuldades na elaboração da resolução o aluno busca em suas concepções já elaboradas algo que se sinta capaz de solucionar o problema, ou seja, não sabendo como se resolve um problema envolvendo combinatória ele recorre ao que já domina, mesmo que seja um raciocínio matemático menos abrangente do que já possui.

Nas ocorrências do raciocínio aritmético, a grande maioria dos alunos expressou esse tipo de raciocínio nas tentativas em que utilizavam de operações básicas como alternativas para o encontro das soluções. Para alguns, era sabido que haveria um raciocínio mais elaborado para determinado problema, mas, de antemão, já sinalizavam que não sabiam ou que haviam esquecido (Figuras 4 e 5).

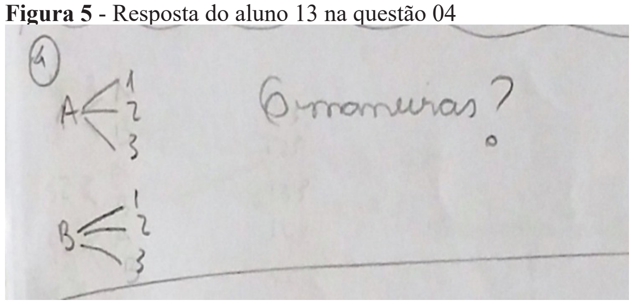
Figura 4 - Resposta do aluno 04 na questão 09



Fonte: Os autores.

Frente as observações in loco, as anotações em diário de campo e as respostas apresentadas pelos alunos (Figuras 4 e 5), no primeiro caso (Figura 4) para a solução da questão seria necessário usar da 'regra de três composta', contudo, o aluno desconhece a sua operacionalidade. De mesmo modo, o aluno 13 (Figura 5) inicia o processo de combinações entre camisas e calças, como pede na questão 04 dos problemas (Quadro 1), mas não progride na solução, pois questiona (põe em dúvidas) se a solução teria seis maneiras diferentes.

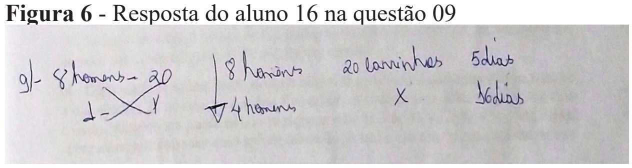
Figura 5 - Resposta do aluno 13 na questão 04



Fonte: Os autores.

Em algumas questões o uso do raciocínio algébrico foi visível. Contudo, houve certa dificuldade do aluno em justificar o uso de tal estratégia, a exemplo do uso da 'regra de três' ele sabia que, por este método, chegaria ao resultado, contudo, para além de estruturar a regra de três o aluno não conseguiu progredir com o desenvolvimento e a solução do problema (Figura 6).

Figura 6 - Resposta do aluno 16 na questão 09



Fonte: Os autores.

Na pesquisa, todas as questões tiveram a manifestação, em maior ou menor escala, do raciocínio aritmético, evidenciando que, os alunos possuem um relativo conhecimento sobre o raciocínio aritmético em se tratando da principal estratégia a ser utilizada na solução de problemas, principalmente quando observadas as questões 03, 04, 05, 07 e 09 (Figura 1) em que suas respostam foram iguais ou superiores a metade dos alunos pesquisados.

Especificamente, ao tratar das questões em que os alunos tiveram maiores dificuldades para encontrar a resposta correta, uma considerável quantidade das respostas recorreu a um tipo de raciocínio anterior ao que normalmente estariam usando nas outras questões de menor complexidade. Isso revela-nos que para questões mais difíceis, normalmente os alunos recorriam ao raciocínio do tipo gráfico e ou aritmético (Figuras 2, 3, 4, 5 e 6), fato este que diante das dificuldades eles recorriam a formas mais seguras de resolver a questão, utilizando gráficos e desenhos na elaboração das respostas.

Ao analisar as respostas dos alunos, percebemos que em todas as escritas há uma facilidade em representar as questões tanto do tipo quaternárias como ternárias (campo multiplicativo) através dos raciocínios gráficos e aritméticos. Porém, seja para as questões tipificadas como de dificuldade fácil, médio e difícil (Quadro 1), o uso do raciocínio algébrico é visivelmente escasso diante dos demais raciocínios (Figura 1). Isso nos revela uma fragilidade do aluno ao representar seus raciocínios de forma algébrica.

Com esse conhecimento, qualquer iniciativa didática a ser tomada pelo professor, caso não tenha um bom instrumento didático-metodológico, não atenderá a contento em seu planejamento e, possivelmente, aprendizagens necessárias não ocorrerão, e dúvidas ainda permanecerão.

Pela interlocução de um novo saber, tendo como base um conhecimento já estruturado, entende-se que o sujeito constrói aprendizagens de maior qualidade quando bem mediado com os objetos de estudo. Prova disso é o fato que, em algumas questões, o uso do raciocínio algébrico foi visível. Contudo, houve certa dificuldade do aluno em justificar o uso de tal estratégia. O aluno sabia perfeitamente usar do mecanismo algébrico, mas não era capaz de explicar de uma forma mais lógica como chegou àquela escolha.

Por fim, não há qualquer aluno que tenha manifestado suas hipóteses fundamentadas em um único tipo de raciocínio. A maioria expôs suas respostas com base em dois tipos de raciocínio, o aritmético e o algébrico. Todavia, há alunos que, dentre os raciocínios apresentados, há um tipo que prevalece perante os outros, ou seja, quatro dos vinte e três alunos preponderou o raciocínio aritmético, de todos, três primaram pelo raciocínio algébrico, enquanto os demais apresentam variações entre o gráfico, o aritmético e o algébrico.

A variedade de tipos de raciocínio demonstra a percepção heterogênea que os alunos possuem sobre a construção conceitual de cada tipo de raciocínio, pois para diferentes situações variados esquemas eram utilizados na medida que se deparavam com questões fáceis a difíceis. Um arranjo com variedades de problemas e que perfaçam uma história processual de raciocínios são fortes elementos que caracterizam situações adequadas para a construção de um campo conceitual (Vergnaud, 1998).

Compreendemos que considerações mais profundas que envolvam questões psicológicas dentro da sala de aula requerem um estudo e conhecimentos mais elaborados pelo professor a exemplo do que fez Johannot (1947) na pesquisa com adolescentes. Contudo, muitos são os trabalhos que permitem oferecer ao professor a segurança de uma boa estratégia pedagógica tendo como referência pontos ligados a psicologia.

Tendo como base as análises realizadas sobre o raciocínio matemático dos alunos do curso de Pedagogia em Bezerra (2017), há problemas que implicitamente são mais visualizados pelo raciocínio aritmético ou mesmo o gráfico que o algébrico, coube ao aluno optar por qual melhor forma usaria para entender e refletir sobre o problema. A álgebra, por ser apresentada de maneira mais formal, abstrata e generalizada, é comum que o aluno apenas memorize fórmulas, em detrimento de suas intuições, deduções e abstrações que o possibilite melhor desenvolvimento do raciocínio algébrico.

3 Conclusão

Como considerações ao trabalho realizado é possível inferir que frente a um problema matemático de desconhecimento do aluno quanto a forma correta de resolução, busca em seu repertório de conhecimentos já consolidados algo que possa lidar com a questão e produzir uma resposta convincente, independente se ser a correta ou não. No caso, alunos que utilizavam o raciocínio algébrico com frequência para determinadas questões tiveram que retornar ou usar raciocínios mais elementares na solução do problema como o aritmético e o gráfico.

Para aqueles que utilizaram por maior frequência o raciocínio algébrico, novas e deferentes questões deverão ser confrontadas para permitir que este raciocínio seja generalizado para outras questões mais abrangentes, ou seja, que este raciocínio não seja usado apenas em determinados tipos de problemas matemáticos.

Nos chama a atenção o fato de alunos de um curso de graduação em Pedagogia utilizarem desenhos ou gráficos para resolverem questões matemáticas trabalhadas no Ensino Fundamental da Educação básica, algo que fora trabalhado na sua escolaridade tanto no Ensino Fundamental como no Médio , isto revela, a princípio, um obstáculo a ser superado pelos alunos, mas principalmente a oportunidade para refletir sobre o modelo de formação de professores que lidarão com o ensino da matemática na Educação Básica.

Assim, na ação de formação para professores que atuarão nos anos iniciais da educação básica de grande serventia seria a abordagem da categorização dos raciocínios matemáticos refletindo sobre como levar os alunos nas turmas do Ensino Fundamental a desenvolverem raciocínios cada vez mais elaborados para que, num futuro, não se tornem limitados na resolução de uma questão matemática por dominarem apenas o raciocínio gráfico ou superficialmente o aritmético.

Dito isto, enfatizamos que novas pesquisas serão necessárias para uma melhor compreensão sobre a formação do professor para o ensino de raciocínios mais elaborados, no caso, o raciocínio algébrico para além da memorização de fórmulas ou esquemas.

Referências

Barreto, M.C. (2002). Análise do nível de raciocínio matemático e da conceitualização de conteúdos aritméticos e algébricos no ensino fundamental-considerações acerca de alunos do Sistema Telensino Cearense.

Barreto, M.S., Gomes, A. S., & Castro Filho, J.A (2004). Competências matemáticas de alunos de primeiro e segundo ciclos em situações aditivas e multiplicativas.

Bezerra, A.M.A (2017). A formação matemática do pedagogo: a relação entre o raciocínio matemático e as soluções de matemáticos (Dissertação, Universidade Federal do Ceará).

Borges, H., & Campos, M. (1999). O ensino de matemática: Analisando o raciocínio matemático do mediador. Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, 14, 271.

Cassiani, S.H.D.B., Caliri, M.H.L., & Pelá, N. T. R. (1996). A teoria fundamentada nos dados como abordagem da pesquisa interpretativa. Revista Latino-Americana de Enfermagem, 4, 75-88.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J.(2001). Estudar matemática: o elo perdido entreoensinoe a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed.

Colling, J., & Richit, A. (2020). Aspectos transversais da articulação dos conhecimentos profissionais na formação inicial de professores de Matemática. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 13(1), 17-25.

Costa, M., Prado, M. E. B. B. P., & Galvão, M. E. E. L. G. (2020). Medidas Estatísticas no Contexto de uma Formação Continuada para Docentes que atuam no Ensino Superior. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 13(4), 525-533.

Cruz, F.F.S., Junior, M.F.R., & de Souza Cruz, S. M. S (2005). A teoria dos campos conceituais e as situações escolares Vergnaud's conceptual field theory and the school situation.

D'Ambrósio, U. (2007). Educação Matemática: da teoria à prática. São Paulo: Papirus.

Ferreira, H.D.C. (2003). A teoria piagetiana da equilibração e as suas consequências educacionais.

Johannot, L. (1947). Le raisonnement mathématique de l'adolescent. Paris: Delachaux et Niestlé.

Machado, N.J (2009). Educação: competência e qualidade. São Paulo: Escrituras.

Magina, S.M., Santana, E.R., Cazorla, I.M., & Campos, T. M. (2010). As estratégias de resolução de problemas das estruturas aditivas nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. Zetetiké, 18(2).

Magina, S.M.P., Santos, A.D., & Merlini, V.L. (2014). O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. Ciência & Educação (Bauru), 20, 517-533.

Marconi, M. D. A., & Lakatos, E. M. (2003). Fundamentos de metodologia científica. São Paulo: Atlas.

Moraes, D.R.S. & Peraçoli, V.D. (2009). Contribuições pedagógicas da Informática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Médio: desafios e possibilidades. Cadernos Temáticos, 4-22.

Moreira, M.A. (2002). A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Investigações em Ensino de Ciências, 7, (1), 7-29.

Nébias, C. (1999). Formação dos conceitos científicos e práticas pedagógicas. Interface-Comunicação, Saúde, Educação, 3, 133-140.

Onuchic, LDLR, & Allevato, NSG (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema-Mathematics Education Bulletin, 73-98.

Piaget, J.A (1971). A epistemologia Genética. São Paulo: Vozes.

Pietropaulo, R.C. (2002). Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 3, 34-38.

Ponte, J.P. (1992). Educação Matemática: temas de investigação. Lisboa: Instituto da Inovação.

Prodanov, C. C., & De Freitas, E. C. (2013). Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Porto Alegre: Feevale.

Pulaski, M.A.S. (1986). Compreendendo Piaget: uma introdução ao desenvolvimento cognitivo da criança. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan.

Santos, M.J.C. (2007). Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial. (Dissertação, Universidade Federal do Ceará).

Santos, M.J.C. (2017). A formação do professor de matemática: metodologia sequência fedathi (sf). Revista Lusófona de Educação, 38(38).

Santos, M.J.D. (2015). A formação do Pedagogo para o ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Reflexões dedutivas e epistemológicas. Anais do XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática-CIAEM (pp. 3-7).

Scheffler, G. L. (2011). A teoria dos campos conceituais de Vergnaud e o ensino da radioatividade.

Silva, M.O. (1986). Refletindo a pesquisa participante. Em Aberto, 5(31).

Smole, K.C.S. (2000). A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar.

Stiff, L.V, & Curcio, F.R (1999). Desenvolvimento do raciocínio matemático nas séries K-12. 1999 Yearbook. Conselho Nacional de Professores de Matemática, 1906 Association Drive, Reston, VA 20191-1593.

Valente, W.R. (2017). Os saberes para ensinar matemática e a profissionalização do educador matemático. Revista Diálogo Educacional, 17(51), 207-222.

Vergnaud, G. (1998). Uma teoria abrangente da representação para a educação matemática. The Journal of Mathematical Behavior, 17 (2), 167-181.

Vergnaud, G. (2004). Lev Vygotski: pedagogo e pensador do nosso tempo. Porto Alegre: GEEMPA.

Vygotsky, L.S. (2008). Pensamento e linguagem. São Paulo: Martins Fontes.

Wadsworth, B.J. (1996). Inteligência e afetividade da criança na teoria de Piaget. São Paulo: Pioneira.