DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2021v14n4p404-414

O Conhecimento Didático de Futuros Professores sobre as Ações Promotoras do Raciocínio Matemático

The Didactic Knowledge of Future Teachers about the Promoting Actions of Mathematical Reasoning

Margarida Rodrigues*[ab]; William Vieira[c]; Lurdes Serrazina[ab]

[a]Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa. Lisboa Portugal.
[b]Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Portugal. Lisboa Portugal.
[c]Instituto Federal de São Paulo. SP, Brasil.
*E-mail: margaridar@eselx.ipl.pt

Resumo

Este artigo é parte do Projeto *Raciocínio Matemático e Formação de Professores* (REASON) que tem como objetivo estudar o conhecimento matemático e didático que os professores precisam para conduzir uma prática que promova o raciocínio matemático dos alunos e estudar formas de apoiar o seu desenvolvimento. Mais especificamente, discutimos ações dos professores para promover os processos de raciocínio dos alunos, antes e após uma experiência de formação. Para isso, analisamos dados relativos a duas questões, incluídas na tarefa usada como pré-teste e pós-teste, que tratam das ações do professor para promover o raciocínio matemático nos alunos, aplicada numa turma de 1.º ano do Mestrado do 1.º Ciclo e 2.º Ciclo (Matemática e Ciências Naturais) do Ensino Básico. Realizamos uma análise de conteúdo das respostas de acordo com ações propostas na literatura, seguida de uma categorização das ações propostas pelos participantes para desenvolver os processos de raciocínio e uma classificação das ações que envolvem o desenvolvimento dos processos de generalizar e justificar. Observamos que a experiência de formação contribuiu para um maior conhecimento dos futuros professores sobre ações promotoras dos processos de raciocínio dos alunos e reveladoras de um melhor entendimento sobre ações docentes que desafiam a utilizar os processos de generalizar e justificar.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático. Ações do Professor. Conhecimento Didático de Professores. Formação Inicial de Futuros Professores.

Abstract

This article is part of the Mathematical Reasoning and Teacher Education Project (REASON), which aims to study the mathematical and didactic knowledge that teachers need to conduct a practice that promotes students' mathematical reasoning and to study ways to support their development. More specifically, we discuss teachers' actions to promote students' reasoning processes, before and after a training experience. For this, we analyzed data related to two questions, included in the task used as pre-test and post-test, which deal with the teacher's actions to promote mathematical reasoning in students, applied in a 1st year of the Master of the 1st Cycle and 2nd Basic Education Cycle (Mathematics and Natural Sciences). We performed a content analysis of the responses according to actions proposed in the literature, followed by a categorization of the actions proposed by the participants to develop the reasoning processes and a classification of actions that involve the development of generalizing and justifying processes. We observed that the training experience contributed to a greater knowledge of future teachers about actions that promote students' reasoning processes and that they reveal a better understanding of teachers' actions that challenge them to use the processes of generalizing and justifying.

Keywords: *Mathematical Reasoning. Teacher's Actions. Teachers' Didactic Knowledge. Initial Training for Future Teachers.*

1 Introdução

As ações dos professores, durante sua prática letiva, têm um papel fundamental no modo como os alunos se envolvem nas aulas de Matemática bem como no desenvolvimento de seu raciocínio matemático. As investigações têm evidenciado que, nas aulas com uma abordagem exploratória (Ponte, 2005), os alunos envolvem-se de modo mais significativo, já que têm um maior protagonismo na exploração das tarefas e na comunicação de seu raciocínio matemático. Nesse tipo de abordagem, as tarefas propostas aos alunos são pensadas de modo a promover uma compreensão conceptual e a conduzir os estudantes a generalizar e a justificar processos centrais do raciocínio matemático (Mata-Pereira & Ponte, 2018; Stylianides, 2008, 2009). As aulas exploratórias são caracterizadas por sua organização em quatro fases: lançamento da tarefa, trabalho autónomo dos alunos, discussão coletiva e síntese. Pensando nas ações específicas dos professores, assumem um especial relevo as que se prendem com a gestão e condução da discussão coletiva (Stein et al., 2008). Essas ações, embora possam ser discutidas no que se refere à generalidade dos tópicos curriculares, podem ser analisadas do ponto de vista de seu papel na promoção do raciocínio matemático dos alunos (Ellis et al., 2019).

Assumimos o raciocínio matemático como a capacidade de utilizar informação matemática já conhecida para obter novo conhecimento ou novas conclusões (Jeannotte & Kieran, 2017). Tal capacidade comporta um conjunto de processos dentre os quais se destacam, tal como referido atrás, os de generalizar e justificar. De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), generalizar consiste em inferir afirmações acerca de um conjunto de objetos a partir da identificação de propriedades ou relações comuns a um subconjunto desses objetos. O processo de justificar é definido por Lannin et al. (2011) como o processo de construir uma sequência lógica de afirmações, cada uma suportando-se em conhecimento já estabelecido, de forma a chegar a uma conclusão.

Dada a relevância curricular do raciocínio matemático, enquanto capacidade transversal aos vários temas matemáticos, é fundamental, na formação inicial de professores que ensinam Matemática, desenvolver seu conhecimento didático sobre as ações docentes mais favoráveis ao desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos (Ellis et al., 2019; Stylianides, et al., 2013), com particular destaque ao tipo de questionamento do professor durante a condução da discussão coletiva. Também assume grande importância a investigação sobre os processos de desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores relacionado com as práticas docentes promotoras do raciocínio matemático dos alunos, considerando, em particular, a pouca investigação sobre este tema realizada com futuros professores do ensino elementar (Stylianides & Stylianides, 2009).

Este artigo enquadra-se no Projeto *Raciocínio Matemático e Formação de Professores* (Reason), que visa analisar o conhecimento matemático e didático de que os professores e futuros professores dos ensinos básico e secundário precisam para conduzir uma prática que promova o raciocínio matemático dos alunos bem como o modo de apoiar o desenvolvimento desse conhecimento. No presente artigo, temos como objetivo analisar o conhecimento didático de futuros professores do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, relativo às ações dos professores para promover os processos de raciocínio dos alunos, antes e após uma experiência de formação.

2 Conhecimento Didático e Ações do Professor

Os futuros professores devem ter a oportunidade de desenvolver experiências significativas, relativas a aspetos chave do currículo de Matemática para que possam, mais tarde, vir a trabalhá-los com seus alunos (Hiebert, Morris & Glass, 2003). É nossa convicção que o desenvolvimento do raciocínio matemático constitui um aspecto fundamental do currículo que deve ser promovido desde os primeiros anos de escolaridade. Para que os professores consigam trabalhar de modo a ajudar os alunos a ter uma compreensão firme do raciocínio matemático, é essencial que compreendam o que este significa. Apesar deste tema estar presente na maioria dos currículos nacionais de Matemática, muitos professores do ensino elementar acreditam que raciocínio, especialmente justificação e prova, vão para além das capacidades de seus alunos e, por isso, são relutantes em ensiná-lo (Stylianides et al., 2013). Vários autores (Clarke et al., 2012) referem o limitado conhecimento dos professores sobre o tema. Ora, para que os professores ensinem Matemática de modo eficiente, têm de ter uma compreensão profunda da "matemática que ensinam e ser capazes de utilizar os seus conhecimentos de forma flexível no decurso das suas atividades didáticas." (NCTM, 2017, p. 18).

O modelo concetual de raciocínio matemático apresentado por Jeannotte e Kieran (2017) articula um aspeto estrutural e um aspecto processual de raciocínio matemático, referindo-se o primeiro aos diferentes tipos de raciocínio (abdutivo, indutivo e dedutivo) e o segundo aos processos envolvidos. No que diz respeito ao aspeto processual, as autoras consideram que inclui (a) procurar por semelhanças e diferenças (generalizar, conjeturar, identificar padrões, comparar e classificar), (b) validar (justificar e provar) e (c) exemplificar como forma de apoio aos processos anteriores.

Para Mata-Pereira e Ponte (2012), o raciocínio matemático apoia-se em representações exigindo a atribuição de significados aos objetos e ações envolvidos. Já segundo o NCTM (2017), só é possível aceder ao raciocínio matemático dos alunos por meio de suas representações, constituindo as representações "métodos de comunicação, assim como poderosas ferramentas de raciocínio" (p. 160). O mesmo documento refere que "os professores poderão aperceber-se do raciocínio dos alunos e da sua apreensão dos conceitos matemáticos ao analisar, questionar e interpretar as suas representações" (NCTM, 2017, p. 160). Assim, e desde os primeiros anos de escolaridade, as representações são ferramentas de grande utilidade para construir a compreensão, para comunicar informação e para demonstrar raciocínio. Envolver os alunos numa abordagem exploratória do ensino da Matemática leva a que tenham um papel ativo na "interpretação das questões, na representação da informação apresentada e na conceção e concretização das estratégias de resolução" (Ponte et al., 2020, p. 10).

Na abordagem exploratória, os alunos trabalham a partir de tarefas, o professor propõe aos alunos a exploração da tarefa, promovendo momentos de trabalho autónomo e de discussão coletiva em que a negociação de significados e a argumentação têm um papel fundamental. Nessa perspetiva, Stein et al. (2008) consideram que constitui um aspeto central da prática do professor partir das ideias incompletas e, muitas vezes, mal formuladas dos alunos e transformá-las em ideias matemáticas mais precisas e poderosas. Para estas autoras, para que a discussão seja produtiva, isto é, seja apoiada no pensamento dos alunos e avance em ideias matemáticas importantes, é necessário que o professor organize toda a informação sobre o que os alunos conseguiram realizar durante o trabalho autónomo.

Ellis et al. (2019) referem o papel do professor como fundamental, a começar pela escolha de tarefas adequadas, determinando quando e como questionar os alunos de modo a alargar seu pensamento e decidindo quando e como envolvê-los em discussões produtivas. Também Ponte et al. (2020)

relevam a importância da seleção de tarefas apropriadas e a instituição de um ambiente na sala de aula que favoreça a reflexão e a participação dos alunos, nomeadamente nos momentos de discussão coletiva. Esses autores consideram os dois aspetos mencionados como pilares daquilo que designam por abordagem exploratória, na qual "o professor em vez de ensinar diretamente conceitos, procedimentos e algoritmos (...) propõe aos alunos um trabalho de exploração e descoberta, e promove momentos de negociação de significados, argumentação e discussão coletiva" (Ponte et al., 2020, p. 10). Mediante perguntas, como as de inquirição, o professor questiona o porquê, apela à justificação das respostas dadas pelos alunos. São igualmente relevantes as perguntas de confirmação, utilização de um conjunto de questões que levam o professor a confirmar que o aluno sabe a resposta, e as indagações de focalização em que o professor, tendo em conta o pensamento dos alunos sobre dada situação, vai fazendo perguntas de forma a orientar a resposta para o objetivo pretendido (Matos & Serrazina, 1996).

Ponte et al. (2020) apresentam um conjunto de ações do professor para promover o raciocínio nas diferentes fases da aula, nomeadamente na apresentação da tarefa, durante o trabalho autónomo e na discussão coletiva. Focando-nos nesta última fase e considerando o contributo de diferentes autores (Ellis et al., 2019, Mata-Pereira & Ponte, 2016, Ponte et al., 2020, Ponte et al., 2013), sintetizamos as ações do professor como: (1) encorajar os alunos a partilharem suas ideias por meio da ação de convidar; (2) explorar desacordos entre eles, levando-os a argumentar sobre suas ideias; (3) aceitar e valorizar contributos dos alunos, mesmo que incorretos ou parciais, procurando, mediante discussão, sua desconstrução, clarificação ou complementação; (4) levar os alunos a explicar o porquê, justificando suas respostas ou as estratégias de resolução apresentadas, assim como solicitar justificações alternativas; (5) solicitar aos alunos que identifiquem justificações válidas ou não e estabeleçam critérios de validação para elas; (6) levar os alunos a refletir sobre os processos de raciocínio usados; (7) propor demonstrações sempre que pertinentes e adequadas ao conhecimento dos alunos; e (8) desafiar os estudantes a estenderem seus raciocínios, a formularem novas questões e/ou a apresentarem novas conjeturas e generalizações.

Assim, para que a discussão seja rica e promotora do desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, é crucial o papel do professor em todo o processo, conjugando as diferentes ações na medida em que todas dão um contributo ímpar para um ambiente propício à discussão (Ellis et al., 2019; Ponte et al., 2013).

3 Procedimentos Metodológicos

O estudo desenvolvido no âmbito do Projeto *Reason* seguiu uma metodologia de Investigação Baseada em Design (IBD) (Gravemeijer & Cobb, 2013). Neste artigo, analisamos os dados relativos **à**s respostas de futuros professores de uma turma do curso de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, em funcionamento numa das instituições do Projeto, a duas questões de uma tarefa (Questões 3 e 4), aplicada antes e após uma experiência de formação, conduzida pela primeira autora. Essa experiência, composta por seis sessões - uma vez por semana, cada uma com a duração de 2h30 -, constituiu o Ciclo 1 da IBD que será refinada e implementada num Ciclo 2, em outra instituição do Projeto. As seis sessões da experiência de formação contemplaram a exploração e discussão de tarefas de formação envolvendo análise de (i) textos (Mata-Pereira & Ponte, 2016; Ponte et al., 2020) que abordam as ações do professor, (ii) tarefas sobre números e operações, geometria e medida propostas a alunos de 1.º Ciclo, (iii) respetivas produções, e (iv) episódios de aulas transcritos e visualizados em suporte de vídeo. As tarefas de formação incidiram nos processos de raciocínio, nas ações do professor para promover o raciocínio nos alunos e nos princípios de design de tarefas potenciadoras do desenvolvimento nos alunos do raciocínio matemático.

Neste artigo, discutimos duas questões, incluídas na tarefa resolvida antes e depois da experiência de formação, que tratam das ações do professor para promover o raciocínio matemático nos alunos. A tarefa foi aplicada inicialmente (TI) a 28 estudantes da unidade curricular de Didática da Matemática no 1.º e no 2.º CEB, no primeiro dia de aulas, e no final (TF) a 26 estudantes na aula seguinte ao término da experiência de formação. Ambas tiveram uma hora de duração. Todas as produções são consideradas na análise, uma vez que estamos interessados em fazer uma caracterização global enquanto tendência da turma. Nenhum dos itens da tarefa foi discutido nas atividades formativas. Todos os estudantes assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido e são tratados por nomes fictícios, respeitando o critério ético de confidencialidade.

A Questão 3, destacada na Figura 1, contempla uma situação de aprendizagem[1] sobre divisão de números racionais na representação decimal ocorrida em uma turma de 4º ano. O item *a* solicita que os participantes da pesquisa analisem a maneira como a professora da turma lidou com a situação. No item *b*, os participantes são questionados sobre que questões proporiam aos estudantes dessa situação que pudessem favorecer a elaboração de uma justificativa para o fato de o resultado de uma divisão nem sempre ser menor que o dividendo.

1 O episódio da Questão 3 foi retirado de Lopes (2018).

Figura 1 - Questão 3 das TI e TF

3. Analise o episódio seguinte[3], ocorrido numa turma de 4.º ano:

Professora: Vocês concordam com o Nuno e o Diogo? Sempre que dividimos um número por outro o resultado é sempre menor que o número que dividimos?
(Pedro levanta o dedo)
Professora: Pedro queres responder?
Pedro: Não, quando dividimos por 0,1 o número fica dez vezes maior.
Professora: Mas porquê? E se fosse com 0,01?
Pedro: Ficava 100 vezes maior.
Laysa: Já sei! Fica maior quando é números com vírgulas.

a. Descreva o modo como a professora lidou como o raciocínio dos alunos.

b. Depois da intervenção de Laysa a professora perguntou: "Porquê? O que significa dividir um número por outro?".

Que outras questões poderiam ser colocadas? Qual ou quais lhe parecem ter mais potencialidades para levar os alunos a justificar porque é que o resultado da divisão de dois números não é sempre menor que o dividendo?

A Questão 4, destacada na Figura 2, apresenta uma situação didática[2], ocorrida com alunos de uma turma de 5º ano, que discute o impacto sobre a área de um quadrado quando se duplica seu lado. O item *a* solicita que os participantes identifiquem as ações da professora que podem promover o desenvolvimento do raciocínio matemático de seus alunos. O item *b* solicita que os participantes proponham uma conclusão para a discussão.

Figura 2 - Questão 4 das TI e TF

4. Numa turma de 5.º ano a professora recorda que os alunos já tinham concluído que quando se duplica o lado de um quadrado, o perímetro também duplica e desafia-os a analisar o que acontece se pensarem na área: "A que será igual a área do quadrado quando duplicamos o lado?".

Analise o seguinte episódio, relativo ao modo como os alunos procuram responder a esta questão.

Tomás: Penso que vai ser o dobro porque o lado é o dobro.
Professora: O que é que pensam da resposta do Tomás?
Sara: Penso que usamos o comprimento do lado do quadrado para determinar a área, mas penso que devemos experimentar com vários quadrados para ver o que acontece.
(depois de os alunos, trabalhando a pares, terem desenhado quadrados e determinado a sua área, a discussão com toda a turma continua).
Pedro: Experimentámos com dois quadrados com comprimento 3 cm e 6 cm e a área deu 9 cm^2 e 36 cm^2. 9 multiplicado por 4 dá 36. Vai aumentar quatro vezes, não o dobro.
Professor: Há mais alguém que esteja convencido que a área aumenta quatro vezes?
Miguel: Nós experimentámos com 5 cm e 10 cm para os lados. A área deu 25 cm^2 e 100 cm^2.
Professora: Ok. Experimentaram com quadrados com lados com 3 cm e 6 cm e com 5 cm e 10 cm. Mas o que é que pensam que acontecerá à área do quadrado quando o se duplica o comprimento do lado? E como é que podem saber que isso acontece para todos os quadrados?
Nélia: Penso que a área aumenta quatro vezes.
Professora: E como é que sabemos que isto acontece para todos os quadrados?
Ana: Penso que sim porque já vimos com vários quadrados.
Professora: E se houver algum quadrado com que não experimentámos e que não funcione?
Nélia: Nós desenhámos quadrados com 1 cm, 2 cm e 4 cm e vimos que dava. Está aqui.
(a professora reproduz no quadro o desenho a que Nélia se refere):

Miguel: Não sei se isso explica que dá sempre.
Professora: O Miguel levanta uma questão importante. Como é que sabemos que a área é quatro vezes maior?
Susana: Se contarmos como é que o primeiro quadrado encaixa no seguinte, ficamos sempre com dois quadrados em cada lado e quatro ao todo. Funciona sempre porque o primeiro quadrado encaixa duas vezes em cada lado e ficamos com um buraco, e o quarto quadrado encaixa no buraco.

a. Identifique as ações do professor que se focam no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.
b. Se fosse professor(a) da turma como pensaria concluir a análise da questão colocada inicialmente?

Para as duas questões, procedemos a uma análise de conteúdo (Bardin, 2010) das respostas dos participantes. Para a categorização, realizamos uma análise prévia das respostas dos participantes em cada item proposto nas questões e definimos as categorias nos baseando nas ideias centrais presentes nessas respostas. Para as questões a) alusivas à identificação de ações dos docentes, tivemos como referência as ações dos professores para promover o raciocínio que foram discutidas na experiência de formação e que constam dos artigos analisados nas aulas, atrás referidos.

O Quadro 1 apresenta as categorias analíticas relativas ao momento da discussão coletiva, já que os dois episódios analisados nas Questões 3 e 4 dizem respeito a esse momento da aula. Essas categorias foram usadas na análise das respostas a 3(a) e 4(a). Na análise das respostas a 3(b) e 4(b), as categorias emergiram indutivamente com base nas ideias expressas pelos participantes sobre questões a colocar ou intervenções a realizar e serão apresentadas na secção dos Resultados.

Quadro 1 - Categorias analíticas das ações dos professores

Ações do professor para promover o raciocínio durante a discussão coletiva		
Código	**Ações**	**Descrição das Ações**
A1	Questionar	Questionar para apoiar o raciocínio matemático
A2	Encorajar a partilha	Encorajar a partilha de ideias
A3	Valorizar contribuições dos alunos	Aceitar e valorizar contribuições incorretas ou parciais dos alunos, promovendo uma discussão que as desconstrua, complemente ou clarifique
A4	Explorar desacordos	Explorar desacordos entre alunos, levando-os a argumentar suas posições
A5	Desafiar a justificar	Desafiar os alunos a justificarem suas respostas.
A6	Promover a reflexão	Promover a reflexão sobre os processos de raciocínio utilizados
A7	Desafiar a generalizar	Desafiar os alunos a formular novas questões e estabelecer novas conjeturas e generalizações

Fonte: Dados da pesquisa.

Seguindo as categorias estabelecidas, realizámos nova exploração das respostas e construímos tabelas de distribuição de frequências. Uma resposta pode ser enquadrada em mais de uma categoria, por isso a soma dos percentuais não é 100%. No caso das respostas a 3(a) e 4(a), a distribuição de frequências foi realizada apenas para as ações A5 e A7, como forma de evidenciar ações referidas como promotoras dos processos de justificar e de generalizar. Na secção seguinte, apresentamos as frequências das categorias presentes nas respostas e ilustramos as categorias identificadas com exemplos, tanto na TI como na TF.

4 Apresentação dos Resultados

No que segue, apresentamos os resultados da análise das respostas dos participantes para a tarefa aplicada no início e no fim (TI e TF). Dividimos a análise em três itens. No primeiro, discutimos as respostas dos participantes sobre as ações dos professores que focam o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, solicitadas no item *a* de cada uma das questões. No segundo, discutimos as intervenções propostas pelos participantes no desenvolvimento das situações de aprendizagem, indicadas no item *b* de cada uma das questões. Por fim, discutimos as percepções dos participantes, expressas nas duas questões, para as categorias *A5 - Desafiar a justificar* e *A7 - Desafiar a generalizar*, antes e depois da experiência

2 O episódio da Questão 4 foi adaptado de Lannin et al. (2011).

de formação.

4.1 Identificação de ações das professoras que focam o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos

Apresentamos e discutimos respostas de participantes para as questões 3(a) e 4(a), segundo as categorias destacadas na Tabela 1. As respostas de Andrea nas TI e TF, destacadas na Figura 3, valorizam o questionamento como forma de apoio ao raciocínio (A1) quando destaca que a professora "continuaria a fazer questões até todas as crianças perceberem o que está certo e o que não estava" e "vai fazendo perguntas à turma para chegar à conclusão". A estudante também reconhece na situação proposta o encorajar da partilha de ideias entre os estudantes (A2), ao apontar que a professora conduziu a discussão partindo do que os alunos diziam. Andrea destaca o papel da docente em valorizar as contribuições dos estudantes (A3), aceitando-as (TI) e nunca dizendo que estão erradas (TF).

Figura 3 - Respostas de Andrea para a Questão 3(a) na TI e na TF

3 a. A professora aceitou as ideias dos alunos e em conjunto com os mesmos explorou a temática (promoveu uma discussão). Provavelmente continuaria a fazer questões até todas as crianças perceberem o que está certo e o que não estava, mas sempre a partir do que os alunos diziam, apenas conduzia a discussão.

3) a. A professora parte das respostas dos alunos para chegar a conclusões, ou seja, vai fazendo perguntas à turma para chegar à conclusão. Nunca diz: "está errado" vai incentivando os alunos a argumentar, pensar e explorar as tarefas. Por isso para mim a professora lida bem com o raciocínio dos alunos.

Quando aponta que a professora "vai incentivando os alunos a argumentar, pensar e explorar as tarefas" (Figura 3, TF), Andrea destaca o papel da docente no promover a reflexão sobre processos do raciocínio (A6), uma vez que valoriza a promoção da argumentação e exploração por parte dos alunos. A identificação dessa ação relaciona-se estritamente com a da A3 e da A4, já que se subentende que Andrea reconhece que a docente não dizer que dada afirmação do aluno está errada, além de a valorizar como contributo para a discussão, visa conduzir a turma a processos de argumentação, explorando desacordos. Embora existam poucas diferenças entre as respostas, destacamos que, na TF, Andrea dá uma maior atenção ao raciocínio explicitando a promoção da argumentação.

Em suas respostas, Fátima (Figura 4), ao apontar que a "professora expôs o problema à turma, questionando-a" (TI) e a "professora ajudou os alunos a construir o seu raciocínio através da colocação de questões" (TF), dá destaque ao questionar como apoio ao desenvolvimento do raciocínio matemático (A1). A primeira afirmação da TI também valoriza o encorajar a partilha de ideias no processo de discussão (A2). A estudante valoriza igualmente, na TI, a promoção da reflexão sobre os processos de raciocínio utilizados (A6) quando aponta o desejo da professora de "que todos conseguissem pensar sobre a afirmação dos colegas".

Figura 4 - Respostas de Fátima para a Questão 3(a) na TI e na TF

3 a) A professora expôs o problema à turma, questionando-a sobre a afirmação de 2 alunos, de forma a que todos conseguissem pensar sobre a afirmação dos colegas. A professora questionou o Pedro ("Porquê?") e continuou o raciocínio dele, acrescentando outras variáveis.

3a) A professora ajudou os alunos a construir o seu raciocínio através da colocação de questões, tanto para os levar a justificar e exemplificar ("Mas porquê?") como para os fazer ir "mais além" da tarefa e os fazer chegar a uma generalização ("E se fosse 0,01?").

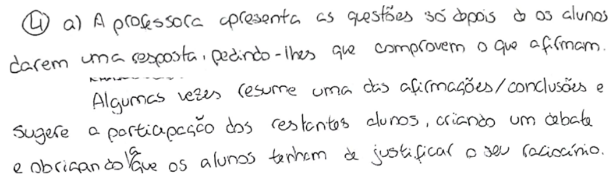
Na resposta da TF de Fátima, observamos uma maior consciência das ações promotoras de diversos processos de raciocínio, que fica evidenciada quando explicita os processos de justificar ("Mas porquê?", A5), exemplificar e generalizar — "os fazer chegar a uma generalização ("E se fosse 0,01?"), A7. Fátima associa o questionamento do porquê ao incentivar os processos de raciocínio de justificar e de exemplificar, parecendo entender este como suporte a justificar. Entendemos que a referência explícita a ações promotoras de processos específicos de raciocínio é uma evidência do impacto do processo de formação ao qual os participantes da pesquisa foram submetidos.

Seguimos com alguns exemplos de ações que foram destaque nas respostas para a questão 4(a).

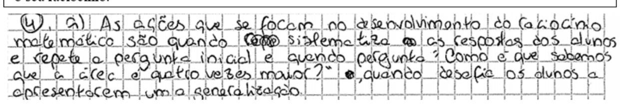
Em suas respostas, Daniela (Figura 5) dá destaque ao questionamento como apoio ao desenvolvimento do raciocínio (A1) e à valorização das contribuições dos alunos na discussão (A3) por parte da professora, quando destaca que ela "apresenta as questões só depois de os alunos darem uma resposta, pedindo-lhes que comprovem o que afirmam" (TI) e "quando sistematiza as respostas dos alunos e repete a pergunta inicial" (TF). Ao destacar que essa situação cria um debate e obriga "a que os alunos tenham de justificar o seu raciocínio" (TI), reconhece o papel da professora ao desafiar os alunos a justificarem suas respostas (A5) e ao promover a reflexão sobre os processos de raciocínio (A6). Enquanto a ação A5 surge explicitada claramente na TI, na TF, aparece de forma subentendida, ao referir "quando pergunta 'como é que sabemos que a área é quatro vezes maior?'".

Quando aponta que a professora "algumas vezes resume uma das afirmações/conclusões e sugere a participação dos restantes alunos" (TI), Daniela também valoriza o encorajar a partilha de ideias entre os alunos (A2) por parte da professora.

Figura 5 - Respostas de Daniela para a Questão 4(a) na TI e na TF



4 a) A professora apresenta as questões só depois de os alunos darem uma resposta, pedindo-lhes que comprovem o que afirmam. Algumas vezes resume uma das afirmações/conclusões e sugere a participação dos restantes alunos, criando um debate e obrigando a que os alunos tenham de justificar o seu raciocínio.

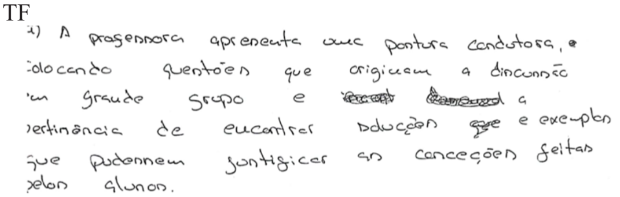


4 a) As ações que se focam no desenvolvimento do raciocínio matemático são quando sistematiza as respostas dos alunos e repete a pergunta inicial e quando pergunta "Como é que sabemos que a área é quatro vezes maior?", quando desafia os alunos a apresentarem uma generalização.

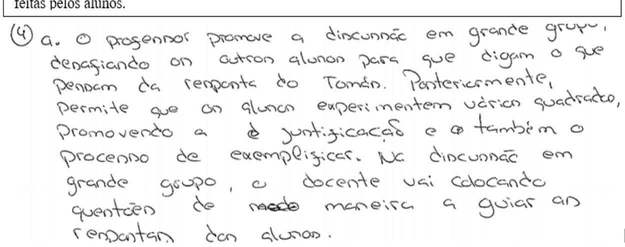
Além disso, quando, na TF, aponta que a professora "desafia os alunos a apresentarem uma generalização" (Figura 5), Daniela valoriza o papel da docente em desafiar seus alunos a generalizar (A7). Assim, a ação associada a este processo específico é referida apenas na TF, embora Daniela não apresente uma ilustração desta ação transcrevendo um aspeto concreto do episódio.

Em suas respostas, apresentadas na Figura 6, Claudia destaca a postura da professora em fazer questões de um modo focalizado, "de maneira a guiar as respostas dos alunos" (TF), para fomentar a "discussão em grande grupo", o que indica a valoriza**ção do questiona**mento como um apoio ao desenvolvimento do raciocínio matemático (A1), do encorajamento a partilharem suas ideias (A2) e da promoção da reflexão sobre os processos de raciocínio utilizados (A6). Além disso, Claudia indica que a professora desafia os alunos a justificarem suas ideias (A5) quando destaca que ela "permite que os alunos experimentem vários quadrados, promovendo a justificação e também o processo de exemplificar" (TF) e "a pertinência de encontrar soluções e exemplos que pudessem justificar as conceções feitas pelos alunos" (TI).

Figura 6 - Respostas de Claudia para a Questão 4(a) na TI e na TF



4 a) A professora apresenta uma postura condutora, colocando questões que originam a discussão em grande grupo e a pertinência de encontrar soluções e exemplos que pudessem justificar as conceções feitas pelos alunos.



4 a) O professor promove a discussão em grande grupo, desafiando os outros alunos para que digam o que pensam da resposta do Tomás. Posteriormente, permite que os alunos experimentem vários quadrados, promovendo a justificação e também o processo de exemplificar. Na discussão em grande grupo, o docente vai colocando questões de maneira a guiar as respostas dos alunos.

A exploração de desacordos entre os alunos, levando-os a argumentar suas posições (A4) não é referida explicitamente por Claudia, mas inferimos que ela estará a ser identificada na TF quando a estudante refere a ação de desafiar "os outros alunos para que digam o que pensam".

De maneira geral, na análise das respostas apresentadas pelos participantes da pesquisa, identificamos referências às principais ações propostas na Tabela 1. Observamos, também, um refinamento do discurso em algumas respostas na TF, que fica evidenciado pelo uso de uma linguagem mais relacionada aos processos do raciocínio. Essa perspectiva, entendemos, pode ser atribuída, em parte, ao processo de formação a que os participantes foram submetidos.

4.2 Análise sobre as intervenções propostas pelos participantes no desenvolvimento das situações de aprendizagem

A Questão 3(b) solicita que os participantes elaborem questões que favoreçam a elaboração de justificativas, por parte dos alunos, para o fato de o resultado da divisão de dois números nem sempre ser menor que o dividendo (Figura 1). As categorias identificadas na avaliação das respostas na TI, destacadas no Quadro 2, se adequaram às análises das respostas para a TF e não foram identificadas novas categorias na TF. A seguir, apresentamos e discutimos as categorias identificadas nas análises das tarefas, e as frequências absolutas e percentagens de cada uma delas.

Quadro 2 - Propostas de perguntas na Questão 3(b)

	TI		TF	
Questões propostas pelos participantes	**Freq.**	**%**	**Freq.**	**%**
Questões sobre as funções/ sentidos da divisão e seus elementos	11	39%	10	38%
Questões que sugerem comparar a divisão de números (com vírgula e inteiros)	8	29%	3	12%
Solicitar mais exemplos	8	29%	12	46%
Questões que sugerem usar outros números com vírgula	7	25%	8	31%
Questões que pedem explicação sobre as afirmações dos estudantes	6	21%	9	35%
Comparações com a multiplicação	3	11%	2	8%

Fonte: Dados da pesquisa.

Uma avaliação geral do Quadro 2 indica que a categoria *Questões que sugerem comparar a divisão de números (com vírgula e inteiros)* teve queda em sua percentagem, indo de 29% para 12%, situação que indica um tipo de abordagem abandonada pelos participantes na TF. A categoria *Comparações com a multiplicação*, que já fora uma ideia pouco apontada na TI, também foi pouco sugerida pelos participantes na TF. Por outro lado, as categorias *Solicitar mais exemplos* e *Questões que pedem explicação sobre as afirmações dos estudantes*, tiveram aumentos em seus percentuais entre as TI e TF, passando, respectivamente, de 29% para 46% e de 21% para 35%, perspectiva que indica uma mudança de postura dos participantes sobre as maneiras de dar continuidade à situação de aprendizagem proposta na Questão 3.

As categorias *Questões que sugerem usar outros números com vírgula* e *Questões sobre as funções/sentidos da divisão e seus elementos* mantiveram-se como ideias que seriam adotadas pelos participantes.

A proposta de Alice, "Explica-nos como chegaste a essa conclusão" (Figura 7, TF), encaixa-se na categoria *Questões que pedem explicação sobre as afirmações dos estudantes* e revela uma perspectiva de seguir dando voz aos alunos e de fomentar a reflexão e o raciocínio matemático. Trata-se de uma questão de inquirição.

Figura 7 - Resposta de Alice para a Questão 3(b) na TF

b) "Explica-nos como chegaste a essa conclusão"

b) "Explica-nos como chegaste a essa conclusão".

Ao destacar "Fica sempre maior o resultado se o número for com vírgulas?" (Figura 8, TF), Janete manifesta uma posição que indica *Solicitar mais exemplos* aos estudantes. Por outro lado, a questão "E se dividirmos por 1,5, ainda fica maior?" (TF) valoriza ideias relacionadas a categoria *Questões que sugerem usar outros números com vírgula*. Janete evidencia um conhecimento didático da importância de questões de focalização que orientem os alunos, neste caso, para contraexemplos que refutem a conjetura estabelecida previamente. É de destacar, ainda, Janete colocar primeiro uma questão que dá o protagonismo aos alunos para encontrar novos exemplos, parecendo que a segunda questão poderia ser colocada numa fase posterior, na situação de os alunos não proporem números racionais maiores do que 1.

Figura 8 - Resposta de Janete para a Questão 3(b) na TF

b) "Fica SEMPRE maior o resultado se o número for com vírgulas?
E se dividirmos por 1,5, ainda fica maior?"

b) "Fica sempre maior o resultado se o número for com vírgulas? E se dividirmos por 1,5, ainda fica maior?"

Em sua resposta, apresentada na Figura 9, Heloísa valoriza *Questões sobre as funções/sentidos da divisão e seus elementos*, ao destacar "O que significa dividir um número por outro com vírgulas?" Quando propõe "Dá um exemplo concreto", a participante indica ideias relacionadas a *Solicitar mais exemplos* aos estudantes.

Figura 9 - Resposta de Heloísa para a Questão 3(b) na TF

b. "O que significa dividir um número por outro com vírgulas?
"Dá um exemplo concreto."

b) "O que significa dividir um número por outro com vírgulas? Dá um exemplo concreto."

A Questão 4(b) solicita que os participantes apresentem propostas para a conclusão da discussão sobre o que acontece com a área de um quadrado que tem seu lado duplicado (Figura 2). As categorias identificadas na avaliação das respostas na TI se adequaram às análises das respostas na TF e duas novas categorias foram identificadas, *Exploraria propriedades do quadrado* e *Sem resposta*. Todas estão destacadas no Quadro 3, que apresenta também as frequências absolutas e as percentagens de ocorrência de cada uma das categorias.

A seguir, discutimos e exemplificamos as categorias.

Quadro 3 - Propostas de conclusão da situação de aprendizagem na Questão 4(b)

	TI		TF	
Tipo de questão	**Freq.**	**%**	**Freq.**	**%**
Deduziria uma fórmula/ generalizava	10	36%	14	54%
Faria mais exemplos	9	32%	5	19%
Usaria outros materiais	3	11%	5	19%
Faria questões à turma	9	32%	4	15%
Utilizaria/exploraria o desenho das alunas	7	25%	3	12%
Repetiria a professora	5	18%	-	-
Exploraria propriedades do quadrado	-	-	2	8%
Sem resposta	-	-	6	23%

Fonte: Dados da pesquisa.

Uma análise geral da Tabela 3 indica que a maior parte das categorias identificadas na TI teve redução em seus percentuais na TF. As reduções de 32% para 23% da categoria *Faria mais exemplos*, de 32% para 15% da categoria *Faria questões à turma*, de 25% para 12% da categoria *Utilizaria/ exploraria o desenho das alunas* e o abandono, na TF, da categoria *Repetiria a professora* confirmam essa tendência. Essa perspectiva, junto com o aumento de 36% para 54% da categoria *Deduziria uma fórmula/generalizava*, sinaliza uma mudança de leitura por parte dos participantes dessa situação de aprendizagem, que pode ser atribuída ao processo de formação a que foram submetidos.

Por outro lado, também chama a atenção, na Tabela 3, a categoria *Sem resposta*, identificada para 23% dos participantes na TF. A falta de tempo para a realização desse último item da TF pode ser uma explicação para o surgimento dessa categoria.

A categoria *Usaria outros materiais* teve um pequeno aumento na TF, tendo sido indicada por 19% dos participantes e a categoria *Exploraria propriedades do quadrado*, identificada somente na TF, foi indicada por 8% dos participantes. Seguimos com a exemplificação das categorias.

Em sua abordagem, apresentada na Figura 12, Carla valoriza o trabalho com o grande grupo e destaca "elaborar uma expressão que generalizasse", indicando uma perspectiva de que *Deduziria uma fórmula/generalizava*.

Figura 12 - Resposta de Carla para a Questão 4(b) na TF

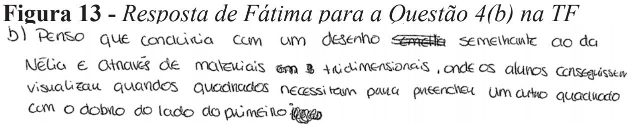
b) Eventualmente poderíamos, em conjunto, elaborar uma expressão que generalizasse a nossa conclusão.

b) Eventualmente poderíamos, em conjunto, elaborar uma expressão que generalizasse a nossa conclusão.

Quando destaca que "concluiria com um desenho semelhante ao da Nélia", Fátima (Figura 13) indica que

Utilizaria/exploraria o desenho das alunas. A participante aponta ainda que *Usaria outros materiais*, quando regista: "através de materiais tridimensionais".

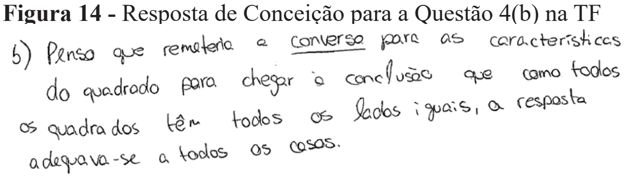
Figura 13 - *Resposta de Fátima para a Questão 4(b) na TF*



b) Penso que concluiria com um desenho semelhante ao da Nélia e através de materiais tridimensionais, onde os alunos conseguissem visualizar quantos quadrados necessitam para preencher um outro quadrado com o dobro do lado do primeiro.

Em sua abordagem, apresentada na Figura 14, Conceição indica que *Exploraria propriedades do quadrado* ao destacar que "remeteria a conversa para as características do quadrado", com o intuito de generalizar para todos os quadrados. Essa categoria, identificada apenas na TF, não foi muito apontada pelos participantes.

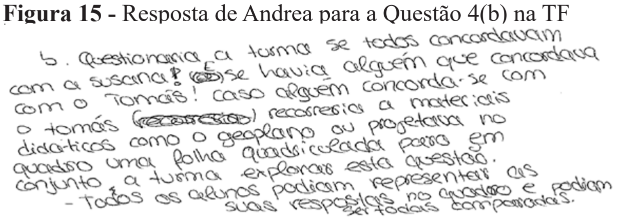
Figura 14 - Resposta de Conceição para a Questão 4(b) na TF



b) Penso que remeteria a conversa para as características do quadrado para chegar à conclusão que como todos os quadrados têm todos os lados iguais, a resposta adequava-se a todos os casos.

Ao destacar que "Questionaria a turma se todos concordavam com a Susana!" ou "com o Tomás!" (Figura 15), a resposta de Andrea se inclui na categoria *Faria questões à turma*. Neste caso, visaria a explorar os desacordos entre os dois alunos.

Figura 15 - Resposta de Andrea para a Questão 4(b) na TF



b. Questionaria a turma se todos concordavam com a Susana! E se havia alguém que concordava com o Tomás! Caso alguém concordasse com o Tomás recorreria a materiais didáticos como o geoplano ou projetava no quadro uma folha quadriculada para em conjunto a turma explorar esta questão.
- Todos os alunos podiam representar as suas respostas no quadro e podiam ser todas comparadas.

A participante também aponta que *Usaria outros materiais*. Isso pode ser notado quando destaca o uso do Geoplano ou de folha quadriculada projetada no quadro.

Seguimos com a análise das respostas dos participantes. Desta vez, centramo-nos naquelas que destacam as ações de desafiar a justificar (A5) e de desafiar a generalizar (A7).

4.3 Ações que focam o desenvolvimento dos processos de justificar e de generalizar

Neste item, avaliamos a referência dos participantes aos processos de justificar e de generalizar nas respostas para as questões propostas. Esse olhar específico para as ações que envolvem esses processos se deve ao papel de destaque destes no desenvolvimento do raciocínio matemático, conforme sustentamos antes.

Dividimos a análise desta secção em duas partes. Na primeira, das questões 3(a) e 4(a), foram consideradas apenas menções diretas dos participantes aos processos de justificar e de generalizar, ou seja, os dados apresentados não são obtidos a partir de inferências das respostas. Na segunda, das questões 3(b) e 4(b), buscamos identificar referências a esses processos a partir de inferências nas respostas dos participantes. Neste caso, a inferência é necessária, pois as questões propostas no item *b* solicitam exemplos de possíveis perguntas a serem colocadas na continuidade das situações, e não uma análise de seu propósito.

A avaliação das percentagens destacadas no Quadro 4 indica que houve um aumento nas menções aos processos de justificar e de generalizar na TF, por parte dos participantes, nas questões 3(a) e 4(a).

Quadro 4 - Referências dos participantes às ações A5 e A7 nas questões 3(a) e 4(a)

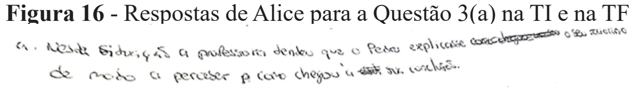
	Questão 3(a)		**Questão 4(a)**	
Ações	**TI**	**TF**	**TI**	**TF**
Desafiar a justificar (A5)	11%	27%	29%	42%
Desafiar a generalizar (A7)	7%	27%	32%	54%

Fonte: Dados da pesquisa.

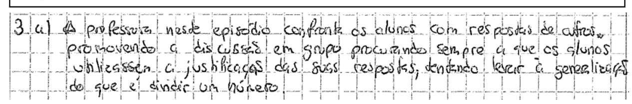
Para além desse incremento, a comparação entre as respostas para as TI e TF aponta para uma evolução dos participantes na identificação de ações que envolvem o uso desses processos bem como um refinamento dos discursos na TF. Ainda assim, a ação A5 não é referida explicitamente pela maioria dos participantes na TF e a ação A7 apenas na TF da Questão 4(a) obteve uma referência por pouco mais de metade dos estudantes.

As respostas de Alice, para a Questão 3(a) nas TI e TF, apresentadas na Figura 16, exemplificam essa situação. De fato, na TI, a participante é bastante sucinta e destaca a intenção da professora de que Pedro explicite o que pensou, a fim de que percebesse como chegou a sua conclusão, não indicando qualquer ação promotora do raciocínio matemático.

Figura 16 - Respostas de Alice para a Questão 3(a) na TI e na TF



a) Nesta situação a professora tentou que o Pedro explicasse o seu raciocínio de modo a perceber como chegou à sua conclusão.



3 a) A professora neste episódio confronta os alunos com respostas de outros, promovendo a discussão em grupo procurando sempre a que os alunos utilizassem a justificação das suas respostas, tentando levar à generalização do que é dividir um número.

Por outro lado, na TF, Alice aponta a discussão coletiva promovida pela professora para que "os alunos utilizassem a justificação das suas respostas, tentando levar à generalização". Nesse sentido, há um refinamento da análise e do discurso elaborado pela estudante, que passa a reconhecer o desenvolvimento dos processos de justificar e de generalizar nas ações da professora.

Na comparação das respostas de Alice também chama a atenção o fato de ela, na TI, focar sua análise nas ações da professora apenas sobre as respostas de Pedro e, na TF, dar destaque ao desenvolvimento de todos os alunos.

As respostas de Heloísa (Figura 17) para a Questão 4(a) nas TI e TF exemplificam a evolução da interpretação da situação proposta pela estudante e a incorporação das ações de justificar e de generalizar às suas análises.

Figura 17 - *Respostas de Heloísa para a Questão 4(a) na TI e na TF*

a. Sempre que um aluno dava a sua opinião, a professora questionava essa opinião levando todos os alunos a pensar nesta situação e, consequentemente, levá-los a concordar ou discordar com as opiniões.

4. a. A professora levou os alunos a justificarem as suas respostas exemplificando, mas também, no fim, a generalizar.

De fato, na TI, Heloísa restringe sua análise **à** ação da professora em questionar para estimular os alunos a debaterem, mas não apresenta detalhes sobre o papel do questionamento no desenvolvimento de processos de raciocínio.

Na TF, essa perspectiva muda, e a participante incorpora a sua interpretação o questionamento da professora como um meio para conduzir os alunos a justificarem suas respostas, por meio de exemplos, o que culmina com a elaboração de generalizações, conforme destacado na Figura 17. Em sua resposta, Heloísa valoriza o processo de exemplificar como meio para desenvolver os processos de justificar e de generalizar e, embora tenha sido bastante sucinta, observamos que há um aprimoramento da narrativa da estudante na análise da situação.

As estatísticas destacadas na Tabela 4 indicam que um maior número dos participantes da pesquisa incorporara a suas análises das situações propostas nas Questões 3(a) e 4(a) na TF ações que destacam o desenvolvimento de processos de justificar e de generalizar. Além disso, como procuramos ilustrar com as respostas de Alice e Heloísa, também foi possível identificar um aprimoramento do discurso dos participantes na análise na TF em comparação com a TI. Essa perspectiva, entendemos, pode ser atribuída à formação **à** qual os participantes foram submetidos.

Para as Questões 3(b) e 4(b), que solicitam que os participantes apresentem questões que finalizem as situações apresentadas, também observamos um aumento na referência aos processos de justificar e de generalizar na TF, conforme destacado no Quadro 5. Nessas questões, a referência a esses processos foi constatada, principalmente, em associação com o processo de exemplificar.

Quadro 5 - Referências dos participantes às ações A5 e A7 nas Questões 3(b) e 4(b)

	Questão 3(b)		Questão 4(b)	
Ações	**TI**	**TF**	**TI**	**TF**
Desafiar a justificar (A5)	39%	58%	32%	50%
Desafiar a generalizar (A7)	29%	42%	21%	46%

Fonte: Dados da pesquisa.

No caso da Questão 3(b), as respostas de Janete e Gisele (Figura 18) na TF são exemplos dessa relação.

Figura 18 - *Respostas de Janete e Gisele para a Questão 3(b) na TF*

b) "Fica SEMPRE maior o resultado se o número for com vírgulas? E se dividirmos por 1.5, ainda fica maior?

b) A professora poderia questionar/pedir aos alunos outros exemplos, registando-os no quadro de modo a chegarem à generalização.

Ao perguntar se o resultado de uma divisão fica sempre maior se utilizarmos um número com vírgula e reforçar a questão propondo a divisão por 1.5, Janete incentiva o processo de justificar por contraexemplo. Essa perspectiva, entendemos, pode guiar os alunos a uma generalização ao se confrontar o resultado da nova operação com a divisão por 0,1 e 0,01, propostos anteriormente na situação. Também Gisele dá destaque ao processo de exemplificar como apoio aos processos de justificar e de generalizar quando defende que a professora "poderia questionar/pedir aos alunos outros exemplos, registando-os no quadro de modo a chegarem à generalização". Neste caso, a participante destaca explicitamente o processo de generalizar como uma conclusão para a discussão proposta.

A resposta de Helena para a Questão 4(b), destacada na Figura 19, é um exemplo da associação entre os processos de exemplificar, justificar e generalizar.

Figura 19 - *Resposta de Helena para a Questão 4(b) na TF*

b) Se fosse professor(a) da turma levava os alunos a experimentarem várias possibilidades de quadrados com o dobro do lado. O facto de eles exemplificarem com vários exemplos, leva-os a concluírem que quando duplicamos o lado do quadrado a área é 4 vezes maior, chegando assim a uma generalização.

Helena evidência a relação entre o processo de exemplificar e justificar quando destaca que, ao experimentarem vários tipos de quadrados, os alunos serão levados a concluir a relação entre lado e área do quadrado. Assim como Gisele na Questão 3(b), a participante caracteriza o processo de generalizar como uma conclusão para a discussão que proporia aos alunos.

5 Considerações Finais

O estudo realizado permite-nos concluir que a experiência de formação contribuiu para um maior conhecimento dos futuros professores relativamente a quais são as ações docentes promotoras dos processos de raciocínio dos alunos. No entanto, antes da experiência de formação, os participantes no estudo revelaram já conhecer as ações importantes para conduzir eficazmente uma discussão coletiva. A**ções** essas que poderemos considerar como transversais às várias áreas disciplinares, e não específicas do raciocínio matemático, como sejam questionar, encorajar a partilha dos alunos, valorizar as contribuições dos alunos, tanto as corretas quanto as incorretas, explorar desacordos e promover a reflexão dos alunos. Esse conhecimento pode ter advindo das aulas de Didática das várias áreas disciplinares na Licenciatura em Educação Básica, curso anterior ao do Mestrado que frequentavam durante o estudo. São as ações específicas de desafiar relativas a processos de raciocínio como generalizar e justificar que registam um incremento na TF, após a experiência de formação, embora nem sempre correspondendo à maioria das respostas. Assim, parece que os futuros professores, na TF, revelam uma maior consciência do propósito de certas ações docentes, como o desafiar a utilizar processos centrais do raciocínio matemático, como são os de generalizar e justificar (Mata-Pereira & Ponte, 2018; Stylianides, 2008, 2009).

Há a relevar a identificação pelos futuros professores de questões de focalização (Matos & Serrazina, 1996) como importantes para guiar o raciocínio dos alunos e fomentar a discussão coletiva. Este tipo de questões é proposto, por vezes, em associação com o incentivo ao processo de exemplificar, como suporte a outros processos de raciocínio, como aconteceu no caso de se questionar se o quociente fica sempre maior quando o divisor tem vírgulas, focalizando ainda mais com um exemplo na própria questão, “E se dividirmos por 1,5, ainda fica maior?”. Esse seria um contraexemplo que refutaria a conjetura inicial e que poderia apoiar os alunos a estabelecerem novas generalizações. Assim, a referência aos processos de justificar e de generalizar foi observada, principalmente, em associação com o processo de exemplificar. Essa perspectiva também foi evidenciada em outra etapa desta pesquisa e foi discutida em Vieira et al. (2020).

Será importante alargar a investigação às práticas dos futuros professores nos contextos de estágio, de modo a compreender como evoluem nas formas de apoiar os processos de raciocínio dos alunos e a identificar que desafios e constrangimentos vivenciam nesse processo. Também carecem de investigação futura as inter-relações entre as diversas ações docentes e as formas como podem elas ser potenciadas para a promoção de ideias matemáticas mais sofisticadas e para a promoção de uma maior compreensão conceptual.

Agradecimentos

A investigação teve o apoio da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, por meio do Projeto *Raciocínio Matemático e Formação de Professores* (Reason) — Projeto *IC&DT*, AAC n.º 02/SAICT/2017, e PTDC/CED-EDG/28022/2017.

Referências

Bardin, L. (2010). *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições70.

Clarke, D.M., Clarke, D. J., & Sullivan, P. (2012). Reasoning in the Australian Curriculum: Understanding its meaning and using the relevant language. *Australian Mathematics Classroom*, *17*(3), 28-32.

Ellis, A., Özgür, Z., & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *31*(2), 107-132. doi: https://doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6

Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2013). Design research from the learning design perspective. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 72-113). Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO).

Hiebert, J., Morris, A. K., & Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An “experiment” model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *6*(3), 201-222.

Jeannotte, D, & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in mathematics*, *96*(1), 1-16. doi: https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Lannin, J. K., Elliott, R., & Ellis, A.B. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8*. NCTM.

Lopes, C. (2018). *Diferenciar em Matemática: Potencialidades das tarefas paralelas para desenvolver o cálculo mental*. Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Educação.

Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2012). Raciocínio matemático em conjuntos numéricos: Uma investigação no 3.º ciclo. *Quadrante*, *21*(2), 81-110. doi: https://doi.org/10.48489/quadrante.22879

Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2016). Ações do professor para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. *Educação e Matemática*, *137*, 38-41.

Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: Uma investigação baseada em design. *Bolema, 32*(62), 781-801. doi: https://doi.org/10.1590/19804415v32n62a02

Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática.* Universidade Aberta.

National Council of Teachers of Mathematics (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática.* APM. (Obra original em inglês publicada em 2014)

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22*(2), 55-81.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, *156*, 7-11.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313-340.

Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, *28*(1), 9-16.

Stylianides, G. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning, 11*(4), 258-288. DOI: https://doi.org/10.1080/10986060903253954

Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2009). Facilitating the transition from empirical arguments to proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*, 314-352.

Stylianides, G., Stylianides, A., & Shilling-Traina, L. N. (2013). Prospective teachers' challenges in teaching reasoning-and-proving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(6), 1463-1490.

Vieira, W., Rodrigues, M., & Serrazina, L. (2020). O conhecimento de futuros professores sobre os processos de raciocínio matemático antes e depois de uma experiência de formação. Quadrante, 29(1), 8-35. DOI: https://doi.org/10.48489/quadrante.23012