

Tarefas Investigativas nos Anos Iniciais: Estratégias e Conjecturas Desenvolvidas Pelas Crianças

Investigative Tasks in Primary School: Solving Strategies and Conjectures Developed by Children

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt^{*a}; Bruna Ruthner^b; Ieda Maria Giongo^b; Marli Teresinha Quartieri^b; Sônia Elisa Marchi Gonzatti^b

^aUniversidade do Vale do Taquari, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas. RS, Brasil.

^bUniversidade do Vale do Taquari. RS, Brasil.

*E-mail: mrehfeldt@univates.br.

Resumo

A Investigação Matemática é uma tendência de ensino cada vez mais explorada nas aulas de matemática dos anos iniciais. Sendo assim, este artigo tem como objetivo relatar as estratégias e conjecturas desenvolvidas por alunos de 1º, 2º, 3º e 5º anos do Ensino Fundamental quando foram desafiados a resolver tarefas de cunho exploratório-investigativo. Estas foram desenvolvidas em parceria com as professoras dos anos iniciais e, posteriormente, exploradas com alunos no segundo semestre de 2018. A prática foi realizada em duas escolas, sendo as tarefas exploradas pelas pesquisadoras, auxiliadas pelas docentes dos anos iniciais. Tal exploração seguiu os quatro momentos propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). O material de análise foi coletado por meio de tarefas escritas dos discentes e imagens oriundas de fotografias. Os resultados apontam que as conjecturas e estratégias apresentadas pelas turmas de 1º, 2º, 3º e 5º anos, nas duas tarefas, foram distintas e mais elaboradas conforme a escolaridade dos alunos. Na primeira (copos e canudos), os estudantes propuseram padrões de repetição (1º ano); adição de canudos (2º ano); ideia dos números pares e ímpares (3º ano) e a tabuada do três (5º ano). Na segunda, a sequência de flechas e as conjecturas perpassaram por repetições de blocos (1º ano); uso de distintas direções (2º ano) e adições do número de setas dentro dos quadrados. Em contrapartida, observou-se alguma dificuldade na realização das tarefas em grupo (1º ano) e uma certa dispersão.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Anos Iniciais. Tarefa Investigativa.

Abstract

Mathematical Investigation is becoming a widespread teaching trend in primary school math classes. Therefore, this article aims to report the strategies and conjectures employed by 1st, 2nd, 3rd and 5th grade elementary students to solve exploratory-investigative tasks. These tasks were created in collaboration with Primary School teachers and later explored with students during the second semester of 2018. The pedagogical practice took place in two schools. The researchers explored the tasks with the assistance of the Primary School teachers. This investigation is based on the concepts suggested by Ponte, Brocardo, and Oliveira (2009). The students' written assignments and photographs were used to collect the material. The results of both tasks indicate that the conjectures and methods used by 1st, 2nd, 3rd and 5th grade elementary students were distinct and more elaborated as the students' grade increased. In the first challenge (cups and straws), students proposed repetition patterns (1st year); addition of straws (2nd year); the concept of even and odd numbers (3rd year) and the multiplication table of three (5th year). In the second task (sequence of arrows), the methods and conjectures used by the students were based on repetitions of blocks (1st year); the use of different directions (2nd year) and the inclusion of the number of arrows inside the squares. Finally, due to dispersion, there was some difficulty executing group activities in the first year.

Keywords: *Mathematical Investigation. Primary School. Investigative Tasks.*

1 Introdução

As dificuldades de aprendizagem abordadas por Samuel Kirk, em 1965, como as simbólicas ou verbais (aprender a ler, a escrever, a contar) e não simbólicas (orientar-se no espaço, desenhar, pintar, interagir com colegas), podem persistir ao longo dos anos e criar obstáculos à aprendizagem, possíveis de se prolongarem no decurso da vida (Fonseca, 2007). Isso pode estar relacionado ao ensino transmissivo de conteúdos utilizado, por vezes, nas instituições de ensino, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Usualmente, nesse tipo de processo, o professor representa a figura de autoridade enquanto o aluno é reduzido ao objeto do processo (Vasconcelos, Praia & Almeida, 2003).

Distintamente, em tarefas de cunho investigativo, o papel do estudante é ativo, pois ele é instigado a participar de cada momento da resolução, tornando-se sujeito do processo (Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013). Esse tipo de tarefa o leva a vivenciar as fases de desenvolvimento da situação-problema, o que lhe proporciona uma experiência de descobertas ao longo do caminho. Ao sustentarem esse argumento, Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.4) afirmam que “uma investigação é uma viagem até ao desconhecido”.

Assim, considerando-se um ensino mais ativo, em que o aluno se torna protagonista, está sendo desenvolvida a pesquisa “Práticas, ensino e currículo: ensino-aprendizagem-avaliação em matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: atividades exploratório-investigativas e

formação docente” com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O referido projeto tem como principal finalidade problematizar distintas estratégias de ensino no desenvolvimento de tarefas exploratório-investigativas em sala de aula com alunos dos anos iniciais. Em consonância com esse projeto, conta-se com outro, denominado “Produção de materiais curriculares educativos: uma possibilidade para desenvolver o pensamento algébrico e geométrico nos anos iniciais”, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS). Este, por sua vez, propõe investigar os resultados oriundos do desenvolvimento e produção de materiais educativos para o ensino da álgebra e da geometria, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Investigação Matemática.

Diante desse contexto, este trabalho tem o objetivo de relatar as experiências vivenciadas nas ações, em turmas de 1º, 2º, 3º e 5º anos, em escolas de Ensino Fundamental, localizadas no Município de Estrela, RS, bem como analisar as estratégias utilizadas pelos alunos do primeiro ao quinto ano e compará-las. As tarefas, previamente testadas por pesquisadoras, foram, essencialmente, formadas por questões sequenciais, envolvendo álgebra para os anos iniciais. Para desenvolvê-las, utilizaram-se materiais manipuláveis, bem como desenhos de sequências impressas, com o intuito de instigar não apenas a criatividade, mas a capacidade dos estudantes de argumentar quando expõem suas formas de pensar. Por intermédio do uso e manipulação de materiais, eles passam a interpretar o problema de outra forma, tornando a atividade mais real e de compreensão mais clara (Turrióni, 2004).

No que tange ao referencial teórico, este estudo recorreu a vozes, como as de Fonseca *et al.* (1999), Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), além da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que serão detalhadas na seção referencial teórico a seguir.

2 Referencial Teórico

Reconhece-se que a tarefa investigativa envolve quatro momentos:

Podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (Ponte *et al.* 2009, p. 20).

Essas etapas, segundo os autores, levam o aluno a desenvolver a autonomia de pensamento, além de auxiliá-lo

no aperfeiçoamento de habilidades usualmente não exploradas em aulas de Matemática. Nessa linha argumentativa, Schmitt, Busnelo, Silveira e Quartieri (2014, p. 63) apontam que “a investigação proporciona desenvolver habilidade de escrita, bem como possibilita ao discente o trabalho em grupo”. O trabalho coletivo, particularmente nas turmas de anos iniciais, é importante para desenvolver os laços sociais dos discentes, além de agregá-los positivamente à aprendizagem. A respeito disso, a BNCC relata que, nesse nível de ensino, é importante

[...] promover experiências nas quais as crianças possam falar e ouvir, potencializando sua participação na cultura oral, pois é na escuta de histórias, na participação em conversas, nas descrições, nas narrativas elaboradas individualmente ou em grupo e nas implicações com as múltiplas linguagens que a criança se constitui ativamente como sujeito singular e pertencente a um grupo social. (Brasil, 2018, p.42).

Em efeito, promover a “socialização” nas tarefas investigativas é relevante. Essa etapa, fundamentada pelos autores Fonseca *et al.* (1999, p. 08), é reconhecida como o momento principal em que o docente deve estimular o diálogo entre os alunos. Os autores ressaltam que

Nesta fase os alunos são confrontados com hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que tinham pensado, são estimulados a explicitar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar os colegas. É também esta a altura adequada para se clarificarem ideias, se sistematizarem algumas conclusões e se validarem resultados. (Fonseca *et al.* 1999, p.8).

Ainda em relação à investigação, no processo de aprendizagem dos anos iniciais e no modo de abordagem utilizado nas atividades, Fonseca *et al.* (1999) sustentam que o aluno submetido a tarefas investigativas de enunciado e compreensão clara e direta pode desenvolver mais autonomia, realizando-as de forma independente. Quanto ao papel do professor, de forma sintética, é o de um guia que auxilia no desenvolvimento das conjecturas e intervém quando se faz necessário direcionar seus estudantes a outro rumo. Scolaro (2008, p. 02) argumenta que “[...] o professor atua como mediador entre aluno e o conhecimento [...]” e que é necessário “[...] reconhecer que o professor deve ser um profissional formador, integrado ao mundo de hoje, responsável socialmente pela formação do cidadão e, principalmente, um eterno aprendiz”.

No que concerne ao ensino da álgebra nos anos iniciais, Schliemann, Carraher e Brizuela (2013, p. 26) ressaltam que “pesquisadores no ensino da matemática acreditam cada vez mais que a álgebra possui um importante papel no currículo dos anos iniciais”¹. Nomeado pelos autores como *early algebra*², esse conceito aborda a importância da introdução dos conteúdos algébricos nas turmas dos anos iniciais e de que forma isso afeta o aprendizado dos alunos no decorrer da sua

1 do original: “Researchers in mathematics education increasingly believe that algebra has an important role to fulfill in the early mathematics curriculum.” (2013, p.26)

2 tradução de *early algebra* para o português: álgebra precoce

vida escolar. Os citados pesquisadores ainda enfatizam (como citado em Kaput, 1995) que o estudo da álgebra, desde os anos iniciais, poderia interferir na consistência e aprofundamento no ensino da Matemática, além de evitar futuras dificuldades nas séries seguintes, em que os estudantes já abstraíram determinados conteúdos matemáticos.

A BNCC, recentemente reformulada, aborda a relevância de o ensino da geometria e da álgebra ser iniciado nos anos iniciais. Dentre as oito competências listadas para a área da Matemática e suas tecnologias, destaca-se a terceira:

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (Brasil, 2018, p.267).

Nesse sentido, a temática da álgebra tem como objetivo global o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é “[...] essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (Brasil, 2018, p. 270). Dessa forma, a BNCC (Brasil, 2018) propõe que os estudantes sejam capazes de identificar padrões de sequências, sejam estes numéricos ou não, além de estabelecerem relações interdependentes entre grandezas em diferentes situações.

3 Metodologia

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, objetiva problematizar estratégias de estudantes na resolução de tarefas exploratório-investigativas de Matemática, elaboradas em estudos conjuntos com grupos de professores dos anos iniciais. De acordo com Goldenberg (2011, p.28), esse tipo de pesquisa busca “tentar ver o mundo através dos olhos dos atores sociais e dos sentidos que eles atribuem aos objetos e às ações sociais que desenvolvem”.

Para o desenvolvimento deste projeto, utilizaram-se características de estudo de caso. Este, segundo Goldenberg (2011), pode ser definido como uma análise metódica de um assunto específico de acordo com o que é investigado. Em outras palavras, a investigação intensa de um caso pode fornecer um conhecimento aprofundado do assunto no qual esse caso está englobado.

Destaca-se que, para a confecção das tarefas de sequência que foram exploradas com os alunos dos anos iniciais, o grupo de pesquisa se reuniu com voluntários e docentes parceiros do Ensino Básico, em encontros quinzenais, ocorridos às terças-feiras, no período noturno, na Univates. A princípio, definiram-se os materiais disponíveis à confecção e acessíveis tanto às pesquisadoras como ao corpo docente voluntário. Posteriormente, a equipe se organizou para elaborar as tarefas e, ato contínuo, explorou os exercícios elaborados a fim de testar as possibilidades de conjecturas.

Cumprir lembrar que o grupo levou em consideração o objetivo da pesquisa, qual seja, planejar e desenvolver tarefas investigativas, com destaque para a álgebra e a geometria, sendo privilegiado o uso de materiais manipuláveis. De acordo com Serrazina (1991, p. 37), os primeiros são “objectos, instrumentos que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem”. Dante (2005, p. 60), em concordância, afirma que “Devemos criar oportunidades para as crianças usarem materiais manipulativos [...]. A abstração de ideias tem sua origem na manipulação e atividades mentais a ela associadas”.

Em conformidade com os apontamentos dos autores sobre materiais manipuláveis, utilizaram-se copos descartáveis e canudos plásticos, bem como folhas com sequências de desenho para as tarefas planejadas. Estas, por serem compostas por um enunciado simples, concedem autonomia aos estudantes na interpretação do exercício, pois são apresentadas duas ou três figuras, dependendo do exercício, que mostram um certo padrão sequencial. Após a figura, solicitou-se aos alunos que descrevessem o que pensaram para resolver a tarefa.

Assim, as tarefas elaboradas tiveram como objetivo instigar os alunos a desenvolverem a sequência lógica a partir das figuras apresentadas, bem como incentivar a discussão em grupo e a formação de argumentos que podiam ser apresentados da forma escrita ou oral. Lucena, Dias e Borralho (2018, p. 271) sustentam que “de modo induzido, via trabalho em grupo, ou de modo espontâneo, os alunos tendem a se auxiliarem na realização das tarefas”. Dessa forma, evidencia-se a importância do trabalho coletivo em tarefas de investigação matemática, uma vez que isso estimula o compartilhamento de experiências que ocorre durante a formação das conjecturas.

Salienta-se que as tarefas foram planejadas de acordo com as turmas nas quais seriam aplicadas, ou seja: no 1º ano, em que os alunos iniciam sua caminhada rumo à alfabetização, até o 5º ano, quando começa a transição dos anos iniciais para os finais do Ensino Fundamental, preparando-se, assim, o material para atendê-los. Portanto, acerca das turmas iniciais na alfabetização, adaptou-se a apresentação do texto, escrevendo somente em caixa alta para as turmas de 1º e 2º anos.

A seguir, apresentam-se as três tarefas aplicadas nas turmas de 1º, 2º e 3º anos, em uma escola municipal e, na turma de 5º ano, em outra da mesma rede. A intitulada “Sequência usando canudos em um copo” consistiu em três imagens, as quais se denominam figuras: a primeira, com um copo contendo um canudo; a segunda, com um vazio; a terceira, com três canudos em seu interior. O objetivo dessa tarefa, visualizada na Figura 1, foi instigar o aluno a representar a terceira imagem, utilizando uma lógica de sequência, além de completar o quadro de relação de figuras com o número de canudos expresso na Figura 2.

Figura 1 – Sequência usando canudos em um copo



FIGURA 1.

FIGURA 2.

FIGURA 3.

Fonte: Os autores.

Figura 2 - Quadro da relação de figuras com número de canudos

FIGURA	Nº DE CANUDINHOS UTILIZADOS
FIGURA 1	1
FIGURA 2	0
FIGURA 3	3
FIGURA 4	
FIGURA 5	
FIGURA 6	
FIGURA 7	
FIGURA 8	
FIGURA 9	
...	
FIGURA QUALQUER	

Fonte: Os autores.

Na segunda tarefa, manteve-se uma atividade de sequência lógica, usando desenhos de flechas. Para isso, foram disponibilizadas folhas com imagens de sequências de flechas que exibiam as duas primeiras figuras e solicitavam que os alunos desenhassem as quatro que as sucediam. Tal tarefa (Figura 3) é constituída, no primeiro quadrado, por uma flecha para baixo e, no Quadrado 2, com duas para cima. Além de complementar o padrão, os alunos tiveram que explicar, por escrito, as estratégias utilizadas para a formação da conjectura apresentada.

Figura 3 - Sequência do exercício de flechas



Fonte: Os autores.

Com foco nas particularidades da turma do 1º ano, o texto foi exibido em caixa alta (Figura 4) em função da prematura alfabetização dos alunos. Aliado a isso, solicitou-se a apresentação de uma possibilidade de conjectura por grupo. Em adição, no 2º ano, o texto foi expresso em caixa alta, mas divergiu do anterior ao serem requeridas duas possibilidades em vez de uma. Em contrapartida às duas turmas anteriores, para o 3º ano, demandaram-se três possibilidades diferentes e, em virtude do nível de alfabetização da turma, não foi necessário apresentar o texto em caixa alta.

Figura 4 - Exercício apresentado no 1º e 2º anos (formato texto) **ATIVIDADE:** CONTINUE A SEQUÊNCIA COM DUAS POSSIBILIDADES DIFERENTES.



COMO VOCÊ PENSOU?

Fonte: Os autores.

Cabe salientar que, na investigação matemática, observaram-se os quatro momentos apontados por Ponte *et al.* (2009). No momento inicial, discutiu-se a compreensão da situação, e as conversas sobre a tarefa ocorreram no grupo. Posteriormente, os alunos formularam conjecturas relativas às figuras faltantes e, no terceiro, foram questionados quanto às conjecturas apresentadas, tudo isso ainda em pequenos grupos. Em seguida, ocorreu o quarto momento, a socialização. Essa etapa é importante para a Investigação Matemática, uma vez que permite aos discentes não apenas exporem suas ideias, mas de descreverem verbalmente as estratégias utilizadas na formação de cada conjectura.

Salienta-se que, no momento da socialização, evidenciou-se, em especial na turma de 1º ano, que os discentes apresentaram maior dificuldade para desenvolver as tarefas em grupo e aceitar os argumentos e conjecturas propostas pelos colegas, uma vez que as crianças desta faixa etária se mostraram mais egocêntricas. Esse compartilhamento de ideias, proposto no desenvolvimento da prática, não apenas acrescentou experiência aos alunos, mas explicitou ao professor o nível de conhecimento e desenvolvimento desses estudantes.

A coleta de dados ocorreu por meio da captura de imagens das ações conforme o seu andamento, bem como da gravação de áudios, que possibilitaram o testemunho posterior dos argumentos utilizados pelos alunos durante a tarefa. Ademais, o grupo de pesquisa recolheu as folhas das tarefas de cada equipe, as quais continham as conjecturas e a explicação escrita das estratégias adotadas. Todo o material de coleta foi organizado e catalogado pelas pesquisadoras e bolsistas, possibilitando, assim, a produção de material científico a partir da análise das experiências e dos resultados obtidos.

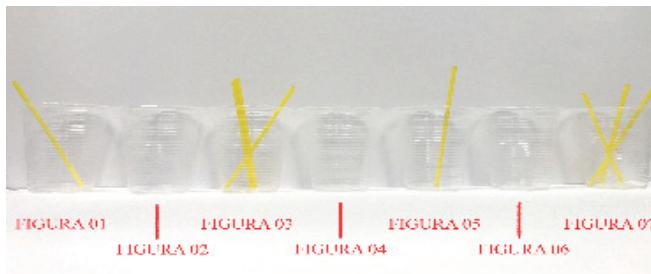
4 Análise de Dados

O grupo de pesquisa realizou a análise do material coletado decorrente das ações. Nesta seção, apresentam-se algumas conjecturas observadas, cuja ordem de apresentação é do 1º, 2º, 3º e 5º anos, ilustrando as duas tarefas investigativas mencionadas (copos com canudos e sequência de flechas, sendo esta última não explorada no 5º ano).

Os alunos do 1º ano apresentaram duas conjecturas diferentes no que tange à tarefa 1 (Figure 1, referente aos canudos no copo), quais sejam: a primeira (Figuras 5 e 6) consiste na repetição das figuras anteriormente expressas na forma de agrupamentos; a segunda (Figura 7) mostra a adição de dois canudos à /figura com canudos.

Figuras 5 e 6 - Conjectura apresentada por um grupo do 1º ano para a tarefa 01 (esquerda) e reprodução do padrão (direita)

FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS
FIGURA 1	1
FIGURA 2	0
FIGURA 3	3
FIGURA 4	0
FIGURA 5	1
FIGURA 6	0
FIGURA 7	3
FIGURA 8	0
FIGURA 9	1
..	0



Fonte: Os autores.

Na Figura 6, observa-se que nas imagens 1, 2 e 3 são um grupo, fato que se repete nas 5, 6 e 7. Esses agrupamentos são intercalados pela Figura 4, representada por um copo sem canudos. Esta é reiterada a cada três Figuras; sendo, na próxima vez, na Figura 8. Por seu turno, outro grupo do 1º ano expôs uma conjectura fundamentada na adição de dois canudos à figura que sucede a de copo vazio. Assim, observa-se, na Figura 7, a tabela da relação estabelecida entre as figuras com o número de canudos utilizados.

Figura 7 - Tabela da relação de Figura com o número de canudos utilizado por um grupo do 1º ano

FIGURA	NÚMERO DE CANUDINHOS UTILIZADOS
FIGURA 1	1
FIGURA 2	0
FIGURA 3	3
FIGURA 4	0
FIGURA 5	4
FIGURA 6	0
FIGURA 7	6
FIGURA 8	0
FIGURA 9	8
..	0
	10

Fonte: Os autores.

Ao se analisar a Imagem 07, percebe-se que a estratégia de repetir o copo vazio entre as figuras da tarefa aconteceu de forma equivalente às de número 1, 2 e 3. Entretanto, o de canudos da Figura 3 para a 5 não apresentou a mesma lógica da 1 para a 3, tampouco da 5 para a 7, às quais se acrescentaram dois canudos em relação à primeira. Ademais, o raciocínio não se aplicou à continuação da sequência apresentada no enunciado do exercício.

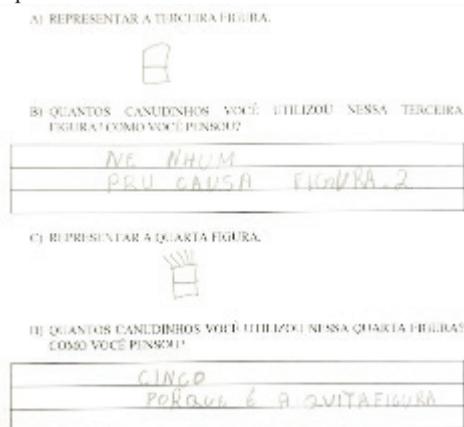
A elaboração de uma conjectura “incorreta” pode ser, além de uma forma de os alunos exercitarem o senso crítico em relação a resoluções inconsistentes, uma oportunidade para o professor exercer o papel de problematizador. Sobre isso, Eberhardt e Coutinho (2011, p. 66) inferem que ele

[...] deve respeitar as etapas, conhecendo o estágio de desenvolvimento que a criança se encontra, para que ela

possa progredir. Ele deve respeitar o erro manifestado pela criança no dia-a-dia e aproveitar essa excelente oportunidade de aprendizagem, devolvendo, por exemplo, outra pergunta ao aluno, fazendo-o observar, comparar, manifestar os modos de como está concebendo aquela realidade (Eberhardt & Coutinho, 2011, p.66).

Em seguida, expomos as conjecturas encontradas na turma de 2º ano. Nesse exercício, em particular, todos os grupos apresentaram a mesma conjectura: acréscimo de dois canudos, além dos existentes nas figuras ímpares. Contudo, as estratégias e as justificativas se diferenciam de alguma forma. Ao serem questionados sobre a estratégia utilizada para dar continuidade à sequência, um dos grupos justificou a imagem 4 ao repetir o padrão presente na 2 (Figura 8).

Figura 8 - Justificativa da estratégia adotada por um grupo do 2º ano



Fonte: Os autores.

Na Figura 8, percebe-se, além da estratégia utilizada pelo grupo, que os alunos estavam iniciando sua caminhada na escrita; portanto, ainda cometiam erros de grafia em algumas palavras. Entretanto, tal fato não representou um empecilho para a compreensão do pensamento desses discentes; ao contrário, estimulou-os a exercitarem a escrita matemática. Aliado a isso, é primordial ressaltar que o docente exerce uma função significativa para a compreensão da tarefa dos seus estudantes.

Em relação ao exercício da escrita nas aulas de Matemática nos anos iniciais, Nacarato, Mengali e Passos (2015, p.52) destacam que

[...] o processo de escrita não é simples e natural nas aulas de matemática, por isso exige muito empenho e intervenção do professor, pois no início os textos dos alunos são muito resumidos, mais descritivos. A intervenção do professor é fundamental para que o aluno amplie seu vocabulário matemático, ousando mais na escrita, soltando-se, posicionando-se.

Na turma de 3º ano, a conjectura desenvolvida no 2º ano apareceu novamente; entretanto, o grupo justificou as estratégias adotadas para resolução dessa sequência de forma distinta (Figura 9).

Figura 9 - Justificativa da estratégia adotada por um grupo do 3º ano

b) Quantos canudinhos você utilizou nesta quarta figura? Como você pensou?

SECO ESCOPOS CHEIOS SÃO OS IMPARES
E OS COPOS VAZIOS SÃO OS NÚMEROS PARES

c) Representar a quinta figura, observando um padrão de sequência.

d) Quantos canudinhos você utilizou nesta quinta figura? Como você pensou?

5 PORQUE AQUI TEM 5 PORQUE É IMPAR

Fonte: Os autores.

Em virtude do conteúdo explorado pelos docentes no período em que se realizou a ação, diversos grupos da turma de 3º ano utilizaram a estratégia de relacionar a posição da figura com a ordem numérica e a classificação dos números em pares e ímpares. Ao se observar a constatação “zero, os copos cheios são os números ímpares; os vazios, os pares”, constata-se que a tarefa de investigação não somente explorou um conteúdo presente nas aulas, mas auxiliou na exploração deste em uma situação-problema: desafiou os alunos a definirem copos sem canudos como representantes de números pares mesmo não existindo um número par de canudos.

Sobre isso, Silva, Marinho, Silva e Bartelmebs (2012, p. 139) ressaltam que, para uma atividade de exploração, é importante partir “[...] da realidade dos alunos e do cotidiano deles”. Portanto, os autores inferem que, ao avançar a partir da realidade dos discentes, atribui-se significado ao que estão aprendendo, tornando, assim, possível introduzir os conteúdos.

Ademais, divergindo das resoluções apresentadas pelas turmas de 1º, 2º e 3º anos, a turma do 5º ano desenvolveu outras conjecturas mediante a utilização de estratégias mais elaboradas, o que evidenciou um desenvolvimento cognitivo maior em relação às crianças dos anos anteriores. Portanto, as três conjecturas apresentadas compartilharam a estratégia da utilização da Figura 2, um copo sem canudos como *peça-chave* para intercalar as demais figuras.

Na primeira resolução analisada (Figura 10), o grupo de alunos justificou a utilização de seis canudos na figura como um dos números da tabuada do 3. O fato se comprovou na Figura 11.

Figuras 10 e 11 - Justificativa da estratégia adotada por um grupo do 5º ano

b) Quantos canudinhos você utilizou nesta quarta figura? Como você pensou?

6 PORQUE É O RESULTADO DA TABUADA DO 3

c) Representar a quinta figura, observando um padrão de sequência.

d) Quantos canudinhos você utilizou nesta quinta figura? Como você pensou?

12 PORQUE É O RESULTADO DA TABUADA DO 3

Figura	Número de canudinhos utilizados
Figura 1	1
Figura 2	0
Figura 3	3
Figura 4	0
Figura 5	6
Figura 6	0
Figura 7	9
Figura 8	0
Figura 9	12
..	0
Figura qualquer	representando a tabuada do três

Fonte: Os autores.

No quadro da Figura 11, observa-se a sequência proposta pelo grupo, sendo as figuras ímpares elementos da tabuada do 3. Estas foram separadas por um copo sem canudos, compondo as figuras de números pares.

Na sequência, em outra conjectura proposta por um dos grupos, é possível constatar, por intermédio da justificativa (Figura 12), que a estratégia também foi composta a partir do número 3 embora empregando outra operação matemática. Nesse grupo, os alunos construíram as figuras, multiplicando o número de canudos da última ímpar por três, seguindo a ordem estabelecida. É interessante observar que os discentes realizaram as multiplicações escrevendo a conta (Figura 13), organizando, dessa forma, seu pensamento de forma escrita.

Figuras 12 e 13 - Justificativa da estratégia adotada por um grupo do 5º ano

Completar o quadro a seguir:

Figura	Número de canudinhos utilizados
Figura 1	1
Figura 2	0
Figura 3	3
Figura 4	0
Figura 5	9
Figura 6	0
Figura 7	27
Figura 8	0
Figura 9	81
..	0
Figura qualquer	3 x 3

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 81 \end{array}$$

Fonte: Os autores.

Ao seguir a mesma premissa de utilizar a multiplicação para encontrar um padrão de sequência, outro grupo do 5º ano optou por multiplicar a quantidade de canudos presentes nas figuras ímpares pelo número 4 (Figura 14). Assim, constata-se que esses discentes partiram da mesma estratégia adotada pela equipe anterior: operação matemática de multiplicação. Nesse sentido, infere-se que é provável que o conteúdo ministrado na citada turma tenha relação com as operações matemáticas.

Figura 14 - Justificativa da estratégia adotada por um grupo do 5º ano

Figura	Número de canudinhos utilizados
Figura 1	1
Figura 2	0
Figura 3	3
Figura 4	0
Figura 5	12
Figura 6	0
Figura 7	48
Figura 8	0
Figura 9	192
...	0
Figura qualquer	768

Fonte: Os autores.

Para as demais tarefas, envolvendo o desenho dos padrões de sequência, em divergência à anterior - que utilizou materiais concretos -, selecionaram-se as resoluções mais singulares. O propósito foi explorar o pensamento investigativo que instigou os alunos a desenvolverem a conjectura.

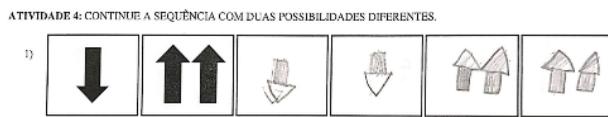
Na análise da turma de 1º ano, apresentam-se duas conjecturas distintas (Figuras 15 e 16) para o exercício de desenho de número 01 (imagem 3). Cada uma, desenvolvida por grupos diferentes, apresenta estratégias específicas para os padrões de sequência.

Figura 15 - Conjectura apresentada por um grupo do 1º ano



Fonte: Os autores.

Figura 16 - Conjectura apresentada por um grupo do 1º ano



Fonte: Os autores.

Ao observar a primeira conjectura (Figura 15), pode-se inferir a existência de uma clara definição de agrupamento, sendo este formado pelas duas primeiras imagens, que se repetem de acordo com a sua ordem. A segunda (Figura 16) também apresenta a estratégia de repetição de figuras; entretanto, ela aparece de forma individual: repetindo duas vezes a imagem 1 - com uma flecha para baixo - e duas vezes a imagem 2 - com duas flechas para cima -. Para melhor compreensão, apresenta-se uma simulação da continuidade do padrão sequencial (Figura 17).

Figura 17 - Simulação de continuidade do 2º padrão apresentado por um grupo do 1º ano



Fonte: Os autores.

Analisada a simulação, fica explícita a estratégia utilizada pelos alunos: repetição das figuras de forma crescente numérica. Destaca-se que o desenho das primeiras seis figuras não especifica claramente essa estratégia; assim foi necessário realizar questionamentos ao grupo para identificar a argumentação de seus integrantes.

Sob outra perspectiva, um grupo de alunos do 2º ano desenvolveu uma conjectura (Figura 18), utilizando a primeira figura como intervalo para cada uma que sucedia àquelas expostas no exercício. Para compor a sequência, adicionou uma flecha para cima da figura com outras nessa mesma direção. Com isso, a sequência resultou em uma para baixo, duas para cima, uma para baixo, três para cima, uma para baixo, quatro para cima e assim por diante.

Figura 18 - Conjectura apresentada por um grupo do 2º ano



Fonte: Os autores.

Em contraste com as folhas de respostas do 1º ano, percebe-se a presença da estratégia escrita, ocasionada pela iniciação da alfabetização mais intensa do 2º ano se comparada à da primeira turma. Para dar continuidade à exposição das conjecturas, no 2º ano, explorou-se uma (Figura 19) que apresenta, pela primeira vez, entre as demais conjecturas expostas anteriormente, o posicionamento de flecha em direções divergentes das que foram utilizadas nas imagens/ figuras da tarefa.

Figura 19 - Conjectura apresentada por um grupo do 2º ano

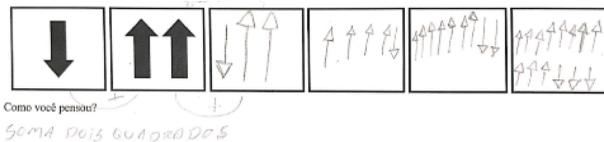


Fonte: Os autores.

Nessa conjectura, a estratégia utilizada foi, novamente, intercalar as figuras de uma e duas flechas. Entretanto, introduziram-se outras direções, quais sejam: uma para baixo, duas para cima, uma para a direita, duas para a esquerda e, a partir desta, inicia a repetição das figuras.

Ressalta-se que, nessa tarefa, como na dos copos e canudos, os alunos do 2º ano ainda apresentavam dificuldades para escrever corretamente, o que não interferiu na interpretação do argumento por eles dissertado. Quanto às resoluções desenvolvidas pela turma de 3º ano, destacaram-se três conjecturas diferentes das demais analisadas anteriormente. A primeira delas analisada nessa turma (Figura 20), conforme justificativa dos alunos, foi pensada a partir da soma dos objetos dentro de cada retângulo.

Figura 20 - Conjectura apresentada por um grupo do 3º ano



Fonte: Os autores.

Portanto, seguindo a lógica da estratégia apresentada, a terceira figura é composta de uma flecha para baixo e duas para cima; a quarta, de uma para baixo e quatro para cima; a quinta, de duas para baixo e seis para cima e assim por diante. Entretanto, se observado nas flechas desenhadas nos quadros 4 e 5, o fato não se confirmou. Os alunos desenharam sete flechas direcionadas para cima no quadrado quatro; contudo, deviam ter desenhado seis. O mesmo procedimento eles adotaram com as onze flechas para cima no quadrado cinco em vez de apresentarem doze flechas. Embora a contradição do desenho, infere-se que o raciocínio foi correto, pois indicaram, nos dois primeiros quadros, por meio do desenho, a operação de soma entre os elementos desenhados nos quadros. Portanto, a incoerência do número de flechas foi, possivelmente, oriunda de uma distração do grupo enquanto seus componentes estavam desenhando, o que não inviabilizou a conjectura.

Das turmas de 1º, 2º e 3º anos, a última foi a única cujos alunos apresentaram uma estratégia de soma entre duas imagens/figuras, sendo estas sempre as duas últimas. Tal fato se deu, possivelmente, pelo desenvolvimento das operações matemáticas estar sendo mais abordado no 3º ano do que nos demais. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), é o que se espera para os anos iniciais.

Outra conjectura elaborada na turma de 3º ano (Figura

21) foi, em fundamentos matemáticos, mais simples do que a anteriormente apresentada. Isso, todavia, não desmereceu as estratégias utilizadas pelo grupo, que decidiram copiar as figuras existentes e colá-las, posicionando-as de forma que ficassem espelhadas no sentido esquerda e direita.

Figura 21 - Conjectura apresentada por um grupo do 3º ano e simulação da continuação



Fonte: Os autores, 2018

Nessa resolução, além de utilizarem a estratégia de duplicar e espelhar as duas primeiras figuras, os alunos criaram agrupamentos das quatro figuras iniciais e reproduziram isso na sequência. Esse tipo de estratégia, como visto anteriormente, é utilizado com grande frequência pelos discentes, sejam eles do 1º, 2º ou 3º anos.

Para finalizar as resoluções desenvolvidas por alunos do 3º ano, expõe-se a conjectura (Figura 22), constituída primordialmente pela relação dos números pares e ímpares. A imagem (Quadrado 3), de acordo com o que foi apresentado, é composta de quatro flechas para cima; a imagem 4, três flechas para baixo; a imagem 5, de cinco para baixo; a última conta com seis para cima. Em vista disso, além das justificativas ostentadas pelos discentes no momento de socialização, buscou-se desenvolver as próximas cinco imagens (Figura 23) para melhor compreensão da conjectura.

Figura 22 - Conjectura apresentada por um grupo do 3º ano



Fonte: Os autores.

Figura 23 - Simulação de continuidade do padrão apresentado pelo grupo do 3º ano



Fonte: Os autores.

Na simulação da Imagem 23, observa-se que os alunos propuseram o posicionamento das flechas da seguinte forma: uma figura com número ímpar para baixo (1C); duas com números pares para cima (2C e 4C); duas com número ímpar para baixo (3B e 5B); uma com número par para cima (6C); duas com número ímpar para baixo (7B e 9B); duas com números pares para cima (8C e 10C); uma com número ímpar para cima (11B) e, assim, sucessivamente. Para melhor compreensão, essa sequência pode ser explicada da seguinte forma:

Uma figura, com números pares ou ímpares, em uma direção (para cima ou para baixo);

Duas figuras, com números pares ou ímpares, na direção oposta da figura anterior;

Duas figuras, com números pares ou ímpares, na direção oposta da anterior;

Uma figura, com números pares ou ímpares, na direção oposta do conjunto de duas que a antecedem.

Portanto, a relação estabelecida de figuras fica: $1 \times 2 \times 2 \times 1$. Além disso, as duas que compõem o conjunto, apontando a mesma direção, devem ser da mesma natureza: duas com quantidade de flechas pares, ou duas com ímpares.

Dentre as resoluções apresentadas às três turmas dos anos iniciais, essa tarefa foi a mais elaborada por dois motivos:

Os alunos demonstraram domínio na determinação dos números pares e ímpares mesmo que intercalados;

Estabeleceram uma relação espelhada entre as figuras.

Tal fato pode ser resultado das abordagens particulares de cada ano em relação aos objetos de estudo. Isso, entretanto, não suprime a importância da didática aludida pelo docente, cabendo a este o papel fundamental na Investigação Matemática ao instigar os alunos para a descoberta de novas possibilidades.

No fechamento desta seção, pode-se inferir que os alunos dos 1º, 2º, 3º e 5º ano foram capazes de responder, com sucesso, às duas tarefas investigativas propostas (copos com canudos e sequência de setas), apresentando distintas conjecturas; umas mais elaboradas, outras menos. Na conclusão deste estudo, algumas conjecturas e seus avanços são considerados.

5 Conclusão

Este artigo teve por objetivo relatar as experiências vivenciadas nas ações, em turmas de 1º, 2º, 3º e 5º anos, em duas escolas de Ensino Fundamental, localizadas no Município de Estrela, RS e analisar as estratégias utilizadas por alunos de distintos anos [do 1º ao 5º anos] quando estes resolveram tarefas investigativas. Cabe salientar que estas foram exploradas em conformidade com os momentos explicitados por Ponte *et al.* (2009), quais sejam: o reconhecimento e a exploração preliminares; formulação de conjecturas, seu refinamento e a socialização dos resultados encontrados pelo grupo. Em adição, os materiais que permitiram analisá-las foram recolhidos ao final das práticas e, ainda por meio de fotografias, para corroborar os resultados obtidos que foram socializados na sala de aula.

Após o escrutínio dos materiais, percebeu-se que as conjecturas e estratégias apresentadas pelas turmas de 1º, 2º, 3º e 5º anos para as duas tarefas explanadas foram, por vezes, distintas e mais elaboradas com o passar dos anos de escolaridade. Com relação à exploração da primeira (canudos no copo), os alunos propuseram padrões de repetição de blocos (1º ano), adição de canudos para formar a figura seguinte (2º ano), uso da ideia dos números pares e ímpares (3º ano) ou que compõem a tabuada do três, aplicando noções de multiplicação (5º ano). No que tange à segunda sequência de flechas, as conjecturas perpassaram por repetições por blocos (1º ano), uso de distintas direções (2º ano) e adições do número de setas dentro dos quadrados que faziam parte

do desenho.

Além das observações acerca das conjecturas, cabem outras considerações. A turma de 1º ano, por ser constituída de discentes menores e recém-vindos da Educação Infantil, apresentou maiores dificuldades nos trabalhos em grupo, além de se dispersar mais rapidamente se comparada às demais. Contudo, tal fato não inviabilizou a realização das tarefas - ainda que tenha demandado mais tempo - e da socialização, momento importantíssimo para a compreensão do objetivo das tarefas: revelar-lhe que é possível encontrar mais de uma solução correta para um mesmo exercício.

As turmas de 2º e 3º anos apresentaram resultados semelhantes perante as tarefas e explanação de conjecturas e estratégias utilizadas pelos colegas. Ambas demonstraram menos dificuldades ao desenvolverem as tarefas em grupo, além de relacionarem com mais clareza o conteúdo abordado em aula com os temas das tarefas investigativas, exemplificando com os números pares e ímpares ou multiplicação.

Em síntese, pode-se inferir que as tarefas investigativas proporcionaram a formulação de diferentes conjecturas; exigiram do professor um papel de mediador, favorecendo o diálogo com os alunos; além de possibilitar um ambiente propício à aprendizagem. No entanto, a prática também mostrou que, por vezes, podem ocorrer dificuldades, tais como trabalhar em grupo ou alguma dispersão de alguns alunos. Por fim, como ocorre na maioria das aulas e classes, há vantagens e dificuldades, mas reitera-se que a exploração de tarefas investigativas foi algo relevante para as pesquisadoras, professoras parceiras e, em especial, para os alunos.

Referências

- Brasil. (2018) Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME.
- Dante, L. R. (2005) Didática da resolução de problemas de matemática. São Paulo: Ativa.
- Eberhardt, I. F. N., & Coutinho, C. V. S. (2011). Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais: diagnóstico e intervenções. *Rev. Vivências*, 7(13), 62-70.
- Fonseca, V. (2007). Dificuldades de aprendizagem: na busca de alguns axiomas. *Rev Psicopedag.*, 24(74), 135-148.
- Fonseca, H., Brunheira, L., & Ponte, J. P. (1999) As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat 99*.
- Goldenberg, M. (2011) A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. São Paulo: Editora Record.
- Lucena, I. C. R., Borralho, A. M. Á., & Dias, J. L. (2018). Práticas letivas de sala de aula de Matemática nos anos iniciais. *Estud. Aval. Educ.*, 29(70), 254. doi: <https://doi.org/10.18222/eaec.v29i70.5107>
- Nacarato, A. M, Mengali, B. L. da S., & Passos, C. L. B. (2015) A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2009). A aula de investigação. In J.P. Ponte, J. Brocardo, & H. Oliveira, *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

- Schliemann, A. D., Carraher, D. W., & Brizuela, B. M. (2013) Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice. pp.1-31. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series. Lawrence Erlbaum Associates.
- Schmitt, F.E., Busnello, N.C.M., Silveira, B.M. & Quartieri, M.T. (2014). Investigação Matemática: relato de uma oficina. In A.V., Munhoz, & I.M. Giongo, I. M. Observatório da Educação I: tendências no ensino da matemática, pp.63. Porto Alegre: Evangraf.
- Scolaro, M.A. (2008) O uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>>. Acesso em: 30 abr. 2021.
- Serrazina, L. (1991) Aprendizagem da Matemática: a importância da utilização de materiais. Toronto: Noesis.
- Silva, J.A., Marinho, J. C. B., Silva, G. R., Bartelmebs, R. C. (2012) Concepções e práticas de experimentação nos anos iniciais do ensino fundamental. Brasília: Linhas Críticas.
- Turrioni, A.M.S. (2004) O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP, Brasil.
- Vasconcelos, C., Praia, J.F., & Almeida, L.S. (2003) Teorias de aprendizagem e o ensino/aprendizagem das ciências: da instrução à aprendizagem. Campinas: Psicologia Escolar e Educacional.