MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: A LINGUAGEM DE ALUNOS COMO FOCO DE ANÁLISE

Lourdes Maria Werle de Almeida[1]
Universidade Estadual de Londrina
Emerson Tortola[2]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

RESUMO

A modelagem matemática pode ser entendida como uma alternativa pedagógica em que a abordagem de determinadas situações não matemáticas é realizada por meio da matemática. Um aspecto relevante nessa abordagem diz respeito à linguagem usada ou requerida. Assim, investigamos neste artigo a questão: como estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental usam a linguagem para trabalhar com atividades de modelagem matemática? Pautamos nossas argumentações na análise de duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por estudantes de um 4º ano do Ensino Fundamental, cujos dados foram coletados a partir de gravações em áudio e vídeo e registros escritos produzidos pelos estudantes. Com base nas análises, fundamentadas na perspectiva filosófica de Ludwig Wittgenstein a respeito da linguagem, podemos inferir que os usos da linguagem subsidiam as ações dos estudantes nas atividades de modelagem, viabilizando a produção dos modelos matemáticos e a obtenção de uma solução para o problema que está sob investigação.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Linguagem; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Mathematical modeling can be understood as a pedagogical alternative that enables the interpretation of certain situations from uses of language in mathematics. An important aspect in this approach concerns the language used or required. Thus,

[1] lourdes.maria@sercomtel.com.br
[2] emersontortola@hotmail.com

in this paper we investigate: how students in the early years of elementary school use language for work with mathematical modeling activities? Our arguments are supported by the analysis of two mathematical modeling activities developed by students of a 4th grade of elementary school, whose data were collected from audio and video recordings and reports produced by students. Our analyses take into account the philosophical perspective of Ludwig Wittgenstein about language an allow us to infer that the uses of language in the students ' actions are subsidizing activities of mathematical modeling, enabling the achievement of mathematical models and the achievement of a solution to the problem that is under investigation.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modelling; Language; Elementary School.

INTRODUÇÃO

Em termos gerais podemos considerar que a nossa condição de relacionamento com o mundo é mediada pela linguagem de modo que o seu desenvolvimento tem uma relação intrínseca com o próprio desenvolvimento da humanidade.

Neste contexto, a diversidade de usos da linguagem e das representações em Matemática tem instigado professores e pesquisadores de diferentes níveis de escolaridade. Um dos focos tem sido a discussão sobre especificidades no que se refere à Matemática, seu ensino e sua aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a linguagem merece destaque nesta discussão.

Considerando a natureza conceitual de seus objetos, segundo Vilela (2011), a própria Matemática pode ser entendida como uma linguagem, cujas definições são expressas por meio de símbolos e representações características da linguagem matemática.

A familiarização dos alunos no Ensino Fundamental com as especificidades da linguagem matemática tem sido um desafio para professores. Assim, envolver alunos com atividades na sala de aula que, em certa medida, proporcionem o contato com a diversidade da linguagem é relevante. Neste sentido, a modelagem matemática, enquanto alternativa pedagógica em que a abordagem de determinadas situações não matemáticas é realizada por meio da matemática, viabiliza e ao mesmo tempo requer esta diversidade de usos da linguagem.

Nesse contexto a pesquisa que descrevemos nesse artigo foi orientada pela questão: como os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental utilizam a linguagem para trabalhar com atividades de modelagem matemática? Nossas discussões sobre esta questão foram se estruturando a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem com uma turma de 36 estudantes de um 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública e municipal vislumbrando o estudo de conteúdos matemáticos a partir da abordagem de problemas com temas diversificados. A pesquisa está associada a um projeto desenvolvido no âmbito do

Programa Observatório da Educação[3]. Os dados que analisamos foram coletados por meio de gravações em áudio e vídeo em que captamos imagens, falas das aulas e de entrevistas, além de registros escritos produzidos pelos estudantes.

Inicialmente tecemos algumas considerações a respeito do que é modelagem matemática e explicitamos ações realizadas pelos estudantes durante o desenvolvimento de atividades dessa natureza; descrevemos de forma abreviada duas atividades e os procedimentos adotados pelos alunos para o seu desenvolvimento; a seguir apresentamos pressupostos teóricos da perspectiva filosófica de Ludwig Wittgenstein sobre linguagem (e alguns dos pesquisadores brasileiros alinhados com sua teoria) e finalizamos com a análise das atividades tendo como base estas argumentações e ponderações com relação ao papel da linguagem em atividades matemáticas.

MODELAGEM MATEMÁTICA

No decorrer da história, como resultado de processos socioculturais, a linguagem em Matemática se desenvolveu com características específicas e associada a um modo de pensar que, segundo alguns autores (como, por exemplo, Sfard, 1991), também possui características peculiares. Neste contexto, Rosa e Orey (2012, p. 273) afirmam que nos cabe, enquanto professores de Matemática, "levar os alunos ao entendimento desta linguagem e à aplicação do raciocínio matemático na resolução de situações-problema contextualizadas". Não se trata, portanto, como pondera Barbosa (2004, p. 3), de "contextualizar a matemática, mas de discuti-la à luz de um contexto que não é o da área específica".

Discussões como aquelas a que se refere Barbosa (2004) podem ser vislumbradas para aulas de matemática mediadas por atividades de modelagem matemática.

Nosso entendimento de modelagem matemática está apoiado na caracterização de Blum (2002), de que uma atividade de modelagem se constitui a

[3] O Programa Observatório da Educação foi instituído a partir da parceria entre Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) e tem por objetivo proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas da educação básica.

partir de uma situação-problema visando obter uma solução por meio da matemática.

Neste encaminhamento a prática de modelagem em sala de aula, conforme Almeida (2010), requer dos estudantes procedimentos tais como: a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a construção de um modelo matemático e seu uso para a análise da solução, a interpretação dessa solução bem como a sua comunicação para outros.

Um modelo matemático, de acordo com Bassanezi (2002), é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o fenômeno em estudo. Assim, podemos considerar que equações, tabelas, figuras, gráficos ou mesmo textos, podem constituir modelos matemáticos.

O papel da modelagem para a própria matemática já foi apontado por Ubiratan D'Ambrosio que, ao escrever o prefácio da obra de Rodney Bassanezi intitulada *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática* argumenta que

> *A modelagem matemática é matemática por excelência. As origens das ideias centrais da matemática são o resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade. O desenvolvimento dessas ideias e sua organização intelectual dão-se a partir de elaborações sobre representações do real (BASSANEZI, 2002, p. 13).*

Ainda que na literatura possamos encontrar diversas discussões em torno do uso de atividades de modelagem matemática nas aulas, quando se trata de Ensino Fundamental, especialmente nos anos iniciais em que os alunos têm, em geral, idades entre 06 e 10 anos, o seu uso ainda é pouco frequente. Neste sentido, Luna e Alves (2007), Dias e Chaves (2009) e Dias e Smith (2010), corroboram com Stillman (1998), afirmando que tradicionalmente a modelagem matemática só passa a integrar atividades escolares a partir de séries em que os alunos têm idades por volta de 11 ou 12 anos. Em contrapartida, English e Watters (2004) defendem a ideia de que a modelagem matemática poderia ser inserida já nos primeiros anos da Educação Básica, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades como:

> *(a) interpretação de informações matemáticas e científicas apresentadas no texto e em forma de diagrama, (b) leitura de tabelas simples de dados, (c) coleta, análise e representação de dados, (d) preparo de relatórios escritos a partir da análise de dados; (e) trabalho cooperativo em situações em grupo; (f) disseminação dos*

> *resultados finais com os colegas de classe, por meio de relatos verbais e escritos (ENGLISH; WATTERS, 2004, p. 337).*

É preciso considerar, entretanto, que nos anos iniciais do Ensino Fundamental no que se refere aos símbolos, à linguagem e aos conceitos matemáticos, os alunos ainda não têm, em geral, acesso ao formalismo e à variedade associada à matemática presente na estrutura curricular de níveis de escolaridade subsequentes. Neste sentido, trabalhos como os de Luna e Alves (2007), Lopes e Azevedo (2010), English (2006) desenvolvidos com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, consideram que pequenos textos, tabelas, gráficos de barras, desenhos, produzidos pelos alunos constituem modelos matemáticos que indicam soluções em atividades de modelagem desenvolvidas pelos alunos.

Desta forma, um aspecto importante a ser considerado em atividades de modelagem matemática é o contexto em que se realizam, pois ele é determinante no momento em que ocorre a transição das linguagens que estão intrinsecamente ligadas à situação em estudo e à matemática. Essas linguagens se fundamentam nos usos que se faz das palavras, remetendo-nos à filosofia da linguagem de Wittgenstein. Esses usos determinam o que Wittgenstein chama de *jogos de linguagem* e subsidiam a obtenção dos modelos matemáticos bem como as formas de representação usadas pelos alunos. Assim, dependendo do contexto, diferentes representações podem ser evocadas e diferentes jogos de linguagem podem emergir.

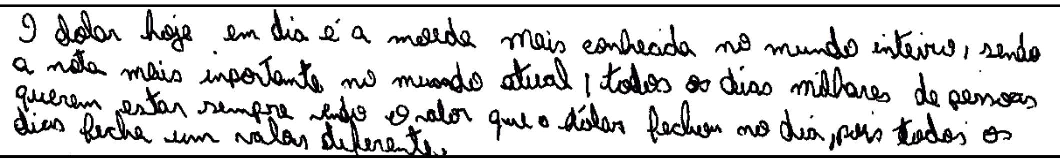
ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA: O CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO E AS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

As atividades que subsidiam nossas análises foram desenvolvidas com uma turma de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental composta por 36 estudantes com idades entre 8 e 9 anos, sendo que um dos autores desse texto era professor orientador dessas atividades. Foram desenvolvidas sete atividades em consonância com os momentos sugeridos por Almeida e Dias (2004), dentre as quais, elegemos duas para abordar neste artigo: *Câmbio entre as moedas dólar e real* e *Gastos com o flúor*, cujos temas e encaminhamentos resultaram de escolhas dos próprios estudantes, mediados pela orientação do professor. Os dados tomados para análise foram coletados por meio de gravações em áudio e vídeo além de registros escritos dos estudantes que constam nos relatórios entregues.

Atividade 1 – Câmbio entre as moedas dólar e real

Participaram dessa atividade 13 estudantes e o problema investigado foi: Como determinar o valor, em reais, de uma determinada quantidade de dólares?

Essa temática, embora possa parecer fora do contexto de estudantes neste nível de escolaridade, surgiu do interesse de alguns estudantes em entender como funciona o câmbio entre essas moedas, considerando que o assunto é frequente nos meios de comunicação. A Figura 1 mostra trecho de uma pesquisa realizada pela Estudante 2, que configura o momento inicial da atividade de modelagem em que se busca informações concernentes ao problema que auxiliem na sua compreensão ou que justifiquem a escolha do tema.



O dólar hoje em dia é a moeda mais conhecida no mundo inteiro, sendo a nota mais importante no mundo atual, todos os dias milhares de pessoas querem estar sempre vendo o valor que o dólar fechou no dia, pois todos os dias fecha um valor diferente. (Estudante 2)

Figura 1: Informações a respeito do dólar

Para elaborar respostas para a questão, os alunos buscaram informações que sustentariam a interpretação e a análise da situação por meio da matemática. Obtiveram essas informações relativas ao valor do dólar usando a internet no laboratório de informática da escola, fazendo anotações conforme mostra a Figura 2.

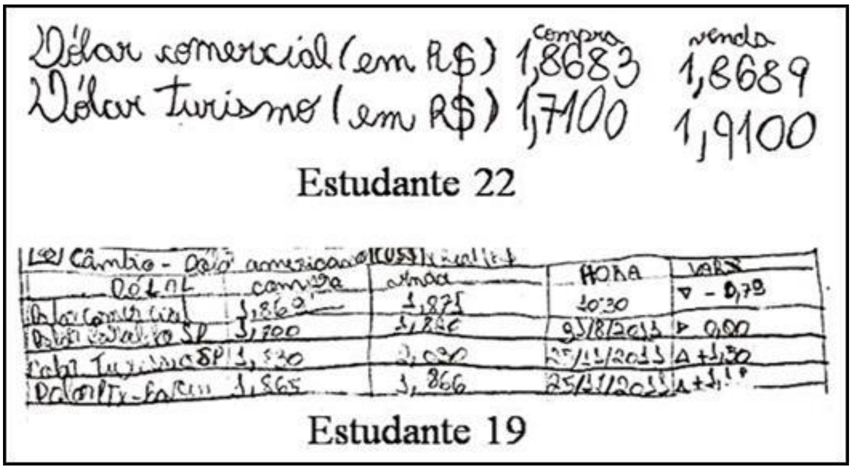


Figura 2: Informações coletadas pelos estudantes para a Atividade 1

As anotações dos estudantes apresentadas na Figura 2 indicam que obtiveram uma variedade de informações e que, portanto, desenvolvendo habilidades como interpretação e leitura de dados, teriam que fazer simplificações e escolhas para encontrar resposta à questão inicialmente definida. Nesse caso, em cooperação com professor e alunos, acordou-se que todos estudariam o dólar comercial para o valor de compra.

Levando em conta que o valor de um dólar naquele dia era de R$1,86 os estudantes calcularam o valor de dois, três, quatro dólares. Tal ideia é expressa no diálogo a seguir e na Figura 3 – um recorte do cartaz produzido pelos estudantes para apresentar sua solução aos colegas na sala de aula.

> ***Prof.:*** *Um dólar nos Estados Unidos [...] é igual a 1,890990903 reais. O que significa isso? Se eu pego um dólar lá nos Estados Unidos, aqui no Brasil vai valer quanto?*
>
> ***Est. 1:*** *1,86.*
>
> ***Prof.:*** *Como a gente só usa duas casas depois da vírgula [tratando-se de dinheiro], vai usar...*
>
> ***Est. 1:*** *1,86.*
>
> ***Prof.:*** *1,86, se fosse trocar no mercado, lá no banco, eu ia ganhar... 1,86 [alunos falam junto o valor].*
>
> ***Prof.:*** *Tá, e dois dólares?*
>
> ***Est. 32:*** *dois dólares... o dobro.*
>
> ***Est. 1:*** *O dobro disso daqui.*
>
> ***Prof.:*** *O dobro disso aí. E três dólares?*
>
> ***Est. 1:*** *o triplo.*

Prof.: *E assim vai indo, não é? [...] Tá, mas como eu calculo o dobro disso aí?*

Est. 1: *Duas vezes 1,86!*

Prof.: *Então se eu quero saber dois dólares, eu vou pegar e vou fazer... dois vezes 1,86. Tá, se eu quero saber três dólares, o que eu faço?*

Est. 1: *o triplo de 1,86.*

Est. 33: *três vezes 1,86.*

Prof.: *muito bem, isso aí. Agora, se eu quero saber... 10 dólares, que conta que eu faço?*

Est. 1: *10 é... 10 vezes 1,86...*

Prof.: *10 vezes 1,86. Está fácil, né? Se eu quero saber 100 dólares, que conta que eu faço? E assim por diante..*

Est. 1, 32, 33: *100 vezes 1,86 [dizem juntos]*

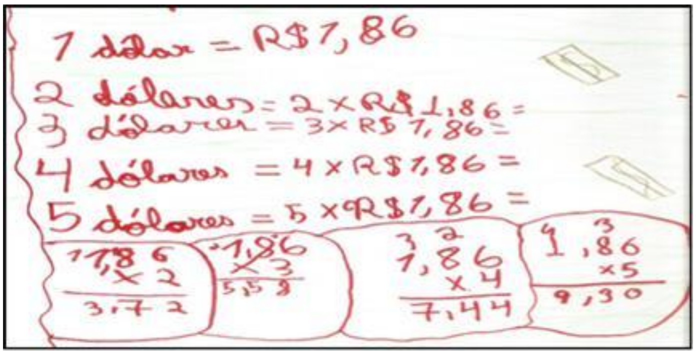


Figura 3 – Resolução da Atividade 1

Tanto o diálogo, quanto a imagem, fornecem indicativos de que os estudantes compreenderam a relação que existe entre as duas moedas e, a partir desse raciocínio, os estudantes empreenderam esforços para fazer uma generalização e obter uma solução para o problema. Esse procedimento, de buscar relações e se empenhar em usar uma linguagem matemática que seja adequada para expressar a solução da situação, consiste, segundo Almeida (2010), na construção do modelo matemático. O modelo matemático encontrado e que apresenta uma solução para essa situação pode ser visualizado na Figura 4.

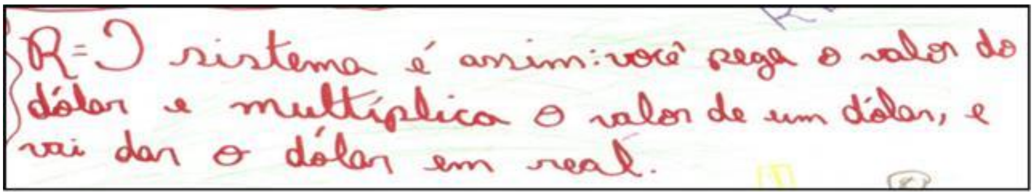


Figura 4: Solução para o problema da atividade 1

Neste caso, a resposta escrita em linguagem natural, reflete um esforço dos alunos para generalizar e formalizar os cálculos realizados. O modelo matemático obtido sinaliza que os alunos compreenderam que para converter os valores em dólares para reais, é preciso multiplicar a quantidade de dólares pelo valor em real de um dólar, não importando a quantidade de dólares e o valor de um dólar naquele instante.

Por fim, os estudantes organizaram uma apresentação para os demais colegas da turma para apresentar o estudo realizado pelo seu grupo. Foram confeccionados dois cartazes para auxiliar na apresentação (Figura 5) e estes continham informações e curiosidades a respeito do tema, o problema investigado, os cálculos realizados, a solução encontrada e o modelo matemático produzido.

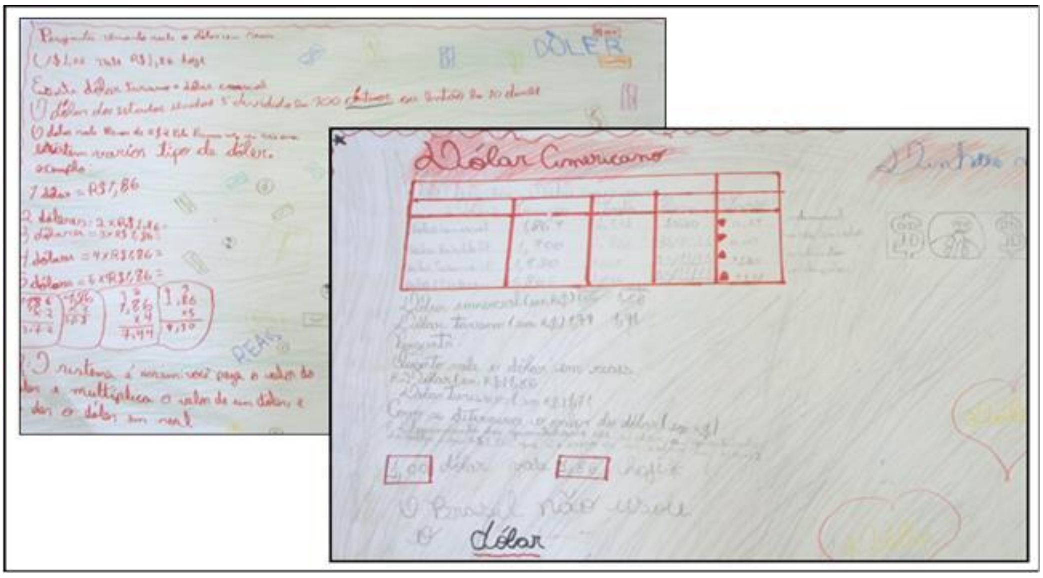


Figura 5: Cartazes confeccionados pelos estudantes para apresentação

Atividade 2 – Gastos com o flúor

O tema para essa atividade foi escolhido a partir de um consenso entre professor e estudantes, tendo como referência a higienização com flúor, realizada semanalmente na escola. Foi desenvolvida por 14 estudantes e teve como problema: Quais são os gastos com o flúor na escola?

Esse grupo também buscou na internet, informações como: o que é o flúor, quanto custa um sache e quantos bochechos ele rende, quem compra o flúor, quanto tempo dura, etc. Entretanto, para a resolução do problema, foi necessário buscar informações na própria escola, obtidas mediante entrevista que os alunos realizaram com a diretora e a secretária da escola. Selecionamos alguns trechos desta entrevista.

> ***Estudante 5**: Quantos alunos têm no colégio?*
>
> ***Diretora**: alunos nós temos 179. [...] [só que] o flúor não são esses alunos todos que fazem...*
>
> ***Professor**: Quantos alunos fazem professora?*
>
> ***Diretora**: 155 fazem o flúor*
>
> *[...]*
>
> ***Estudante 8**: quantos sachês são dados? [...] quanto é gasto?*
>
> ***Diretora**: quantos que são os gastos?*
>
> ***Estudante 20**: cada sexta-feira...*
>
> ***Secretária**: olha... para cada litro de água, dois desses aqui [mostra os sachês]*
>
> *[...]*
>
> ***Diretora**: quanto custa?*
>
> ***Estudante 5**: 30 centavos.*
>
> ***Diretora**: cada um?*
>
> ***Alunos**: é...*
>
> ***Diretora**: está caro.*
>
> ***Estudante 5**: ou menos de 30 centavos.*
>
> ***Diretora**: [...] quantas vezes é feita [a higienização bucal com o flúor] por semana?*
>
> ***Alunos**: uma vez.*
>
> ***Diretora**: uma vez. Tem mês que tem 4...*
>
> ***Estudante 20**: 4 semanas...*
>
> ***Diretora**: 4 sextas-feiras, não é na sexta-feira que faz? E tem mês que tem cinco, não é? Então quanto seria para escola? [...] depois vocês fazem essa continha, está bem? Que mais?*
>
> ***Estudante 5**: quantos bochechos vêm aqui pro colégio?*
>
> ***Diretora**: Vêm assim, olha, no começo do ano eles mandam pra gente não é? [Olha para a secretária da escola em busca de*

confirmação]. Aí quando está acabando a gente pede ou eles mesmos repõem.

***Secretária**: mas é na média de 6 meses a reposição.*

***Professor**: então a gente pode ver depois, calcular quantos sachês precisam a cada 6 meses.*

***Estudante 20**: quantos sachês vêm, é... vêm no comecinho do ano? Quanto mais ou menos?*

***Diretora**: quanto?*

***Estudante 20**: é...*

[...]

***Secretária**: Ah... eles mandam em média uns 50 sachês [...].*

***Professor**: depois a gente vai ver quanto que cabe em cada copinho, pra poder ver um litro dá para quantas crianças.*

***Secretária**: [acho que é] 5 ml.*

Com a entrevista os estudantes conseguiram informações concernentes à própria escola, como número de estudantes que fazem a higienização, o número de sachês utilizados a cada higienização, a quantidade de higienizações que se faz em um mês, número de sachês comprados e o tempo que duram esses sachês, contemplando o que segundo Almeida (2010), constitui um dos primeiros procedimentos de uma atividade de modelagem matemática. Na Figura 6, apresentamos algumas das informações coletadas pelos estudantes durante a entrevista.

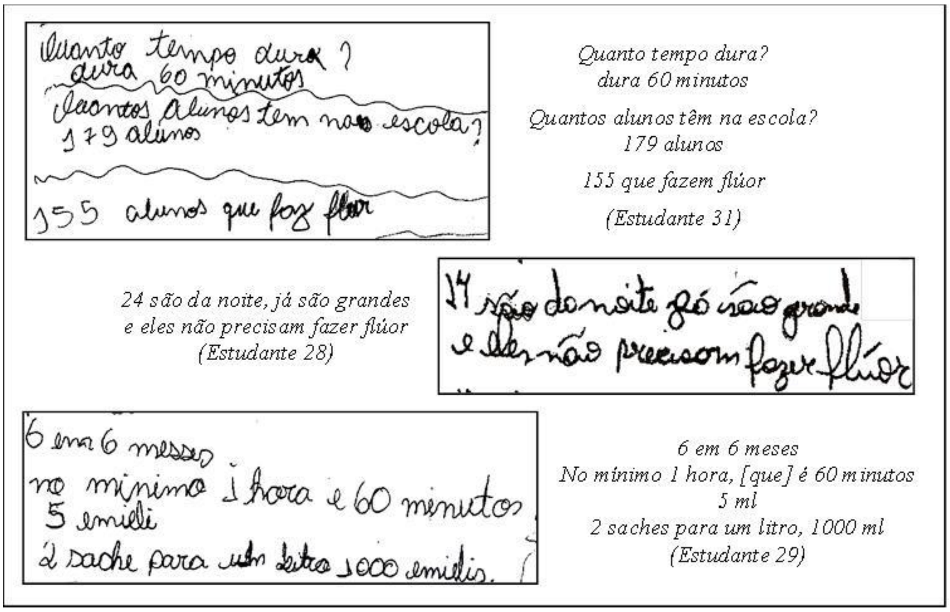


Figura 6: Informações coletadas pelos estudantes para a atividade 2

Essas informações orientaram as ações dos alunos na busca pela solução para o problema, cujo caminho percorrido por eles é revelado pelas operações que aparecem em seus registros (Figura 7). Eles determinaram, inicialmente, a quantidade de sachês necessária para a higienização em um dia, a seguir verificaram quantos dias de higienização há no semestre – período que deve durar uma remessa de flúor – e, com uma multiplicação, obtiveram como resposta os gastos com o flúor para um período de seis meses.

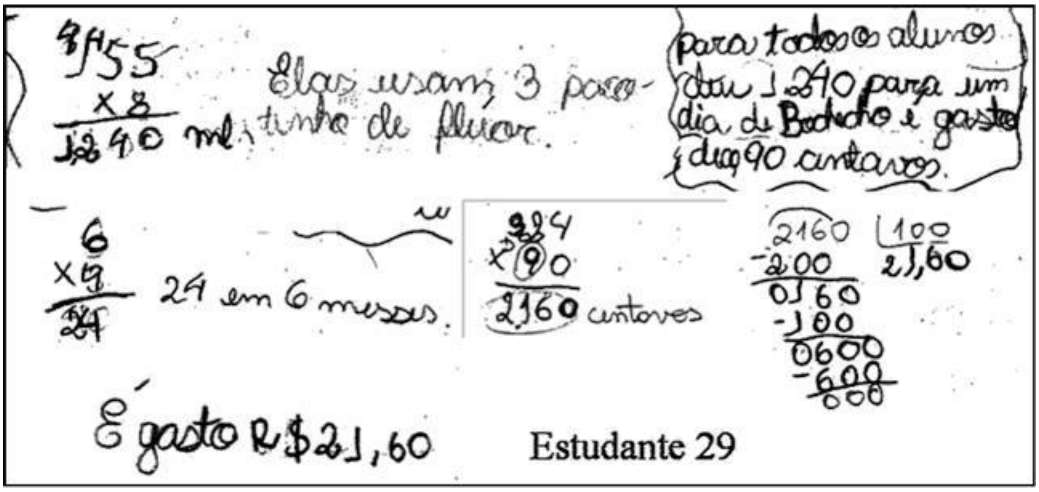


Figura 7: Operações realizadas para a resolução da Atividade 2

É importante destacar que para realizar essas operações os estudantes tiveram que considerar três hipóteses, embora elas não apareçam explicitamente em seus registros: H_1: nenhum estudante deixa de fazer o flúor; H_2: todos recebem a mesma quantidade de solução para a higienização; H_3: cada sache de flúor custa R$ 0,30.

A comunicação dos resultados aos colegas foi realizada por meio de seminários em que cada grupo apresentou seu estudo com o auxílio de cartazes, confeccionados pelos estudantes. A Figura 8 mostra um desses cartazes usado para apresentação da atividade relativa aos gastos com flúor.

Figura 8: Confecção dos cartazes referente à atividade 2

SOBRE LINGUAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O desenvolvimento de diferentes tipos de linguagens está intrinsecamente relacionado ao desenvolvimento da humanidade. É pelo uso da linguagem que o homem pode se comunicar, expor seus pensamentos e se organizar em sociedade, assegurando a sobrevivência da humanidade ao longo dos anos. No âmbito da Matemática, a linguagem "fornece algum tipo de meio para criar, preservar e comunicar o pensamento matemático" (BROWN, 2001, p. 192).

Vilela e Mendes (2011) consideram que a linguagem pode ser entendida sob duas perspectivas: como representação, ou, como constitutiva da realidade.

> *Quando entendida como representação, seja de ideias, seja daquilo que se procura discutir como sendo realidade, ela é colocada como descritiva do mundo, dos conceitos e dos objetos. É um veículo que carrega e representa nossas ideias, num lugar marginal em relação ao mundo que ela descreve ou ao sujeito que a usa. Outra possibilidade é a linguagem ser vista em termos de atividade, como constitutiva das coisas, e não como meramente "descritiva" delas (VILELA; MENDES, 2011, p. 8).*

O primeiro caso, linguagem como representação, refere-se a ideias, que por muito tempo predominaram nos estudos da linguagem; essa maneira de ver a linguagem está associada à concepção referencial, na qual se acredita, conforme Wittgenstein (2012, § 1), que aprender o uso de uma linguagem está atrelado a aprender substantivos como "mesa", "cadeira", ou nomes de pessoas, indicando a busca por uma linguagem ideal e universal.

Segundo Wittgenstein (2012), se olharmos para o conceito geral de significado das palavras sob esse ponto de vista, constataremos que

> *[...] envolve o funcionamento da linguagem com um nevoeiro que impossibilita a clara visão. – Dissipa-se a névoa quando estudamos os fenômenos da linguagem em espécies primitivas de seu emprego, nos quais se pode ter uma visão de conjunto da finalidade e do funcionamento das palavras. Quando aprende a falar, a criança emprega tais formas primitivas de linguagem (WITTGENSTEIN, 2012, § 5).*

Contudo, para Wittgenstein, não se trata, nessa situação, de um ensino via explicação, mas um treino, pois, em geral, apontamos para um objeto dirigindo a atenção da criança até ele, e dizemos seu nome até que ela consiga associá-lo ao objeto. Wittgenstein (2012, § 6) chama esse modo de ensinar a linguagem de "ensino ostensivo da palavra".

Porém, a linguagem não se restringe a fazer relações entre palavra e objeto, ela é dinâmica, ultrapassa as barreiras da representação e dá espaço a diferentes usos, cuja lógica nem sempre é tão clara. "A linguagem deve falar por si mesma" (WITTGENSTEIN, 2010, § 2).

A linguagem precisaria, portanto, "transcender seu papel essencialmente descritivo para uma associação funcional" (BROWN, 2001, p. 192). Para Wittgenstein (2010), o significado ultrapassa a linguagem. Essa mudança de perspectiva refere-se à virada linguística[4], que teve Wittgenstein como um de seus principais precursores, conduzindo a estudos da linguagem como constitutiva da realidade, movendo a análise do objeto da língua para a língua em si mesma. Afinal, "seria estranho que a lógica se preocupasse com uma linguagem 'ideal' e não com a *nossa*" (WITTGENSTEIN, 2005, § 3, grifo do autor).

Estaria então incorreta a primeira maneira de olhar para a linguagem? Pelo contrário, segundo Wittgenstein, a linguagem pode ter sim essa finalidade de representar, mas não se limita a isso. "Na prática do uso da linguagem, uma parte grita as palavras, a outra age de acordo com elas; mas na instrução da linguagem vamos encontrar este processo: o aprendiz *dá nome* aos objetos (WITTGENSTEIN, 2012, §7). Mas também encontraremos outras finalidades: "A linguagem tem de ter a

[4] A virada linguística foi um movimento filosófico que ocorreu entre a passagem do século XIX e século XX, acarretando em uma mudança de olhar para a linguagem; o essencialismo dá lugar ao pragmatismo e os estudos da linguagem repousam agora sobre o seu funcionamento, atentando-se para os seus diversos usos.

mesma multiplicidade que um painel de controle que deflagra as ações correspondentes às suas proposições" (WITTGENSTEIN, 2005, § 13).

Em consonância com essa forma de abordar a linguagem, Brown (2001) aponta que muitas visões tradicionais da Matemática confundem a linguagem matemática com seu simbolismo, sendo o desempenho humano irrelevante para o significado dos símbolos utilizados. No entanto, para o autor o significado é dado dentro da atividade matemática, não estando associado a um referencial fixo. Tal consideração está em conformidade com as ideias de Wittgenstein (2012, § 43), ao dizer que "o significado de uma palavra é seu uso na linguagem". A esses usos Wittgenstein (2012, § 7) denominou de *jogos de linguagem.*

Para melhor compreender essa ideia de jogo de linguagem, Gottschalk (2004, p. 321) nos convida a pensar no exemplo da palavra "triângulo".

> *[...] podemos entendê-la como uma placa de trânsito, pertencente a um conjunto de regras que nos obriga a dirigir um automóvel em conformidade com elas. Podemos também associar essa palavra a um determinado timbre musical, característico dos instrumentos metálicos. Já dentro do jogo de linguagem da geometria euclidiana esta palavra designa uma figura geométrica definida através de termos característicos desse jogo de linguagem (termos primitivos do sistema axiomático da geometria euclidiana).*

Todos esses usos são pertinentes em nossa gramática – de fato existem –, mas em cada situação a palavra "triângulo" assume um significado distinto, o que nos leva a inferir que o significado de uma palavra está associado à práxis da linguagem e depende do jogo de linguagem em que a palavra está inserida, assim como coloca Gottschalk (2004, p. 321), em relação a seu exemplo: "compreender a palavra 'triângulo' é saber seguir a regra de utilização dessa palavra, e não a apreensão do que é triângulo". Ou seja, "aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governa seu uso dentro de um ou mais jogos de linguagem" (GOTTSCHALK, 2004, p. 321).

É nessa perspectiva que olhamos para a linguagem nas atividades desenvolvidas pelos estudantes, na busca por compreender como se dá o uso da linguagem nos anos iniciais do ensino fundamental ao trabalharem com atividades de modelagem matemática.

UM OLHAR PARA A LINGUAGEM NAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS

No que se refere à primeira atividade, lidar com o câmbio dólar-real pode ser uma prática comum para adultos que viajam ou que estão envolvidos em alguns tipos de atividades econômicas e o uso de uma linguagem apropriada facilita o exercício de suas atribuições. No entanto, ao optar por esse tema, o grupo de estudantes teve que adentrar nesse contexto, com o intuito de coletar informações que lhes possibilitassem o tratamento da situação por meio de linguagem matemática cujos símbolos, notações e usos ainda não lhes eram familiares. Assim, discutir as informações obtidas com a intenção de *construir* uma linguagem matemática era necessário, conforme indica recorte de uma conversa entre professor e alunos.

> ***Prof.:*** *Cada um pegou suas informações? [...] Vamos conversar um pouquinho sobre o que vocês acharam. [...] Lê para mim [indicando o Estudante 1].*
>
> ***Est. 1:*** *Um dólar nos Estados Unidos... nossa senhora...*
>
> ***Est. 32:*** *Nossa! Olha ali! [Indica um sinal na folha do colega].*
>
> ***Prof.:*** *Tá, então vamos ver o que significa isso. [Professor pega a folha e começa a ler com os alunos] Um dólar nos Estados Unidos...* ***igual****... não é o sinal de igual?*
>
> ***Est. 1, 32, 33:*** *É [confirmam juntos].*
>
> ***Prof.:*** *É igual a 1,860990903 reais, o que significa isso? Então se eu pego um dólar lá nos Estados Unidos, aqui no Brasil vai valer quanto? [...] Como a gente só usa duas casas depois da vírgula [tratando-se de dinheiro], vai usar...*
>
> ***Est. 1:*** *1,86.*

Podemos observar que o uso do sinal de igualdade naquela situação teve uma conotação diferente para os estudantes; eles conheciam o sinal, mas não a situação e, possivelmente, por esse motivo, tiveram dúvidas ao interpretar seu significado. Parece ser esta situação alinhada com a ponderação de Wittgenstein (2012, § 432). “Todo signo, *sozinho*, parece morto. O *que* lhe confere vida? Ele está *vivo* no uso”. Essa situação ilustra o que Wittgenstein chama de jogo de linguagem, pois é o uso do sinal, nesse contexto, que determina o seu significado. Nessa situação, o sinal "=", tem uso similar à matemática – designa uma relação de igualdade, equivalência: US$ 1,00 equivale a R$ 1,86 – e quando isso fica esclarecido, os estudantes conseguem dar continuidade ao desenvolvimento da atividade.

Outro aspecto relevante é a forma de vida envolvida – considerando que 'forma de vida' não se resume apenas aos sujeitos envolvidos, mas todo o contexto e atividades associadas à linguagem (WITTGENSTEIN, 2012, § 19). Neste caso, a forma de vida dos alunos influenciou as suas ações para o encaminhamento da atividade. Assim, por exemplo, o valor encontrado para indicar a correspondência do dólar com o real em um determinado dia foi 1,860990903, porém, por tratar-se de um valor em real, escreveram apenas R$ 1,86.

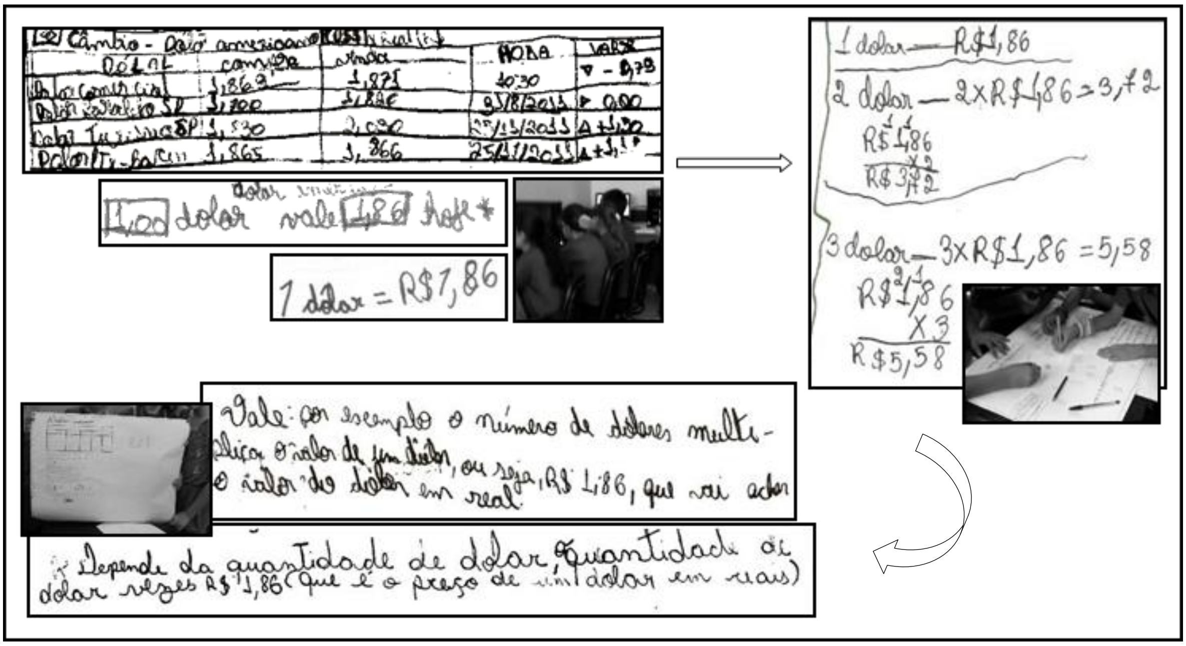


Figura 9: Síntese da atividade de modelagem matemática

Vale assinalar também que o tema não foi escolhido com a intenção de contextualizar algum conteúdo matemático, mas o interesse em discuti-lo é que conduziu à matemática, assim como sugere Barbosa (2004). Nesse sentido, os estudantes partiram do uso de números (valor do dólar e quantidade) em direção à ideia de buscar relação entre duas variáveis, expressa por meio de multiplicações cujas regras de uso já conheciam. Este conteúdo é estudado nesse período escolar, focando as ideias envolvidas nessa operação, o cálculo por meio de algoritmos e os registros a ela associados. O modelo matemático nesse caso tem as características do jogo de linguagem que esses alunos já sabem jogar, ou seja, expressar cálculos usando aritmética e usar a linguagem natural. As diferentes ações dos alunos na atividade também vêm orientadas pelo uso da linguagem matemática a que estão familiarizados alunos nesse nível de escolaridade, conforme mostra a Figura 9.

Um olhar para os registros dos estudantes mostra que as representações matemáticas utilizadas por eles diferem também daquelas que encontramos com frequência na literatura em que usualmente a relação seria dada pela função $f(x) = 1{,}86x$, sendo x a quantia em dólar e $f(x)$ a quantia em reais. Ainda que fossem capazes de fazer uma generalização, fizeram-na usando linguagem coloquial, embora o professor tenha investido na tentativa de fazê-los escrever uma expressão em linguagem algébrica, conforme mostra trecho de diálogo descrito a seguir.

> ***Prof.:*** *[...] vocês acharam que hoje quanto está valendo o dólar?*
>
> ***Est. 33:*** *É... 1,86.*
>
> ***Prof.:*** *Tá, então vocês só podem calcular isso para hoje, certo? Então para hoje, o que vocês fazem para calcular o preço dos reais?*
>
> ***Est. 1:*** *Soma ou não?*
>
> ***Prof.:*** *Que continha a gente fez aquela hora?*
>
> ***Est. 33:*** *Mais.*
>
> ***Prof.:*** *Não, me explica...*
>
> ***Est. 1: 1,86 vezes... alguma coisa.***
>
> ***Prof.:*** *1,86 vezes o que?*
>
> ***Est. 1:*** *Dez... [Pensando].*
>
> ***Prof.:*** *Vezes a quantidade de...*
>
> ***Est. 1:*** *De dinheiro.*
>
> ***Prof.:*** *Dinheiro em dólar ou em reais?*
>
> ***Est. 1:*** *Reais... Dólar! [Corrige ele]*

Na segunda atividade, analogamente, os estudantes realizaram uma sequência de operações para chegar à solução do problema. Ou seja, eles obtiveram a solução para o problema, mas a linguagem utilizada foi restrita ao que já conheciam em matemática, uma vez que eles utilizaram linguagem aritmética, como indica a Figura 10.

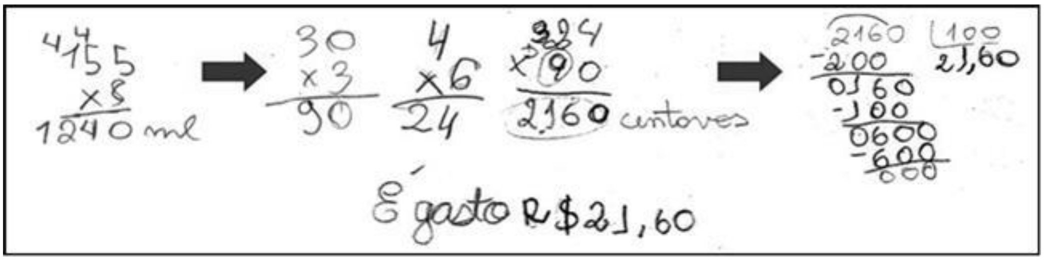


Figura 10: Resolução da Atividade 2

Nestas duas atividades qual é o modelo matemático? Barbosa (2008, p. 48) argumenta que "toda representação matemática da situação, por escrito, é chamada de modelo matemático". Além disso, continua o autor, "podemos também reconhecer como modelo matemático qualquer outro tipo de registro matemático escrito que se refira à situação-problema, como as operações matemáticas básicas". Portanto, podemos considerar como modelo matemático da atividade 1 a frase em linguagem natural utilizada para descrever o câmbio dólar-real (Figura 4) e na atividade 2, as operações que indicaram os gastos com o flúor (Figura 10).

Essa ideia de modelo está em consonância com a colocação de Bassanezi (2002) que se refere a modelo matemático como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o fenômeno em estudo. De fato, ambos os modelos citados, o texto e as operações, são produzidos por meio de símbolos e relações matemáticas e refletem a solução de seus respectivos problemas; o texto descreve o câmbio entre as moedas dólar e real e a sequência de operações revela o caminho para se calcular o quanto é gasto com flúor em um determinado período de tempo.

Segundo Wittgenstein (2012), o que determina esses usos na linguagem é a 'forma de vida', que se refere às práticas de um determinado grupo – levando em conta os hábitos, costumes e demais atividades entrelaçadas com a linguagem. Assim, nas atividades que analisamos, a forma de vida dos estudantes é que determina suas ações em relação ao desenvolvimento das atividades. No primeiro caso, o problema do câmbio entre dólar e real, a situação tem origem em um contexto social em que problemas de relações entre diferentes moedas são comuns e têm influência, às vezes direta, sobre suas vidas. Todavia, trazer esta problemática para atividade escolar de crianças de 08 e 09 anos de idade significa trazê-la para outra forma de vida: a destes estudantes.

Esta parece ser uma característica que pode emergir em atividades de modelagem matemática, se assumirmos a concepção de Blum (2002) de que uma atividade de modelagem se constitui a partir de uma situação-problema (que pode ser de um contexto de forma de vida 1) visando obter uma solução por meio da matemática (estudantes que podem estar numa forma de vida 2). A Figura 11 ilustra duas formas de vida envolvidas na atividade 1. À esquerda, a imagem de uma bolsa de valores faz alusão ao contexto em que o câmbio dólar-real é uma situação rotineira. À direita, temos estudantes de um 4º ano do Ensino Fundamental, que usam seus conhecimentos matemáticos para compreenderem a situação.

Figura 11: Diferentes contextos associados à atividade 1

A forma de vida dos estudantes foi determinante para o uso da linguagem bem como das regras de usos da linguagem. Neste sentido, a Figura 12 indica que ainda que tenham buscado informações em contextos que podem não lhes ser familiares, a forma de vida dos alunos determinou a forma como expressaram as informações, seja para os dados coletados, seja para a matematização da situação.

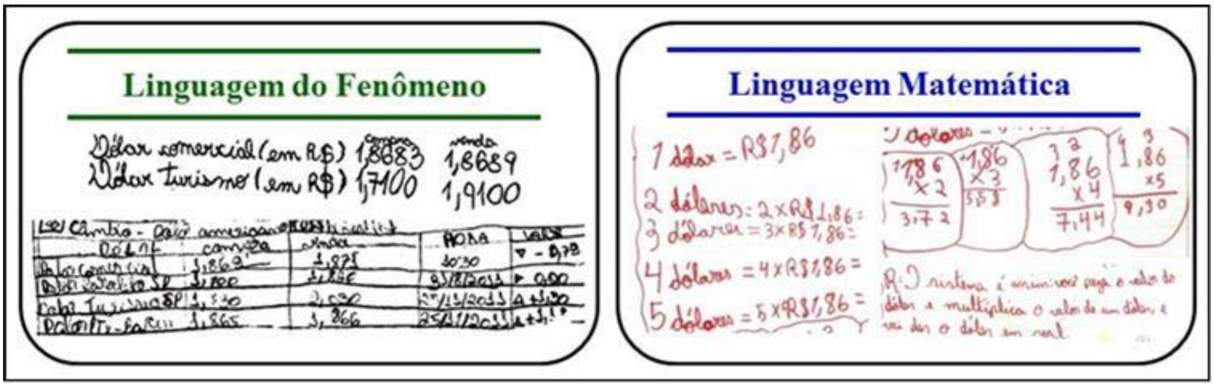


Figura 12: Diferentes linguagens na atividade 1, de acordo com as formas de vida envolvidas

Na atividade 2 a preocupação com os gastos provenientes da higienização com flúor é responsabilidade do setor administrativo da escola. São os diretores e secretários da escola os encarregados de se comunicar com a secretaria de saúde – órgão que disponibiliza o flúor para as escolas. Nesse caso, além dos estudantes pesquisarem na internet as informações, eles realizaram uma entrevista com a diretora e a secretária da escola, conforme mostramos a seguir.

> ***Prof.:*** *Quanto que custa um sache?*
>
> ***Ests.:*** *30 centavos...*
>
> ***Est. 8:*** *Ou menos [alguns repetem].*
>
> *[...]*
>
> ***Prof.:*** *Quanto que vem em cada sache?*
>
> ***Ests.:*** *10 ml.*
>
> ***Prof.:*** *10 ml. Tá, e depois?*
>
> ***Est. 20:*** *Dá para fazer 50 bochechos.*
>
> ***Prof.:*** *[...] Tá, mas, e daí, para a gente que quer saber quanto gasta aqui na escola, a gente tem que saber quantos sachês que vai usar. Mas para a gente saber quantos sachês vai usar, precisa saber o que?*
>
> ***Est. 20:*** *Quantas pessoas têm no colégio.*
>
> ***Prof.:*** *Quantos alunos fazem bochecho... certo? E quantas vezes na semana e quanto...*
>
> *[...]*
>
> ***Prof.:*** *Esse grupo foi lá perguntar [...] para a [Nome da servidora da escola] quanto que ela realmente faz de flúor para vocês, ela disse que faz quantos por dia?*
>
> ***Est. 28:*** *três... é... três pacotinhos...*
>
> ***Est. 27:*** *Um litro. Um litro.*
>
> ***Prof.:*** *Três pacotinhos para um litro...*
>
> ***Est. 29:*** *E meio.*
>
> ***Prof.:*** *Quando vocês fizeram essa conta aqui, um litro dava para 200 alunos, não dava? Então um litro e meio vai dar para quantos alunos?*
>
> ***Est. 20:*** *Vai dar para... 150 alunos.*
>
> ***Est. 27:*** *5 alunos.*
>
> ***Prof.:*** *Ó, um litro dá para 200, meio litro vai dar para quantos?*
>
> ***Est. 5:*** *Vai dar para 1000 pessoas?*
>
> ***Est. 7:*** *duzentos e meio? [Professor faz sinal de não com a cabeça].*
>
> ***Est. 30:*** *100?*

> ***Prof.:*** *100. Então 200 de um litro mais 100 de meio litro, para dar um litro e meio, quanto que dá?*
>
> ***Est. 5:*** *100.*
>
> ***Est. 30:*** *300.*
>
> ***Prof.:*** *100 mais 200... 300.*
>
> *[...]*
>
> ***Prof.:*** *ó, primeiro vocês têm que saber, um litro dá para quantos alunos?*
>
> ***Est. 27:*** *Um litro dá para bastante.*
>
> ***Est. 28:*** *É... 155.*
>
> ***Prof.:*** *Quantos ml têm em um litro?*
>
> ***Est. 8:*** *1000.*
>
> ***Prof.:*** *Tá, 1000. Se cada aluno toma 5 ml, para quantos alunos dá isso?*
>
> ***Est. 27:*** *Fazendo 5 vezes 1000.*
>
> ***Prof.:*** *5 vezes mil?*
>
> ***Est. 29:*** *Não.*
>
> ***Prof.:*** *O que que tem que fazer? Pensa lá.*
>
> ***Est. 28:*** *Dividir 5...*
>
> ***Prof.:*** *1000 por 5. Então façam a continha.*

Assim, partiram de informações administrativas e orçamentárias, expressas em linguagem natural e aritmética comuns àqueles que participam dessa prática, e, em certo sentido, vinculados à forma de vida deste grupo de pessoas, para uma organização visando esquematizar uma solução para o problema e expressá-la por meio de linguagem matemática, estruturada com base na forma de vida do grupo de estudantes do Ensino Fundamental (Figura 13).

Assim a opção de abordar uma determinada situação a partir de usos da linguagem matemática significa respeitar as regras já convencionadas no âmbito da Matemática. Sendo assim, aprender a empregar a linguagem matemática implica em aprender suas regras de uso. Não faz sentido, por exemplo, dizer ou escrever 3 + 4 = 12, uma vez que o símbolo + expressa ‘adição’ e não ‘multiplicação’. Logo, a linguagem empregada de forma apropriada nesse jogo de linguagem seria 3 + 4 = 7, pois como coloca Wittgenstein (2012), a definição de um símbolo é uma regra para seu uso. Tais regras, definidas e convencionadas em uma determinada prática por uma forma de vida, devem ser seguidas sempre que estiver em questão tal jogo de linguagem.

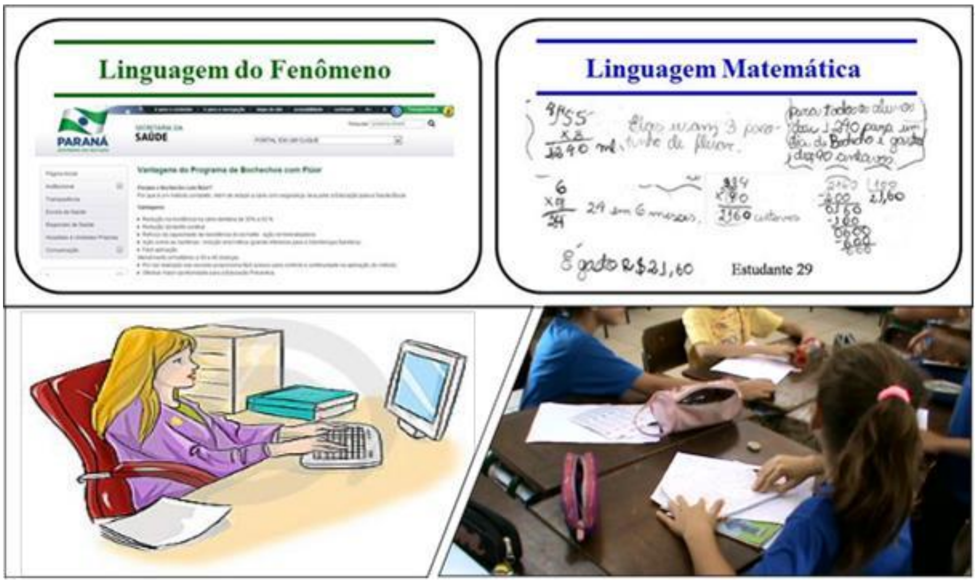


Figura 13: Diferentes linguagens na atividade 2, de acordo com as formas de vida envolvidas

No caso das atividades que descrevemos, era preciso que intervenções fossem realizadas pelo professor, visando chamar atenção para equívocos dos alunos e ensiná-los a *jogar* com tais regras e usar a linguagem matemática de maneira coerente. A Figura 14 e o diálogo a seguir exemplificam uma dessas situações.

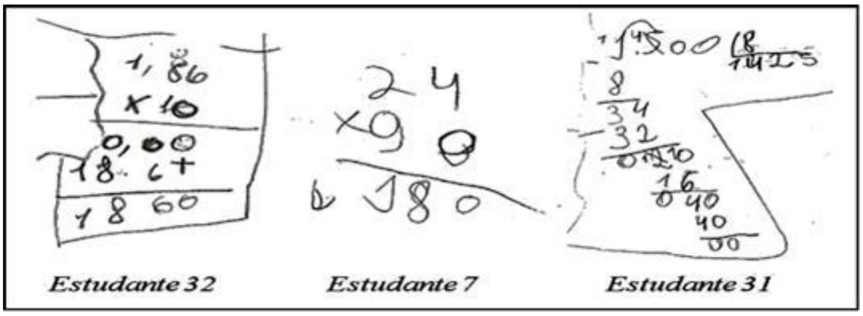


Figura 14: Alguns equívocos na aplicação de regras de uso da linguagem matemática

> ***Est. 27:*** *Professor, está certa a conta?*
>
> ***Est. 29:*** *Ô professor, eu não sei fazer essas contas [referindo-se à uma multiplicação por um número de dois algarismos]*
>
> ***Prof.:*** *Ó, quando é zero é fácil, zero vezes vinte e quatro dá quanto?*
>
> ***Est. 29:*** *Zero?! [Professor confirma]*
>
> ***Prof.:*** *Você não vai multiplicar a dezena agora?*
>
> ***Est. 29:*** *É.*
>
> ***Prof.:*** *Se é a dezena, você vai começar daqui [indica no algoritmo a localização referente a dezenas]. 9 x 4? Ai você continua fazendo.*

No primeiro exemplo da Figura 14 a resposta apresentada é 1860 quando na verdade, a resposta seria 18,60; a Estudante 32 omitiu a vírgula no resultado, ainda que a tenha colocado em dos fatores da multiplicação; é possível, dessa maneira, conjecturar que falta para essa estudante aprender a regra que regulamenta o uso da vírgula. No segundo exemplo, o Estudante 7 não leva em conta as regras da multiplicação e apresenta um resultado não válido no âmbito da Matemática. Poderia se inferir ser essa uma 'linguagem privativa', de acordo com Wittgenstein (2012) – ele multiplica o valor da unidade pelo respectivo valor da unidade e o da dezena pelo da dezena invalidando assim seu resultado. Já no terceiro exemplo o equívoco se refere ao valor posicional dos algarismos que leva a Estudante 31 a um resultado inadequado para a conta de divisão. Alguns desses erros (a maioria deles) estão associados à aprendizagem das regras envolvidas nos algoritmos das operações, indicando que os alunos ainda não estão suficientemente familiarizados com eles nesse nível de escolaridade, nessa forma de vida. Esses erros, entretanto, também viabilizam novos usos desses algoritmos fortalecendo a aprendizagem. Neste sentido, o diálogo a seguir, indica o professor auxiliando a Estudante 29 a fazer uma divisão por 100 – conversão de centavos para reais.

> ***Prof.:*** *[...] Isso aqui é o que? [aponta um valor].*
>
> ***Est. 29:*** *É... quanto que... paga.*
>
> ***Prof.:*** *que paga, não é? Mas isso aqui é em...*
>
> ***Est. 29:*** *Centavos.*
>
> ***Prof.:*** *Centavos... Em reais, quanto que dá isso aqui?*
>
> ***Est. 29:*** *dá dois reais e dezesseis centavos.*
>
> ***Prof.:*** *[...] Não, [dividir] por 100 não vai dar isso.*
>
> ***Est. 29:*** *Não?*
>
> ***Prof.:*** *Por 100 vai dar isso daqui ó, divide aqui, 2160 por 100 para saber quantos reais dá.*
>
> ***Est. 29:*** *Ai, eu não sei.*
>
> ***Prof.:*** *Porque cada centavo, cada 100 centavos não é um real? [Estudante confirma]. Então você tem que dividir por 100 para saber quantos reais dá. Lógico que sabe. Pega lá... dois dá para dividir por 100?*
>
> ***Est. 29:*** *Dá.*
>
> ***Prof.:*** *Dois dá?*
>
> ***Est. 29:*** *Não.*
>
> ***Prof.:*** *Não, 21 dá para dividir por 100?*

Est. 29: *Não.*

Prof.: *Não dá um para cada um né? 216 dá por 100?*

Est. 29: *[sinaliza que sim com a cabeça].*

Prof.: *Dá. Quantas vezes 100 dá 216 ou menos que 216?*

Est. 29: *3.*

Prof.: *3? 3 vezes 100?*

Est. 29: *3 vezes 100... 300.*

Prof.: *Passou, não passou?*

Est. 29: *Dois.*

Prof.: *Por dois.*

Est. 29: *um… seis... [fazendo a conta]*

Prof.: *16 [confirma], abaixa o zero.*

Est. 29: *160.*

Prof.: *Isso, 160. Quanto que dá agora?*

Est. 29: *Dá por 1... e o 100.*

Prof.: *Isso, muito bem. Quanto que sobrou?*

Est. 29: *60.*

Prof.: *Isso. Tem mais para abaixar?*

Est. 29: *Não...*

Prof.: *Não. O que que a gente faz agora? Quando acabou e não dá mais para abaixar, a gente coloca uma vírgula aqui, e coloca o zero. Não, não ai, o zero coloca aqui. Vai lá, 600, quantas vezes vai dar?*

Est. 29: *seis.*

Prof.: *Seis, vai dar seis para cada um.*

Est. 29: *Pronto.*

Prof.: *Isso, então significa o que? 21,6 mas só que quantas casas têm depois da vírgula no nosso sistema monetário?*

Est. 29: *Dois.*

Prof.: *Duas, então você tem que colocar o zero para ficar certinho, entendeu?*

Podemos observar no diálogo que o que estava em questão não era o conceito de divisão – mesmo sendo este exigido na conversão realizada –, mas as regras do algoritmo da divisão. Essas regras se aprendem com o uso, como sinaliza Wittgenstein (2012). O uso apropriado das regras, de acordo com o jogo de linguagem, é o que assegura a compreensão dos envolvidos. “Uma explicação do significado pode remover todo *desacordo* quanto a um significado. Pode esclarecer mal-entendidos” (WITTGENSTEIN, 2010, § 24).

A escolha do tema e problematização na modelagem matemática desencadeiam ações que também estão associadas aos usos da linguagem e colocam em evidência o papel que as regras desempenham em um determinado jogo de linguagem. Na atividade 1, por exemplo, a escolha do tema realizada apelos alunos provavelmente surgiu de uma situação da vida familiar de um alunos, como podemos observar na fala da Estudante 14.

> ***Prof.:*** *A [Estudante 14] deu uma ideia legal, quanto que o dólar vai valer aqui no Brasil? Certo? Como que eu vou saber isso?*
>
> ***Est. 13:*** *Vai valer dinheiro.*
>
> ***Prof.:*** *E que tipo de dinheiro?*
>
> ***Est. 16:*** *real.*
>
> ***Prof.:*** *Em reais.*
>
> ***Est. 1:*** *Ou em centavos.*
>
> *[...]*
>
> ***Prof.:*** *De onde surgiu a ideia desse tema?*
>
> ***Est. 14:*** *É que ontem à noite eu estava vendo o jornal com meu pai e apareceu isso.*

A afirmação da estudante 14 nos leva a inferir que a escolha do tema surgiu de uma dúvida sua em relação às regras da linguagem empregada no contexto do câmbio dólar-real; na expectativa de aprender essas regras, o grupo escolheu esse problema para investigação e fez uma abordagem a partir de usos da linguagem matemática.

Essa abordagem matemática inicia desde a ação que busca por informações relativas ao tema – por aspectos matematizáveis da situação –, mas o uso da linguagem matemática pode ser observado a partir da ação que identifica e seleciona as variáveis envolvidas no problema. É comum no âmbito da Matemática o uso de letras para representar uma variável, d para a quantidade em dólar (atividade 1) e s para o número de sachês de flúor (atividade 2), por exemplo; essa ação de atribuir símbolos às variáveis caracteriza o uso de uma linguagem algébrica. Esse tipo de linguagem é utilizado com frequência a partir dos anos finais do Ensino Fundamental, mas os estudantes dos anos iniciais ainda não têm familiaridade com essa linguagem. Porém, a linguagem matemática pode ser expressa de diferentes maneiras, seja por meio de tabelas, figuras geométricas, equações algébricas, etc, como cita Bassanezi (2002). E, portanto, os estudantes realizaram essa ação de outra maneira, a partir de uma fala ou registro escrito, conforme revela o diálogo:

> ***Prof.:*** *Qual é o problema que vocês querem resolver?*
>
> ***Ests.:*** *Quanto vale o dólar em reais.*
>
> ***Prof.:*** *Qual a relação precisamos descobrir para resolver o problema?*
>
> ***Ests.:*** *Entre o dólar e o real.*

Morgan (1998, p. 8) refere-se aos usos diferenciados da linguagem: "dentro de qualquer prática alguns textos serão considerados apropriados para a prática e outros não". Smole (2000, p. 64) ressalta que "aprender a escrever e ler em língua materna tem características distintas do aprender a escrever enunciados matemáticos". Essas colocações vêm ao encontro das argumentações de Wittgenstein com relação a jogo de linguagem. A argumentação do autor parece indicar que não faz sentido o uso de alguns símbolos, palavras – ou mesmo linguagens – em determinados contextos, uma vez que o significado está no uso.

No caso, os estudantes do 4º ano, que não conheciam a linguagem algébrica, buscaram subsídios na linguagem natural, cujas regras de usos eram conhecidas por eles. A Figura 15 mostra as variáveis envolvidas na atividade 2, cuja constatação se deu a partir dos usos da linguagem numérica e natural na resolução do problema.

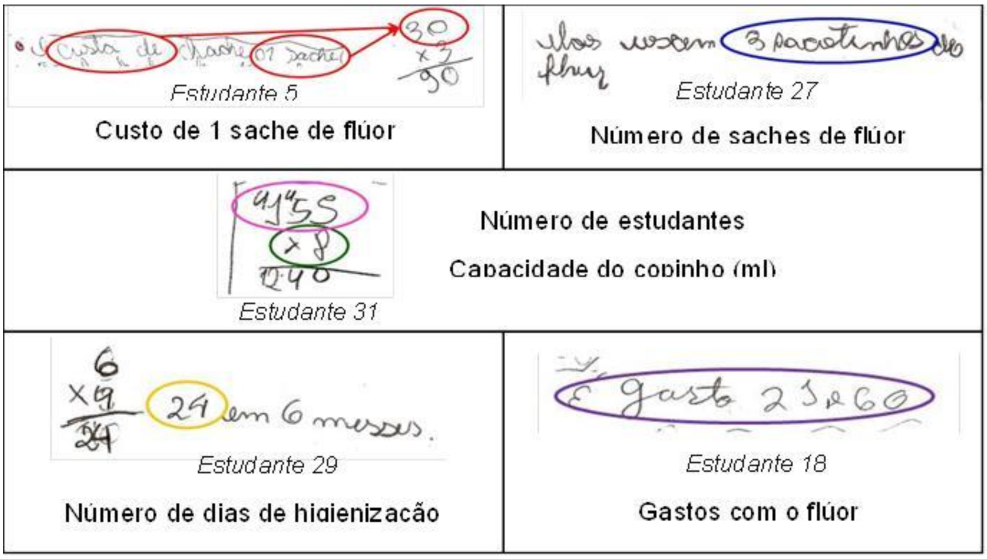


Figura 15: Variáveis envolvidas na atividade 2

Em ambas as atividades, os estudantes formularam hipóteses que auxiliaram na resolução do problema. Em geral, as hipóteses são expressas por meio de frases, em linguagem natural e apresentadas de forma escrita ou oral. Um exemplo de hipótese na atividade 1 é considerar que a relação dólar-real se mantêm fixa ao longo do dia (Figura 16) e na atividade 2 que um sachê custa R$0,30 ao invés de “menos que R$0,30”, além de outras que apresentamos na

.

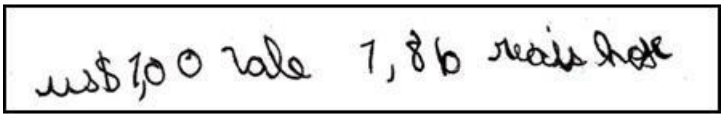


Figura 16: Hipótese: Relação dólar-real constante

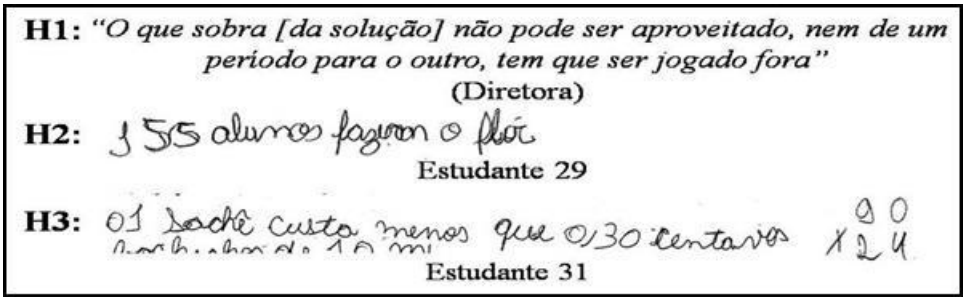


Figura 17: Hipóteses da atividade 2

As ações dos estudantes, de certo modo, orientam os usos da linguagem matemática na produção dos modelos matemáticos para as situações. A Figura 18 ilustra essa ideia.

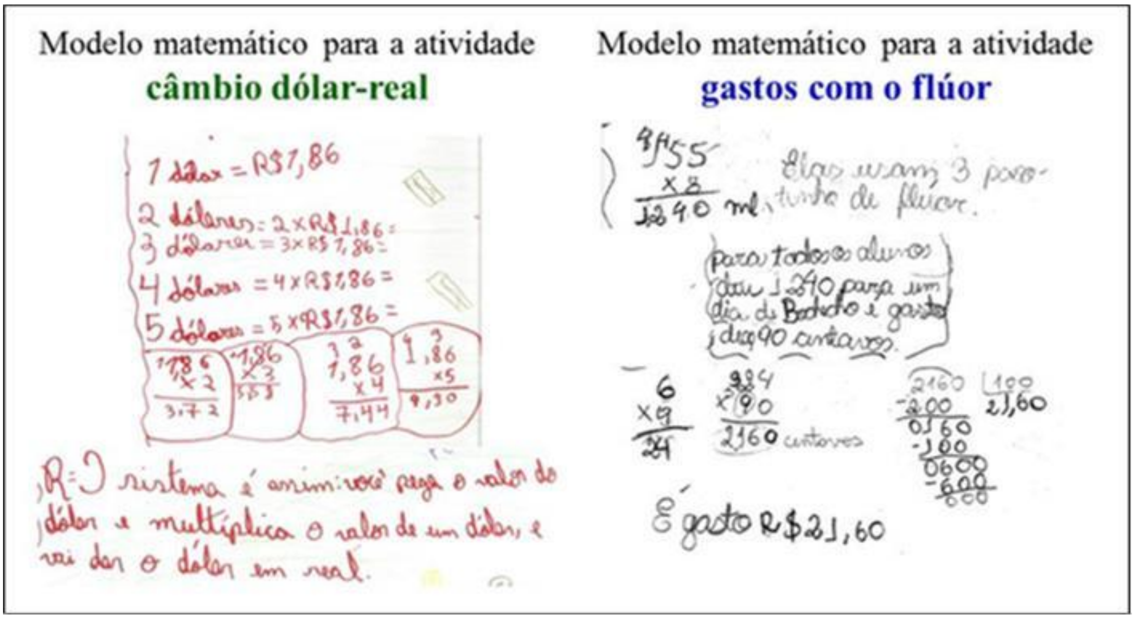


Figura 18: Modelos matemáticos das atividades

Após a obtenção de modelos matemáticos validados pelo grupo, os estudantes recorrem ao emprego da linguagem matemática, agora para expor os resultados obtidos aos colegas. Esta comunicação veio mediada pela linguagem natural e numérica e pelo uso de cartazes confeccionados para esse fim.

Ainda que os modelos matemáticos produzidos para essas situações tenham focado o uso das linguagens natural e numérica, considerando a forma de vida desses alunos, outras formulações poderiam ser realizadas por outros alunos em outro nível de escolaridade, incorporando outros jogos de linguagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nos anos inicias do Ensino Fundamental revela que as ações dos alunos nestas atividades estão, em grande medida, associadas ao uso que os alunos fazem da linguagem.

Se, por um lado, as informações para os problemas não estão em linguagem matemática, por outro lado, os alunos também ainda estão pouco familiarizados com representações e linguagens matemáticas para apresentar suas hipóteses e os encaminhamentos que usam para a obtenção de soluções para os problemas mediados por modelos matemáticos. Todavia, os conceitos acionados e ou/ apreendidos com essas atividades são relevantes e viabilizam a apresentação de soluções para os problemas propostos.

Nesse contexto, podemos inferir que os usos da linguagem sustentam e direcionam as ações dos estudantes nas atividades de modelagem, sendo, por um lado, a linguagem tomada como meio de ação nos estudos relativos ao problema e, por outro lado, os modelos matemáticos e as respostas para os problemas associados aos jogos de linguagem que os alunos já podem *jogar*.

Assim, a introdução da modelagem matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental representa uma oportunidade para alunos desse nível de escolaridade construir seu conhecimento em matemática mediado por diferentes jogos de linguagem e possibilitando a familiarização com as regras da linguagem matemática.

Neste sentido, atividades de modelagem, em consonância com as ideias de Brown (2001), colaboram para que o significado dos símbolos, das regras em Matemática, seja construído por meio de atividades em que o seu uso é realizado. Também, na perspectiva de Wittgenstein, a linguagem nessas atividades não se restringe a fazer relações entre palavra e objeto, mas *fala por si mesma,* expressando ideias e conhecimento que os alunos constroem acerca do problema e da matemática usada para apresentar uma resposta.

REFERÊNCIAS

Almeida, L. M. W. (2010). Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. Zetetiké, Campinas, v. 18, número temático, p. 379-406.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os modos de inferência. Ciência & Educação. v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012.

Barbosa, J. C. (2008). A “contextualização” e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. Recife. **Anais**... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Bassanezi, R. C. (2002). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. 2. ed. São Paulo: Contexto.

Blum, W. (2002) ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document. Educational Studies in Mathematics, v. 51, n. 1/2, p. 149-171.

Brown, T. (2001).Mathematics Education and Language: Interpreting Hermeneutics and Post-Structuralism. 2. ed. Kluwer Academic Publishers: London.

Dias, J. L.; Chaves, M. I. A. (2009). Diálogos com/na Modelagem Matemática nas Séries Iniciais. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. **Anais**... Londrina: UEL.

Dias, J.; Smith, S. D. C. (2010). Atividades em Modelagem Matemática como princípio gerador de um ambiente de aprendizagem nas Séries Iniciais. In: ENCONTRO PARAENSE DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 3., 2010, Marabá. Anais... Marabá: IEMCI/UFPA.

English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide**.** Educational Studies in Mathematics, V. 63, Issue 3, pp 303-323.

English, L. D.; Watters, J. J. (2004). Mathematical Modelling with young children. In: HØINES, Johnsen; FUGLESTAD, Anne Berit (Eds.). The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, v. 2, p. 335-342.

Gottschalk, C. M. C. (2004) A Natureza do Conhecimento Matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, Campinas, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez.

Lopes, R. P.; Azevedo, J. R. L. A. (2010). Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: os desafios do trabalho com a Modelagem na sala de aula. In: ENCONTRO NACIONAL

DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. Anais... Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Luna, A. V. A.; Alves, J. (2007). Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5. Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: UFOP, 2007, p. 855-876.

Morgan, C. (1998). Writing Mathematically: The Discourse of Investigation. London: Falmer Press. 232 p. (Studies in Mathematics Education Series).

Rosa, M.; Orey, D. C. A (2012) .Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, n. 42A, p. 261-290, abr. 2012.

Sfard, A. (1991) On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. Educational Studies in Mathematics, v. 22, p. 1-36.

Smole, K. C. S. (2000) A Matemática na Educação Infantil: A Teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 250 p.

Stillman, G. (1998). The emperor's new clothes? Teaching and assessment of mathematical applications at the senior secondary level. In: GALBRAITH, Peter; et. al. (Eds). Mathematical modelling: Teaching and assessment in a technology-rich world. West Sussex: Horwood Publishing Ltd. p. 243-254.

Vilela, D. S.; Mendes, J. R. (2011).A linguagem como eixo da pesquisa em educação matemática: contribuições da filosofia e dos estudos do discurso. Zetetiké, Campinas, v. 19, n. 36, p. 7-25, jul./dez.

Wittgenstein, L. J. J. (2010). Gramática Filosófica. 2. ed. Tradução de Luís Carlos Borges. São Paulo: Edições Loyola. Tradução de: Philosophical Grammar.

Wittgenstein, L. J. J. (2012). Investigações Filosóficas. 7. ed. Tradução de Marcos G. Montagnoli. Petrópolis: Editora Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco. (Coleção Pensamento Humano). Tradução de: Philosophische Untersuchungen.

Wittgenstein, L. J. J. (2005). Observações Filosóficas. Tradução de Adail Sobral e Maria Stela Gonçalves. São Paulo: Edições Loyola, Tradução de: Philosophical Remarks.

Submetido: Março 2014

Aceito: Maio 2014