

Pensamento Proporcional e a Formação de professores: um Estudo Sobre Teses Produzidas de 2000 a 2019

Proportional Thinking and Teacher Education: a Study on Theses Produced from 2000 to 2019

José Francisco Toledo Melara^a; Angélica da Fontoura Garcia Silva^{*a}

^aUniversidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática. SP, Brasil.

*E-mail: angelicafontoura@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa bibliográfica de mestrado e tem como propósito analisar teses, produzidas no Brasil entre 2000 e 2019, que investigaram questões ligadas ao raciocínio proporcional em processos formativos de professores de Matemática. Após a busca na Plataforma Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES foram selecionadas três teses de natureza qualitativa – duas em contexto de formação continuada e uma em curso de formação inicial –, entre elas, duas foram defendidas em 2016 em universidades públicas e uma em 2019 em uma instituição particular. Utilizaram-se como categorias de análise: as instituições em que se realizaram as pesquisas e as datas em que foram apresentadas; seu objetivo; sua fundamentação teórica; os participantes envolvidos; os procedimentos de coleta; e os principais resultados. Os processos formativos investigados favoreceram o desenvolvimento do conhecimento e do olhar profissional tanto de professores como de pesquisadores. Um ponto comum aos estudos foi a destinação de espaços, nesses processos, para a reflexão sobre o ensino do raciocínio proporcional. Ficou evidente a necessidade de destinar espaços para que os professores participantes discutam e reflitam sobre o raciocínio proporcional e sobre o uso de diferentes recursos metodológicos e de casos de ensino como recurso formativo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Raciocínio Proporcional. Formação de Professores. Pesquisa Bibliográfica.

Abstract

This article presents part of a master's degree research and aims to analyze theses produced in Brazil in the period from 2000 to 2019, that investigated issues related to proportional reasoning in Mathematics teacher training processes. It is a bibliographic research based on Plataforma Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) and Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. This study used as analysis categories: the researches institutions and release date, objectives, the theoretical foundation used, participants involved, collection procedures and the principal results found. From this survey we found three theses. Two of them were defended at a public university by 2016 and the other one was defended at a private university by 2019, and all of them presented qualitative nature. Regarding the context of these theses, two of them were part of a Continuing Education and a initial formation. From the analysis of the studies it was possible to identify that the formative processes investigated increased the development of knowledge and the professional eye both from teachers and researchers. A common sense between the studies was the creation of a space destined to reflect about teaching Proportional Reasoning. In this context, it became clear the necessity of creating a space for teacher to discuss and reflect about the proportional reasoning and different methodologic resources, and pursue teaching cases as an information resource.

Keywords: *Mathematical Education. Proportional Reasoning. Teacher Education. Bibliographic Research.*

1 Introdução

O raciocínio proporcional está ligado principalmente à análise da mutualidade entre as grandezas e favorece o desenvolvimento de estratégias para tomada de decisão, permitindo uma avaliação crítica sobre diferentes aspectos de nosso cotidiano.

Diversos pesquisadores ligados à Educação Matemática ressaltam, também, o seu atributo universal, que, por sua natureza interdisciplinar, serve às mais diversas áreas do conhecimento. Estudos como os de Lesh, Post e Behr (1988) e Lamon (2005), por exemplo, nos ajudam a mostrar a relevância da escolha desta temática do ponto de vista de resultados de pesquisa.

Lesh et al. (1988) discutem que o raciocínio proporcional é uma forma complexa de pensar, a qual envolve covariação e comparações múltiplas, além da capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações. Assim, como esses autores, acreditamos que esse tipo de raciocínio é heterogêneo, pois contempla múltiplas relações e ideias matemáticas, além de análise qualitativa e quantitativa, como inferência e previsão.

Lamon (2005) ampliou a compreensão sobre tal complexidade, ao identificar habilidades a serem desenvolvidas, pois, segundo a autora, os alunos precisam compreender o que vem a ser covariação de grandezas; identificar se as situações envolvidas são proporcionais ou não; perceber sua utilidade e serem capazes de elaborar argumentos

que justifiquem sua forma de pensar proporcionalmente.

Aliado a isso, é importante considerar o papel central ocupado pelo professor nos processos de ensino e aprendizagem, pois é ele que dará vida a esse conceito e estará à frente do processo de ensinar e aprender a utilizar tal raciocínio. E, nesse contexto, ressaltamos ainda a centralidade da formação docente, uma vez que a capacidade de analisar, escolher e refletir sobre a prática não se forma espontaneamente e exige ações estratégicas de formação. Por isso acreditamos que é relevante analisar resultados de pesquisas que tratem do raciocínio proporcional em um contexto formativo.

De nosso ponto de vista, o pensamento proporcional é empregado intensamente no cotidiano de nossa sociedade e, inegavelmente, por diversas áreas do conhecimento científico. Tal fato também é apontado em documentos oficiais brasileiros, como os PCN (Brasil, 1997, p38), por exemplo:

O fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam como as leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Ele está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativo e quantitativo.

Esse e os outros Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (Brasil, 1997, 1998, 2000, 2002) e, mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (Brasil, 2018) consideram proporcionalidade como uma das ideias fundamentais, e a integram a todos os blocos de conteúdo/eixos/temas estruturadores da Matemática. Segundos tais documentos, os conteúdos permitem desenvolver conceitos matemáticos importantes, dentre eles a proporcionalidade. Os PCN e a BNCC chamam a atenção dos professores para o fato de que o planejamento da aula não se deve guiar pelos conteúdos e, sim, pelas ideias centrais da Matemática. Além disso, afirmam que esses profissionais deveriam escolher os conteúdos levando em conta alguns critérios, seja a aplicação prática no cotidiano, seja o desenvolvimento do raciocínio, e ponderam que tais condições nem sempre são observadas. De nosso ponto de vista, a proporcionalidade privilegiaria tanto o desenvolvimento do raciocínio matemático como a aplicação prática. E, por essa razão, destacamos ainda a relevância de uma investigação sobre estudos que analisaram a proporcionalidade, o raciocínio e o pensamento proporcional na Educação Matemática.

A partir desses elementos, procuramos responder neste artigo a seguinte questão de pesquisa: o que as teses defendidas nos cursos de Pós-Graduação, no período de 2000 a 2019, investigam em processos formativos de professores de matemática sobre o tema “raciocínio proporcional”?

Na busca de respostas, faremos neste estudo uma breve discussão sobre referências constantes nas pesquisas. No tocante aos processos de ensino e aprendizagem do raciocínio proporcional, procuramos ampliar discussões sobre Lesh et al. (1988) e Lamon (2005); sobre a formação de professores, buscamos referências em Imbernón (2011). Em seguida descreveremos os procedimentos metodológicos por nós

utilizados, a discussão e a análise das teses selecionadas e, ao final, teceremos algumas considerações sobre os resultados encontrados.

2 Raciocínio Proporcional: Alguns Aportes Teóricos

Fundado em 1920, o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos EUA (National Council of Teachers of Mathematics - NCTM) é a maior organização de ensino de matemática do mundo, e dentre suas principais estratégias está a defesa do ensino e da aprendizagem da Matemática de qualidade a todo e qualquer aluno. Em 1988, os pesquisadores Richard Lesh, Thomas Post e Merlyn Behr apresentaram ao NCTM um artigo sobre o tema raciocínio proporcional. Ali afirmam que esse raciocínio é suporte para os estudos de qualquer estudante e abrange o sentido de covariância e múltiplas comparações, ao processar mentalmente diversos conjuntos de informações.

Em seu artigo, os pesquisadores defendem que o raciocínio proporcional está relacionado com ideias dedutivas e de previsão e demanda o entendimento qualitativo e quantitativo. Sugerem também que ele abrange um espectro mais amplo e complexo das aptidões cognitivas, que incluem tanto uma dimensão matemática como uma dimensão psicológica.

Lamon (2005), professora emérita de Matemática, Estatística e Ciência da Computação na Marquette University, Wisconsin, USA, destaca também tal abrangência e revela como os aspectos do raciocínio proporcional vêm sendo abordados pelas áreas da educação. Considera ainda que esse termo, além de ser essencial, é utilizado genericamente e, muitas vezes, com “definição obscura”.

Um dos inúmeros e valiosos trabalhos de Susan J. Lamon sobre a Educação Matemática é o livro *Teaching fractions and ratios for understanding*, em que ela reforça a importância do nosso tema em estudo, apoiada também nos Currículos e Padrões de Avaliação indicados pela NCTM. Segundo Lamon (2005), tais orientações divulgadas por esse órgão chamam a atenção para o fato de o raciocínio proporcional ser tão importante que merece todo o tempo e o esforço necessários para garantir seu desenvolvimento. Além disso, ela complementa que essa forma de raciocínio abre as portas para a matemática e a ciência do ensino médio e, eventualmente, para as carreiras nas ciências matemáticas. E considera incalculáveis as perdas que ocorrem devido às lacunas no entendimento conceitual sobre frações, proporções e seus tópicos relacionados.

Segundo a autora, sem os métodos adequados de ensino e com o tratamento superficial comumente dado ao pensamento proporcional, o desenvolvimento desse tipo de raciocínio não se consoma, e se converte, muitas vezes, em apenas uma etapa do ensino de frações. Ademais, 90% dos adultos não dominam o raciocínio proporcional, e para o seu desenvolvimento são necessárias orientações.

Para Lamon (2005), o raciocínio proporcional relaciona-

se com a habilidade de aumentar ou reduzir grandezas em situações específicas e estabelecer explicações nas afirmações que envolvem proporções diretas simples e inversas, porém essa compreensão está conectada ao entendimento dos números racionais e suas operações matemáticas. Informalmente, o raciocínio proporcional é o raciocínio da variação para cima e ou para baixo entre duas grandezas que possuam uma relação constante (invariante) e que estejam associadas. O uso de diferentes representações nos permite desenvolver melhor este raciocínio.

Lamon (2005) argumenta que a aplicação da matemática ou de sua modelagem nas atividades profissionais possui importantes princípios fundamentais que se baseiam na proporcionalidade, sendo inequívoca a necessidade de que as pessoas desenvolvam suas capacidades de raciocínio proporcional.

Expusemos aqui essa breve reflexão sobre estudos que fundamentaram diferentes pesquisas sobre o raciocínio proporcional e a seguir apresentaremos estudos que são referências no tocante à formação de professores, para posteriormente aproximar essas duas ordens de considerações.

3 Formação de Professores: Alguns Aportes Teóricos

Como apoio teórico para analisar os estudos que investigaram questões relacionadas à formação de professores, baseamo-nos nos trabalhos de Imbernón (2011).

Na publicação, *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*, Imbernón (2011) expõe, a partir da análise do cenário atual, a necessidade de redefinir a profissão docente e propõe, no contexto do conhecimento pedagógico, científico, social e cultural, uma nova forma de ver a instituição educativa, as novas funções do professor, uma nova cultura profissional e uma mudança nos posicionamentos de todos que trabalham na educação.

Em sua argumentação, evidencia as mudanças ocorridas na transição do século XX para o século XXI, sobretudo a ascensão acelerada do conhecimento científico, dos meios de comunicação e da tecnologia, com destacadas inovações; e aponta também as mudanças comportamentais dos estágios pensar, sentir e agir das novas gerações. Imbernón sugere que, com essas mudanças, o docente deve assumir outras obrigações, e não apenas atuar para transferir conhecimentos, e as instituições devem ser uma manifestação de vida, e ensinar a complexidade de ser cidadão.

Ademais, afirma o pesquisador, as bases do conhecimento pedagógico especializado devem ser estruturadas na formação inicial do docente, como começo da socialização profissional e da assunção de princípios e regras práticas, mas com uma bagagem sólida nos âmbitos científico, cultural, contextual, psicopedagógico e pessoal, para que o professor possa assumir a tarefa educativa em toda a sua complexidade e com o rigor necessário. Imbernón (2011) comenta que o currículo formativo deve valorizar a atualização permanente, em função das mudanças que se produzem, e também promover

experiências interdisciplinares para integrar os conhecimentos e os procedimentos das diversas disciplinas.

Quanto à formação permanente do professor, o autor ressalta que tal ação deve apoiar-se em uma reflexão sobre a própria prática docente e em um processo constante de autoavaliação que oriente seu trabalho. Imbernón (2011) discute o fato de que uma formação deve propor ao docente um processo que lhe confira conhecimento, habilidades e atitudes para que o torne um profissional reflexivo. O eixo fundamental de formação do professor, segundo o autor, é capacitá-lo para refletir sobre a própria prática docente, para interpretar, compreender e ponderar sobre a educação e a realidade social de forma comunitária.

4 Procedimentos Metodológicos

Realizamos uma investigação por meio da Revisão Sistemática de Literatura (RSL), uma forma de estudo que utiliza uma metodologia bem definida para identificar, analisar e interpretar todas as evidências disponíveis a respeito de uma questão específica de pesquisa de maneira imparcial e repetível (Kitchenham & Chartes, 2007).

Segundo Dresch, Lacerda e Antunes (2015), a expressão “sistemática” significa que a revisão deve seguir um método explícito, planejado, responsável e justificável, que deve ser planejado para garantir certa isenção da revisão, isto é, adotar uma perspectiva parcial, rigorosa, aditável, replicável e atualizável, em detrimento de outras, possivelmente também válidas, fazendo que seus resultados tenham valor científico.

Ramos, Faria e Faria (2014) afirmam que a revisão de literatura tradicional apresenta resultados de investigação relativos a um tópico de interesse do investigador, e ele muitas vezes o faz, sem explicar os critérios utilizados para identificar e incluir estes estudos nem justificar o motivo de alguns deles serem descritos e discutidos, e outros não. Assim, segundo essa investigação, estudos relevantes podem não ter sido incluídos na revisão de literatura por falta de conhecimento deles ou por razões não explicadas.

A revisão sistemática caracteriza-se por empregar uma metodologia de pesquisa com rigor científico e de grande transparência, cujo objetivo visa minimizar o enviesamento de literatura, na medida em que é feita uma investigação exaustiva dos textos publicados sobre o tema em questão (Thorpe et al., 2005; Tranfield, Denyer, & Smart, 2003, apud Ramos et al., 2014). Nesse contexto, é fundamental estruturar todos os procedimentos para assegurar a abrangência das fontes, e isso se faz pela definição de uma equação de pesquisa, de critérios de inclusão e exclusão e de todas as normas que se julguem convenientes para o caso.

4.1 Descrição desta pesquisa

A partir do acesso à Plataforma Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES nossa pesquisa bibliográfica buscou inventariar e

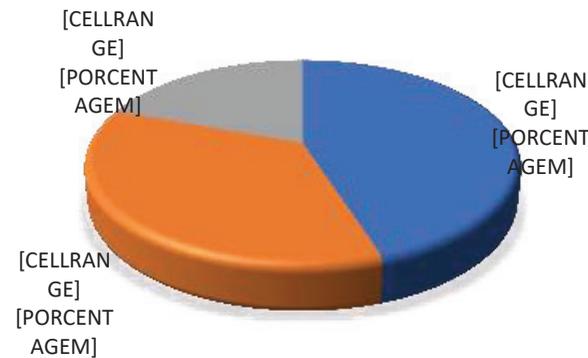
analisar de forma sistemática a produção científica dos cursos de Pós-Graduação sobre a temática “raciocínio proporcional”. Para tanto, catalogamos todas as dissertações e teses defendidas no âmbito dos programas que, de alguma forma, a analisaram. E identificamos os dados gerais da pesquisa: nome do autor e da instituição; participantes e ano de defesa.

Para selecionar os trabalhos, utilizamos as palavras-chave “proporção”, “proporcionalidade”, “razão”, “raciocínio proporcional” e “pensamento proporcional”. Selecionadas as teses e as dissertações, procedemos à leitura de seus títulos e resumos, a fim de confirmar a aderência do estudo selecionado com esta investigação. De posse do acervo selecionado, organizamos as análises a partir das seguintes informações: instituições da pesquisa e data de defesa; objetivo; fundamentação teórica; participantes envolvidos; metodologia e percurso metodológico e principais conclusões.

5 Análise e Discussão dos Dados

Nas buscas nos programas de pós-graduação no Brasil, desde 2000 (inclusive) até o ano de 2019 (inclusive), encontramos 160 pesquisas que abordavam o tema “raciocínio proporcional” e suas associações, sendo que 103 pesquisas eram provenientes do banco digital da Capes e 88 estavam catalogadas no Banco Digital de Teses e Dissertações (BDTD), o que indica que apenas 31 pesquisas pertenciam simultaneamente a ambas as plataformas.

Gráfico 1 – Porcentagem de distribuição de pesquisas nos bancos digitais



Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos haver, dentre as pesquisas elencadas, 14 teses e 146 dissertações. As Teses constituem aproximadamente 9% do nosso acervo produzido, enquanto as dissertações totalizam aproximadamente 91%, que estabelecem a proporção de 10,43 mestres para cada doutor para esta pesquisa. Constatamos neste inventário a ausência de tese de livre-docência produzida no Brasil sobre raciocínio proporcional e suas associações.

Identificamos que 54 universidades brasileiras publicaram trabalhos com o tema “Proporcionalidade” na Educação Matemática em seus programas de pós-graduação, e o Quadro 1 apresenta a relação dessas instituições.

Quadro 1 – Instituições com publicação sobre o tema “Proporcionalidade” em Educação Matemática

Instituição de Ensino	Quantidade
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	17
Universidade Federal de Pernambuco	11
Universidade Estadual Paulista	7
Universidade Federal de Santa Catarina	7
Universidade de São Paulo	6
Universidade Federal do Ceará	6
Universidade Federal do Rio Grande do Norte	6
Universidade Anhanguera de São Paulo	5
Universidade Federal do Rio Grande do Sul	5
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso	4
Universidade de Brasília	4
Universidade Estadual de Londrina	4
Universidade Federal de Juiz de Fora	4
Universidade Federal de Ouro Preto	4
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo	3
Universidade Estadual do Norte Fluminense	3
Universidade Federal de Alagoas	3
Universidade Federal de Goiás	3
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	3
Universidade Federal de São Carlos	3
Universidade Federal do Paraná	3
Universidade Federal do Piauí	3
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	3
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	2
Universidade do Vale do Taquari	2
Universidade Estadual da Paraíba	2
Universidade Estadual de Ponta Grossa	2
Universidade Federal da Paraíba	2
Universidade Federal de Santa Maria	2
Universidade Federal de Viçosa	2
Universidade Federal do Maranhão	2
Universidade Federal do Oeste do Pará	2
Universidade Federal do Pará	2
Universidade Federal Fluminense	2
Universidade Federal Rural de Pernambuco	2
Instituto de Matemática Pura e Aplicada	1
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro	1
Universidade Cruzeiro do Sul	1
Universidade do Estado do Pará	1
Universidade do Estado do Rio de Janeiro	1
Universidade do Extremo Sul Catarinense	1
Universidade Estadual do Oeste do Paraná	1
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia	1
Universidade Federal da Bahia	1
Universidade Federal de Campina Grande	1
Universidade Federal de Minas Gerais	1
Universidade Federal de Pelotas	1
Universidade Federal de São João del-Rei	1
Universidade Federal de Uberlândia	1
Universidade Federal do Amapá	1
Universidade Federal do Espírito Santo	1
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri	1
Universidade Regional de Blumenau	1
Universidade Tuiuti do Paraná	1
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo	3
Universidade Estadual do Norte Fluminense	3
Universidade Federal de Alagoas	3
Universidade Federal de Goiás	3
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	3
Universidade Federal de São Carlos	3
Universidade Federal do Paraná	3
Universidade Federal do Piauí	3
Universidade Tecnológica Federal do Paraná	3
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	2
Universidade do Vale do Taquari	2
Universidade Estadual da Paraíba	2
Universidade Estadual de Ponta Grossa	2
Universidade Federal da Paraíba	2
Universidade Federal de Santa Maria	2
Universidade Federal de Viçosa	2
Universidade Federal do Maranhão	2
Universidade Federal do Oeste do Pará	2
Universidade Federal do Pará	2
Universidade Federal Fluminense	2
Universidade Federal Rural de Pernambuco	2
Instituto de Matemática Pura e Aplicada	1
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro	1
Universidade Cruzeiro do Sul	1
Universidade do Estado do Pará	1
Universidade do Estado do Rio de Janeiro	1
Universidade do Extremo Sul Catarinense	1
Universidade Estadual do Oeste do Paraná	1
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia	1
Universidade Federal da Bahia	1
Universidade Federal de Campina Grande	1
Universidade Federal de Minas Gerais	1
Universidade Federal de Pelotas	1
Universidade Federal de São João del-Rei	1
Universidade Federal de Uberlândia	1
Universidade Federal do Amapá	1
Universidade Federal do Espírito Santo	1
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri	1
Universidade Regional de Blumenau	1
Universidade Tuiuti do Paraná	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos que nove instituições de ensino respondem por 70 pesquisas, o que representa aproximadamente 45% do total dos trabalhos elencados por esta pesquisa. A Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), apresentou no total 17 pesquisas. Na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) foram produzidas 11 pesquisas, e as Universidades Federal de Santa Catarina (UFSC) e Estadual de São Paulo (UNESP) produziram sete pesquisas cada. Nas Universidades de São Paulo (USP), na Federal do Ceará e na Federal do Rio Grande do Norte foram 6 pesquisas em cada uma e na Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN) e na Universidade de Federal do Rio Grande do Sul, cinco pesquisas em cada.

Após esta abordagem de análise física do acervo coletado nos bancos digitais da Capes e da BDTD e relativo ao tema Proporcionalidade, procuramos estudar as pesquisas legitimadas como aderentes ao tema “Raciocínio Proporcional e Educação Matemática: Um estudo sobre Dissertações e Teses, em processos formativos de professores de matemática”. No nosso acervo de 160 pesquisas, 9 se relacionam diretamente com o objeto desta pesquisa, a formação de professores, e nesse conjunto são 6 dissertações e 3 teses. Reafirmamos que não inventariamos tese de livre-docência produzida nesta área no Brasil. Para este artigo, analisaremos as três teses.

O Quadro 2 apresenta os autores, a instituição e os respectivos orientadores, o que complementa as variáveis de natureza institucional e circunstancial.

Quadro 2 – Teses defendidas de 2000 a 2019: autores, orientadores e instituições

Título	
Raciocínio proporcional: uma investigação sobre o desenvolvimento de competência profissional com estudantes de pedagogia	
Autor	Orientador
Alexsandro Soares Cândido	Angélica Garcia da Silva Fontoura
Instituição	
Universidade Anhanguera de São Paulo	2019
Título	
Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o geogebra	
Autor	Orientador
Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria	Marcus Vinicius Maltempi
Instituição	
Universidade Estadual Paulista	2016
Título	
Um estudo sobre a matemática para o ensino de proporcionalidade	
Autor	Orientador
Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti	Jonei Cerqueira Barbosa
Instituição	
Universidade Federal da Bahia	2016

Fonte: Dados da pesquisa.

Essas informações nos permitem observar que duas teses foram defendidas em universidades públicas e uma em instituição particular – duas no ano de 2016 e uma em 2019.

5.1 Avaliação dos objetivos

Para análise das considerações apresentadas pelos autores de cada tese, inicialmente apresentaremos uma síntese dos objetivos, o marco teórico e os procedimentos metodológicos utilizados no estudo.

Para analisar os conhecimentos profissionais e a competência relacionada ao olhar profissional sobre o ensino docente de um grupo de 30 estudantes de pedagogia em um curso de formação que discute o raciocínio proporcional, Cândido (2019) utilizou-se, em uma pesquisa qualitativa, de conceitos teóricos relacionados à competência e aos conhecimentos do professor, apoiando-se em Ball, Thames e Phelps (2008) e em Llinares e Fernandez (2012). Para o estudo de campo o autor realizou a revisão de literatura, que lhe permitiu fazer o *design* da formação e produzir o questionário preliminar. Essa pesquisa foi desenvolvida partir da proposição de um curso de 20 horas com o grupo, para oportunizar que as participantes tivessem contato com o raciocínio proporcional por meio de situações que remetessem ao domínio e à compreensão do raciocínio proporcional.

Faria (2016) empregou o *software* Geogebra em práticas que integram aritmética, geometria e álgebra, para desenvolver o raciocínio proporcional a partir do olhar profissional de professores de Matemática que atuam do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental. Recorreu a Llinares (2013) para fundamentar sua pesquisa, de abordagem qualitativa, quanto ao desenvolvimento da competência docente. Na produção de dados, Faria (2016) fez o registro em vídeos dos seis encontros presenciais do curso e registrou em seu caderno de campo diversas informações, bem como relatos e reflexões dos professores.

Menduni-Bortoloti (2016), para construir o modelo de uma matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade, utilizou três fontes: artigos científicos, selecionados por meio de uma revisão sistemática de literatura; um grupo de professores de educação básica; e livros didáticos de matemática da educação básica. Ele recorreu ao Estudo do Conceito (EC), de Brent Davis e aos trabalhos desenvolvidos pela pesquisadora Anna Sfard, como dispositivos investigativos para produzir e analisar os dados deste estudo. Organizou sua pesquisa conforme a estrutura textual do formato *multipaper*, e a apresentação dos resultados de cada objetivo foi estruturada em quatro artigos – três compuseram os objetivos específicos, de acordo com cada fonte de estudo, e o remanescente globalizou os resultados por meio de análise transversal.

De posse dessas informações, produzimos um cenário comparativo entre os objetivos de cada pesquisa, que está no Quadro 3, e é substancial avaliar se todas as ações dos projetos têm estreita ligação com os temas propostos por esta pesquisa, que são raciocínio proporcional e a formação de professores.

Quadro 3 – Síntese dos Objetivos das Teses

Cândido (2019)	Analisar os conhecimentos profissionais e a competência relacionada ao olhar profissional sobre o ensino de um grupo de 30 estudantes de pedagogia participantes de um curso de formação que discute questões ligadas ao raciocínio proporcional, por meio de uma pesquisa qualitativa.
Faria (2016)	Investigar a possibilidades de desenvolvimento e exploração do Raciocínio Proporcional que emergem em atividades com o GeoGebra, integrando aritmética, geometria e álgebra, a partir do olhar profissional de professores de Matemática e pesquisadores em Educação Matemática.
Bortoloti (2016)	Construção de modelo teórico de uma matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade, com a utilização de artigos científicos, grupo de professores e livros didáticos de matemática.

Fonte: Dados da pesquisa.

Os objetivos intencionais de duas das Teses selecionadas – Candido (2019) e Faria (2016) – focaram seu estudo no olhar profissional de professores de Matemática no âmbito de um processo formativo, e o foco da terceira Menduni-Bortoloti (2016) estava na construção de um modelo teórico, mas uma das fontes foi um grupo de professores também participantes de uma formação continuada. Notamos nos três estudos:

- Compreensões e conhecimentos dos professores;
- Análise de metodologias adotadas;
- Prática, materiais e tecnologias utilizadas.

Analisando as pesquisas, foi possível identificar que uma foi realizada no âmbito da formação inicial e envolveu futuros professores que lecionarão matemática para os anos iniciais (Cândido, 2019) e duas pautaram-se em processos formativos com professores de matemática já atuantes (Menduni-Bortoloti, 2016, & Faria, 2016).

5.2 Sobre a fundamentação e os procedimentos metodológicos utilizados nas teses

Quanto à fundamentação teórica, no que se refere às questões didáticas voltadas ao raciocínio proporcional, Cândido (2019), Menduni-Bortoloti (2016) e Faria (2016) abordaram os conceitos desenvolvidos e descritos por Lesh et al. (1988) e também Lamon (2005); e no tocante aos conceitos teóricos relacionados ao desenvolvimento, à competência e aos conhecimentos necessários ao professor, os estudos de Cândido (2019) fundamentaram-se em Ball, Thames e Phelps (2008) e Fernández e Llinares (2012), enquanto Menduni-Bortoloti (2016) teve como base de conhecimento para o ensino Ball, Thames e Phelps (2008). As atividades desenvolvidas por Faria (2016) foram debatidas com os professores de Matemática, considerando a perspectiva do olhar profissional de acordo com Llinares (2013).

Quanto às concepções metodológicas adotadas, o tratamento dado às pesquisas foi de natureza qualitativa, pois tal metodologia, segundo os estudos, pode favorecer a compreensão do ocorrido no processo formativo e aplicar um olhar a mais às características e aos comportamentos dos participantes. Cândido (2019), por exemplo, considerou que esse tipo de pesquisa favoreceu análise do ocorrido durante todo o processo. Para o autor isso ajudou a analisar

a estruturação e na reestruturação do pensamento de cada

participante. Pensamos numa metodologia qualitativa que nos possibilitasse fazer e refazer conjecturas de forma constante, a fim de construir novas concepções. Pensamos em um modelo próprio que considerasse o progresso do aluno frente a uma comunicação mais próxima a de uma sala aula. (Cândido, 2019, p.99)

No tocante à coleta de dados, identificamos a prática da observação, porém questionários, análise documental, registros no diário de campo, gravações em vídeo, análise de atividades desenvolvidas entre alunos e professores, debates e reflexão de ideias foram utilizados nas três investigações.

5.3 Sobre os resultados apresentados

Reafirmamos que as pesquisas realizadas para a construção das três teses foram desenvolvidas, parcial (Menduni-Bortoloti, 2016) ou totalmente (Faria, 2016; Cândido, 2019), em processos formativos.

Faria (2016) investigou o olhar profissional de professores que atuavam do sexto ao nono ano do ensino fundamental, quando participaram do curso “Raciocínio Proporcional: atividades com o GeoGebra integrando aritmética, geometria e álgebra”, no qual procurou identificar fatores que possibilitariam desenvolver e explorar o raciocínio proporcional, em decorrência de atividades com o GeoGebra, em propostas que integraram aritmética, geometria e álgebra. Da mesma forma, Cândido (2019) desenvolveu sua investigação com futuras professoras em um curso oferecido na própria universidade na qual estudavam pedagogia. Ele investigou o conhecimento e o olhar profissional das participantes. Já a tese de Menduni-Bortoloti (2016) não teve foco somente na formação (por isso a classificamos como parcial), pois pretendia realizar o *design* de um modelo teórico matemático para o ensino do conceito de proporcionalidade e, para tanto, utilizou-se de três fontes de coleta. Uma delas foi em um curso planejado para esse fim, o qual investigou o processo de discussão gerado por um grupo de oito professores que lecionavam Matemática para Ensino Fundamental e Médio. Aqui discutiremos somente os resultados apresentados por Menduni-Bortoloti (2016), Faria (2016) e Cândido (2019), identificados nos processos formativos por eles desenvolvidos.

No âmbito da formação inicial o estudo de Cândido (2019) nos trouxe evidências de que no início do processo formativo a maioria daquele grupo de 30 estudantes de pedagogia, apesar de conseguir identificar a proporcionalidade em situações reais, apresentou dificuldades ao resolver problemas envolvendo essa ideia. Além disso, o autor descobriu que essas participantes se valiam da estratégia do cálculo do valor unitário para solucionar situações que envolviam raciocínio proporcional. Assim, a partir de tais constatações, Cândido (2019) procurou desenvolver um

curso que priorizasse as reflexões compartilhadas sobre diferentes categorias de situações que envolvem o raciocínio proporcional, por meio de diferentes abordagens metodológicas, por acreditarmos que, assim, esse grupo poderia (re) significar seus conhecimentos e seu olhar

profissional para o ensino desse tema. (Cândido, 2019, p.269)

O autor se utilizou de recursos computacionais, materiais manipuláveis, análise de situações problemas e estudos de caso para aproximar as situações apresentadas de casos reais que poderiam ser encontrados pelas futuras professoras em suas salas de aula. Ao final, a partir da análise de todo o processo, Cândido (2019, p.269) constatou a ampliação do conhecimento e o olhar profissional das professoras. O autor chegou à conclusão

que as futuras professoras foram capazes de compreender a função do fator de proporcionalidade e resolverem corretamente situações de proporcionalidade associadas às ideias de dobro e metade nos distintos ambientes apresentados: papel e lápis, tecnológico e material concreto. Além disso, as futuras professoras resolveram utilizar diferentes estratégias em situações de valor omitido e de comparação embora algumas tenham dificuldades ao se depararem com números racionais.

Apoiado em Llinares (2015), o autor identificou ainda que a maior parte das futuras professoras obteve conhecimentos do conteúdo em problemas de proporcionalidade, passando do nível 1 de conhecimento para o 3, ou seja, “já possuíam habilidades para discriminarem e justificarem o problema” (Cândido, 2019, p.269). O autor afirma ter detectado “fortes indícios de avanços” no desenvolvimento do raciocínio proporcional e também nos conhecimentos de proporcionalidade de todas as professoras: “um grupo de alunas de pedagogia, que apresentava dificuldades com o raciocínio proporcional ao realizarem uma formação inicial puderam avançar tanto em aspectos [do conhecimento] matemático [e seu ensino], quanto em aspectos cognitivos” (Cândido, 2019, p.269). Ao final do estudo, entretanto, o autor concluiu que naquele curso proposto não houve tempo suficiente para o grupo discutir e aprofundar reflexões sobre questões que as alunas necessitassem reconhecer nem para diferenciar situações proporcionais de não proporcionais, mas compreendeu, apoiado em Post, Behr e Lesh (1995), que essa temática é importante e tem implicações diretas com o ensino.

Diferentemente do que Cândido (2019) pesquisou, Faria (2016) e Menduni-Bortoloti (2016) investigaram professores experientes em cursos de formação continuada. Faria (2016) promoveu uma formação continuada com 17 professores que lecionavam Matemática para o intervalo do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental, na qual promoveu um debate aberto, com contínuas interações entre os professores cursistas e os proponentes, o que contribuiu para incentivar os cursistas a pensar sobre sua prática profissional e sobre os meios de aprimorá-la. A pesquisadora afirma que o GeoGebra ampliou as oportunidades de explorar múltiplas representações que exaltam particularidades das vertentes da Matemática, por meio de seus diversos recursos e janelas que apresentam os objetos matemáticos nas representações algébrica, aritmética e geométrica. No decorrer do curso foram analisadas, discutidas e (re)escritas 17 atividades relacionadas a quatro temáticas: razão e proporção; grandezas diretamente proporcionais; Teorema de Tales; e Porcentagem. Faria (2016) relata que as atividades com o GeoGebra contribuíram para que o grupo de professores participantes do curso e seus alunos viessem

a experimentar, criar estratégias, produzir conjecturas, explorar construções, argumentar qualitativamente e deduzir propriedades matemáticas relativas a conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental, inerentes ao raciocínio proporcional. Segundo a autora, a abordagem matemática no GeoGebra ressaltou a relevância da intradisciplinaridade e ofereceu ao professor atividades que permitem que este tipo de exploração seja realizado. Faria (2016) afirma que, nas atividades com o GeoGebra, identificou o desenvolvimento do raciocínio proporcional com a intradisciplinaridade. A partir do olhar profissional de professores de Matemática e pesquisadores em Educação Matemática, portanto, Faria (2016) propõe mais atenção a estas práticas no contexto escolar e na Educação Matemática, por meio das Tecnologias Digitais.

Menduni-Bortoloti (2016) evidencia haver vulnerabilidade no modelo de ensino da proporcionalidade e, a partir de uma parceria com um professor do PROFMAT da própria instituição em que trabalha, realizou uma formação de oito encontros de três horas no âmbito da disciplina Tópicos de Matemática, com a participação de oito professores que lecionavam Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. A autora afirma que montou a formação priorizando a comunicação entre os participantes: “partindo da comunicação entre e com professores, foi possível fazer a identificação e, por conseguinte, constituímos uma matemática para o ensino do referido conceito, a partir do EC [Estudo do Conceito]” (Menduni-Bortoloti, 2016, p.65). Ela apresentou uma atividade objetiva na primeira sessão de formação, mas as demais discussões ocorreram a partir de situações expostas pelos participantes do curso. Relata que foi solicitada aos professores a apresentação de uma situação problema relacionada à proporcionalidade e uma solução possível para ela. Segundo a autora, o grupo escolheu, inclusive, os problemas que seriam analisados “[...] ou por serem considerados difíceis pelos alunos deles, ou porque eles os resolviam sem saber porque empregavam determinados procedimentos” (Menduni-Bortoloti, 2016, p.66). A partir da análise dos cenários apresentados pelos professores e das discussões geradas, a pesquisadora observou a presença de “diferentes realizações para o conceito de proporcionalidade”: *razão, igualdade entre razões e função*.

A *razão* foi identificada nas situações, nas resoluções e nas discussões, pela relação multiplicativa entre grandezas de mesma natureza ou de naturezas diferentes, e teve a rotina descrita pela metarregra, que comunicou objetos de conhecimento, como divisão proporcional; quotização proporcional; escala; porcentagem; e taxa. A *igualdade entre razões* teve a rotina sustentada na proporção que pode ser explicada pela semelhança de figuras, teorema de Tales; semelhança de triângulo ou razão trigonométrica tem a rotina descrita na regra de três. A *função* teve a rotina sustentada pela regra de realização da função e foi descrita pela identificação do fator de proporcionalidade. Analisando comparativamente o que foi identificado por Menduni-Bortoloti (2016) com o que

Cândido (2019) identificou, é possível notar que os professores de Matemática atuantes investigados por Menduni-Bortoloti (2016) parecem ter um repertório maior de estratégias e de elaborações do que os professores que iniciaram o curso de Cândido (2019). De nosso ponto de vista, isso reforça também a importância de promover para futuros professores espaços formativos que favoreçam a discussão e a reflexão sobre o ensino da Matemática, pois, ao final do estudo de Cândido (2019), ficou clara a ampliação dos conhecimentos dos professores sobre diferentes situações de proporcionalidade. Da mesma forma, observamos aproximações com o estudo de Faria (2016), a qual mostrou que o curso que discutiu o uso de Geogebra e a intradisciplinaridade também ampliou o conhecimento dos participantes sobre o raciocínio proporcional e seu ensino. Tal ampliação se manifestou a partir do olhar profissional de professores de Matemática durante o desenvolvimento das atividades interdisciplinares com o GeoGebra. Nesse contexto, considerando o constatado nas três teses aqui analisadas, concordamos com Imbernón (2011, p. 69), quando afirma:

A formação permanente do professor deve ajudar a desenvolver um conhecimento profissional que lhe permita: avaliar a necessidade potencial e a qualidade da inovação educativa que deve ser introduzida constantemente nas instituições, desenvolver habilidades básicas no âmbito das estratégias de ensino em um contexto determinado, do planejamento, do diagnóstico, e da avaliação; proporcionar as competências para ser capazes de modificar as tarefas educativas continuamente.

Nesse contexto, analisando os resultados aqui apresentados, observamos que os processos formativos tinham em comum o trabalho coletivo desenvolvido entre os propositores do curso e os participantes. Acreditamos que isso tenha favorecido a criação de uma cultura de confiança que estimulou a reflexão sobre a prática docente, o desenvolvimento de conhecimentos e o olhar profissional dos professores e futuros professores envolvidos.

6 Considerações Finais

Este artigo analisou os resultados de três teses defendidas no período de 2000-2019, que discutiram questões ligadas ao raciocínio proporcional em processos formativos. Dentre elas foram identificadas duas pesquisas que estudaram as questões relativas ao olhar profissional docente e aos conhecimentos profissionais (Faria, 2016; Cândido, 2019) e uma terceira, que analisou estratégias e narrativas de professores quando resolviam e propunham situações envolvendo a ideia de proporcionalidade (Menduni-Bortoloti, 2016). Uma das teses analisou um processo de formação inicial (Cândido, 2016) e as duas remanescentes, formação continuada (Faria, 2016; Menduni-Bortoloti, 2016).

No tocante à ampliação de conhecimento e ao olhar profissional, as três teses nos mostraram a importância de processos formativos que proporcionem aos professores espaços que favoreçam a reflexão e lhes permitam a tomada

de consciência do seu fazer pedagógico, despertando-os para busca de novas aprendizagens que os levem a reconstruir a própria prática docente. Além da necessidade de destinar espaços para que os professores participantes discutam e reflitam sobre o raciocínio proporcional e as ideias contidas na proporcionalidade, os resultados das três teses nos mostram a potencialidade do uso de diferentes recursos metodológicos de ensino – digitais ou não – e de casos de ensino como recursos formativos.

Acreditamos que há necessidade de um enfoque mais amplo do raciocínio proporcional tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada. Finalmente, concluímos que, dentre as condições necessárias ao desenvolvimento de conhecimento e ao olhar profissional sobre raciocínio proporcional, é fundamental destinar espaços para o estudo e a constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo.

Referências

- Ball, D.L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, 59(5), 389-407.
- Brasil. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil. (2000). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil. (2002). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Matemática*. Brasília.
- Candido, A.S. (2019). *Raciocínio proporcional: uma investigação sobre o desenvolvimento de competência profissional com estudantes de pedagogia* (Tese de Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Dresch, A., Lacerda, D.P. & Antunes, J.A.V. (2015). *Design Science research: método de pesquisa para avanço da ciência e tecnologia*. Porto Alegre: Bookman.
- Faria, R.W.S.C. (2016). *Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra* (Tese de Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Fernández, C., Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la Educación Primaria y Secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, 30(1), p.129-142.
- Imbernón, F. (2011). *Formação docente e profissional: formar-se a mudança e a incerteza*. São Paulo: Cortez.
- Kitchenham, B. & Charters, S. (2007). *Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering*. Technical Report EBSE 2007-001, Keele University and Durham University.
- Lamon, S. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Mahwah: Lawrence Erlbaum.

- Llinares, S. (2013). Professional Noticing: a component of the Mathematics teachers' professional practice. *SISYPHUS. Journal of Education*, 1(3), p.76-93.
- Llinares, S. (2015). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente el aprendizaje de las matemáticas". Algunas características en la formación inicial de profesores de matemática. In: B., D' Amore, M.I.F., Pinilha. *Didáctica de la matemática: una mirada internacional, empírica y teórica* (pp.271-282). Chía: Universidad de La Sabana.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). *Proportional reasoning*. In J. Hiebert, & M. Behr, *Number concepts and operations in the middle grades* (pp.93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.
- Menduni-Bortoloti, R. D'A. (2016). *Um estudo sobre a matemática para o ensino de proporcionalidade* (Tese de Doutorado). Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia, Salvador.
- Post, R.T., Behr, J.M. & R, Lesh (1995) A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. *As ideias da Álgebra*. (pp.89-103). São Paulo: Atual.
- Ramos, A., Faria, P.M. & Faria, Á. (2014). Revisão Sistemática de Literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. *Revista Diálogo Educacional* , 14 (81), 17-36. doi: 10.7213/dialogo.educ.14.041.DS01.