

Relação Entre Área e Perímetro de Figuras Planas: um Estudo Sobre os Conhecimentos Profissionais de Professoras

Association between Area and Perimeter of Flat Figures: a Study on the Professional Knowledge of Teachers

Susana Maris França da Silva^a; Angélica da Fontoura Garcia Silva^{*bc}

^aUniversidade Adventista de São Paulo, SP, Brasil.

^bUniversidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática SP, Brasil.

^cUniversidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática SP, Brasil.

*E-mail: angelicafontoura@gmail.com

Resumo

Este artigo é parte de uma pesquisa de doutorado em desenvolvimento e buscou investigar conhecimentos profissionais sobre a relação entre área e perímetro de figuras planas em respostas apresentadas por 12 professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais. Os dados foram coletados no início dos estudos, que foram realizados na própria escola na qual esse grupo de docentes lecionava. Para esta publicação, analisaram-se respostas dadas pelas participantes do grupo para dois itens apresentados em um questionário inicial. Em tal análise, utilizou-se como aporte teórico os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), que tratam do Conhecimento Profissional Docente, e Ma (2009), que investiga como educadores exploram ideias novas apresentadas sobre área e perímetro. Observou-se que esse grupo investigado tinha limitações nos conhecimentos *comum e especializado* tanto das noções matemáticas envolvidas nas medidas de área e perímetro e em seu ensino como da relação entre elas. É possível afirmar que a ausência de domínio do significado de área e perímetro implicaria falta de conhecimentos para o ensino desse conteúdo e da comparação entre essas medidas. Considera-se essencial que, em processos de formação, desenvolvam-se trabalhos que possibilitem a discussão e a reflexão acerca das ideias envolvidas nos cálculos de medida área e perímetro e suas comparações, de forma a relacionar essa temática com a prática pedagógica do professor.

Palavras-chave: Educação Matemática. Grupos de Estudo. Conhecimento Profissional Docente. Relação Entre Medidas de Área e Perímetro.

Abstract

This article is part of a doctoral research in development that sought to investigate professional knowledge about the relationship between area and perimeter of flat figures observed in responses presented by 12 teachers who taught mathematics for the early years. The data were collected at the beginning of the studies that were carried out in the very school in which this group of investigated teachers taught. For this publication we analyzed responses given by group participants for two items presented in an initial questionnaire. In this analysis, Ball, Thames and Phelps' studies, which deal with Professional Teaching Knowledge, were used as theoretical input; Ma which investigates how educators explore new ideas presented on area and perimeter. As a result, it was observed that this research group had limitations in the common and specialized knowledge of both the mathematical notions involved in area and perimeter measurements and their teaching, as well as in the relationship of comparison between them, as described in Ma's research. From Ball et al.'s point of view, it is possible to state that the absence of mastery of the meaning of area and perimeter would imply an equal lack of knowledge for their teaching and for the teaching of comparison between these measures. In this context, it is considered essential that in training processes work is developed that allows discussion and reflection on the ideas involved in area and perimeter measurement calculations and their comparisons in order to relate it to the pedagogical practice of the teacher.

Keywords: Math Education. Study Groups. Professional Teaching Knowledge. Relationship between area and perimeter measurements.

1 Introdução

Esta pesquisa foi realizada com um grupo de 12 professoras, constituído para estudar o ensino de área e perímetro de figuras planas. Investigações como as de Etehverria (2008), França (2016) e Miranda (2014, 2019) mostram que o grupo de estudo pode ser cenário interessante de investigação, uma vez que favorece o desenvolvimento do conhecimento profissional docente e a reflexão sobre o ato de ensinar. Buscamos apoio em documentos oficiais — como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicados pelo Ministério de Educação e Cultura (1997, 2019) —, em investigações internacionais, como a de Ma (2009), e em

pesquisas nacionais como a de Pires, Curi e Campos (2000) para justificar a escolha temática da relação entre as medidas de área de figuras planas.

Assim, este artigo busca analisar os conhecimentos evidenciados por um grupo de 12 professoras que se reúnem para estudar área e perímetro de figuras planas e seu ensino a partir da perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008). Expomos a seguir nossos referenciais teóricos e as orientações curriculares sobre a temática. Em seguida, apresentamos os procedimentos metodológicos. Logo, mostramos a discussão dos dados. Por último, tecemos nossas considerações finais.

2 As Orientações Curriculares e o Marco Teórico da Pesquisa

Para fundamentar nossas discussões sobre área e perímetro de figuras planas, analisamos o que os PCN (Brasil, 1997) e a BNCC (Brasil, 2019) propõem sobre essas temáticas. Inicialmente, procuramos referências que orientassem acerca da ideia de medida. O PCN indica a importância de estimular investigações métricas utilizando partes do próprio corpo — como palmos, pés e polegadas —, permitindo que o estudante faça uma reconstrução histórica de como civilizações antigas se utilizavam desses instrumentos para medir objetos do cotidiano. Além disso, propõe discussões que estimulem os estudantes a verificar a necessidade da padronização de medidas para obter medições precisas.

É no contexto das experiências intuitivas e informais com a medição que o aluno constrói representações mentais que lhe permitem, por exemplo, saber que comprimentos como 10, 20 ou 30 centímetros são possíveis de se visualizar numa régua. (Brasil, 1997, p. 83).

Ainda de acordo com o PCN, na construção significativa sobre essas temáticas, os estudantes devem estar em constante contato com diferentes situações. Estas devem estimulá-los a utilizar a medição identificando o que será medido e o que significa a medida.

Em conformidade com as orientações contidas no PCN, a BNCC (Brasil, 2019) propõe que os temas área e perímetro sejam introduzidos desde as primeiras séries do Ensino Fundamental I. Isso deve ser feito por meio de atividades lúdicas e intuitivas que instiguem os estudantes a identificar as medidas dos comprimentos dos lados de objetos, bem como suas áreas, com partes do corpo e unidades de medidas não padronizadas. Ainda nessa perspectiva, o documento indica que se reflita sobre a relação entre a medida de área de uma figura com seu respectivo perímetro com o uso de casos em que figuras com áreas iguais tenham perímetros diferentes ou em que figuras com áreas diferentes tenham o mesmo perímetro. Cabe ressaltar que essas observações foram obtidas ao analisarmos as habilidades prescritas como essenciais. Na 20ª habilidade proposta para o 5º ano do Ensino Fundamental, por exemplo, temos a seguinte descrição:

(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes. (Brasil, 2019, p. 297)

É possível inferir que, para o professor proporcionar o desenvolvimento de tal habilidade, é preciso que ele tenha conhecimento sobre as ideias matemáticas envolvidas na relação entre área e perímetro e sobre os pressupostos que englobam a atividade investigativa. Isso nos leva a deduzir que tal documento procura levar em consideração resultados de pesquisas da área de Educação Matemática. Quanto aos saberes do professor a respeito dessa relação, investigações como as de Ma (2009) - que explora como educadores

trabalham a apresentação de ideias novas sobre a área e o perímetro - mostram-nos que professores americanos e chineses, no geral, encontraram dificuldades em analisar matematicamente as conexões estabelecidas entre as medidas de área e perímetro.

Ademais, a análise do que é descrito na habilidade nos permite inferir que o professor precisa, além de conhecer sobre as ideias matemáticas envolvidas na relação entre as medidas da área e do perímetro de figuras, saber sobre os pressupostos envolvidos em atividades investigativas. Ponte (2003), por exemplo, discute a relevância desse tipo de atividade fazer parte da rotina das aulas de Matemática. Segundo ele, nessas atividades,

parte-se de uma questão muito geral ou de um conjunto de informações pouco estruturadas a partir das quais se procura formular uma questão mais precisa e sobre ela produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas, algumas das quais, perante contra-exemplos, poderão ser desde logo abandonadas. Outras, sem se revelarem inteiramente correctas, poderão ser aperfeiçoadas. Neste processo, por vezes formulam-se novas questões e abandonam-se, em parte ou no todo, as questões iniciais. As conjecturas que resistirem a vários testes vão ganhando credibilidade, estimulando a realização de uma prova que, se for conseguida, lhes conferirá validade matemática. (Ponte, 2003, p. 2).

Para o autor, essas atividades têm caráter exploratório ou aberto e têm aparecido de forma crescente nos currículos prescritos para a Matemática. Ponte (2003, p.2) descreve também que, em Portugal, isso não é diferente, que

a noção de investigação matemática no contexto da sala de aula e da formação de professores constitui o tema central de diversos projectos de investigação e teses de mestrado e doutoramento em Didáctica da Matemática e tem sido discutida em numerosos encontros.”.

Ponte (2003) considera, além disso, a necessidade de realizar análises críticas a respeito de tal inserção nas práticas docentes, averiguando quais interpretações são feitas e qual o alcance dessa perspectiva curricular. Nesse contexto, ampliar os estudos sobre a temática no interior do grupo de professores que investigamos em nossa pesquisa nos parece relevante.

Como vimos, documentos curriculares de Matemática prescritos pelo governo federal, em consonância com pesquisas da área, parecem reconhecer a notória relevância de temas ligados à área e ao perímetro, tanto por seu caráter prático e utilitário aplicado a situações presentes no cotidiano dos estudantes quanto pela compreensão de outros conceitos matemáticos. Nesses dois documentos, espera-se o desenvolvimento dessa ideia, por parte de ações didáticas do professor, para a introdução dos significados não só da multiplicação, mas, sobretudo, da desconfiguração retangular da multiplicação, para a compreensão da ideia de medida a partir de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e para a comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas.

Para que tais habilidades sejam desenvolvidas com os

estudantes, o professor deve estar familiarizado com essas temáticas. Considerando a complexidade inerente à construção do conhecimento profissional docente, utilizaremos como referencial teórico os estudos de Ball et al. (2008), que, fundamentados em Shulman (1986), detalham, com base nas análises das demandas matemáticas do ensino investigadas pelo grupo, uma interpretação dos conhecimentos necessários aos professores de Matemática. Os autores separam e explicitam o conhecimento do conteúdo específico descrito por Shulman em três categorias: *Common Content Knowledge* (CCK); *Specialized Content Knowledge* (SCK); e *Horizon Content Knowledge* (HCK). Elas podem ser traduzidas por Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo no Horizonte e Conhecimento Curricular. Para o que Shulman caracteriza como Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, Ball et al. também fazem uma subdivisão em três categorias: *Knowledge of Content and Students* (KCS); *Knowledge of Content and Teaching* (KCT); e *Knowledge of Curriculum* (KCC). Elas, por sua vez, podem ser traduzidas como: Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo. Neste artigo, analisaremos especialmente três dessas categorias: Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento do Currículo.

Ball et al. (2008) declaram que o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) refere-se aos conteúdos matemáticos que todos os profissionais, professores ou não, que estudam a Matemática deveriam saber. Essa categoria envolve os conhecimentos que levam o professor a, por exemplo, reconhecer algoritmos eficientes para resolver determinadas situações ou mesmo desenvolver procedimentos de cálculo, identificar quando o livro didático dá uma definição inadequada, ser capaz de usar termos e notações corretamente quando fala ou escreve na lousa. Segundo os autores, é um conhecimento importante, mas somente ele não basta para efetivar o ensino, uma vez que envolve “o conhecimento de que os professores precisam para ser capazes de fazer o trabalho que eles atribuem a seus alunos.¹[tradução nossa]” (Ball et al., 2008, p. 395).

Já para os autores, o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) é habilidade primordial unicamente para o ensino. O professor deve estar habilitado a reconhecer as diferentes formas de expressar uma resolução para uma determinada situação-problema. Por conseguinte, isso envolve utilizar diferentes maneiras de explicar e abordar conceitos, incluindo: a percepção do docente quando os estudantes têm respostas erradas; o reconhecimento de uma definição errada no livro didático; a capacidade de usar termos e notações corretamente quando fala ou escreve na lousa; o cotejo² de

todos os tipos de soluções dos estudantes; a descoberta do que os alunos têm feito; a verificação do pensamento deles para ver se é matematicamente correto para o problema e se a abordagem funcionaria sempre; a noção de justificativas para saber os procedimentos, os significados de termos e as explicações de conceitos; e a habilidade de dar significado às etapas dos procedimentos, e não apenas confirmar a resposta.

Em síntese, como conhecimento especializado para o ensino, os autores consideram que o professor precisa ser capaz de ir além de fazer o trabalho que ele atribui a seus alunos, precisa interpretar matematicamente suas correções e seus equívocos e, da mesma forma, analisar criticamente, do ponto de vista da Matemática, os materiais de apoio, como livros didáticos. Esse tipo de conhecimento é visto, por exemplo, quando o docente explana a obtenção da área de determinado triângulo não por intermédio da definição costumeira, como o produto da base pela altura dividida por dois, mas sim por meio de novas técnicas de apresentação para a obtenção desse valor, manipulando a multiplicação do seno do ângulo contido por dois dos lados desse triângulo e dividindo-o por dois.

Reiteramos que Shulman (1986) também trata do Conhecimento do Conteúdo Pedagógico. Ball et al. (2008), ao analisarem-no, afirmam que é estreitamente relacionado à prática. O saber aqui é distintamente matemático, não necessariamente conhecimento matemático familiar aos matemáticos. Nesse âmbito, do professor é requerido o conhecimento matemático, pois ele precisa saber: determinar e validar um argumento matemático; selecionar representações matemáticas apropriadas; definir se um método alternativo funciona em geral; dar significado a um procedimento; reconhecer propriedades matemáticas oferecidas por materiais ou modelos diferentes; atribuir uma tarefa antecipando-se ao que os estudantes provavelmente farão com ela e ao grau de dificuldade que encontrarão ao realizá-la; e ser capaz de escutar e interpretar os pensamentos emergentes e incompletos dos estudantes.

Desse conhecimento, analisaremos a subcategoria Conhecimento do Currículo. Ao abordá-la, Ball et al. (2008) consideram que o professor deva compreender as intenções e estruturação curriculares. É importante salientar, neste ponto, que os conhecimentos evidenciados por Shulman (1986), e destacados em categorias por Ball et al. (2008), não estão isolados, mas sim entrelaçados.

O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (Brasil, 1997, p.30).

Ao professor, faz-se também necessário ressignificar os

¹ “it is the knowledge teachers need in order to be able to do the work that they are assigning their students”.

² Este termo parece mais adequado ao contexto. O que você acha?

elementos de uma Matemática dinâmica para tornar suas características aparentes aos estudantes. Somando essa informação a todos os conhecimentos citados anteriormente, aos do conteúdo e dos estudantes e aos do Conteúdo e do Ensino, constrói-se a compreensão sobre o Conhecimento do Currículo.

Neste artigo, apresentaremos a relevância de investigar a (re)significação de conhecimentos profissionais de professores quando abordam modelos intuitivos para o cálculo de área em malhas quadriculadas e seu ensino a partir do trabalho com um grupo de professores que ensinam, estudam e refletem sobre a área de figuras planas na própria escola em que trabalham. Propor-nos-emos a apresentar parte de nossas análises sobre a atenção dada a essa temática no trabalho realizado em um grupo de estudos; fundamentaremos nossa análise nas investigações que discutem questões relativas a esse tipo de formação continuada no conhecimento profissional docente e na reflexão sobre a prática que apresentaremos a seguir.

Considerando o contexto dos documentos curriculares, para fundamentar nossas discussões sobre a relação entre área e perímetro de figuras planas, apoiamos-nos também no texto de Ma (2009), que nos ajudou a mostrar a relevância de discutir tal temática com professores durante os estudos em grupo. Reiteramos que a autora interpreta conhecimentos profissionais de professores americanos e chineses quando eles analisam uma situação fictícia. A circunstância criada por Ma (2009) descreve uma tarefa na qual uma aluna acredita ter constatado, por meio da construção de retângulos, que “à medida que o perímetro de uma figura fechada aumenta, a área também aumenta” (p. 155). A estudante citada justifica sua “constatação” a partir da representação de dois retângulos: o primeiro medindo 4 cm x 4 cm, cuja área mede 16 cm² e cujo perímetro mede 16 cm; e o segundo medindo 4 cm x 8 cm, com área maior (32 cm²) e perímetro de medida igual a 26 cm.

A partir da exposição da situação fictícia, Ma (2009) constata que muitos professores americanos não notaram a incorreção da afirmação da aluna. Esses profissionais, da mesma forma que a aluna fictícia, utilizaram-se de ilustrações de relações matemáticas, e não se valeram de investigações matemáticas que os possibilitassem refutar a fala da aluna. Segundo a autora, no grupo dos professores americanos, apenas uma docente empregou corretamente um contraexemplo para tal refutação. Já a maioria dos professores chineses (70%) questionou a afirmação da aluna.

Apoiadas em Ball et al. (2008) e em Ma (2009), acreditamos ser importante para a atividade de ensino do professor compreender e construir argumentos matemáticos consistentes para analisar afirmações utilizadas pelos alunos sobre temáticas que lecionarão. Uma das habilidades previstas para serem desenvolvidas por alunos do quinto ano do Ensino Fundamental pela BNCC é a de

concluir, por meio de investigações, que figuras de

perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes. (Brasil, 2019, p.297).

Por isso, acreditamos ser importante analisar os conhecimentos explicitados por professores a respeito da relação entre as medidas de área e perímetro de polígonos.

3 Procedimentos Metodológicos

Apoiado em Bogdan e Biklen (1994), este estudo, de natureza qualitativa, é parte de nossa pesquisa de doutorado³. Ela tem por objetivo analisar o desenvolvimento da base de conhecimento de 12 professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao participarem de um grupo que estuda o tema área e perímetro, seu ensino e as intenções e estruturação curriculares.

Neste ponto, é importante salientar que as identidades das participantes serão preservadas e que cada uma receberá o nome de uma estrela. No Quadro 1, apresentaremos uma tabela com informações relativas à formação e ao tempo de serviço de cada participante.

Quadro 1 - Pseudônimo de cada participante e tempo de serviço

| Nome | Tempo de Serviço | Formação Inicial |
|---------|------------------|--------------------------|
| Antares | 01 ano | Pedagogia |
| Auriga | 05 anos | Pedagogia |
| Sol | 05 anos | Pedagogia |
| Orion | 05 anos | Pedagogia |
| Rigel | 05 anos | Pedagogia |
| Lira | 10 anos | Pedagogia |
| Sirius | 10 anos | Pedagogia |
| Capella | 10 anos | Pedagogia |
| Tauri | 10 anos | Pedagogia |
| Hadar | 16 anos | Pedagogia |
| Quilha | 16 anos | Pedagogia |
| Veja | 25 anos | Magistério/ Pedagogia |

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 1, é possível identificar que todas as professoras investigadas são pedagogas com experiências variando de 1 a 25 anos. Mas todas têm um tempo médio de experiência maior do que 9 anos de Magistério.

Nossa pesquisa de doutorado será desenvolvida em três fases:

I – Pesquisa documental e revisão de literatura.

II – Pesquisa de campo:

- aplicação do questionário inicial;
- estudos com o grupo de professores.

III – Análise dos dados coletados.

Este artigo retrata resultados do questionário inicial. Então, para melhor compreensão do leitor, descreveremos a primeira fase e parte da segunda fase.

Na primeira fase, realizamos os estudos sobre área e perímetro, buscamos fundamentação tanto em documentos

3 Autorizada pela Comissão de Ética, sob o número CAAE 10196119.4.0000.5493, número do parecer: 3.416.600.

curriculares nacionais — como os Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC, 1997) e a Base Nacional Comum Curricular (MEC, 2019) — quanto em pesquisas que tratam do tema área e perímetro. O resultado dessa primeira fase serviu para elaborarmos o questionário inicial e um primeiro planejamento sobre as temáticas que poderiam ser discutidas.

Na segunda fase desta investigação, realizamos a pesquisa de campo. Aplicamos o questionário inicial e, por meio das análises feitas, pudemos (re)planejar as temáticas que seriam discutidas pelo grupo. Em seguida, fizemos as sessões de estudo.

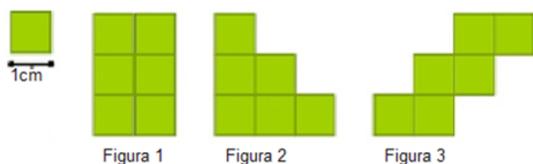
Para analisar os conhecimentos evidenciados pelo grupo de professoras investigadas, utilizamos o questionário inicial, que será brevemente descrito, com o propósito de mostrar o que vai ser analisado neste artigo. O questionário é composto de duas partes. A primeira nos permitiu traçar o perfil das 12 professoras. Para compreender as noções que o grupo de participantes tinha sobre as temáticas área e perímetro, uma segunda parte do questionário foi apresentada, com atividades que estimulassem a exposição de tais concepções, de modo que as professoras percebessem que tais conhecimentos estavam sendo solicitados em documentos oficiais. Acreditamos que todas essas informações são relevantes, pois a partir delas conduzimos nossos estudos em grupo.

Nessa perspectiva, baseadas no novo documento da Base Nacional Comum Curricular (MEC, 2019), cuja ideia é proporcionar que os estudantes de cada ano/série seccionado atinjam as habilidades propostas para aquele nível de ensino, selecionamos a seção EF05MA20. Orientadas por essa solicitação da BNCC, procuramos investigar quais eram os conhecimentos que as participantes possuíam sobre essa temática e propusemos as questões expostas no Quadro 2:

Quadro 2 - Questão apresentada às professoras

1. Figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes? _____

2. Observe as figuras a seguir.



Responda:

a) Qual é a medida de área de cada uma das figuras? _____

b) Qual é a medida do perímetro de cada figura? _____

c) Você mantém a resposta dada a questão 1 “Figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes”? (Justifique sua resposta)

Fonte: As autoras.

Considerando as respostas às questões expressas nesse quadro, obtemos os dados que estudaremos neste artigo. Na seção seguinte, eles serão analisados e discutidos.

4 Discussão e Análise dos Dados

Com base na análise da primeira parte do questionário, foi possível notar que todas as professoras que investigávamos não haviam vivenciado, tanto na Educação Básica como nos processos formativos para o ensino da Matemática, experiências que favorecessem o desenvolvimento de conhecimentos profissionais sobre área e perímetro de figuras planas e sobre seu ensino. Quando questionamos as 12 participantes se figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes, notamos que 4 delas concluíram, de forma equivocada, que isso não era possível, já 5 reconheceram que isso poderia acontecer, e as demais não souberam opinar. Nesse contexto, mais do que 58% dos participantes já mostraram certa limitação na compreensão dessa temática.

Durante a resolução da questão, as professoras aproveitaram para discutir sobre o tema. Constatamos que, durante suas falas sobre essa questão, 6 professoras apresentaram certa dificuldade em elaborar argumentos para justificar porque figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes. Para externar suas concepções, a professora Orion procurou evidências em situações do cotidiano:

É certo que se possuo um terreno de 100 m² seu perímetro será de 58m, pois seus lados deverão medir 25m x 4m”.

Nesse momento, a professora fez uma pausa e refletiu sobre o que disse. Para ajudar a colega a elucidar suas afirmações, a professora Capella disse:

Veja, um terreno de 100m² pode possuir dimensões diferentes. Pode ter 20m x 5m, e o perímetro será 50m. Pode ter 100m x 1m, e seu perímetro será 202m. Dessa forma, podemos verificar que figuras com mesma área podem possuir perímetros diferentes.

Ao ver essa explicação, a professora Lira fez a seguinte observação sobre suas conjecturas:

Sempre acreditei que, quando o perímetro de uma figura aumenta, sua área deveria aumentar numa mesma ‘proporção’. Ao ver os exemplos dados, percebi que as medidas se relacionam, porém nem sempre variam no mesmo sentido.

Em nossa revisão de literatura, vimos que tais observações, apresentadas pela professora Lira, sobre a relação entre área e perímetro também foram encontradas nos estudos de Ma (2009). Apesar de essa pesquisa ter fundo antropológico, revela-nos as concepções que os grupos de professores, americanos e chineses, têm ao validar a afirmativa de uma aluna quando lhes foi perguntado sobre a relação entre a medida de área e perímetro. A indagação fictícia da aluna no estudo de Ma (2009, p.158) era:

Imagine que uma das suas alunas chega muito entusiasmada e lhe diz que descobriu uma nova teoria que você nunca

havia ensinado para à turma. Explica ter descoberto que, à medida que o perímetro de uma figura fechada aumenta, a área também aumenta. Mostra-lhe a figura seguinte para provar o que está a dizer,

Figura 1 - Explorar novo conhecimento: a relação entre perímetro e área



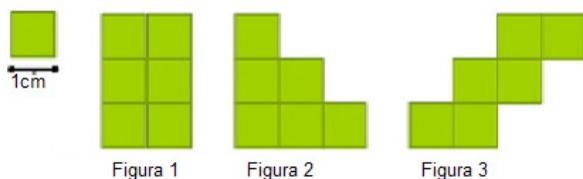
Fonte: Adaptado de Ma (2009, p.158).

De acordo com os resultados apresentados por Ma (2009, p.159),

As reações imediatas dos professores americanos e chineses a esta asserção foram similares. Para a maioria dos professores neste estudo, a asserção da aluna era uma «nova teoria» de que ouviam falar pela primeira vez. Percentagens similares de professores americanos e chineses aceitaram a teoria imediatamente.

Voltando para nosso estudo, apesar de toda discussão em torno da relação entre a área e o perímetro de figuras poligonais, duas professoras permaneceram céticas aos exemplos apresentados. Para tornar compreensível tais apontamentos, apresentamos a segunda questão do questionário, que apresentava figuras com mesma área e perímetros diferentes (Quadro 3).

Quadro 3 - Imagem apresentada no questionário de pesquisa parte II



Fonte: As autoras.

Foram feitas as seguintes indagações:

- Qual é a medida de área de cada uma das figuras?
- Qual é a medida do perímetro de cada figura?
- Você mantém a mesma resposta dada à questão 1 (“Figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes?”)? Justifique sua resposta.

Na Quadro 4 apresentaremos a quantidade de acertos e erros obtidos como resposta para os itens a e b dessa questão.

Quadro 4 - Análise do índice de erros e acertos dados aos itens a) e b)

| | Medida de Área | Medida do Perímetro |
|---------|----------------|---------------------|
| Acertos | 9 | 7 |
| Erros | 3 | 4 |

| | | |
|------------------------|---|---|
| Não souberam responder | 0 | 1 |
|------------------------|---|---|

Fonte: Dados da pesquisa.

Percebemos que todas as participantes se utilizaram da contagem de quadradinhos para obter as áreas das figuras, uma vez que a figura era formada por quadradinhos destacados, o que facilitava a contagem. Esses resultados já eram esperados por nós, por conta não só da análise dos dados obtidos no questionário inicial, mas também das pesquisas de Garcia Silva, Galvão e Campos (2013), França (2016) e Gomes (2018), que notaram a estratégia de contagem mesmo quando as figuras em malhas quadriculadas eram mais complexas⁴.

A pesquisa de França (2016), realizada com professoras do Ensino Fundamental I, também constatou que, no início dos encontros dos estudos em grupo, as participantes usavam predominantemente a contagem de quadradinhos para a obtenção da área de figuras mais complexas, valendo-se de composição e decomposição de parte dos quadradinhos para formar o todo. Tal fato também foi identificado por Garcia Silva et al. (2013) e por Gomes (2018), que, ao analisarem conhecimentos de professores que lecionavam Matemática para os anos iniciais participantes de um processo de formação continuada, notaram que todos usaram contagem. Mesmo os que se valeram da composição; fizeram-no por meio da contagem e compensação de partes do “quadradinho unidade” para formar a unidade completa.

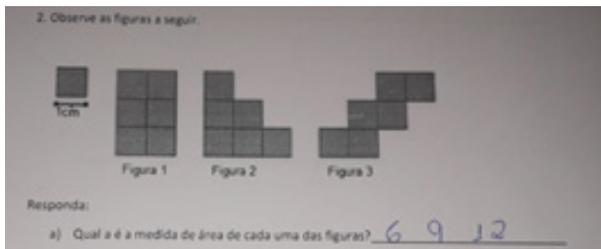
Assim, no contexto de nossa pesquisa, já era de se esperar que todas as professoras se utilizassem da contagem. Nessa questão, nosso maior interesse era justamente identificar o conhecimento comum (Ball et al., 2008) das professoras participantes a respeito de noções do cálculo de área e perímetro por meio da contagem de unidades — quadradinhos para área e medida do comprimento para o perímetro. Nesse contexto, observamos que não era tão evidente para todas as professoras o que vinha a ser a medida de área e o perímetro, mesmo em figuras mais simples.

No tocante ao cálculo da área da figura apresentada, notamos que 3 das 12 participantes acreditaram que, para determinar a área das Figuras 2 e 3, era necessário formar um quadrado ou retângulo, pois acreditavam que, da forma como estava a representação, não era possível determinar a área. Em nenhum dos protocolos apresentados no Quadro 5 as professoras utilizaram a unidade de medida de área.

⁴ Chamamos aqui de figuras mais complexas, figuras que estão na malha e, mas além de ocupar quadradinhos inteiros que podem ser considerados como unidade, também ocupam tal unidade particionada, o que dificulta a contagem.

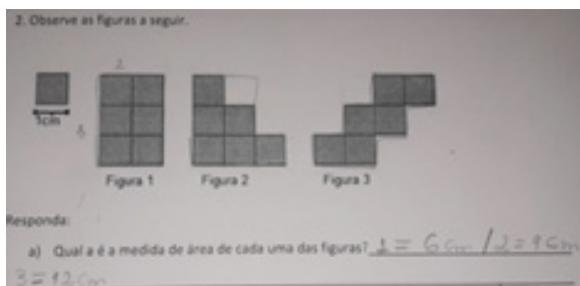
Quadro 5 - Imagem das respostas das professoras Sirius e Quilha para o item a

Professora Sirius



a- Qual é a medida de área de cada uma das figuras? 6 9 12

Professora Quilha



a- Qual é a medida de área de cada uma das figuras?
 $1 = 6\text{cm} / 2 = 9\text{cm} / 3 = 12\text{cm}$

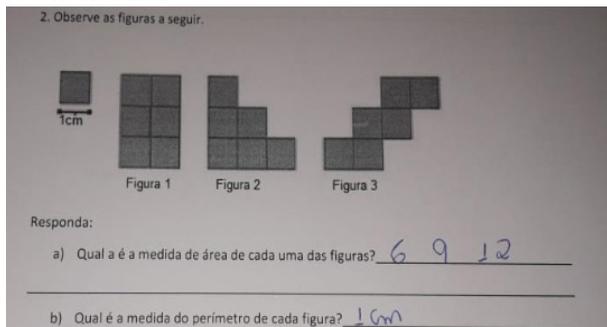
Fonte: Dados da pesquisa.

É possível perceber que tanto Sirius como Quilha completaram as imagens referentes às Figuras 2 e 3 como se tivessem 9 e 12 unidades cada uma. Além disso, notamos que somente Quilha indicou uma unidade de medida, mas equivocou-se ao relacionar a quantidade a uma medida de comprimento. Acreditamos que essa ocorrência se deva ao fato de ser uma prática recorrente nas escolas focar somente em imagens retangulares quando o tema é medida da área de figuras planas. Tal fato também foi observado na investigação realizada por Gomes (2018).

No item b, sete participantes determinaram corretamente o perímetro das figuras. Quatro participantes não encontram a medida dos perímetros solicitados, sendo que duas delas acreditaram que a medida do perímetro era dada pela quantidade de quadradinhos que a figura possuía na base, como vemos no Quadro 6.

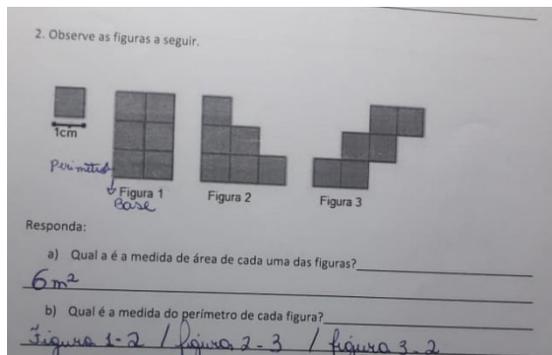
Quadro 6 - Imagem das respostas das professoras Sirius e Auriga para o item b

Professora Sirius



b) Qual é a medida do perímetro da figura? 1cm

Professora Auriga



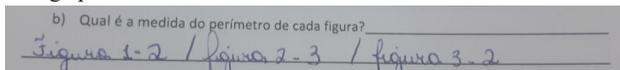
a) Figura 1-2/ figura2-3/figura 3-2

Fonte: Dados da pesquisa.

A professora Sirius, por exemplo, acredita que a medida do lado apresentado na imagem determina o perímetro de todas as figuras; e a professora Orion não soube responder. A primeira afirmou: “Esse traço abaixo do quadradinho indica que, onde houver uma linha, essa medida deverá ser de 1cm.” (Professora Sirius).

Professora Auriga, em conversa durante a resolução das questões, disse: “O perímetro é determinado pela quantidade de quadradinhos na parte de baixo da figura. Se a figura tiver 1 quadradinho, seu perímetro será 1; e se tiver 50, seu perímetro será 50”. Vemos a resolução da docente no Quadro 4.

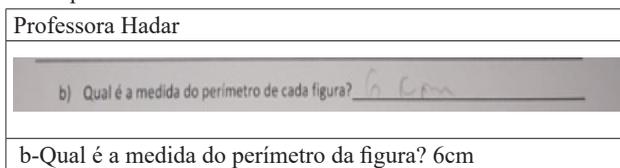
Quadro 7 - Imagem da resposta apresentada pela professora Auriga para o item b



Fonte: Dados da pesquisa.

Já a professora Hadar, assim como Sirius, parece ter feito confusão na identificação sobre o que é área e perímetro, uma vez que indicou 6cm como o perímetro para todas as figuras.

Quadro 8 - Imagem das resposta apresentada pela professora Hadar para o item b



Fonte: Dados da pesquisa.

Sobre os conhecimentos evidenciados pelas professoras Hadar e Sirius, pudemos ter mais indícios da confusão ou da falta de compreensão acerca do conceito de medida de área e perímetro de figuras planas ao analisar os protocolos por elas apresentados. Elas deixaram em branco o item c, no qual questionamos se elas mantinham a resposta para a primeira questão; ou seja, sobre o fato de figuras com áreas iguais possuírem perímetros diferentes, notamos que não souberam responder.

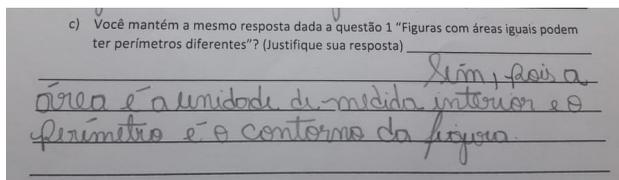
Ainda no que diz respeito a esse mesmo item, averiguamos que cinco professoras optaram por não responder a ele. E a maioria disse que confirmava que figuras que possuem a

mesma área podem ter diferentes perímetros.

Neste ponto, é importante salientar que esse saber parece não fazer parte dos conhecimentos desenvolvidos por professores desse nível de ensino. A pesquisa de Gomes (2018) também observou, em um questionário inicial, que aproximadamente 60% dos 33 professores investigados não compreendiam essa relação.

Vejamos, no Quadro 9, como a professora Antares respondeu à pergunta do item c.

Quadro 9 - Imagem da resposta apresentada pela professora Antares para o item c

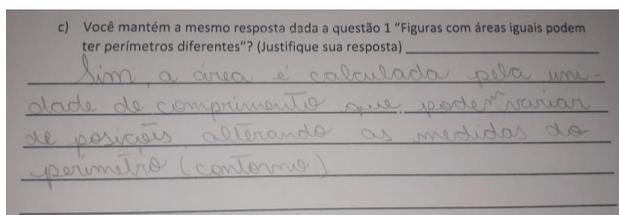


Sim, pois a área é a unidade de medida interior e o perímetro é o contorno da figura.

Fonte: Dados da pesquisa.

A professora Capella, por sua vez, deixa indícios de que compreende a ideia de perímetro como contorno e parece esboçar querer discutir a relação da medida da área com o comprimento.

Quadro 10 - Imagem da resposta apresentada pela professora Capella para o item c



Sim, a área é calculada pela unidade de comprimento que podem variar de posições alterando as medidas do perímetro (contorno)

Fonte: Dados da pesquisa.

O texto apresentado pela professora Capella nos fez refletir sobre a necessidade de, durante os estudos em grupo, retomar essa discussão com essa professora. Isso se deve a uma hipótese a ser confirmada: a de a docente estar conjecturando sobre, por exemplo, a área estar diretamente relacionada com o perímetro, já que ela é obtida pelo produto da medida do comprimento pela largura, denominada por ela como comprimento.

A análise dos resultados aqui expostos, fundamentada em Ball et al. (2008), permitiu identificar, além das limitações de saberes comuns sobre a relação entre as medidas de área e perímetro, desconhecimentos até mesmo sobre noções de área ou perímetro. Tais limitações nos possibilitam afirmar que essa falta domínio implicaria igualmente o conhecimento sobre seu ensino e sobre as possíveis dificuldades que os alunos dessas professoras venham a encontrar.

A partir da análise das respostas, planejamos parte das pautas de estudo. Por exemplo, ao idealizarmos a sessão

que discutiria a relação entre as medidas de área e perímetro de figuras planas, sabíamos que poderíamos partir dos conhecimentos explicitados pela professora Capella e dos esclarecimentos dados por ela. Sabíamos também que precisaríamos propor vivências de situações práticas que nos permitissem refletir sobre as relações entre áreas e perímetros de retângulos.

Apoiadas em Serrazina (2012), consideramos ser importante debater sobre a relação entre as medidas de área e perímetro também por meio da investigação coletiva. Isso pode ocorrer mediante abordagens sobre o que acontece com a área de um retângulo com determinado perímetro, sobre qual seria o retângulo com maior área, ou aproximações da medida de menor área.

5 Considerações Finais

Apresentamos aqui nossas conclusões a partir das análises dos dados exibidos anteriormente. Neste artigo, tivemos o objetivo de investigar conhecimentos profissionais sobre a relação entre área e perímetro de figuras planas observadas em respostas apresentadas por 12 professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais.

Para alcançar esse propósito, buscamos um aporte teórico nos estudos de Ball et al. (2008), que apresentam conceitos que consideramos significativos para fundamentar esta investigação. Também procuramos apoio em documentos oficiais — como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) —, em investigações internacionais, como a de Ma (2009), e em pesquisas nacionais, como a de Pires et al. (2000), para justificar a escolha temática da relação entre as medidas de área de figuras planas.

Fundamentadas nas ideias teóricas e nos estudos correlatos, construímos e definimos nosso percurso metodológico. Utilizamos a pesquisa documental descrita anteriormente para elaborar o questionário e fazer um primeiro desenho dos temas que seriam discutidos com o grupo. A formação continuada ocorreu por meio da realização de sessões de estudos sobre os conceitos de área e perímetro e seu ensino.

Com base na análise das respostas dadas à primeira parte do questionário, pudemos observar que, ao iniciarmos os estudos em grupo, as participantes desta pesquisa não haviam vivenciado em sua escolarização ou em sua formação acadêmica profissional situações que propiciassem a construção dos conhecimentos sobre essa temática. Para a maioria do grupo, mesmo para aquelas que tinham maior experiência profissional, essa seria a primeira vez que isso aconteceria.

Foi possível identificar dificuldades na compreensão sobre o significado dos conceitos de área e perímetro de figuras planas e sobre a relação entre essas duas medidas. Apoiadas em Ball et al. (2008), acreditamos que as limitações de Conhecimentos Comum e Conhecimento Especializado também poderiam refletir em obstáculos nas atividades de

ensino dessa temática. Os resultados aqui apresentados nos forneceram elementos para elaborarmos uma sessão de estudo que estimulasse a reflexão e o debate entre as professoras sobre o ensino da relação entre área e perímetro de figuras planas. Nele, procuramos desenvolver pelo menos quatro vertentes da base de conhecimentos para o ensino da Matemática como proposto pelos autores: o *Conhecimento Comum*, o *Especializado*, o *do Ensino do Conteúdo* e o *Curricular*.

Diante dos resultados apresentados, consideramos essencial que, em formações — iniciais ou continuadas — desenvolvam-se trabalhos que possibilitem a discussão e a reflexão acerca do cálculo de área e o relacione com a prática pedagógica do professor. Além disso, utilizar diferentes procedimentos e materiais de apoio e a análise de resultados de pesquisas acerca dos processos de ensino e aprendizagem do tema área e perímetro poderá levar o docente a aprimorar seus conhecimentos profissionais para ensinar a Matemática.

Referências

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phekps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto.
- Etcheverria, T. C. (2008). *Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da geometria* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre
- França, S. M. (2016). *Formação de professores dos anos iniciais: uma investigação sobre os conhecimentos para o ensino de área e perímetro de figuras planas*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Garcia Silva, A. da F., Galvão, M. E. E. L., & Campos, T. M. M. (2013). Uma interpretação das estratégias utilizadas por um grupo de professores ao calcular área de polígonos em malha quadriculada. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Montevideo, 56-74.
- Gomes, J. O. M. (2018). *Um processo formativo de professores de matemática: (re) significação de conhecimentos para o ensino de área e perímetro nos anos iniciais do ensino fundamental*. (Tese de Doutorado). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Ma, L. (2009). *Saber e ensinar matemática elementar*. Lisboa: Gradiva.
- Ministério de Educação e Cultura (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental: matemática*. Brasília, DF.
- Ministério de Educação e Cultura (2019). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.
- Miranda, M. de S. (2014). *Uma investigação sobre a (re) construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo* (Dissertação de Mestrado). Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Miranda, M. de S. (2019) *Escola como espaço de (re)significação de conhecimentos matemáticos para o ensino: constituição de um grupo que estuda o currículo e investiga a própria escola*. (Tese de Doutorado). Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo.. 260.f.
- Pires, C., Curi, E., & Campos, T. (2000). *Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo: PROEM.
- Ponte, J. P. (2003) Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 1-75.
- Serrazina, M. de L. M. (2012). Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 266-283.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.