

Conhecimentos de Licenciandos em Matemática para o Ensino de Frações

Student-Teacher Knowledge in Mathematics for Teaching Fractions

Teresa Cristina Etcheverria^{*a}; Marta Élid Amorim^a

^aUniversidade Federal de Sergipe. SE, Brasil.

*E-mail: tetcheverria@gmail.com

Resumo

Este texto tem como propósito oportunizar uma discussão sobre conhecimentos relacionados ao conteúdo frações e ao seu ensino. A discussão sobre o ensino das frações está apoiada nas ideias de Magina e Campos e de Morales, dentre outros; e de Shulman no que se refere aos conhecimentos necessários para o ensino. Os dados foram coletados por meio da aplicação de dois questionários com cinco situações problema envolvendo os diferentes conceitos de fração, um para estudantes do Ensino Fundamental e outro para estagiários do Curso de Matemática – Licenciatura. Os resultados sinalizam que apesar dos licenciandos evidenciarem saber responder corretamente situações envolvendo os diferentes significados de fração, as estratégias de ensino propostas por eles deixam claro que no momento de pensar em uma forma de explicar esse conteúdo costumam recorrer ao significado de fração como parte-todo, demonstrando, assim, conhecimento pedagógico do conteúdo insuficiente para lecionar frações. E que acreditam que o uso de recursos materiais auxiliares pode contribuir no aprendizado desse conhecimento.

Palavras-chave: Estratégias de Ensino. Frações. Formação de Professores.

Abstract

The goal of this paper is to present a discussion on knowledge related to fractions and how to teach them. The discussion on teaching fractions is based on the ideas of Magina and Campos and on Morales, among others; and on Shulman regarding the knowledge necessary for teaching. The data were collected from two questionnaires with five situations involving the different fraction concepts, one applied to students in Basic Education and the other applied to interns in the Mathematics Teaching Degree Program. The results indicate that while the student-teachers know how to correctly respond to situations involving the different meanings of fractions, the teaching strategies they proposed make it clear that when they have to think about how to explain the subject, they usually appeal to the part-whole meaning of fractions, thus demonstrating insufficient pedagogical knowledge for teaching fractions. Moreover, they believe that using auxiliary material resources can contribute to learning this knowledge.

Keywords: *Teaching Strategies. Fractions. Teacher Training.*

1 Introdução

Educadores matemáticos destacam o ensino e a aprendizagem das frações como algo complexo para estudantes de todos os níveis de ensino, principalmente para estudantes do Ensino Fundamental, e enfatizam que as dificuldades estão relacionadas à falta de compreensão de que o conjunto dos Números Racionais possui propriedades e características que o diferencia do Conjunto dos Números Naturais (Monteiro & Groenwald, 2014, Nunes & Bryant, 1997).

Por outro lado, resultados de pesquisa com foco na formação continuada de professores da educação básica nos revelam falta de autonomia dos mesmos na elaboração de atividades que oportunizem a construção de conceitos relacionados aos números fracionários e, ainda, afirmam que os docentes costumam privilegiar a ideia de fração como parte-todo no processo de ensino (Silva, 2005).

Levando em conta esse contexto, trazemos, neste artigo, uma discussão sobre conhecimentos relacionados ao conteúdo frações e ao seu ensino. Os dados foram coletados

em um projeto de pesquisa intitulado “Aritmética no Ensino Fundamental”, desenvolvido no ano de 2017 como parte das atividades do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática – GEPEMAT, da Universidade Federal de Sergipe – UFS.

Nossa pesquisa abordou cinco significados de fração, a saber: parte-todo, número, operador multiplicativo, quociente e medida, entretanto, neste texto escolhemos discutir os resultados relacionados ao conceito de quociente, visto que nessa questão os estudantes do Ensino Fundamental apresentaram um maior número de acertos e ao conceito de medida, por nele ocorrer o maior número de erros.

Ao mesmo tempo em que foram investigadas as dificuldades apresentadas por estudantes do Ensino Fundamental no significado do conceito de fração, também aplicamos um instrumento aos professores das turmas investigadas e a estagiários da Licenciatura em Matemática, com a intenção de averiguar suas compreensões sobre o ensino das frações.

Nesse sentido, delinea-se na sequência deste artigo,

um breve aporte teórico acerca dos conceitos relacionados ao ensino das frações e aos conhecimentos necessários ao professor para o ensino; a metodologia utilizada para coleta e análise dos dados; nosso olhar sobre o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental e os conhecimentos dos estagiários sobre o ensino de frações. Encerramos fazendo algumas considerações sobre os resultados encontrados.

2 Ensino de Frações

Mesmo os conceitos de fração sendo estudados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, professores que ensinam matemática nos diferentes níveis de ensino e pesquisadores concordam que esse é um conteúdo que apresenta grande dificuldade no processo de ensino e de aprendizagem.

Com vistas a superar essas dificuldades, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática indicam a inclusão no segundo ciclo de

[...] situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles [alunos] se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (Brasil, 1997, p. 57).

A orientação de que o processo de ensino permita ao estudante navegar de forma segura e eficaz pelos diferentes significados e representações dos números racionais também é defendida por Ribeiro (2011), contudo, apesar de ser recomendado pelos PCN que desde o 4º e 5º ano seja feita a apresentação de três dos significados de fração, o mais comum é o estudo apenas de fração como parte-todo. Para Silva (2005, p. 29),

Embora esse procedimento capacite a criança a produzir respostas corretas para algumas situações, desenvolve um modelo mental não apropriado (partes de um inteiro), em vez de um mais poderoso, sugerido por Vergnaud, em 1983, que é o da medida (comparação com a unidade).

Também, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indica que o estudo dos números racionais, na forma fracionária, deve ser iniciado no 4º ano, com o intuito de que os estudantes desenvolvam a habilidade de “Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso” (Brasil, 2018, p. 291).

Entendemos que o trabalho com a reta numérica pode possibilitar a exploração do significado de medida ao considerarmos uma dessas frações como uma unidade de medida, por exemplo, promover uma discussão de quantos $1/2$ cabem em um inteiro.

Nas situações envolvendo o significado de medida uma determinada parte é utilizada como referência para medir as demais e podem ser inseridas em turmas do 4º ano, assim como preconiza a BNCC. Esse significado nos ajudaria a analisar, por exemplo, “se duas medidas de tinta foram feitas

com a mesma razão de tinta azul para tinta branca, a cor será a mesma e as frações serão equivalentes, mesmo que a quantidade total de tinta seja diferente” (Magina & Campos, 2008, p. 28).

Morales (2011) apresenta a relação parte-todo como sendo a base para a compreensão dos outros significados. Destaca, ainda, a fração com o significado de medida como sendo o que estabelece a relação quantitativa entre as grandezas (a parte e o todo). Visto que, “o ato de medir é importante no processo de conceituação de números racionais, pois dele se originam as frações, quando o que é medido não é um múltiplo inteiro de vezes da unidade padrão de medida usada”. (Obando, 2006 apud Morales, 2011, p. 21, tradução nossa).

Dessa forma, entendemos a importância do estudo de fração com o significado parte-todo e o seu papel na construção do conceito. Entretanto, o estudo exclusivo desse significado, não nos permitiria discutir, por exemplo, a ideia de divisão ou partilha e nem representar frações que extrapolam a divisão do todo em partes iguais, pois “dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número: $2/3$ ” (Brasil, 1998, p.103). Essas são ideias relacionadas ao significado de fração como quociente.

A interpretação de fração como quociente nos permite discutir, também, que ao dividirmos um bolo, quanto maior o número de crianças para o bolo ser compartilhado, menor o pedaço para cada uma delas, ou seja, quanto maior o denominador, menor será a parte (Magina & Campos, 2008). Além disso, constitui “uma ferramenta poderosa para o trabalho com outras interpretações das frações como a reta numérica e as razões” (Morales, 2011, p.23-24, tradução nossa).

Indo ao encontro dessas ideias, a BNCC indica que seja estudado no 5º ano o objeto de conhecimento “Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica” (Brasil, 2018, p. 294) que está associada a habilidade de “Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade) associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso” (Brasil, 2018, p. 295).

Observa-se que tanto a BNCC quanto os PCN sinalizam a necessidade de que o estudo dos números racionais aborde diferentes significados e representações, porém, é comum, no processo de ensino de frações, passar do significado de parte-todo direto para as operações, sem levar em consideração outros significados ou, até mesmo, sem discutir com os alunos as relações lógico-matemáticas envolvidas no processo. (Magina & Campos, 2008).

Por esse motivo, defendemos que na formação inicial é necessário o aprofundamento dos aspectos relacionados a esses números e ao seu ensino, para que o futuro professor

de matemática tenha um repertório amplo para compreender a dificuldade dos alunos na aprendizagem e poder organizar, elaborar e desenvolver situações que favoreçam a construção do conceito.

Na perspectiva do ensino não é desejável tratar isoladamente cada uma dessas interpretações. A consolidação desses significados pelos alunos pressupõe um trabalho sistemático, ao longo do terceiro e quarto ciclos, que possibilite análise e comparação de variadas situações-problema. (Brasil, 1998, p. 103).

Para que esse trabalho seja efetivo, o futuro professor precisaria vivenciar situações que o permitissem, além de discutir os diferentes significados de fração, também refletir sobre estratégias de ensino. É na formação inicial, nas licenciaturas em Matemática e Pedagogia, que os futuros professores precisam conhecer os diferentes significados de fração de maneira a fazer as articulações necessárias para que o aluno construa e amplie o conhecimento sobre o tema.

2.1 Conhecimentos necessários ao professor para o ensino

Ao direcionarmos nosso olhar para as estratégias de ensino das frações apresentadas pelos estagiários, apoiamos-nos nas ideias de Shulman (1986, 1987) para buscarmos compreender os conhecimentos presentes nas propostas de ação docente apresentadas por eles.

Shulman (1986) discute que nos Estados Unidos as pesquisas sobre o corpo de conhecimentos necessários para o ensino e os processos de seleção e avaliação de professores não levavam em conta, questões como: as fontes de analogias, metáforas, exemplos e reinterpretções em relação a conceitos; a formação que os professores possuem para fazer a conexão entre diferentes conteúdos; a falta de domínio do conteúdo como aspecto que pode comprometer as estratégias pedagógicas.

Como alternativa para superar esses problemas, Shulman (1987) propôs uma base de conhecimentos necessários ao ensino, tendo como alicerce o saber específico da disciplina. Essa base é constituída pelos seguintes elementos: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos estudantes e de suas características, conhecimento de contextos educacionais e conhecimento das finalidades, propósitos e valores da educação. No entanto, dentre esses, enuncia que o conhecimento pedagógico do conteúdo é de especial importância, porque identifica os diferentes corpos de conhecimento necessários para a docência.

Shulman (1986) define Conhecimento Pedagógico do Conteúdo como aquele referente às teorias e princípios dos processos de ensino do tema [no nosso caso específico, as Frações], conhecimentos das diferentes representações e exemplos, analogias e ilustrações, que permitam uma argumentação que promova a compreensão e torne a aprendizagem mais acessível. Além disso, ressalta que o

docente deve compreender as dificuldades dos estudantes para buscar propor formas de superá-las, incluindo resultados de pesquisas que tratam desses aspectos.

Assim, em relação aos conhecimentos do professor necessários para o ensino, adotamos a base de conhecimentos defendidas por Shulman (1986) para uma boa prática docente, e, neste trabalho, daremos destaque ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

3 Aspectos Metodológicos

Este texto traz uma discussão qualitativa segundo a perspectiva de Bogdan e Biklen, (1994). Na busca de que se encontre uma compreensão da realidade investigada, são comentados alguns índices de desempenho de estudantes do Ensino Fundamental e discutidas as estratégias apresentadas por estagiários de duas turmas de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática sobre o ensino de dois conceitos de fração, quociente e medida.

Os dados relativos aos estudantes do Ensino Fundamental são oriundos da aplicação, em abril e maio de 2017, de um questionário com cinco situações problema envolvendo os diferentes conceitos de fração a 565 discentes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental de quatro escolas públicas municipais de três cidades do interior do estado de Sergipe. Os dados coletados, por meio desse questionário, nos instigaram a aplicar, em julho de 2017, a 33 graduandos do Curso de Licenciatura em Matemática, matriculados nas disciplinas de Estágio Supervisionado I e III. O instrumento conteve as mesmas situações problema presentes no instrumento dos estudantes do Ensino Fundamental, contudo, além da resolução, foi solicitado que os estagiários explicassem como ensinariam a resolução de cada uma daquelas questões.

Cada questão do instrumento aplicado abordou um dos significados de fração, a saber: Problema 1 – parte-todo; Problema 2 – número; Problema 3 – operador multiplicativo; Problema 4 – quociente; e Problema 5 – medida. Para este estudo faremos uma discussão somente dos dados referentes aos problemas 4 e 5. Os problemas do instrumento foram adaptados das situações propostas por Magina e Campos (2008). A aplicação do instrumento aconteceu em uma única sessão e ocorreu no mesmo dia e horário tanto para os estudantes de cada escola, como para os estagiários.

A identificação dos protocolos dos licenciandos aconteceu da seguinte forma: o protocolo “EILA” pertence ao licenciando A da turma de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I.

4 Reflexões sobre o Desempenho Discente e as Estratégias dos Estagiários

Neste texto, optamos por analisar o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental em cada problema separadamente, e na sequência destacar as estratégias sugeridas pelos estagiários para o ensino desse tipo de situação.

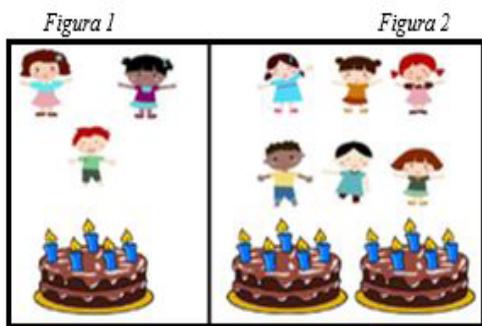
Antes de discutir sobre os resultados dos estudantes em

cada significado, vale destacar, que consideramos satisfatório o desempenho dos 33 licenciandos matriculados nas disciplinas de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I e III, que foi superior a 90% nessas mesmas questões.

O Problema 4 aborda sobre o significado de quociente.

Figura 1 – Problema proposto aos estudantes com o significado de Quociente

Problema 4 (quociente). Cada quadro indica a quantidade de crianças e a quantidade de bolos a serem divididos entre elas.



- a) As 9 crianças comerão a mesma quantidade de bolo? () Sim () Não
- b) Que fração representa a divisão do bolo na figura 1?
- c) Que fração representa a divisão do bolo na figura 2?

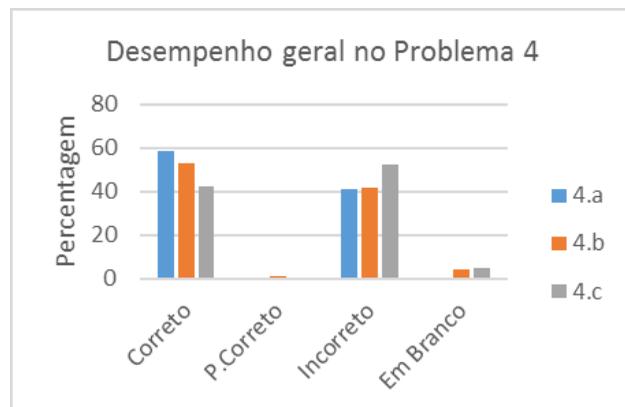
Fonte: Adaptado de Magina & Campos (2008)

Essa é uma questão que envolve o significado de quociente, pois está relacionada ideia de partilha, no entanto, o significado de medida poderia nos ajudar a interpretar essa questão, promovendo assim as articulações entre os significados. O bolo seria o que consideraríamos nessa situação com a unidade e essa seria associada a três crianças na Figura 1, ou seja, a fração que representa essa divisão é $1/3$. Dessa forma, teríamos sempre que associar um bolo a cada três crianças o que resultaria em $1/3$ também na Figura 2. Concluindo assim, que uma unidade dividida para três ou duas unidades divididas para seis (significado de quociente) são equivalentes e que as nove crianças comerão a mesma quantidade de bolo.

Os PCN tratam das possíveis explicações para as dificuldades enfrentadas no aprendizado dos números racionais e citam como um dos obstáculos o fato de que “cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $1/3$, $2/6$, $3/9$, $4/12$, ... são diferentes representações de um mesmo número”. (Brasil, 1998, p. 101).

Os dados coletados revelam que no Problema 4 os estudantes tiveram o melhor desempenho no item “a”, no qual cerca de 60% o respondeu corretamente, e o pior resultado no item “c”, onde pouco mais de 40% das respostas estavam corretas, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental no Problema 4



Fonte: Os autores.

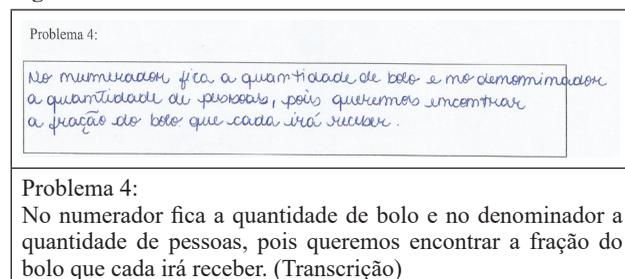
Observamos no gráfico que aproximadamente 60% dos estudantes conseguiu perceber que as nove crianças comeriam a mesma parte de bolo e que um pouco mais da metade representou de forma correta a fração que indica essa parte quando se tem um bolo para três crianças, item “b”. Contudo, tiveram dificuldade para representar a fração solicitada no item “c”, quando se tem dois bolos para seis crianças, apesar do grau de complexidade ser o mesmo do item anterior, o que sinaliza despreparo e falta de compreensão da situação.

Ao buscarem explicar como ensinariam a resolução desse problema aos estudantes do Ensino Fundamental, alguns estagiários sugeriram o uso de recursos materiais; outros, a utilização de desenho; outros ainda, o uso da própria ilustração da questão. Também teve quem associou a definição aos dados da questão; e vários não conseguiram deixar clara a ideia proposta. Mas, nenhum deles trata da equivalência de frações, ou seja, as diferentes representações de um mesmo número. Para Magina & Campos (2008, p. 28),

Nessas situações com significado quociente, o professor poderia também usar a razão para ajudar as crianças a entenderem o invariante de equivalência de frações: dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente será equivalente, mesmo que o número de bolos e crianças possam diferir nos exemplos.

No protocolo de um licenciando da turma de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática III pode-se observar que ele associa a definição aos dados da questão ao relacionar a quantidade referente ao numerador e ao denominador.

Figura 3 – Protocolo do licenciando E3LD



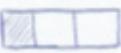
Fonte: Os autores.

Apesar do Problema 4 abordar o significado de quociente, vários licenciandos trouxeram para a explicação o significado parte-todo.

Figura 4 – Protocolo do licenciando E1LJ

Problema 4:

Imagine que o bolo é retangular. Daí desenhava a situação do primeiro quadro.



Divide o bolo de acordo com a quantidade de crianças, então como cada uma comerá uma das partes, ou seja, $\frac{1}{3}$. De forma similar desenhava dois bolos do mesmo tamanho. Dividida cada um em 6 partes e de cada um tomava 1 parte, ou seja, $\frac{1}{6}$ de um e $\frac{1}{6}$ do outro, ou então $\frac{2}{6}$ de um.

Problema 4:
Imagine que o bolo é retangular. Daí desenhava a situação do primeiro quadro.



Divide o bolo de acordo com a quantidade de crianças, então como cada uma comerá uma das partes, ou seja, $\frac{1}{3}$. De forma similar desenhava dois bolos do mesmo tamanho. Dividida cada um em 6 partes e de cada um tomava 1 parte, ou seja, $\frac{1}{6}$ de um e $\frac{1}{6}$ do outro, ou então $\frac{2}{6}$ de um. (Transcrição)

Fonte: Os autores.

Observa-se que apesar da situação-problema já trazer uma ilustração que possibilita a explicação, o licenciando recorre a um procedimento tradicional no ensino de frações, que é a representação com desenhos de retângulos, nos quais a parte pintada irá representar a parte de bolo que cada criança comeu, recorrendo a um aspecto visual mais frequente em materiais didáticos. Mas não deixa claro como explicaria que $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ representam o mesmo número.

Entendemos que a abordagem sugerida pelo licenciando E1LJ corrobora com os resultados identificados na pesquisa desenvolvida por Magina e Campos (2008) com um grupo de 43 professores, cuja conclusão foi de que a principal estratégia de ensino proposta por eles é a utilização da percepção visual dos alunos.

Ainda, vale destacar que as estratégias de ensino apresentadas por esses licenciandos revelam um conhecimento pedagógico limitado do conteúdo a ensinar, pois se amparam somente na percepção visual dos alunos, sem fazer uso de outras representações que tornem a aprendizagem mais acessível, conforme destacado por Shulman (1986).

Figura 5 – Problema proposto aos estudantes com o significado de Medida

O Problema 5 aborda sobre o significado de medida.

Problema 5 (Medida). Na segunda-feira Glória misturou 3 litros de tinta branca e 3 litros de tinta azul. Na terça-feira Glória misturou 2 litros de branca e 2 litros de azul.



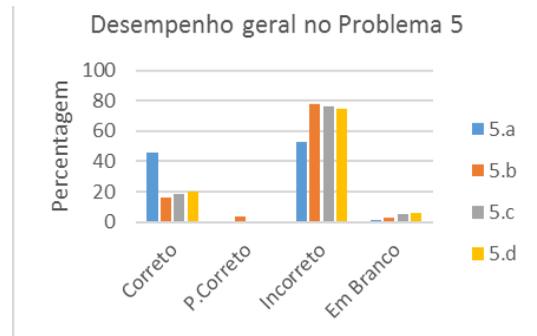
- A mistura vai ficar da mesma cor nos dois dias?
- Por quê?
- Que fração da mistura foi feita com tinta azul na segunda-feira?
- E na terça-feira?

Fonte: Adaptado de Magina & Campos (2008)

Os dados coletados revelam que o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental no Problema 5 foi

insuficiente, pois esteve próximo de 20% nos itens “b”, “c” e “d”, como mostra o Gráfico 2. No item “a” o desempenho foi um pouco melhor (aproximadamente 40%) porque bastava dizer “sim” ou “não”, logo, a possibilidade de acerto era de 50%, mesmo assim, alguns estudantes argumentaram que de um dia para o outro a tinta muda de cor e, por isso, não são iguais.

Figura 6 – Desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental no Problema 5



Fonte: Os autores.

O desempenho mais baixo foi no item “b” porque o estudante precisava explicar porque a mistura ficaria ou não da mesma cor e essa resposta exigia deles um conhecimento sobre a equivalência de frações. Foram poucos os estudantes que conseguiram deixar clara essa resposta.

Nos itens “c” e “d” os discentes evidenciaram muita dificuldade em identificar o inteiro, ou seja, não conseguiram identificar que no primeiro caso, item “c”, ao todo temos 6 litros de tinta; e no segundo, item “d”, temos 4 litros de tinta. A dificuldade relacionada a não identificação do inteiro (todo) também esteve presente nos resultados encontrados por Martinez e Lascano (2001) ao aplicarem uma sequência didática sobre frações para 36 estudantes do Ensino Fundamental de uma escola de Bogotá – Colômbia.

As estratégias apresentadas pelos licenciandos revelam que eles acreditam que o uso de um recurso material pode contribuir na compreensão da situação proposta no problema e, por isso, afirmam: “levaria um jogo chamado ‘jogo dos copos’ para esclarecer como resolver” (E1LR); “usaria garrafas e tintas para melhor compreensão” (E1LA). Essa percepção podemos constatar também nas assertivas apresentadas nos protocolos a seguir.

Figura 7 - Protocolo do Licenciando E3LF

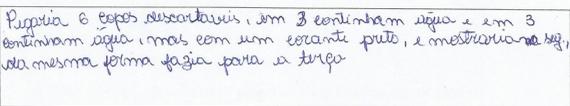
Problema 5:

Levaria café e leite pediria a eles que fizessem a mistura e em seguida começaria fazer questionamentos até chegar a resposta.

Problema 5:
Levaria café e leite. Pediria a eles que fizessem a mistura e, em seguida, começaria fazer questionamentos até chegar a resposta. (Transcrição)

Fonte: Os autores.

Figura 8 - Protocolo do Licenciando E3LI

Problema 5: 
Problema 5: Pegaria 6 copos descartáveis, em 3 continham água e em 3 continham água, mas com um corante preto, e mostraria. Na segunda da mesma forma fazia para a terça. (Transcrição)

Fonte: Os autores.

As quatro estratégias propostas pelos licenciandos preveem o uso de algum recurso material está presente nas estratégias propostas pelos licenciandos, sinalizando a crença dos mesmos de que esse recurso pode contribuir na compreensão do significado de medida no estudo de frações. Importante salientar que não sugerem o uso de outros materiais, se não aqueles que têm relação com o proposto na situação-problema, tal como copos e garrafas. Não conseguimos identificar qual o “jogo dos copos” citado pelo licenciando da turma de Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I e ele também não explicou no protocolo.

Vale destacar que nos registros escritos os estagiários não deixam claro a associação do material proposto com a formalização do conhecimento matemático para chegar à conclusão de que as misturas sendo da mesma cor indicam que as frações são equivalentes. Isso evidencia uma falta de articulação entre o conhecimento matemático e o pedagógico, indicando que o conhecimento pedagógico relacionado ao conteúdo frações precisa ser discutido nos cursos de licenciatura, para que o futuro professor possa propiciar aos seus alunos a compreensão dos diferentes conceitos, utilizando diversos métodos e procedimentos, exemplos e representações (Shulman, 1987).

Outros licenciandos abordaram sobre a necessidade de se perceber a equivalência entre as quantidades nos dois dias. Dizem: “pediria para que eles observassem e percebessem que nos dois dias tinha as cores na mesma quantidade, só mudava a quantidade de litros” (E1LQ); “explicaria que como foi a mesma quantidade tanto da tinta branca como da tinta preta a mistura ficará da mesma cor, e depois colocava a quantidade de tinta no numerador e o total no denominador” (E1LL).

Na fala de E1LQ entendemos que o licenciando na tentativa de conduzir um trabalho que levasse o aluno a compreender a equivalência, não utiliza a nomenclatura adequada, utilizando, por exemplo, a “mesma quantidade” ao invés de “quantidades equivalentes”. Já o licenciando E1LL sinaliza a concepção de fração com o significado parte-todo, quando afirma que colocaria a quantidade de tinta no numerador, mesmo sem especificar qual cor da tinta, e o total no denominador.

Outro licenciando chamou a atenção para que fosse abordada a ideia de proporção. A estratégia dele é a seguinte: “Explicaria mostrando a ideia de proporção e como na

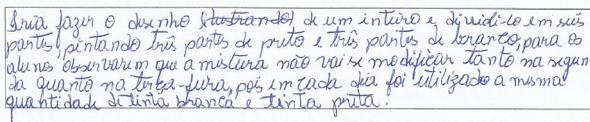
questão 1 [questão relacionada ao significado parte-todo], mostraria como se representam as frações, olhando o todo e a quantidade usada” (E3LE). Novamente, apesar do licenciando afirmar que irá utilizar a ideia de proporção, não deixa explícito como conduzirá a explicação. Na fala dele está presente a ideia de razão, assim como sugerido por Magina e Campos (2008, p. 28).

A razão também poderia ser usada em situações nas quais as frações são descritores de quantidades intensivas (medida): se duas misturas de tinta foram feitas com a mesma razão de tinta azul para tinta branca, a cor será a mesma e as frações serão equivalentes, mesmo que a quantidade total de tinta seja diferente.

No entanto, nos chama a atenção, como está presente na argumentação do licenciando E3LE também a ideia de fração como parte-todo. A frequência observada desse significado nas falas dos futuros professores pode ser consequência dos conhecimentos construídos por eles na Educação Básica.

Também, outros licenciandos se referiram ao significado parte-todo ao exporem sua forma de ensinar o Problema 5.

Figura 9 - Protocolo do Licenciando E3LK

Problema 5: 
Problema 5: Iria fazer o desenho (desenho) de um inteiro e dividi-lo em seis partes, pintando três partes de preto e três partes de branco, para os alunos observarem que a mistura não vai se modificar tanto na segunda quanto na terça-feira, pois em cada dia foi utilizado a mesma quantidade de tinta branca e tinta preta. (Transcrição)

Fonte: Os autores.

Ao afirmar que iria representar o inteiro com um desenho, apesar de não ter mencionado o que seria desenhado, e dizer na sequência que iria dividi-lo em partes iguais, o licenciando sinaliza o conceito de parte-todo. Mais uma vez identificamos o conceito parte-todo sendo utilizado para resolver uma situação na qual esse significado não está presente. Esse fato corrobora com a ideia de Linares & Sánchez (1997) ao afirmarem que o conhecimento e a compreensão do conteúdo matemático dos futuros professores dependem do tipo de atividade que desenvolveram na escola, enquanto estudantes. Ainda, os autores destacam que é comum os estudantes resolverem as situações envolvendo a ideia parte-todo, contudo, se espera que ao longo do período de escolaridade eles ampliem seu conhecimento do conceito de frações se apropriando de outros significados.

Para que esse propósito seja alcançado, se faz necessário que, também, os futuros professores ampliem seus conhecimentos pedagógicos do conteúdo a ensinar (Shulman, 1987), para que possam dominar diferentes princípios de ensino das frações. Para tanto, Elias, Ribeiro & Savioli (2018), afirmam que a abordagem dos números racionais para graduandos que irão

lecionar Matemática em turmas da Educação Básica, deve envolver problematizações relacionadas ao ensino desse conteúdo, dentre elas, destacamos a resolução de situações-problema envolvendo os diferentes significados de fração.

5 Conclusão

Ao buscar identificar os conhecimentos dos estudantes do Ensino Fundamental sobre o conteúdo frações foi possível perceber que eles apresentaram menor desempenho na questão que envolveu o significado de medida do que na questão que abordou o significado de quociente. É possível que esse baixo desempenho esteja relacionado à dificuldade na identificação do inteiro.

Os licenciandos evidenciaram saber responder corretamente as situações envolvendo os diferentes significados de fração, contudo, as estratégias de ensino propostas por eles, deixam claro que no momento de pensar em uma forma de explicar esse conteúdo costumam recorrer ao significado de fração como parte-todo, e indicam somente o uso de recursos materiais auxiliares como estratégia de ensino para o aprendizado desse conhecimento, evidenciando limitações relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo frações (Shulman, 1987).

Esses resultados evidenciam a necessidade de promover, em Cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática, discussões sobre as dificuldades vivenciadas pelos estudantes para a construção dos conceitos relacionados às frações. Além disso, o estudo de metodologias que promovam o aprendizado e ajudem na superação dessas dificuldades, capacitando os futuros professores quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo a ensinar.

Referências

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto.

Brasil. (1997) Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Elias, H. R., Ribeiro, A. J., & Savioli, A. M. P. D. (2019). Uma forma de compreender o ensino dos números racionais na formação inicial do professor. *ReviSeM*, 4 (1), 123-141.

Llinares, S. C., & Sánchez, M. V. G. (1997). *Fracciones: la relación parte-todo*. Madrid: Síntesis.

Magina, S., & Campos, T. (2008). A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, 21 (31), 23-40.

Martínez, C., & Lascano, M. (2001). Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. *Revista EMA*, 6 (2), 159-179.

Monteiro, A. B., & Groenwald, C. L. O. (2014). Dificuldades na aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos. *Alexandria - Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, 7 (2), 103-135.

Morales, C. P. H. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y diferentes significados, com los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia, 2011. 82 p. Magister – Programa Maestría em Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Ribeiro, C. M. (2011). Abordagem aos números decimais e suas representações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. *Educação e Pesquisa*, 37 (2), 407-422.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Education Researcher*, 15 (2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-21.

Silva, M. J. F. (2005). *Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.