DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n1p35-45

Processos do Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes de 6º Ano do Ensino Fundamental ao Resolverem uma Tarefa de Geometria

Mathematical Reasoning Process Employed by 6th Grade Students When They Solve a Geometry Task

Luís Felipe Gonçalves Carneiro*[a]; Eliane Maria de Oliveira Araman[a]; Maria de Lurdes Serrazina[b]

[a]Universidade Tecnológica Federal do Paraná. PR, Brasil.
[b]UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Portugal.
*E-mail: luiscarneiro@alunos.utfpr.edu.br

Resumo

Neste trabalho, analisamos os processos do raciocínio matemático mobilizados por estudantes de 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem uma tarefa de geometria plana. O referencial teórico adotado foi o do raciocínio matemático, na perspectiva da matemática escolar, com foco, principalmente, nos processos do raciocínio matemático. Justifica-se o estudo do desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes pelo fato de a literatura enfatizar sua importância e documentos curriculares defenderem o trabalho com incidência no raciocínio nas aulas de matemática. Os participantes da pesquisa foram duas duplas de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Cambé, no Paraná. Os dados foram obtidos a partir da coleta dos registros escritos dos estudantes e da gravação em áudio dos seus diálogos no momento da resolução da tarefa. De posse das transcrições dos áudios, os dados foram analisados à luz do referencial teórico adotado, com foco nos processos do raciocínio matemático. Os resultados mostram que, de fato, os estudantes mobilizaram alguns processos do raciocínio matemático na resolução da tarefa, principalmente os processos de formulação de conjecturas, validação e justificativa.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático. Processos do Raciocínio Matemático. Conjecturas. Validações. Justificativas.

Abstract

In this work, we analyze the mathematical reasoning process employed by Brazilian 6th grade students when they solve a plane geometry task. The theoretical background used was about the mathematical reasoning, at the perspective of school mathematics. The study of student's mathematical reasoning improvement is justified by the fact that many researchers emphasize its importance and curriculum documents defend the work focusing on reasoning in mathematical classes. The research participants were two student's pairs, of a 6th grade class from a public school of the Cambé, Brazil. The data was obtained from the student's written records and from the audio recording of the students solving the task. With the audio transcription, the data was analyzed according to the theoretical background, focusing in the mathematical reasoning process. Findings show that students have employed some mathematical reasoning process when solving the task, mainly conjecturing, validating and justifying process.

Keywords: *Mathematical Reasoning. Mathematical Reasoning Process. Conjecturing. Justifying. Validating.*

1 Introdução

Vários autores têm sublinhado a importância do desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes (Jeannotte & Kieran, 2017; Mata-Pereira & Ponte, 2018; Morais, Serrazina, & Ponte, 2018). Além disso, documentos curriculares ressaltam a importância de desenvolver o raciocínio matemático nas aulas de matemática, como os elaborados pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) e como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No Brasil, a BNCC (Brasil, 2008), recentemente publicada, dedica uma das competências específicas em matemática para o desenvolvimento do raciocínio matemático. É esclarecido em Brasil (2018) que as competências têm como objetivo que, "além da cognição, os estudantes devem desenvolver atitudes de autoestima, de perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas" (Brasil, 2018, p. 530). Além disso, Morais et al. (2018) destacam que estudantes "de diferentes anos escolares podem-se envolver em processos do raciocínio matemático" (Morais et al. 2018, p. 556). Assim, o trabalho com o desenvolvimento do raciocínio matemático, que envolve, entre outros processos, formulação de conjecturas, validação e justificativas, pode auxiliar a atender as recomendações da BNCC (Brasil, 2018).

Portanto, definimos como o objetivo deste trabalho analisar os processos do raciocínio matemático mobilizados por estudantes de 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem uma tarefa de geometria plana. Assim, para que fosse possível alcançar tal objetivo, realizamos um estudo teórico do raciocínio matemático na perspectiva da matemática escolar, que descrevemos resumidamente neste trabalho.

A seguir, exibimos os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa, justificando a escolha da tarefa e elucidando os procedimentos de coleta de dados empregados. Então, apresentamos e discutimos os resultados obtidos na pesquisa. E, por fim, tecemos algumas considerações finais com base nas interpretações possibilitadas pelo referencial teórico adotado e pela análise dos dados realizada.

2 O Raciocínio Matemático

Diversos autores defendem, atualmente, que o desenvolvimento do raciocínio matemático é de extrema importância nas aulas de matemática. Mata-Pereira & Ponte (2018, p. 782), por exemplo, dizem que esse "é um dos grandes objetivos da matemática escolar". E, segundo Jeannotte & Kieran (2017), vários documentos curriculares ao redor do mundo, apesar de, por vezes, não descreverem o raciocínio matemático de forma clara, destacam seu desenvolvimento por parte dos estudantes como um importante objetivo.

O NCTM, por exemplo, recomenda que o raciocínio matemático

> deve ocorrer em toda aula de matemática todos os dias. Em um ambiente onde professores e estudantes elaboram e respondem a questões como 'O que está acontecendo aqui?' e 'Por que você pensa isso?'. Abordar o raciocínio [...] não precisa ser um fardo extra para os professores que já fazem um grande esforço para que os estudantes com dificuldades aprendam os procedimentos (NCTM, 2009, p.5).

Ainda é enfatizado em NCTM (2009) que muitos estudantes encontram dificuldades na aprendizagem da matemática porque a consideram sem significado. Nesse sentido, é sugerido que o raciocínio matemático proporcione um apoio relevante para o entendimento e a aprendizagem contínua. Assim, os professores podem trabalhar para "levar os estudantes a experimentar o raciocínio por si mesmo, em vez de simplesmente observá-lo" (NCTM, 2009, p. 5).

No entanto, como destacaram Jeannotte e Kieran (2017) a definição de raciocínio matemática nem sempre é precisa o suficiente nos documentos oficiais. Além disso, as mesmas autoras esclarecem que na própria comunidade de pesquisadores em Educação Matemática a visão que se tem sobre o tema não é uniforme. Foi com essa perspectiva que as pesquisadoras se dispuseram a propor um modelo conceitual do raciocínio matemático, após uma extensa revisão da literatura sobre o tema. Jeannotte e Kieran (2017) identificaram dois aspectos principais do raciocínio matemático: o aspecto estrutural, com uma natureza estática, compreende os diferentes tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo e abdutivo, e o aspecto processual, de natureza dinâmica e temporal, compreende vários tipos de processos. Este último será mais discutido aqui por ser o foco do trabalho, mas é importante ressaltar que as autoras dizem que "os aspectos estrutural e de processos do raciocínio matemático são dois modos diferentes de olhar para dado discurso" (Jeannotte & Kieran, 2017, p.7). Os processos associados ao raciocínio matemático identificados na pesquisa indicam:

> (i) buscar por semelhanças ou diferenças, que inclui generalização, conjectura, identificação de padrões, comparação e classificação; (ii) validação, ou seja, processos de justificação e prova; e (iii) exemplificação, que apoia os dois anteriores (Araman; Serrazina, & Ponte, 2019, p. 468).

Discutiremos as caracterizações de alguns desses processos mais adiante. Antes disso, é necessário clarificar a própria definição de raciocínio matemático. Jeannotte e Kieran (2017, p. 7) definem "raciocínio matemático como um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos".

Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 783), por sua vez, entendem que "raciocinar matematicamente consiste em fazer inferências justificadas, ou seja, utilizar informação matemática já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões". Outra definição, semelhante a essa, é a de Morais et al. (2018, p. 555), na qual o raciocínio matemático é "um conjunto de processos pelos quais novo conhecimento é obtido a partir de conhecimentos prévios".

Mata-Pereira e Ponte (2017, p. 2) ainda consideram que o raciocínio matemático consiste em "fazer inferências justificadas [cujos] processos incluem formular questões e estratégias de resolução, formular e testar generalizações e outras conjecturas, e justificá-las".

Dessa forma, compreendemos que o raciocínio matemático consiste em produzir um enunciado matemático a partir de outros que são assumidos como verdadeiros, sendo esse movimento orientado pelos processos associados ao raciocínio matemático, como a justificação, a formulação de conjecturas e a generalização.

A conjectura, por exemplo, é um processo do raciocínio matemático que, de acordo com Jeannotte & Kieran (2017, p. 10), "infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável". Além disso, as autoras afirmam que outros processos do raciocínio matemático são necessários para mudar o valor epistêmico de uma conjectura para verdadeiro ou falso. Nesse mesmo sentido, "conjecturar é declarar algo que se pretende que seja verdadeiro, mas ainda não é conhecido como tal" (Mata-Pereira & Ponte, 2017, p. 3).

Morais et al. (2018) afirmam que o processo de conjecturar baseia-se em produzir declarações, denominadas conjecturas, que requerem outras explorações para determinar se são verdadeiras. A BNCC (Brasil, 2018) também partilha desse entendimento de conjectura, já que no documento defende-se que os estudantes devem buscar possíveis contraexemplos para refutar conjecturas ou, quando for o caso, argumentos para validá-las.

Ponte, Brocardo & Oliveira (2019) comentam que, na aplicação de uma tarefa, os estudantes precisam de um tempo para se familiarizarem com a mesma e organizarem os dados, sendo essa etapa decisiva na formulação de conjecturas. Segundo os autores, a conjectura pode surgir logo depois da manipulação dos dados em algumas vezes, ou, em outras, afirmando que pode surgir

> por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas. Esse trabalho indutivo tende, por vezes, a ficar confinado ao pensamento do aluno, não existindo uma formulação explícita da conjectura (Ponte et al., 2019, p. 32).

Em certas tarefas, os estudantes começam a gerar mais dados e a organizá-los para, só então, começar a formular questões (Ponte et al., 2019). De acordo com os autores, "os alunos tendem a apresentar conjecturas não completamente, existindo, porém, uma linguagem não verbal, que se apoia nos gestos e na observação dos dados" (Ponte et al., 2019, p. 34).

Há também o processo de generalização, que é considerado, por vezes, um tipo específico de conjectura: "Um importante modo de conjecturar, a generalização matemática é um processo que leva a uma declaração que se refere a uma propriedade comum de um grupo de objetos" (Mata-Pereira & Ponte, 2017, p. 3). Ainda de acordo com Mata-Pereira & Ponte (2017), a generalização também consiste em declarar que uma propriedade que se sabe válida para determinado conjunto de objetos se sustenta para um conjunto mais amplo de objetos.

Segundo Jeannotte e Kieran (2017, p.9), generalizar é "um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos de um subconjunto desse conjunto". Para Mata-Pereira & Ponte (2018), pretende-se, na matemática, realizar afirmações gerais sobre propriedades ou conceitos que se pretendem que sejam válidos para um conjunto mais amplo de objetos ou relações matemáticas, sendo esse processo o de generalização. No entanto, os autores ressaltam que "a justificação é central para que seja possível validar matematicamente tais afirmações" (Mata-Pereira & Ponte, 2018, p. 783). Assim, os estudantes devem ser capazes de justificar uma generalização (Mata-Pereira & Ponte, 2017). O mesmo vale para a conjectura, de acordo com Morais et al. (2018), que dizem que os estudantes devem passar de olhar a singularidade dos objetos envolvidos à busca de pontos em comum entre os diversos casos.

Dessa forma, chega-se aos processos relacionados à validação, que incluem a justificativa, a prova e a prova formal. De acordo com Jeannotte & Kieran (2017), a validação é um processo que tem como objetivo mudar o valor epistêmico de um enunciado matemático. Essa mudança pode ser, segundo as autoras, de provável para verdadeiro, de provável para falso ou, até mesmo, de provável para mais provável.

Já a justificativa, de acordo com as mesmas autoras, é um processo com dados e garantias, permite mudar o valor epistêmico de uma narrativa. Novamente, tal mudança não é necessariamente de provável para verdadeiro. No entanto, a mudança de provável para verdadeiro precisa ser baseada em uma estrutura dedutiva, devido a meta-regras que governam esse processo dentro de determinada comunidade. Mata-Pereira & Ponte (2017) argumentam nesse sentido ao dizerem que as justificativas devem lidar com conceitos, propriedades e ideias matemáticas previamente aceitas. Para os autores, justificar "um resultado envolve apresentar razões para convencer a si mesmo e a outros" (Mata-Pereira & Ponte, 2017, p. 3).

Tem-se, ainda, segundo Lo, Grant e Flowers (2008), que o propósito de uma justificativa é fornecer um argumento convincente sobre a validade de determinado método. Já Araman et al. (2019, p.468) afirmam que justificar está relacionado com "a identificação de relações que permitem entender por que uma afirmação pode ser verdadeira ou falsa".

Na BNCC (Brasil, 2018), consta que um dos objetivos da quinta competência específica de matemática, que abrange o raciocínio matemático, é fazer com que o estudante identifique "a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidades conjecturas" (Brasil, 2018, p. 531). Nesse mesmo sentido, Morais et al. (2018) argumentam que "é desejável que os estudantes se tornem progressivamente conscientes da necessidade de justificar e do que faz uma justificativa válida" (p. 556).

Desse modo, em um passo além da justificativa, há a prova e a prova formal. A prova é definida por Jeannotte & Kieran (2017, p.12-13) como

> um processo do raciocínio matemático que, pela busca de dados, garantia e suporte, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeiro. Esse processo é circunscrito por: (i) as narrativas que são aceitas pela classe (o conjunto de narrativas aceitas) que são verdadeiras (do ponto de vista dos matemáticos especialistas) e disponíveis sem justificativas adicionais; (ii) uma reestruturação final de natureza dedutiva; (iii) os resultados, que são apropriados e conhecidos, ou acessíveis, à classe.

De acordo com Jeannotte & Kieran (2017), a prova difere da justificativa pelo seu potencial de teorização, visto que ela deve ter uma estrutura dedutiva e lidar com narrativas aceitas pelo discurso matemático dos especialistas, mesmo que realizado informalmente. A prova formal, por sua vez, é bastante semelhante à prova. De acordo com as pesquisadoras, a prova formal só difere da prova pelo seu rigor e formalismo. "Ao contrário da prova, a prova formal lida com teoria matemática construída a priori e com resultados formalizados (axiomas e teoremas)" (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 13). Ou seja, a prova formal assume enunciados matemáticos que são, além de aceitos pelos especialistas, sistematizados na teoria matemática e, além disso, os resultados que gera são formalizados e aceitos pela comunidade matemática.

Por fim, há a exemplificação, que as autoras definem como um processo que dá "suporte a outros processos do raciocínio matemático pela inferência de exemplos que auxiliam na: (i) busca por semelhanças e diferenças; (ii) busca pela validação" (Jeannotte & Kieran, 2017, p.14). De acordo com as autoras, a exemplificação gera dados a serem utilizados em outros processos, como generalização, formulação de conjectura e mesmo a validação.

Esses processos, mesmo que vistos aqui separadamente, relacionam-se uns com os outros, estimulando-se e influenciando-se entre eles de modo a gerar enunciados matemáticos mais complexos e consistentes (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 14). Dessa forma, apesar de sempre ser necessário ter em mente que os processos do raciocínio matemático se relacionam, a compreensão de cada um deles separadamente pode ser útil para analisar, por exemplo, quais os estudantes estão a mobilizar quando resolvem uma determinada tarefa e de que forma eles se articulam para estruturar um raciocínio matemático.

3 Procedimentos Metodológicos

Nesta seção, nos propomos a apresentar os materiais e os procedimentos metodológicos empregados na fase de coleta e análise de dados.

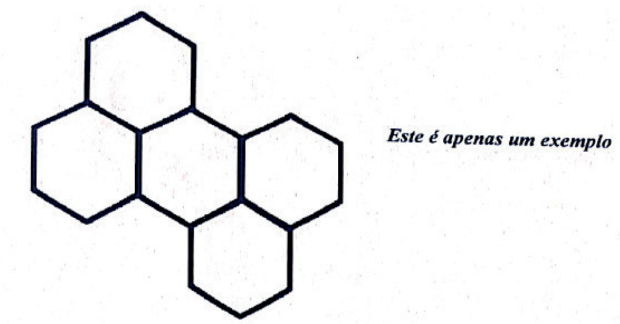
O presente trabalho apresenta as análises de processos do raciocínio matemático mobilizados por estudantes de 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa matemática. Este estudo se insere no âmbito das pesquisas qualitativas, de caráter interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994).

A tarefa utilizada para a coleta de dados foi obtida em Abrantes (1999, p 54), designa-se por *Mais hexágonos....* Na Figura 1 apresenta-se a tarefa como foi entregue aos estudantes:

Figura 1 - Tarefa entregue aos estudantes

Mais hexágonos...

Hoje vamos investigar o perímetro de figuras formadas por cinco hexágonos regulares unidos pelos lados.



1- Construa outras figuras diferentes, desenhe-as e observe o que se passa com o seu perímetro. Tente encontrar uma explicação para as descobertas que fizer.
2- Construa agora uma figura qualquer com cinco hexágonos. Você consegue determinar o perímetro dessa figura sem contar os lados?[1]

Fonte: Abrantes (1999).

Essa tarefa foi selecionada devido ao seu caráter aberto e ao seu potencial exploratório, propiciado ainda pelo fato de a tarefa abordar um conteúdo de geometria plana. De acordo com Abrantes (1999, p.52), a "geometria parece ser, dentro da matemática escolar, uma área particularmente propícia à realização de atividades de natureza exploratória e investigativa". Desse modo, como a tarefa pedia explicações aos estudantes, ela também exigia que eles buscassem formular questões para fornecer uma resposta.

A tarefa foi aplicada pelo primeiro autor deste trabalho, em duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental do município de Cambé, no estado do Paraná, em 2019. Os estudantes a realizaram em duplas de acordo com a preferência deles. Para algumas duplas, selecionadas aleatoriamente, foram distribuídos gravadores de áudio, mas não houve algum critério de seleção. Neste trabalho, são descritas as resoluções de duas duplas, uma de cada turma. Cada estudante recebia uma folha e precisava fornecer respostas às questões da tarefa. No entanto, poderia fazer isso em colaboração com o colega com o qual formava a dupla. Para o registro do caminho de resolução percorrido pelas duplas, foram utilizadas gravações de áudio, as quais foram, posteriormente, transcritas para a análise. Essa análise consistiu na identificação de processos de raciocínio matemático mobilizados.

Foi elaborada e entregue, à direção da escola, uma solicitação de autorização para pesquisa, que esclarecia o objetivo da pesquisa, o direito do estudante de não participar da mesma e o direito do estudante ao sigilo à confidencialidade. Assim, visando preservar sua identidade, foram atribuídos nomes fictícios aos estudantes, mantendo-se o gênero. Dessa forma, as duplas cujas resoluções são apresentadas neste trabalho são Lucas e José; e Laís e Leandro.

Discutiremos, a seguir, as resoluções dos estudantes, buscando identificar que processos do raciocínio matemático foram por eles mobilizados nessa tarefa a partir da articulação dos dados com a teoria estudada.

4 Apresentação dos Resultados

Nessa seção, descreveremos o percurso da resolução da tarefa realizado pelos estudantes. Durante esse percurso, o professor intervinha na atividade com observações, questionamentos ou sugestões visando auxiliá-los na formulação de questões sobre a tarefa. Tal atividade foi realizada em duas aulas geminadas, de 50 minutos cada.

Os estudantes precisavam construir diferentes figuras que fossem formadas por cinco hexágonos regulares unidos pelos lados. Na primeira questão, o objetivo era observar o que ocorria com o perímetro das figuras e buscar explicações para as possíveis descobertas realizadas.

Esperava-se que os estudantes percebessem, nesse momento, que o perímetro da figura se alterava conforme a maneira como eram dispostos os cinco hexágonos regulares que a compunham. Para tanto, cada estudante poderia comparar sua figura, bem como o perímetro dela calculado, com a figura do colega com o qual formava dupla ou, até mesmo, da figura dada como exemplo, que denominaremos neste trabalho, por questões práticas, figura-exemplo. Pelo mesmo motivo, não mencionaremos a todo o momento que a medida do lado dos hexágonos é igual a 1.

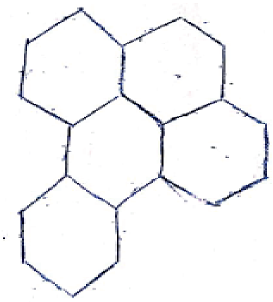
Depois, na segunda questão, que solicitava aos estudantes que determinassem o perímetro da figura que tinham construído, em cada caso, sem contar os lados, esperava-se que os estudantes percebessem que a quantidade de lados unidos dos hexágonos que uma figura tinha influenciava na medida de seu perímetro. Iniciamos a seguir, a apresentação da resolução feita pela dupla Lucas e José.

1 Assume-se, nessa tarefa, a medida do lado do hexágono igual a 1.

Lucas e José

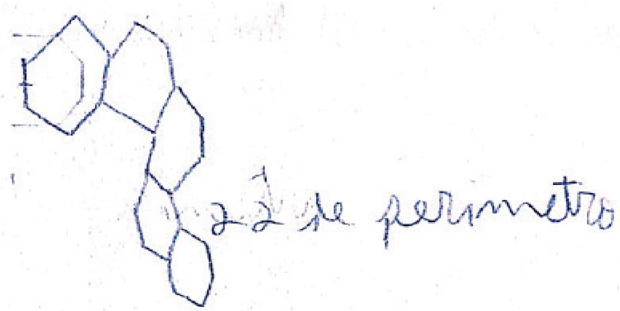
Após a leitura do enunciado da tarefa, juntamente com o professor, os estudantes calcularam o perímetro da figura-exemplo, concluindo, corretamente que a medida de seu perímetro era 18. Depois, iniciaram a primeira questão da tarefa e construíram suas próprias figuras, que podem ser visualizadas na Figura 2 e na Figura 3.

Figura 2 - Figura construída por José.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3 - Figura construída por Lucas



Fonte: Dados da pesquisa.

O primeiro diálogo dos estudantes depois de construídas as figuras foi o seguinte:

Diálogo I
José: Professor, venha aqui. Fiz cinco, está bom demais.
Professor[2]: Quanto deu o perímetro agora?
José: Deu... É só os de fora, não é? Só essas laterais aqui?
Professor: Isso.
José: O meu deu dezessete. O seu também?
Lucas: Não sei, não contei ainda.

Percebe-se, primeiramente, que José demonstra compreender o conceito de perímetro quando ele pede a confirmação de que o perímetro "é só os de fora". No entanto, contrastando esse diálogo com a Figura 2, pode-se notar que José calculou incorretamente o perímetro de sua figura ao comunicar a Lucas que o "meu [perímetro] deu dezessete".

Diálogo II
José: Pensei que ia dar dezoito.
Lucas: O meu deu mais de dezoito.
José: Deu quanto?
Lucas: Vinte e um.
José: Mas jamais. Ele é com tudo, assim.
Lucas: O meu deu vinte e dois.

No diálogo anterior, destacamos a fala de José: "Pensei que ia dar dezoito". O estudante referia-se ao perímetro de sua própria figura, 17, calculado incorretamente. Interpretamos que José tinha a expectativa de determinar a medida do perímetro da sua figura como sendo 18, visto que o perímetro da figura-exemplo era 18. Lucas, por sua vez, revela que a medida do perímetro de sua figura, calculado corretamente, é igual a 22.

Diálogo III
Professor: Isso. Por que isso deu diferente disso? [Referindo-se, respectivamente, ao perímetro da figura de José e ao perímetro da figura-exemplo].
José: Ah, porque foi diferente o desenho.
Professor: Mas sempre que for outro desenho vai dar diferente?
José: Não sei.
Professor: O seu deu quanto?
Lucas: Vinte e dois.
José: Está errado.
Professor: Não, está certo. Vamos contar.
José: Acho que ele fez a mais, professor. Porque jamais... Tem que fazer assim. [Apontando para a própria figura]

Ao ser questionado sobre as diferentes medidas do perímetro das figuras, José afirma que isso ocorreu devido ao fato de as figuras serem diferentes. Contudo, o estudante não conseguiu fornecer uma explicação mais profunda quando questionado novamente pelo professor. Quando Lucas diz a medida do perímetro de sua figura, José argumenta que seu calculo "Está errado", sugerindo que Lucas pode ter cometido algum erro na construção da figura.

Diálogo IV
Beatriz[3]: Deu vinte e dois.
Lucas: Deu vinte e dois, mesmo. Mesma coisa que o seu.
José: Deu a mesma coisa.
Lucas: Então agora está certo. Esse aqui.
José: Por quê? Esse aqui deu errado?
Lucas: Não, se ficou igual.
José: Ah, então esse aqui também está certo.
Lucas: Não, porque esse aqui deu coisa a mais.

Nesse diálogo, há a participação de Beatriz, que observa que a figura dela tinha 22 como medida do perímetro, por coincidência, a mesma do perímetro da figura de Lucas. Agora, José assume outra postura em relação à reposta de Lucas. "Deu a mesma coisa", comenta José. Entretanto, o estudante continua a não aceitar que a figura construída por ele tenha algum erro na sua construção, o que é evidenciado quando diz que "esse aqui também está certo", referindo-se à sua figura.

Diálogo V
Professor: Quanto deu seu perímetro?
José: Deu dezessete.
Professor: Dezessete. E o seu?
Lucas: Vinte e dois.
Professor: Vinte e dois. Deu igual à primeira figura?
José: Não.
Professor: Porque dá diferente?
José: Ah, não sei.
José: Ah, não. Deu dezoito. Eu contei errado. Falei pra você que eu tinha contado errado.

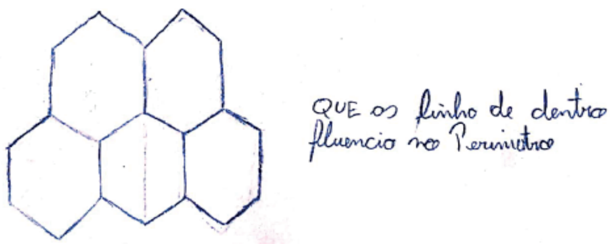
Por fim, José percebe seu erro e considera que a medida

2 À época, o primeiro autor deste trabalho era o professor das turmas.
3 Estudante de outra dupla. Beatriz é um nome fictício.

do perímetro de sua figura é, na verdade, 18. No entanto, nenhum dos estudantes responde o porquê da diferença entre o perímetro das suas figuras e o da figura-exemplo.

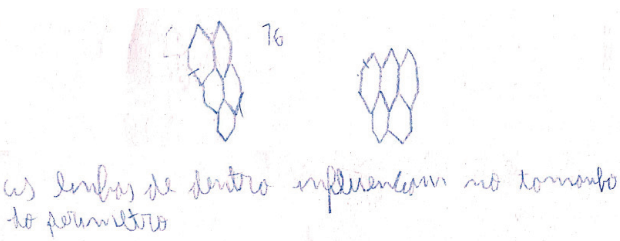
Então, os estudantes concentram-se na segunda questão da tarefa, construindo, inclusive, novas figuras – Figura 4 e Figura 5. Vale destacar que as respostas que acompanham as figuras só foram registradas pelos estudantes posteriormente, já no final da resolução da tarefa.

Figura 4 - Figura e resposta registradas por José na questão 2 da tarefa[4].



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 5 - Figura e resposta registradas por José na questão 2 da tarefa[5].



Fonte: Dados da pesquisa.

Depois de os estudantes terminarem de construir suas figuras, o professor dirige-se à dupla.

Diálogo VI
Professor: Vamos ver aqui? Tá, desenhou. E agora?
Lucas: O meu deu dezesseis.
José: E agora o quê? Tem que contar? Vou contar quanto deu.
Professor: Vocês conseguem pensar em algum jeito de saber o perímetro sem precisar contar os lados? Essa parte de fora, aqui.
Estudantes: [Silêncio].

Lucas informa rapidamente que a medida do perímetro de sua nova figura é igual a 16. José, por sua vez, ainda não tinha calculado o da sua figura. Então, o professor reproduz a questão do enunciado aos estudantes. Diante da falta de resposta por parte da dupla, o professor tenta outra abordagem.

Diálogo VII
Professor: Quantos lados tem cada figura desta? [Referindo-se aos hexágonos que formam as figuras]
Lucas: Tem seis.
Professor: Tem seis.
José: O meu também deu dezesseis. [Referindo-se ao perímetro da sua figura]
Professor: Deu dezesseis o seu?
José: Deu.
Professor: Mas por quê? Não era pra dar?
José: Ah, vou saber. Mas tem que dar. Os ladinhos ali...
Professor: A sua é igual à dele?
José: Não.
Professor: Podia dar diferente?
José: Podia, mas não deu.
Professor: É, não deu. Exatamente. Porque você ficou surpreso de dar igual?

Enquanto o professor tentava encaminhar determinado raciocínio à dupla, José ainda terminava de calcular o perímetro da sua figura. Então, José se surpreende: “O meu também deu dezesseis”. Ao ser questionado pelo professor, José comenta que “tem que dar. Os ladinhos ali...”. Dessa vez, José se surpreende porque a medida do perímetro da sua figura foi igual à de Lucas, o que não ocorreu na primeira questão da tarefa. Ao ser questionado sobre o motivo de sua surpresa, José fica pensativo, mas não dá uma resposta.

Diálogo VIII
Professor: Olhando só para as [linhas] de dentro, a gente consegue saber quanto é o perímetro?
José: Sete?
Professor: Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete. Sete ali dentro, não é? E a dele, quantas tem ali dentro.
José: Não sei.
Lucas: Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete.
Professor: Sete também. E isso tem a ver com ter dado o mesmo perímetro, dezesseis?
José: Talvez, professor.
Professor: Você acha que sim? E você, acha que sim?
Professor: Desenha uma figura diferente aqui. Vê o que acontece.

O professor questiona se os lados unidos dos hexágonos foram contados no momento de determinar o perímetro das figuras. José, a princípio, responde que sim, mas logo confirma que contou apenas os lados não unidos dos hexágonos. Lucas afirma que as linhas de dentro, ou seja, os lados unidos dos hexágonos, não são considerados no momento de calcular o perímetro. Os estudantes identificam que, nas figuras construídas pelos dois, há sete lados dos hexágonos unidos, mas não conseguem relacionar esse fato com o de as duas figuras terem o mesmo perímetro. O professor pede aos estudantes que montem uma terceira figura para que pudessem comparar com as já construídas, a qual pode ser vista no lado direito da Figura 5.

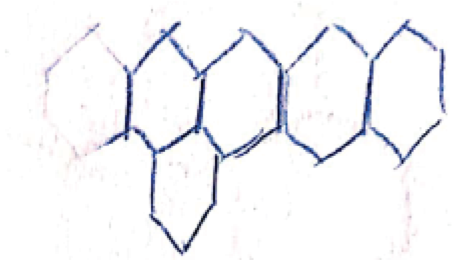
Diálogo IX
Lucas: Também deu dezesseis.
Professor: Qual o perímetro desta? [Constrói uma figura como exemplo]
Lucas: Vinte e dois.
Professor: Vinte e dois, não é? Vinte e dois. Por que aqui deu vinte e dois e aqui deu dezesseis? O que é que muda dessa para essa? [Apontando a nova figura e a figura de José]
José: Essa está mais fechada.
Professor: Isso. Está mais fechada. O que isso quer dizer? Por que nessa o perímetro é menor?
José: Sim, mas tem mais negocinho fechado aqui.
Professor: Isso, por aí... Mais negocinho fechado. Como

4 Resposta de José: “Que as *linha* de dentro *fluencia* no perímetro”.
5 Resposta de Lucas: “As linhas de dentro influenciam no tamanho do perímetro”.

assim?
José: Está mais para dentro.
Lucas: As linhas de dentro não ficam mais pra fora.
Professor: Vamos dizer que essa não estivesse aqui e estivesse aqui. [Reorganiza a figura que construiu]
José: Aqui tem cinco para dentro.
Professor: É cinco. E o perímetro, qual é?
Lucas: É dezenove.
José: Dezoito, dezenove, vinte.

Por coincidência, a nova figura construída por Lucas também possui um perímetro de 16 unidades. Assim, o professor constrói uma figura para que os estudantes comparem com as que foram feitas por eles, que pode ser visualizada na Figura 6. É importante observar que houve, propositalmente, a alteração da posição de um hexágono, com o intuito de exibir diferentes figuras e perímetros aos estudantes.

Figura 6 - Figura construída pelo professor.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa etapa da resolução, José e Lucas começam a expressar novas percepções. Ao ser perguntado da diferença dos perímetros entre as figuras, José comenta: "Essa está mais fechada"; "tem mais *negocinho* fechado aqui"; e "Está mais para dentro". Ou seja, José percebe que algumas figuras possuem mais lados unidos dos hexágonos que outras. Lucas também demonstra ter alcançado esse entendimento, já que afirma que "as linhas de dentro não ficam mais pra fora".

Diálogo X
Professor: O que significa essa linha de dentro?
José: O conjunto delas, não é?
Professor: Conjunto?
José: Do hexágono, não sei.
Professor: Do hexágono. É hexágono o nome. Como assim? O que quer dizer o conjunto do hexágono?
José: Ah, elas estão juntas. Uma do lado da outra.
Professor: De dois hexágonos, você fala?
José: Sim.
Professor: Quer dizer que essa linha aqui, ela é de quem?
José: Dos dois.
Professor: Desses dois hexágonos, não é?
Lucas: Isso.
Professor: Isso. Está certo. Essa linha é de dois hexágonos. Cada linha de dentro...
Lucas: É de dois hexágonos.

Nesse momento, José explica de forma mais clara seu entendimento anterior. José começa dizendo que cada 'linha de dentro' representa "o conjunto [...] do hexágono". E, quando perguntado de qual hexágono seria determinada *linha de dentro*, José afirma: "Dos dois". Além disso, Lucas afirma, logo depois do colega e de maneira mais clara, que cada *linha de dentro* é "de dois hexágonos". Portanto, os estudantes compreenderam que as *linhas de dentro* são, na verdade, o lado unido dos hexágonos.

Diálogo XI
Professor: É de dois hexágonos. No que isso influencia no perímetro?
Lucas: Ah, aqui fica maior.
José: Aqui você tem que contar dois, não é?
Professor: Cada linha conta duas?
José: Tem que contar duas. De dentro, de dentro!
Professor: De fora, não. Por que de fora não?
Lucas: Porque de fora é apenas um.
Professor: De fora só pertence a um hexágono, não é?
José: É. Só um hexágono.
Professor: Então, o que você conclui? Quanto mais linhas dentro, o perímetro é maior ou o perímetro é menor?
Lucas: Mais dentro é menor.
Professor: Menor. Por quê?
Lucas: Porque quanto mais dentro, vai ter menos o de fora.

Logo depois, Lucas, ao ser questionado como cada lado unido dos hexágonos influencia no perímetro, afirma: "Ah, aqui fica maior"; e, posteriormente, "[quanto] mais dentro é menor", sugerindo que quanto mais lados unidos dos hexágonos, menor seria a medida do perímetro da figura. Depois, Lucas fornece algumas explicações para suas observações, quando diz "Porque de fora é apenas um" e "quanto mais dentro, vai ter menos o de fora".

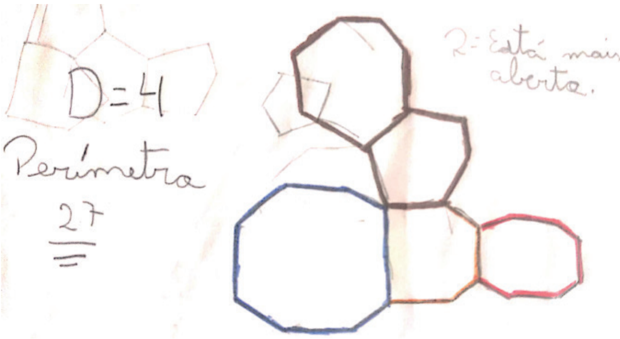
Diálogo XII
Lucas: As linhas de dentro influenciam no tanto do perímetro.
José: Como?
Lucas: As linhas de dentro...
Lucas: As linhas de dentro influenciam no tamanho do perímetro.

Nesse diálogo, podemos observar a formulação de uma resposta escrita fornecida por Lucas. Notamos que o estudante se preocupa, nesse momento, em dar uma resposta precisa à questão, visto que ele, mesmo sem a orientação do professor, preocupa-se em melhorar sua resposta, utilizando palavras mais adequadas ou mais precisas.

Laís e Leandro

Aqui, discutiremos a resolução da dupla formada pelos estudantes Laís e Leandro. Vale destacar que as respostas só foram registradas pelos estudantes ao final da tarefa. E, pode-se perceber, na Figura 7, que a construção de Leandro não está coreta, já que ele não utilizou somente hexágonos para construir a figura. Depois de construídas as figuras, o professor indagou os estudantes sobre o porquê do perímetro das suas figuras serem diferentes do perímetro da figura-exemplo.

Figura 7 - Figura construída por Leandro[6]

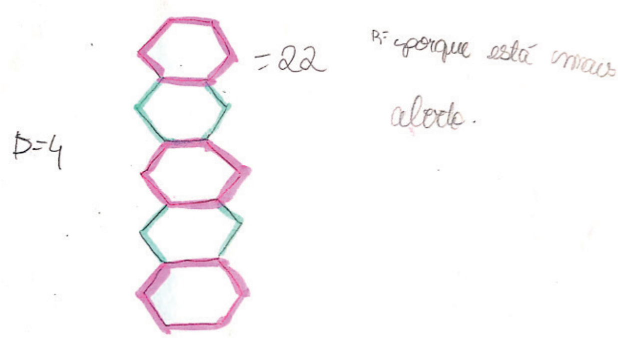


Fonte: Dados da pesquisa.

Diálogo XIII
Professor: Terminaram? Vamos, lá. Contou o perímetro?
Leandro: Sim.
Professor: Deu vinte e dois. E esse aqui, deu quanto?
Leandro: Dezoito.
Professor: Deu dezoito aqui, deu vinte e dois aqui. Por que você acha que deu diferente?
Laís: Porque sim.
Professor: Como assim, 'porque sim'?
Laís: Porque aqui, olha, aqui está aberto, aqui está mais fechado. Aí não mostra esse daqui. Esse daqui juntou, aí deu mais.
Professor: Esse daqui qual? Esse qual?
Laís: Essas linhas de dentro aqui aparecem aqui, então conta, entendeu?
Professor: Então, por que essa dá menos que essa?
Laís: Já disse.
Professor: Tá, então escreve isso aqui.

Nesse diálogo, chamamos a atenção para as seguintes falas de Laís: "aqui está aberto, aqui está mais fechado. Aí não mostra esse daqui. Esse daqui juntou, aí deu mais". A estudante, ao falar das figuras como *mais aberta* ou *mais fechada*, estava se referindo à quantidade de lados unidos dos hexágonos de cada uma. Para ela, uma figura aberta é uma figura que possui menos lados unidos dos hexágonos, como a feita por ela (Figura 8). Já uma figura fechada é uma que contém mais lados unidos dos hexágonos, tal qual a figura-exemplo.

Figura 8 - Figura construída por Laís[7].



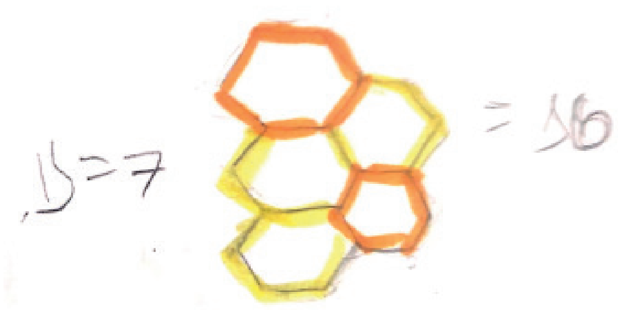
Fonte: Dados da pesquisa.

Diálogo XIV
Laís: Ah, professor, é muito grande. Eu não sei explicar.
Professor: Pensa em uma frase pequena, então.
Laís: Aqui, professor, aqui. 'Está mais aberta'. Entendeu?

Nesse diálogo, notamos que, diferentemente da dupla anterior, Laís não se preocupa em fornecer uma resposta escrita precisa. Dessa forma, apesar de ter demonstrado que possui explicações mais consistentes para a tarefa, Laís utiliza a expressão "mais aberta" para referir-se à sua figura como a que tem menos lados dos hexágonos unidos do que a figura-exemplo.

Depois, os estudantes passam à segunda questão da tarefa. A construção feita por Laís pode ser vista na Figura 9.

Figura 9 - Figura construída por Laís.



Fonte: Dados da pesquisa.

Diálogo XV
Professor: Não deu quinze, não.
Laís: Deu sim.
Professor: Não deu, não.
Laís: Deu sim. Você não sabe contar. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis. Dezesseis. Um a mais.
Professor: Dezesseis. Isso. Olhando só para as linhas de dentro, você consegue saber o perímetro?
Laís: Eu não.
Professor: Quantas linhas de dentro têm aqui?
Laís: Não sei. Ninguém consegue olhar e falar... Só se contar.
Leandro: Oito. É oito, professor.
Professor: Aqui dentro?
Leandro: É.
Laís: Dentro, oito.
Professor: E aqui? (Apontando a Figura 4, de Laís)
Laís: Quatro.
Professor: E aqui? (Apontando para a figura exemplo)
Laís: Cinco. Cinco.
Leandro: Seis.

A princípio, Laís havia calculado incorretamente o perímetro da sua figura. Contudo, após intervenção do professor, a estudante percebeu seu erro. Mas Laís não compreendeu a questão de determinar o perímetro sem contar os lados. Para a estudante, isso não fazia sentido: "Não sei. Ninguém consegue olhar e falar... Só se contar".

Com isso, o professor questiona os estudantes sobre a quantidade de lados unidos dos hexágonos – lados de dentro, naquele contexto – em cada figura da tarefa. E, apesar de os estudantes observarem isso, essa sugestão não os leva a

6 Resposta de Leandro: "Está mais aberta".
7 Resposta de Laís: "porque está mais aberta".

identificar relações entre as figuras. Compreendemos que Laís não viu muito sentido nessa questão porque, de certo modo, ela a resolveu ainda na primeira questão, quando percebe a influência dos lados unidos dos hexágonos na medida do perímetro de uma figura.

5 Discussão dos Resultados

O primeiro momento da resolução da dupla formada por Lucas e José que destacamos é quando, no Diálogo II, José, ao calcular o perímetro de sua figura, diz "Pensei que ia dar dezoito". Dessa forma, entendemos que José enquadrava-se no caso dos estudantes que "tendem a não exibir uma formulação explícita da conjectura" (Ponte et al., 2019, p. 32). Assim, lembrando que Jeannotte & Kieran (2017) consideram a conjectura como a inferência de alguma narrativa sobre certa regularidade, concluímos que José havia formulado implicitamente a seguinte conjectura: *toda figura construída com seis hexágonos regulares tem medida de perímetro igual a 18*. Ou seja, observando uma regularidade – figuras construídas com cinco hexágonos regulares –, José realizou uma inferência – medida do perímetro igual a 18.

No entanto, como é própria da natureza de uma conjectura, a formulada por José também necessita de outros processos para mudar seu valor epistêmico. Dessa forma, a frase de José – "Pensei que ia dar dezoito" – se configura como um processo de validação (Jeannotte & Kieran, 2017). José esperava que a sua conjectura fosse confirmada. No entanto, ocorre o oposto, o que surpreende o estudante. O valor epistêmico de sua conjectura aparenta mudar de provável para falso. Além disso, Lucas afirma, sobre o perímetro de sua figura: "O meu deu vinte e dois". Isso representa uma nova validação à conjectura de José, novamente com mudança de valor epistêmico de provável para falso.

No Diálogo III José é questionado sobre as diferentes medidas do perímetro das figuras. Então, o estudante formula, dessa vez de forma mais explícita, uma nova conjectura, contrária à anterior: *o perímetro de figuras diferentes será diferente*. Mas, quando o professor desafia o estudante a apresentar alguma justificativa, ele não o faz. Além disso, quanto Lucas anuncia novamente a medida do perímetro da figura que construiu – "Vinte e dois –, José protesta: "Está errado". Isso evidencia que o estudante ainda está apegado à sua primeira conjectura.

No Diálogo IV, uma estudante de outra dupla, Beatriz, revela a medida do perímetro da figura que construiu: 22, valor igual ao perímetro da figura de Lucas. Isso representa uma nova validação à primeira conjectura de José. A fala de Beatriz muda, outra vez, seu valor epistêmico de provável para falso. José passa a assumir uma atitude diferente dos diálogos anteriores e reconhece essa validação ao comentar que deu "a mesma coisa".

É bem possível que Lucas também tenha formulado alguma conjectura. Provavelmente algo como *toda figura construída com cinco hexágonos regulares tem medida do perímetro igual a 22*. Nesse caso, a fala de Beatriz seria uma validação que mudaria o valor epistêmico dessa conjectura de provável para verdadeiro. No entanto, nos faltam elementos para afirmar que Lucas tenha formulado tal conjectura.

Também destacamos o Diálogo VII, quando, depois de construírem novas figuras, José se surpreende com o fato de os perímetros da sua figura e a de Lucas serem iguais. Possivelmente, José encontrou nesse momento uma regularidade – as duas figuras possuem o mesmo perímetro. A percepção dessa regularidade o levou a formular a mesma conjectura que delineou no começo da tarefa (*todas as figuras construídas com cinco hexágonos possuem o mesmo perímetro*), ou seja, o processo de conjecturar foi apoiado por outro processo, o de identificar padrões (Jeannotte & Kieran, 2017). Isso é sugerido pela seguinte frase de José: "Mas tem que dar [igual]. Os ladinhos ali...", insinuando que eles possuem sempre a mesma medida. No entanto, José teria recebido tantas validações que apontaram para a sua conjectura como de valor epistêmico falso, que esse momento causou estranheza ao estudante.

Depois, quando Lucas é questionado sobre como cada lado unido dos hexágonos influencia no perímetro, no Diálogo XI, identificamos novos momentos em que alguns processos do raciocínio matemático são mobilizados. Quando Lucas afirma que "Ah, aqui fica maior"; e, posteriormente, que "[quanto] mais dentro é menor", entendemos que formulou a seguinte conjectura: *quanto mais lados unidos dos hexágonos, menor a medida do perímetro da figura*. Lucas percebeu uma regularidade – quanto mais lados unidos dos hexágonos, nas palavras do estudante "quanto mais dentro" – e produziu uma inferência – menor é o perímetro, "mais dentro é menor", nos seus termos. Mais uma vez o processo de identificação de padrão deu apoio ao processo de conjecturar.

Mas, além disso, Lucas foi além e também encontrou justificativas para a conjectura anterior. Lucas diz: "Porque de fora é apenas um" e "quanto mais dentro, vai ter menos o de fora". Ou seja, Lucas dá uma explicação para a conjectura que formulara há pouco, que entendemos da seguinte forma: quanto mais lados unidos dos hexágonos, sobram menos lados não unidos do *lado de fora* da figura, tendo menos lados disponíveis para o momento de calcular o perímetro da mesma. Assim, pode-se dizer que Lucas produziu uma justificativa, já que buscou por dados e garantias para sustentar sua conjectura (Mata-Pereira & Ponte, 2017).

No final da tarefa, Lucas desenvolve outra conjectura, dessa vez bastante explícita. No Diálogo XII, ele diz: "*As linhas de dentro influenciam no tamanho do perímetro*". Essa conjectura é a colocada pelos estudantes como resposta à segunda questão da tarefa. É interessante notar como o estudante melhora progressivamente sua conjectura. Anteriormente, ele havia dito: "As linhas de dentro influenciam no tanto do perímetro". Mas, após breve reflexão a fim de tornar a resposta mais precisa, Lucas substitui a expressão "tanto do perímetro" por "tamanho do perímetro".

Na análise da resolução da tarefa feita por Laís e Leandro, identificamos também os processos de formulação de conjecturas e de justificativa (Jeannotte & Kieran, 2017). Ao se dedicar à tarefa, Laís percebeu as relações existentes entre o modo de construir uma figura e o seu perímetro rapidamente. Portanto, logo após formular uma conjectura, a estudante já possuía justificativas para a mesma. Como vimos anteriormente, isso é algo passível de ocorrer, pois, segundo Ponte et al. (2019) há estudantes que formulam conjecturas logo após a manipulação dos dados ou simplesmente a partir da observação direta dos mesmos.

Nessa dupla, destacamos o Diálogo XIII, em especial a seguinte fala de Laís: “aqui está aberto, aqui está mais fechado. Aí não mostra esse daqui. Esse daqui juntou, aí deu mais”, quando a estudante é questionada sobre o porquê da medida dos perímetros da sua figura e da figura-exemplo serem diferentes. A partir dessa fala, consideramos que Laís, bem como no caso de José, da dupla anterior, formulou uma conjectura que não foi por ela explicitada. Consideramos que tal conjectura foi a seguinte: *a quantidade de lados unidos dos hexágonos de uma figura influencia na medida do seu perímetro*.

Assumimos a conjectura acima porque Laís evidencia, pela sua fala, compreender que os lados unidos dos hexágonos têm relação com a medida do perímetro. Então, a partir daí, consideramos que Laís está fornecendo justificativas para a sua conjectura, em especial quando diz: “Aí não mostra esse daqui. Esse daqui juntou, aí deu mais”, pois estabeleceu relações que permitiram a ela entender por que essa afirmação pode ser verdadeira (Araman et al., 2019). Depois, Laís afirma: “Essa linhas de dentro aparecem aqui, então conta”. Assim, Laís está reunindo dados e garantias com o objetivo de mudar o valor epistêmico de sua conjectura de provável para verdadeiro (Jeannotte & Kieran, 2017). Ou seja, está mobilizando o processo de justificativa.

6 Conclusão

Observando as resoluções da tarefa, bem como analisando os diálogos mantidos entre os estudantes e o professor, consideramos que foi possível identificar certos processos do raciocínio matemático mobilizados pelos estudantes. Possivelmente, a natureza da tarefa utilizada teve uma forte influência, por apresentar questões abertas, que não pediam uma resposta predeterminada e única. Os estudantes precisaram se apropriar da tarefa e organizar, bem como gerar outros dados para que fosse possível formular conjecturas e, então, fornecer alguma resposta.

Na resolução feita pela dupla composta por Lucas e José, por exemplo, verificamos que foram mobilizados os processos de formulação de conjecturas, validação e justificativa. Nessa dupla, vimos que houve uma intensa discussão sobre a tarefa. Entendemos que essa dupla configura-se na situação descrita por Ponte et al. (2019) de estudantes que começam a gerar dados, organizá-los e, então, formular questões. Isso porque, apesar de existir uma conjectura elaborada por José no início da tarefa, ela foi por ele trabalhada por muito tempo até que o estudante obtivesse diversos processos de validação e, então, partir para a formulação de outras questões. Lucas, por sua vez, demorou a formular conjecturas, vindo a fazê-lo somente na parte final da tarefa. O estudante precisou da geração e da organização de certos dados, como no momento em que o professor discute com a dupla os lados unidos dos hexágonos. É a partir daí que o estudante começa a formular uma conjectura bastante consistente e, posteriormente, uma justificativa para a mesma.

No trabalho de José, voltamos a enfatizar os diversos processos de validação que o estudante mobilizou. Verificamos que formulou uma conjectura no início da tarefa, a qual tinha plena confiança ser verdadeira. Contudo, durante a tarefa, o estudante validou-a diversas vezes, ainda que mudando seu valor epistêmico de provável para falso. Ressaltamos que essa atividade, de se convencer a si mesmo, não foi simples para José e, novamente, somente a geração e organização de dados o levaram a mobilizar as validações necessárias para refutar sua conjectura.

Ainda enfatizamos a atitude de Lucas, ao final da tarefa, de buscar fornecer à tarefa a resposta mais precisa possível. O estudante diz que “As linhas de dentro influenciam no tanto do perímetro” e, depois, “As linhas de dentro influenciam no tamanho do perímetro”. Observa-se que Lucas substituiu a expressão *tanto do perímetro* por *tamanho do perímetro*, por julgá-la mais adequada.

Na resolução da dupla formada por Laís e Leandro, observamos que foram mobilizados os processos de formulação de conjecturas e justificativa. Ponte et al. (2019) consideram que a formulação de conjecturas pode ocorrer, em algumas vezes, logo após a manipulação dos dados ou mesmo por observação direta dos dados. Consideramos que foi o que ocorreu nesse caso, com Laís. A estudante, logo no início da tarefa, formula uma conjectura e fornece uma justificativa para a mesma. Na primeira questão da tarefa, Laís percebe que a quantidade de lados unidos dos hexágonos tem influência na medida do perímetro de uma figura. No entanto, chamamos a atenção para a resposta escrita fornecida por Laís. Nesse momento, Laís argumenta: “professor, é muito grande. Eu não sei explicar”. E, então, fornece uma resposta à questão: “Aqui, professor, aqui. ‘Está mais aberta’. Entendeu?”. Portanto, ao contrário de Lucas, que busca aperfeiçoar sua resposta, Laís fornece uma resposta curta, aquém das justificativas que havia elaborado.

Visto isso, aproveitamos para retomar as recomendações de alguns documentos curriculares (NCTM, 2009; Brasil, 2018), que defendem o desenvolvimento do raciocínio matemático nas aulas de matemática. Concluímos, a partir dos dados aqui discutidos, que os estudantes possuem grande capacidade de mobilizar processos do raciocínio matemático e, fazendo isso, construir conhecimento matemático relevante.

Enfatizamos novamente uma recomendação do NCTM

(2009, p.5), de que o raciocínio matemático “deve ocorrer em toda aula de matemática todos os dias”. Um trabalho mais constante do raciocínio matemático poderia aprimorar a capacidade dos estudantes de mobilizar os processos do raciocínio matemático. Poderia, tomando como exemplo as resoluções aqui descritas, fazer com que Laís tivesse uma preocupação maior em fornecer respostas precisas às tarefas, caso realizasse tais atividades com mais frequência.

Assim, também é razoável questionar o sentido de tarefas que exigem dos estudantes uma resposta correta, mas não os levam a mobilizar qualquer aspecto do raciocínio matemático. De acordo com o matemático Andrew Wiles, “é bom trabalhar em qualquer problema contanto que ele dê origem a matemática interessante durante o caminho, mesmo se não o resolvermos no final” (Wiles apud Ponte et al., 2019, p. 17).

Referências

Abrantes, P. (1999). Investigações em Geometria na Sala de Aula. In E. Veloso, H. Veloso, J. P. Ponte, & P. Abrantes, (Org.), Ensino da Geometria no virar do milênio (pp. 51-62). Lisboa, Portugal: GRAFIS.

Araman, E. M. O., Serrazina, M. L., Ponte, J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. Educação Matemática Pesquisa, 21(2), 466-490. doi: 10.23925/1983-3156.2018v2li2p466-490.

Bogdan, R., Biklen, S. (1994) Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Alegre: Porto Editora.

Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília, Brasil: MEC.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educational Studies in Mathematics, 96(1), 1-16. doi: 10.1007/s10649-017-9761-8.

Lo, J. J., Grant, T. J. & Flowers, J. (2008). Challenges in deepening prospective teachers’ understanding of multiplication through justification. Journal of Mathematics Teacher Education, 11(1), 5-22. doi: 10.1007/s10857-007-9056-6.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2017). Enhancing students’ mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. Educational Studies in Mathematics, 96(2), 169-186. doi: 10.1007/s10649-017-9773-4.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. Bolema, 32(62), 781-801. doi: 10.1590/1980-4415v32n32n62a02.

Morais, C., Serrazina, L. & Ponte, J. P. (2018). Mathematical Reasoning Fostered by (Fostering) Transformations of Rational Number Representations. Acta Scientiae, 20(4), 552-570. doi: 10.17648/acta.scientiae.v20iss4id3892.

NCTM. (2009). Focus in high school mathematics: reasoning and sense making. Reston, Estados Unidos: NCTM.

Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2019). Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica