

A ZONA DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL PARA IDENTIFICAR APRENDIZAGEM COMO PARTICIPAÇÃO EM PRÁTICAS MATEMÁTICAS¹

Cristina Frade²

Universidade Federal de Minas Gerais

Steve Lerman

London South Bank University

Luciano Meira

Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma base teórica para analisar a aprendizagem matemática como participação em práticas discursivas. A partir de teorias sociológicas e socioculturais do campo da Educação Matemática, essa base combina: 1) participação como apropriação de um discurso; 2) aprendizagem definida como participação; 3) quatro domínios (vocabulário, comunicacional, normas e afetivo) como ferramentas para observar mudanças; e 4) o construto Zona de Desenvolvimento Proximal em termos de relações *passado-presente-futuro* para indicar, em cada domínio, o que era antes da mudança, o que é um resultado de mudança, e o que será/poderá ser no futuro por causa da mudança. Nossa perspectiva teórica é ilustrada com uma análise de dados produzidos em cenários de interação distintos. Concluimos com uma discussão acerca do potencial analítico dessa perspectiva para uso de pesquisadores e professores.

Palavras-Chave: Participação, Práticas Discursivas, Mudanças, Zona de Desenvolvimento Proximal, Educação Matemática.

ABSTRACT

¹ Apoio CAPES e CNPq

² frade.cristina@gmail.com

In this paper we present a theoretical basis for analysing mathematical learning as participation in discursive practices. Using social, sociological and sociocultural theories of our field, this theoretical basis combines: 1) participation as appropriation of a discourse; 2) learning defined as changing participation; 3) four domains (vocabulary, communicational, norms and affective) as tools for observing change; and 4) the construct of zone of proximal development in terms of *past-present-future* relationships to indicate in each domain what was before change, what is as a result of change, and what will/can be in the future because of the change. We illustrate with data analysis and interpretation in line with our theoretical perspective. We conclude by discussing its potential for analysis for both researchers and teachers.

Keywords: Participation, Discursive Practices, Changes, Zone of Proximal Development, Mathematics Education.

INTRODUÇÃO

A motivação que nos levou a desenvolver uma base teórica para analisar a aprendizagem matemática como participação em práticas discursivas emergiu de uma necessidade concreta de atender a alunos de pós-graduação em Educação e em Educação Matemática. Ao entrarem em contato com perspectivas socioculturais e sociológicas da cognição, muitos desses alunos veem, nessas perspectivas, potenciais poderes explicatórios para redescreverem suas experiências docentes e compreenderem melhor os processos envolvidos na aprendizagem de seus próprios alunos. Para alguns, essas perspectivas oferecem suporte para seus entendimentos sobre desigualdade e exclusão escolar. Para outros, ampliam-se as compreensões acerca das práticas matemáticas em termos das interações e das relações, bem como dos discursos que efetivamente ocorrem em sala de aula. Qualquer que seja o enfoque, tais perspectivas tornam-se, para muitos deles, um comprometimento intelectual: para alguns mais político; para outros, mais pragmático e afetivo.

Uma das perspectivas aludidas tem despertado especial interesse em alunos de pós-graduação inseridos na profissão docente. Trata-se da perspectiva de aprendizagem situada, originada dos trabalhos de Lave (1988) e Lave e Wenger (1991). Esses alunos, cujas pesquisas foram ou estão sendo realizadas em sala de aula, passaram a usar, em suas investigações, a ideia de aprendizagem como mudança de participação em práticas matemáticas para interpretar seus dados; para identificar se alguma aprendizagem possa ou não ter ocorrido. Contudo, o uso dessa ideia pelos alunos não tem vindo acompanhada de uma discussão apropriada de instrumentos analíticos para se argumentar que mudanças de participação de sujeitos em práticas aconteceram. Tal discussão é importante tendo em vista que a ideia de participação de Lave e Wenger em práticas sociais vincula-se, necessariamente, a uma mudança do modo como o indivíduo vê o mundo e interage com ele em relação a certo(s) domínio(s), uma vez que

participação no sentido de Lave e Wenger não é um ato de mero engajamento em uma certa prática ou atividade; mudanças nos modos de participar são parte de um processo de formação de identidade. Isso é dizer que ao começar a participar de novas maneiras, os participantes passam a ver e a lidar com situações que não haviam visto ou lidado antes ou, se haviam, eles agora veem e lidam com elas

de modos diferentes. E se isso acontece podemos dizer que os indivíduos aprenderam e tornaram-se pessoas diferentes em relação a um certo domínio. (Frade, Acioly-Régnier & Jun, 2013, tradução nossa)

Com o intuito de auxiliar os alunos de pós-graduação para um uso mais consistente da ideia de Lave e Wenger, desenvolvemos uma base teórica com a finalidade de analisar a aprendizagem matemática como um processo de participação (que pode ser discutido também em termos de desenvolvimento de identidade, mas que vai além do escopo deste artigo) em práticas discursivas. A partir de teorias sociológicas e socioculturais do campo da Educação Matemática, bem como de nossa própria experiência como professores e pesquisadores em Educação, essa base combina: 1) participação como apropriação de um discurso; 2) aprendizagem definida como participação; 3) quatro domínios (vocabulário, comunicacional, normas e afetivo) como ferramentas para observar mudanças; 4) o construto Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) em termos de relações *passado-presente-futuro* para indicar, em cada domínio, o que era antes da mudança, o que é um resultado de mudança, e o que será/poderá ser no futuro por causa da mudança.

Para ilustrar nossa perspectiva, apresentamos uma análise de dados produzidos em cenários de interação distintos. Com essa análise, buscamos reforçar os subsídios teórico-empíricos sobre a concepção de ZDP como um espaço simbólico, de mediação semiótica, em termos de relações *passado-presente-futuro*, como a concebem Meira e Lerman (2010)³. Assim, não é nosso propósito oferecer uma revisão extensa da literatura sobre o construto ZDP formulado por Vygotsky (1978), pois tal revisão poderia direcionar o objetivo do texto para outras questões além daquelas a que nos propomos discutir. Além disso, correríamos, inevitavelmente, o risco de repetir elementos da refinada e pontuada revisão desse construto encontrada no referido trabalho de Meira e Lerman ou de revisões mais abrangentes, já realizadas por outros pesquisadores (Van Der Veer & Valsiner, 1991; Fino, 2001; Daniels, Wertsch & Cole, 2007; *e.g.*). Alternativamente, detemo-nos a retomar o que constituem, a nosso ver, os pontos principais da interpretação de Meira e Lerman sobre uma ZDP corresponder a um espaço simbólico, de mediação semiótica.

³ Versão atualizada e ampliada do artigo: Meira, L. & Lerman, S. (2001). The Zone of Proximal Development as a Symbolic Space, *Social Science Research Papers*, London, South Bank University, v. 1(13), p. 1-40.

Os dados, originados de pesquisas prévias, não visavam testar o potencial de nossa proposta, porém são significativos porque foram produzidos em ambientes ou situações de aprendizagem. Como este artigo é mais um ensaio teórico do que o relato de uma pesquisa empírica, com a apresentação dos dados, tem-se a intenção de ilustrar ideias, e não somente demonstrar resultados empíricos.

Concluimos o artigo com uma discussão acerca do potencial analítico da perspectiva que propomos para uso de pesquisadores e professores. Destacamos o caráter inovador de nossa contribuição, em particular em nosso uso da ZDP para explicar como subjetividades são produzidas em interações sociais e como os indivíduos reagem ao aprenderem e internalizam aquilo que aprenderam de suas interações em termos (pelo menos) dos quatro domínios aludidos.

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Durante os anos 1980, duas perspectivas socioculturais de aprendizagem exerceram grande influência na Educação Matemática. A primeira originou-se dos estudos sobre a *Matemática de rua*, desenvolvida no Brasil por Terezinha Nunes, Analúcia Schliemann e David Carraher (1993). Com foco nas relações entre os processos de pensamento do grupo cultural do indivíduo e a Educação Matemática, esses estudos demonstraram que o fracasso na Matemática escolar não pode ser atribuído a parâmetros de *deficit* (etnia, classe social, gênero e outros divisores da sociedade), dado que as mesmas crianças que fracassavam na escola mostravam entendimento matemático em outros contextos. A segunda perspectiva é oriunda das investigações de Jean Lave (1988) em diferentes *comunidades de prática*. Os estudos de Lave quebraram a dicotomia entre a Matemática escolar e a Matemática extraescolar, ao propor que a cognição é um fenômeno que emerge em práticas sociais e, mais geralmente, entre os indivíduos e o mundo; ou seja, a cognição não é uma questão de atributos individuais apenas, ao contrário, é um fenômeno que ocorre em interações semióticas produzidas em práticas sociais nas quais os indivíduos participam. Assim, para Lave, a cognição é *situada* porque é dependente das circunstâncias histórico-socioculturais em que os indivíduos estão sujeitos em um certo momento de suas vidas. Ao enfatizar as práticas sociais como *locus* para a

cognição, a aprendizagem é vista por Lave (ver também Lave & Wenger, 1991) como mudança de participação e formação de identidade nessas práticas.

No âmbito escolar, a ideia de aprendizagem na prática requer que o entendimento de ser bem-sucedido ou não em Matemática precisa ser construído com foco nas práticas e atividades escolares, suas condições para a participação dos estudantes (acessibilidade), suas relações afetivas, seus procedimentos de avaliação, e na diversidade dos alunos e suas particularidades culturais (Frade, Acioly-Régner & Jun, 2013). O foco da aprendizagem centrado nas práticas pode ser explicado conforme as seguintes palavras de Davis e Simmt (2003): “o agente cognoscente é o coletivo em oposição a uma coleção de agentes cognoscentes” (p. 144, tradução nossa). Nessa perspectiva, Davis e Simmt sugerem que a observação do professor e do pesquisador da produção de significados, pensamentos, raciocínios e criatividade desse agente consiste em observar, nessas práticas, as interações e prontidões que disparam novas possibilidades e *insights* para o coletivo.

Alguns pesquisadores (e. g. Walkerdine, 1997) argumentam que a perspectiva situada de Lave não esclarece como subjetividades são produzidas em práticas sociais. Ao discutirem sobre a natureza social das condutas afetivas e a constituição da identidade, Frade e Meira (2010) questionam tal argumentação, defendendo que a produção de subjetividades e, conseqüentemente, o desenvolvimento de identidades são resultados de internalizações (no sentido de Vygotsky) que ocorrem a partir de interações entre indivíduos e entre indivíduos e as práticas sociais de que participam. Como os indivíduos reagem a essas interações e internalizam o que aprenderam delas como resultado de seus engajamentos em práticas depende, não só, de suas experiências prévias de vida, escolhas e julgamentos, mas também – e, talvez, principalmente – de uma complexa combinação de contingência, circunstância e normas sociais a que estão submetidos em certo momento da vida. Nesse sentido, a subjetividade/identidade de um indivíduo é estável somente temporariamente; ela está sujeita a contínuas mudanças que decorrem dessa combinação em um momento particular de sua vida (Frade & Meira, 2010).

A compreensão de que a cognição emerge de interações sociais remete-nos, ainda, à concepção de ZDP como um espaço simbólico, como a concebem Meira e Lerman (2010). Primeiro, para Meira e Lerman, a noção de ZDP toma uma direção

teórica totalmente oposta à da noção de um espaço “quase físico” preexistente às situações ou atividades, na espera apenas de ser alcançada por um indivíduo com a ajuda de um outro mais competente em um certo domínio. A direção que eles adotam concorre, como eles próprios declaram, com as direções de Newman e Holzman (1993) e de Van der Veer e Valsiner (1991), segundo as quais a ZDP é um espaço intersubjetivo mediado por signos, que emerge (ou não) na instrução ou em interações dialógicas de qualquer natureza, dentro do qual ocorrem o cultivo social de processos ainda não desenvolvidos e a construção, pelos indivíduos, de estruturas futuras de suas funções intelectuais sob as bases de suas experiências passadas. Em outras palavras, tal construção é um processo *situado* que pode manifestar-se na forma de relações entre o passado, passando pelo presente, e o futuro. Segundo Meira e Lerman, essas relações indicam, supostamente, como as pessoas marcam, em seus discursos, aspectos contextualmente relevantes de suas interações. Com base nessa formulação, Meira e Lerman enfatizam três aspectos principais: o primeiro refere-se ao fato de que a ZDP não é algo preexistente a um evento ou atividade; ela é um fenômeno continuamente emergente. O segundo aspecto relaciona-se à proposição de que ver a ZDP como um espaço simbólico nos capacita a mudar o foco para além do indivíduo *per se* em direção à emergência de modos de comunicação. O terceiro diz respeito à relação entre aprendizagem e desenvolvimento: a ZDP é um espaço simbólico para interações e comunicações, no qual a aprendizagem conduz o desenvolvimento.

A partir dessas ideias, Meira e Lerman propõem que investigações empíricas sobre a ZDP, em salas de aula, incidam o foco não apenas nas interações sociais caracterizadas pela assistência aos alunos, por parte do professor, mas, sobretudo, nas “trocas” semióticas emergentes nessas interações. Para tal, os autores desenvolveram um instrumento de análise para interpretar as falas e os gestos dos professores e dos alunos em termos de contribuições discursivas que oferecem significados públicos para se agir sobre e serem apropriados na interação. De acordo com Meira e Lerman, essas contribuições discursivas podem ser de dois tipos:

1. *Linguagem orientada a conteúdos*, centrada em tópicos reconhecidos pelo próprio professor como pertinentes aos conteúdos do currículo;

2. *Linguagem orientada à comunicação, voltada para intervenções feitas pelo professor*, que orientam o aluno em direção a um novo estágio de sua vida escolar; ou *intervenções feitas pelo aluno* ou pelo professor, por meio de falas ou gestos, visando (i) à redução de lacunas comunicativas e ambiguidades na fala; (ii) à autorregulação; (iii) à chamada/solicitação por atenção; e (iv) à construção de relações entre eventos ou ações passadas, presentes e futuras.

Meira e Lerman (2010) observam que todo ensino está relacionado a algum conteúdo e, como tal, a linguagem orientada à comunicação também ocorre dentro dos domínios de conteúdos específicos. Contudo, essa última forma de linguagem diz respeito, mais notadamente, a comportamentos ou normas sociais escolares e modos de comunicação na sala de aula. Por outro lado, continuam os autores, a primeira forma de linguagem – orientada a conteúdos – não leva, necessariamente, à comunicação (no sentido de reciprocidade com que essa noção tem sido usada neste texto), por exemplo, em salas de aula, em que o conteúdo é transmitido por via única: a da exposição do professor.

Para Meira e Lerman, então, a ZDP tem dois sentidos: o primeiro, como espaço simbólico para o ensino e a aprendizagem. O segundo, complementar ao primeiro, a ZDP é uma ferramenta analítica com a qual podemos analisar “a microgênese de eventos e atividades emergentes em sala de aula; ela dá suporte aos significados que criamos a partir de vídeos e transcrições (...). Assim, a ZDP é, ao mesmo tempo, um resultado/produto e uma ferramenta dentro das análises vygostkianas de desenvolvimento” (Meira & Lerman, 2010, p. 205).

Usando a concepção de ZDP como espaço simbólico, em termos dos dois tipos de contribuições descritos acima, Meira e Lerman analisam a interação entre uma professora e seus alunos de pré-escola. Em um dos eventos analisados, os autores investigam os movimentos comunicativos da professora e de um aluno em torno de uma plantação de feijões em algodão, mostrando como eles sustentam um campo atencional compartilhado, no qual ambos se tornam progressivamente mais capazes de se comunicarem, reconhecendo a ambiguidade de suas próprias contribuições discursivas, dado que a professora se posiciona de maneira receptiva às tentativas da criança de usar novas palavras, de maneiras diferentes. No nosso caso, estamos

interessados em produzir evidências da emergência de possíveis ZDPs em relação à construção entre eventos ou ações passadas, presentes e futuras.

Uma vez articulada a ideia de aprendizagem na prática com a concepção de ZDP, segundo Meira e Lerman, discutimos, a seguir, o que entendemos como participação em práticas matemáticas escolares.

PARTICIPAÇÃO COMO APRENDER A SE APROPRIAR DE UM DISCURSO

Na Educação Matemática, investigações sobre participação em interações em sala de aula têm sido realizadas sob diferentes abordagens e focos (Frade & Tatsis, 2009). Essas investigações indicam que fatores tais como: o domínio afetivo, os “outros” participantes (especialmente seus poderes de relação com um certo indivíduo), os meios de comunicação (notadamente a linguagem), os artefatos envolvidos e os entornos físicos, influenciam nos modos de participação. Tatsis e Rowland (2006) mostram que os participantes se engajam em um processo interpretativo durante suas interações: enquanto podem querer atingir o propósito da interação, por exemplo, resolver um problema, eles, ao mesmo tempo, estão interessados em manter suas “aparências” (*faces*). Back e Pratt (2007) examinaram a participação de um aluno em um fórum de discussão *on line*. O trabalho desses autores mostra a relevância do meio de comunicação (no caso, a linguagem escrita) na participação e formação de identidade. McVittie (2004) usou contribuições da análise do discurso, particularmente a categorização de Wegerif e Mercer (1997), para descrever as regularidades encontradas nas conversas dos alunos. Segundo essa categorização, os alunos se envolvem em três maneiras diferentes de conversa, dependendo da tarefa e do discurso do grupo no qual estão envolvidos: conversa disputacional, cumulativa e exploratória. Esses diferentes modos de conversar são usados para significar padrões de participação distintos ou, em outras palavras, diferentes individualidades (*se/ves*). Williams e Clarke (2003) estudaram padrões de participação de duplas e triplas de alunos em interações colaborativas na resolução de atividades matemáticas. Os autores sugerem que, em ambas as interações, a comunicação entre os alunos é caracterizada, não só pelo compartilhamento de significados dos termos matemáticos envolvidos, mas também por alguns modos

preexistentes e estabelecidos (não todos declarados) de comunicação particular de cada dupla/tripla.

Jaworski (2007) estendeu o conceito de participação para engajamento, o qual denota participação ativa e inclusão mental. Ela usou esse conceito, juntamente com o conceito de comunidade de investigação (*community of inquiry*), para examinar os modos nos quais os professores se engajam na comunidade de suas escolas, alinhados com as práticas dessas escolas e exercitando a imaginação para alcançarem seus objetivos profissionais. Frade, Winbourne e Braga (2006) examinaram a participação de alunos em termos do cruzamento de fronteiras entre diferentes práticas disciplinares. A partir de um trabalho interdisciplinar desenvolvido por uma professora de Matemática e outra de Ciências, os autores concluem que foi a atividade dessas professoras, principalmente, que contribuiu para o cruzamento de fronteiras entre suas disciplinas: elas traduziram uma para outra seus códigos disciplinares específicos, trabalharam juntas para preparar e organizar seu trabalho colaborativo e compartilharam seus objetivos e propósitos com os alunos.

Cobb, Stephan, McClain e Gravemeijer (2001) propuseram um referencial que procura interrelacionar as abordagens social e psicológica da aprendizagem e atividade matemática. Ao fazerem isso, viram a participação como uma coordenação entre o estabelecimento de práticas matemáticas em comum (perspectiva social) e a reorganização dos raciocínios matemáticos dos indivíduos durante a evolução dessas práticas (perspectiva psicológica). A tentativa de Cobb, Stephan, McClain e Gravemeijer de desenvolver uma coordenação entre o social e o individual em estudos sobre participação é compartilhada, de alguma maneira, por outros pesquisadores. De fato, sob o ponto de vista de uma perspectiva situada, Wenger (2007) diz que, na medida em que entramos e nos engajamos em comunidades de prática, a aprendizagem, nessas comunidades, é uma jornada tanto social quanto individual. Anteriormente, Lave e Wenger (1991) descreveram participação como o movimento do *periférico ao centro* para explicarem o processo de tornar-se um membro de uma comunidade de prática particular.

Ainda nessa direção, Sfard (2001) buscou articular participação e aprendizagem, ao propor que a aprendizagem fosse vista como um processo de mudança de um tipo especial de discurso. A autora sugere que tal processo seja

observado em três dimensões: *vocabulário* próprio desse discurso; os *meios visuais* com os quais a comunicação é mediada; e, por fim, as *regras metadiscursivas* que fazem os alunos decidirem por uma ou outra forma de comunicação. Para Sfard, uma pessoa só pode dar sentido ao discurso matemático, se for um participante persistente da prática matemática, não antes disso. Posteriormente, ela desenvolveu uma perspectiva que denominou de *participacionista discursiva* da aprendizagem (Sfard, 2006). Nessa perspectiva, Sfard enfatiza a inter-relação entre o que chamou de edições coletiva e individual, isto é, transformações desenvolvimentais são o resultado de dois processos complementares: o de individualização do coletivo e o de coletivização do individual. Para a pesquisadora, esses dois processos estão em constante fluxo dialético entre as formas individual e coletiva de agir.

Os trabalhos de Sfard (2001, 2006), juntamente com contribuições do campo da sociologia, foram, particularmente, relevantes para nos auxiliar a consolidar um entendimento da ideia de participação de Lave e Wenger como condição epistemológica para a aprendizagem em práticas matemáticas escolares: participação corresponde à apropriação do discurso da disciplina, recontextualizado para a sala de aula. Por *recontextualização* estamos nos referindo ao processo no qual os discursos instrucionais dos conteúdos disciplinares são, inevitavelmente, moldados pelo discurso regulativo que opera no contexto institucional, como introduzido por Bernstein (1996). Esse é um conceito que nos ajuda a reconhecer que a maneira com que o professor fala e pensa sobre sua disciplina é moldada pelos modos dominantes de falar e de pensar dentro de suas instituições e do contexto institucional, os quais, por sua vez, são influenciados por práticas políticas em nível governamental.

Ao acrescentar o conceito de recontextualização no entendimento de participação citado, reforçamos um aspecto sociológico da aprendizagem matemática ainda pouco explorado nos trabalhos de Sfard (2001, 2006), qual seja a apropriação do discurso da disciplina depende, fortemente, da pedagogia produzida em sala de aula.

QUATRO DOMÍNIOS PARA OBSERVAR MUDANÇAS DE PARTICIPAÇÃO

A apropriação do discurso da Matemática, recontextualizado para a sala de aula, inclui as dimensões – vocabulário, meios visuais e regras metadiscursivas – sugeridas por Sfard (2001), mas, a nosso ver, não apenas elas. Por exemplo, Bourdieu e Passeron (1997) e Bernstein (1996) demonstraram que tal apropriação é impregnada de questões sociais, tais como diferenças de classe e orientação cultural. Por outro lado, a literatura em Educação Matemática tem discutido a existência de uma profunda inter-relação entre afetos em suas diferentes manifestações e cognição. Cada vez mais amplia-se a compreensão de que a afetividade não é algo paralelo à cognição, e sim parte dela (Zan, Brown, Evans & Hannula, 2006, entre outros). Ainda, pesquisas realizadas com alunos com necessidades especiais mostram a diversidade de linguagens e estratégias que esses alunos e seus professores usam para se comunicarem matematicamente (Zuffi, Jacomelli & Palombo, 2011; Healy, 2012, entre outros).

Inspirados pelas literaturas mencionadas, pelos trabalhos sobre participação relatados na seção anterior, pelo conhecimento do campo de pesquisa em Educação Matemática e por nossas próprias experiências como professores e pesquisadores, propomos quatro domínios nos quais mudanças de participação (ou mudanças na apropriação do discurso da Matemática escolar) dos alunos podem ser observadas:

1. *Domínio do vocabulário*: ler, escrever, falar e fazer em qualquer que seja a linguagem
2. *Domínio comunicacional*: manejo do vocabulário para fins de conversação com outros interacionais
3. *Domínio das normas*: regulação da conduta em relação ao vocabulário e à comunicação
4. *Domínio afetivo*: posicionamento interacional relativo à motivação, atitudes, sentimentos, crenças, valores etc

O *domínio do vocabulário* na Matemática escolar pode ser visto como uma adaptação da noção de *vocabulário final*, introduzida por Rorty (1989), quando restrita à disciplina: é o conjunto de palavras/símbolos/gestos usado por cada indivíduo, para

justificar suas ações, crenças e convicções em relação a um conteúdo específico ou aspectos da prática matemática; é o conjunto de palavras/símbolos/gestos que uma pessoa dispõe para narrar sua história (passada, presente e prospectiva) sobre o saber desse conteúdo ou prática. O domínio do vocabulário pode ser dito 'final', no sentido de que palavras/símbolos/gestos delimitam as fronteiras das histórias dos indivíduos sobre esse conteúdo/prática em um certo momento da vida. Propomos identificar mudanças ou desenvolvimento nesse domínio se o sujeito é capaz de ressignificar ou ampliar seu vocabulário (final). De acordo com Rorty, a ressignificação ou ampliação de nosso vocabulário final é o que nos guia no processo de redescritção de nós mesmos – a formação de nossa identidade.

O *domínio comunicacional* carrega um senso de gerenciamento sobre as ações e de reciprocidade. Frade e Borges (2006) mostraram que o manejo de um vocabulário específico para fins de conversação, especialmente quando o sujeito se depara pela primeira vez com uma certa ideia matemática ou situação, possui uma fase tácita em alguma extensão. Esses autores sugerem, no entanto, que essa fase tácita pode se tornar gradualmente explícita, exercitando-se conversações ou, como Meira e Lerman (2010) e Sfard (2006) diriam, por meio de atos comunicativos mediados pelo professor, pelos pares ou por outros meios mediacionais. Propomos identificar mudanças ou desenvolvimento no domínio comunicacional, se o sujeito é capaz de (i) progredir gradualmente em seu vocabulário tácito em direção ao explícito nesses atos comunicativos; e/ou (ii) comunicar aspectos relevantes de seu vocabulário que não haviam sido comunicados anteriormente.

O *domínio das normas* tem sido discutido na literatura em Educação Matemática a partir, notadamente, das contribuições de Guy Brousseau e de Paul Cobb. Brousseau (1986, 2006) introduziu a noção de *contrato didático* como um referencial teórico que visa compreender e dar suporte a certas situações didáticas envolvendo a relação entre o trio *professor-alunos-saberes (savoir)*. Chevallard, Bosch e Gascón (1997) descrevem um contrato didático como um conjunto de normas tácitas ou cláusulas que regulam os deveres recíprocos de professores e alunos acerca de um projeto de estudo comum. Para Chevallard *et al.* (1997), esse conjunto de normas ou cláusulas não é estático; ao contrário, ele evolui à medida que o processo didático avança. Baseados numa abordagem situada para a aprendizagem,

Cobb e colegas (Cobb, 2000; Cobb, Stephan, McClain & Gravemeijer, 2001; Yackel & Cobb, 1996) desenvolveram um referencial na tentativa de ligar as dimensões 'social' e 'individual' das interações em sala de aula. Ao fazerem isso, eles veem essas interações como coordenações entre o estabelecimento de práticas matemáticas comuns (perspectiva social) e a reorganização individual do raciocínio matemático durante a evolução dessas práticas (perspectiva psicológica). A perspectiva social refere-se à regulação da microcultura de sala de aula acerca de três principais aspectos: normas sociais da sala de aula (estabelecida, conjuntamente, por professores e alunos), normas sociomatemáticas (aspectos normativos do discurso e das interações em sala de aula que são específicos da Matemática) e as práticas matemáticas de sala de aula (modos normativos de pensar matematicamente em tarefas específicas). Por outro lado, a perspectiva psicológica incide o foco nos modos individuais e particulares dos alunos de participarem dessas práticas matemáticas comuns, mais precisamente nas crenças matemáticas dos sujeitos (sobre seus papéis, o papel do outro, e a natureza geral da atividade matemática na escola), nos valores, na interpretação e no raciocínio. Para Cobb (2000), "cada perspectiva constitui o pano de fundo contra o qual a atividade matemática é interpretada a partir da outra perspectiva" (p. 64, tradução nossa).

Nosso entendimento do *domínio das normas* é construído, também, em termos de regulação de condutas nas práticas matemáticas em sala de aula. Porém, propomos olhar essa regulação nos domínios do vocabulário e comunicacional, descritos anteriormente, e não somente em relação às normas matemáticas que envolvem regras e procedimentos estabelecidos e aceitos dentro da disciplina. Sugerimos observar, também, as regulações de conduta nesses dois domínios que podem envolver relações de classe e de poder, orientação cultural, contratos didáticos, dentre outras. Assim, para nós, tais regulações subsumem processos dinâmicos, nos quais a aplicação das normas leva em conta as contingências e circunstâncias a que a aprendizagem está sujeita em um certo momento em que a prática se desenvolve. Mudanças ou desenvolvimento nesse domínio estariam, então, associados (i) à habilidade do sujeito para ressignificar/redescrever seu posicionamento perante as normas das práticas matemáticas (ou de aspectos dessa

prática) ou (ii) à proposição de novas normas em conformidade com as demandas dessas práticas (as quais incluem significados privados dos participantes).

Finalmente, o último domínio envolve as *relações afetivas* que um indivíduo desenvolve com a matemática ou com as práticas matemáticas. Ancorados na segunda lei de desenvolvimento de Vygotsky (Vygotsky & Rieber, 1998), Frade e Meira (2010) sugerem que aquilo que chamamos de afeto ou posicionamento afetivo perante os outros emerge na linha de frente da nossa formação identitária. Isso depende dos processos de aprendizagem que começam como ações dirigidas a cenários sociais e, mais tarde, ao longo do desenvolvimento, tornam-se respostas às demandas privadas/individuais. Assim, esses posicionamentos afetivos perante os outros são componentes de aprendizagem e se manifestam na forma de motivação, atitudes, sentimentos, crenças, valores e outros aspectos afetivos. Propomos identificar mudanças nesse domínio, caso o sujeito seja capaz de desenvolver uma relação saudável com uma certa prática matemática. Por relação saudável referimo-nos a algum tipo de satisfação crescente com essa prática.

Vemos os quatro domínios – vocabulário, comunicacional, normas e afetivo – como ferramentas analíticas potenciais para análise para ambos pesquisadores e professores. Mais precisamente, estamos tentando articular: aprendizagem definida como mudança de participação; esses quatro domínios como ferramentas para observar mudanças; e *relações passado-presente-futuro* (Meira & Lerman, 2010) para indicar, em cada domínio, o que era antes da mudança, o que é um resultado da mudança, e o que será ou poderá ser no futuro por causa da mudança – embora possamos somente suspeitar/conjecturar o que pode ser no futuro em cada caso.

No nosso entender, existem elementos em nossa proposta que possuem vantagens sobre a proposta de Sfard (2001). Primeiro, nossa ideia de vocabulário e de comunicação é “mais do que palavras”; ela envolve gestos, metáforas visuais, etc, manifestações que formam uma gama de modos de se produzirem significados e de se comunicar. Segundo, nossa compreensão de normas abre a discussão para alunos de classes sociais distintas responderem a elas diferentemente, como mostraram Bourdieu e Passeron e Benstein. Terceiro, a noção de ZDP com sua mediação e movimento do intersubjetivo para o intrasubjetivo fornece um mecanismo materialista⁴

⁴ Materialista no sentido de que mudanças no comportamento podem ser observadas/estudadas.

para o processo de desenvolvimento dos alunos nas dimensões do vocabulário e da comunicação, sugeridas por Sfard, mas também em outras dimensões. Por fim, o domínio afetivo amarra, fortemente, os afetos à cognição, o que não é devidamente desenvolvido nos trabalhos de Sfard.

A seguir, mostramos como podemos usar o conceito de ZDP para indicar, em cada domínio, aprendizagem como mudança de participação em termos de relações *passado-presente-futuro*. Como dito na introdução deste artigo, os dados apresentados não foram extraídos de pesquisas prévias, visando, na ocasião em que foram realizadas, testar o potencial de nossa proposta. Contudo, cremos que eles são significativos porque se originam de ambientes ou situações de aprendizagem.

Por uma questão de limitação de espaço, os contextos de pesquisa dos quais os dados foram extraídos são apresentados de maneira bastante breve. Mais detalhes sobre esses contextos poderão ser encontrados nas referências indicadas.

USANDO A ZDP PARA IDENTIFICAR MUDANÇAS DE PARTICIPAÇÃO: EXEMPLOS

Os exemplos a seguir relacionam-se a estudos sobre desenvolvimento profissional de professores em fase de estágio curricular e/ou em serviço (Exemplos 1, 2 e 3) e sobre interações em salas de aula de Matemática (Exemplos 4, 5 e 6). Em ambos os casos, os exemplos sugerem que ZDPs possam ter emergido a partir de contextos significativos de comunicação. Como já observado na introdução deste texto, reforçamos que os dados apresentados devem ser vistos como ilustrações de nossas ideias, mais do que demonstrativos de resultados empíricos.

Os dois primeiros exemplos mostram dados extraídos de um estudo realizado por Murphy, Winbourne e Lerman (artigo em preparação), no qual os autores relatam sobre uma série de interações por *e-mail* entre professores e tutores durante um curso de formação continuada para professores de Matemática na *London South Bank University*, Inglaterra. Esse curso foi dirigido a professores que ministravam aulas para alunos de até 16 anos de idade que serão submetidos à qualificação nacional inglesa

para certificação do ensino médio (*General Certificates of Secondary Education – GCSE*), e que queriam aprofundar no conhecimento, nas habilidades e na compreensão da Matemática e de sua pedagogia.

Após o trabalho com uma atividade *on line*, envolvendo o conteúdo *radianos*, os tutores solicitaram aos professores que comentassem sobre a atividade. Abaixo transcrevemos os comentários de dois professores.

Exemplo 1

Professor 1: Eu realmente gostei do trabalho que fizemos no primeiro dia sobre radianos. Eu não tinha pensado em abordar as fórmulas a partir de uma perspectiva geométrica antes, e isto pareceu ser tão simples e também fazer sentido sobre por que usamos radianos.

A sentença “Eu realmente gostei do trabalho que fizemos no primeiro dia sobre radianos” dá uma indicação de um possível resultado de mudança no domínio afetivo sobre radianos. Nos domínios do vocabulário e comunicacional, o Professor 1 diz que, no passado, ele não abordava as fórmulas sob uma perspectiva geométrica. Contudo, sugere que poderá abordá-las no futuro, dentro dessa perspectiva, pois além, de elas fazerem mais sentido agora (presente), ele as acha mais simples.

Exemplo 2

Professor 2: Eu gostei da ideia de pedir aos alunos para tentarem desenhar suas melhores estimativas do que parecia um radiano – isso é uma boa ferramenta visual e algo que é mais fácil de recuperar na memória se você o fez por si mesmo. Eu também gostei do visual do hexágono inscrito na circunferência para demonstrar que um radiano tem que ser ligeiramente menor que 60 graus.

Ao declarar que gostou “da ideia de pedir aos alunos para tentarem desenhar suas melhores estimativas do que parecia um radiano” e “do visual do hexágono inscrito na circunferência”, o Professor 2 indica possíveis resultados de mudança nos domínios afetivo, do vocabulário e comunicacional de radianos, sugerindo que, antes do curso (passado), ele não reconhecia a abordagem de desenhar essas estimativas como uma boa ferramenta de ensino e nem o tratamento do conteúdo inscrevendo um hexágono na circunferência. Sua declaração “isso é uma boa ferramenta visual e algo que é mais fácil de recuperar na memória se você o fez por si mesmo” mostra que esse reconhecimento, de fato, ocorreu durante o curso (presente). Também

sugere que tal abordagem e tratamento poderão ser usados por ele no futuro “para demonstrar que um radiano deve ser ligeiramente menor que 60 graus”.

Embora não tenha tido nenhuma conversa direta (face-a-face) entre os Professores 1 e 2 e os tutores da universidade, apenas os comentários escritos por esses professores, argumentamos, baseados em Meira e Lerman (2010), que existe uma evidência de emergência de uma ZDP no engajamento imediato dos professores com o conteúdo (radianos) e a descrição, por eles, de uma relação passado-presente-futuro acerca da Matemática e de ser um professor. De acordo com nosso referencial, isso pode estar indicando possíveis mudanças e desenvolvimento no domínio do vocabulário, no domínio comunicacional e no domínio afetivo de radianos.

O terceiro exemplo foi obtido de dados de uma pesquisa realizada por Frade e Meira (2010), na qual eles analisaram uma interação por *e-mail* entre Fernando, nome fictício de um professor de Matemática novato, e um grupo de professores da mesma escola, porém de outras disciplinas. Essa interação girou em torno das dificuldades que os professores tinham em dar aulas devido, segundo eles, à falta de comprometimento dos alunos em aprender. A uma certa altura da interação, Fernando disse:

Exemplo 3

Fernando: Eu não consegui dar aulas na segunda-feira, cinco aulas jogadas fora, produtividade zero... Nós temos que repensar nossas práticas, não de maneira isolada, mas como parte da instituição... Acho que temos que repensar nossos valores também... e ver se tudo isso está em concordância com os alunos.

Nesse caso, temos indicações (i) de um possível resultado de mudança no domínio das normas: “Nós temos que repensar nossas práticas...”; (ii) de um possível resultado de mudança no domínio afetivo: “Acho que temos que repensar nossos valores também”; e (iii) do que será/poderá ser usado no futuro por causa da possível mudança no domínio das normas: “não de maneira isolada, mas como parte da instituição”; “e ver se tudo isso está em concordância com os alunos”.

Essas indicações mostram tentativas de Fernando de redescrever seu posicionamento perante as normas e valores de sua prática matemática em sala de aula e das práticas de seus colegas diante das atitudes de receptividade de seus pares

a sua contribuição na conversa. Meira e Lerman (2010) sugeririam que essa interação sustentou um campo de atenção compartilhado, que produziu uma comunicação ao criar uma ZDP, a qual permitiu Fernando marcar em seu discurso relações passado-presente-futuro contextualmente relevantes. Similarmente à interpretação dos Exemplos 1 e 2, essas relações indicam possíveis mudanças ou desenvolvimento em ambos os domínios das normas e afetivo.

O ambiente de aprendizagem dos dois próximos exemplos refere-se a uma pesquisa (Frade, 2003) realizada em uma sala de aula de Matemática do quinto ano⁵ do ensino fundamental (alunos com aproximadamente 14 anos de idade). O objetivo dessa pesquisa foi investigar os conhecimentos tácitos e explícitos dos alunos acerca do tema *áreas e medidas*. O símbolo (...) indica que algumas falas ou partes de uma fala foram omitidas. Nossas observações estão em colchetes. Os nomes dos alunos são todos fictícios.

Exemplo 4

Após ter ministrado algumas aulas sobre áreas e medidas, a professora solicitou aos alunos que escrevessem o que eles tinham aprendido sobre esse tópico. Rodrigo escreveu:

“Área e medida. A área serve para calcular formas como quadrados e retângulos, toda área tem seu perímetro. O perímetro é o contorno do quadrado, retângulo, etc... Ex: $2\text{cm} \times 2 = \text{Área}$ ou 4 e o $2 \times 4 = \text{Perímetro}$. Área serve para calcular um espaço fechado ou livre, serve para comparar tamanhos.”

Quando a professora leu o que Rodrigo havia escrito, ela o chamou para uma conversa em sua sala. O protocolo abaixo mostra um trecho dessa conversa:

01 Professora: (...) eu só queria te fazer algumas perguntas, tá? (...) quando eu peguei [o seu texto] para ler, eu pensei (...): acho que Rodrigo trabalhou tanto e escreveu tão pouco. Por quê?

02 Rodrigo: É por causa que eu não tinha lembrado na hora.(...)

03 Professora: Você não tinha lembrado ou você teve dificuldade de expressar ou as duas coisas juntas, você lembra?

04 Rodrigo: Mais ou menos, um pouquinho de cada, eu não sei assim tirar uma área de um polígono ou uma coisa irregular.

⁵ Antiga 6ª série.

05 Professora: Ah, então tá. Mas por exemplo (...) Quando a gente fala área (...) qual é a primeira coisa que vem na sua cabeça?

06 Rodrigo: Um espaço, um lugar.

07 Professora: Um espaço, um lugar, pois é, aí como você não escreveu aqui, eu fiquei sem saber o que significava isso, né? Agora se a área é um espaço ou lugar, você disse que ela serve prá calcular. Então como é que é esse negócio de calcular um espaço? (...)

08 Rodrigo: Ah, assim prá saber o tamanho dele, prá ter informações sobre ele.

09 Professora: Han... ram... e as fórmulas você lembra?

10 Rodrigo: As fórmulas...

11 Professora: Que você usou uma fórmula, eu acho até que você usou fórmula da área do quadrado aqui. Mas a única maneira de calcular área é usando a fórmula? (...)

12 Rodrigo: Eu acho que sim. Não, não, não. A única forma não, de calcular a área. (...)

13 Professora: (...) dá uma olhada nesse chão aí, por exemplo, como é que você acha que eu posso calcular a área desse chão.

14 Rodrigo: Tem jeito de somar dois perímetros, um de largura e um de comprimento e multiplicar um pelo outro.

15 Professora: Hun...rum.

16 Rodrigo: Ou contando todos os quadradinhos que tem.

17 Professora: Ah, então você já encontrou duas maneiras de calcular a área. Uma é multiplicando o comprimento e a largura. E a outra é fazendo o quê?

18 Rodrigo: Somando os quadrados.

19 Professora: (...) Agora olha para esse chão da sala que você falou que ele é um espaço que pode calcular a área. Ele é exatamente um retângulo ou um quadrado?

20 Rodrigo: Exatamente não.

21 Professora: Então ele é uma figura, ele é uma coisa irregular, um espaço irregular.

22 Rodrigo: Como se fosse...

23 Professora: Então você pode ou não pode calcular a área de uma figura que é irregular.

24 *Rodrigo: Pode.*

25 *Professora: Como, nesse caso?*

26 *Rodrigo: O jeito mais fácil é separar em quadrados ou em retângulos e multiplicar.*

27 *Professora: Ah, então tá.*

28 *Rodrigo: Eu corto aquela parte ali assim e faço a área dela e depois do outro. E depois que der o resultado dos dois, eu somo.*

Inicialmente, notemos que o registro escrito de Rodrigo mostra que ele desenvolveu, ao longo do processo, um certo conhecimento teórico sobre o tema. De fato, ele fez um uso razoável da linguagem escrita, embora ela contenha expressões que sugerem que algumas de suas ideias sobre áreas e medidas ainda se encontrassem em uma fase tácita; em uma fase de transição entre o vocabulário formal e o informal: “A área serve para calcular formas” e “Área serve para calcular um espaço fechado ou livre”.

No diálogo com a professora, a afirmação de Rodrigo, “... eu não sei assim tirar uma área de um polígono [diferente de quadrados ou retângulos] ou uma coisa irregular” (linha 04), sugere que seu vocabulário final não era suficiente, naquele momento, para comunicar sobre área de formas/figuras irregulares. Contudo, na medida em que Rodrigo e a professora compartilham uma conversa, na qual a professora o conduz a uma reflexão sobre o que ele mostrava saber no presente e o que ele possivelmente aprendeu nas aulas anteriores, Rodrigo é capaz de ampliar seu vocabulário, ainda que contendo ideias no nível do tácito, para chegar a uma formulação e a uma comunicação de um procedimento para calcular a área de uma forma irregular. De fato, a última fala de Rodrigo, “Eu corto aquela parte ali assim e faço a área dela e depois do outro. E depois que der o resultado dos dois, eu somo” (linha 28), indica um resultado de mudança em seu vocabulário e em sua comunicação (caso ii) acerca do tópico áreas. Além disso, em sua penúltima fala, quando ele diz “O jeito mais fácil é” (linha 26), Rodrigo dá indícios de que esse procedimento será ou poderá ser usado por ele no futuro por causa da mudança. Baseados em Meira e Lerman (2010), poderíamos dizer que essas comunicações passado (linha 04) – presente (linha 28) – futuro (linha 26) feitas por Rodrigo sobre área podem ser vistas como evidência de que uma ZDP emergiu de seu engajamento imediato na conversação.

Exemplo 5

A discussão transcrita a seguir ocorreu entre a professora e alguns alunos, e entre alunos, durante a correção coletiva de uma série de exercícios. Em um certo momento, a professora pede para levantarem a mão aqueles alunos que haviam marcado com um 'x' a seguinte situação: 'calcular a quantidade de tinta necessária para pintar uma parede' envolve o conceito matemático de áreas e medidas. A maioria dos alunos levantam a mão. Após observar as mãos levantadas, a professora convida os alunos que não levantaram a mão para falar.

29 *Marcelle: Eu não sei.*

30 *Paula: Por que você não sabe?! [se referindo a Marcelle]*

31 *Professora: Não sabe? O que você pensou aqui? [também se referindo a Marcelle] (...)*

32 *Marcelle: Eu pensei que fosse ... [hesitação] Ah, eu pensei que era para medir os litros de tinta.*

33 *Professora: Então você pensou que o litro não tem nada a ver com medida de área?*

34 *Stephanie: Eu também pensei isso, a mesma coisa que ela [Marcelle] pensou.*

35 *Professora: Felipe, por que você não marcou? Você se lembra?*

36 *Felipe: Eu esqueci, professora; Eu não sei por que não marquei.*

37 *Professora: Você não sabe por que. Teve alguém mais que não marcou? [alguns alunos levantam a mão] Amanda, por quê?*

38 *Amanda: Tipo assim, líquido não tem nada a ver com área. Como eu meço... [interrompe a frase mostrando que tem uma dúvida]*

39 *Professora: OK, você pensou que litro, a quantidade correspondente a um litro não tem nada a ver com medida de área. Agora vamos ver quem marcou (...)*

40 *Paula: Vamos supor que eu vou comprar, pintar minha casa. Vamos supor que eu vou comprar 10 latas de tinta, mas eu não sei quantos metros quadrados minha casa tem. Como eu vou saber quantos litros de tinta eu vou precisar?*

41 *Calvin: Eu marquei.*

42 *Professora: E sua [se referindo a Calvin] justificativa coincide com [a de Paula]?*

- 43 Calvin: *Mesma coisa.*
- 44 Lucas: *Ah, eu marquei desse jeito. Vamos supor que ele precise de tinta para pintar, para pintar cinco metros quadrados (...). Então ele tem que medir quantos metros quadrados tem para saber o que pintar.*
- 45 Livia: *Então, esta sala de aula é um exemplo disso. Eu tenho que conhecer a área. Por exemplo, eu vou pintar só uma parede de uma cor. Eu tenho que conhecer a área da parede para eu pintar, para eu saber quanto de tinta eu vou comprar.*
- 46 Professora: *OK (...) Felipe [que já havia dito à professora que não sabia porque não tinha marcado] (...) o que você acha agora, após? [essa discussão]*
- 47 Felipe: *Eu acho que deveria ter marcado.*
- 48 Professora: *Como?*
- 49 Felipe: *Eu devia ter marcado.*
- 50 Professora: *Por quê?*
- 51 Felipe: *Porque conhecendo o tamanho da, sabendo o quanto de tinta eu vou precisar comprar para pintar a parede, eu não preciso comprar um monte de tinta.*
- 52 Professora: *Então, foi suficiente para você conhecer o que sobre a parede?*
- 53 Felipe: *O metro quadrado.*
- 54 Professora: *O tamanho da parede. OK, está bem. Você marcou, Matheus?*
- 55 Matheus: *Eu marquei (inaudível) tipo assim, você, eu vou pintar a parede, não vou? Então eu preciso calcular a quantidade de tinta que eu tenho, então eu pinto só com o que for suficiente (inaudível). Então um pedacinho de área da parede falta para eu pintar. Isso porque eu não calculei. Eu tenho que calcular o quanto eu vou gastar para pintar.*
- 56 Professora: *OK. Tudo bem pessoal (...) Esperem! Sim, Amanda? [Amanda chama a professora].*
- 57 Amanda: *Deixa eu fazer uma pergunta. Qual das duas está correta? [se referindo às possibilidades de marcar e não marcar]*
- 58 Professora: *Pessoal, vejam! [a professora pedindo silêncio para escutar Amanda]*
- 59 Amanda: *Porque tipo assim. Eu não sei o quanto, o quanto assim, uma lata eu posso pintar?*
- 60 Professora: *Pode.*

61 *Amanda: Como?*

62 *Professora: Está escrito [a quantidade de tinta] na lata.*

63 *Amanda: Está?*

64 *Herbert [e outros]: A quantidade de tinta está escrita [na lata], mas o pintor ou até você, você pode comprar um litro de tinta. Mesmo se não tivesse escrito na lata, você poderia ir lá [na loja?] e pegar uma lata pequena de tinta. Assim, você calcula mais ou menos. Faça desse jeito: observe se a lata pequena não foi suficiente para pintar essa área. Então, quantas latas eu vou precisar para pintar a área inteira? Então você tem que saber a área toda da parede. Isso significa, o conceito de medida de área está envolvido para você saber quantos litros de tinta você precisa. Caso contrário, você não vai saber, OK?*

65 *Professora: A quantidade de tinta está escrita [na lata]. Assim, o pintor e até mesmo você, você pode comprar um litro de tinta. Mesmo que não tivesse escrito na lata, você poderia ir lá e pegar uma lata pequena de tinta. Assim, você calcula mais ou menos. Digamos assim: observe que essa lata pequena pode não ser suficiente para pintar essa área. Então, quantas latas eu vou comprar para pintar a área inteira? Então você tem que saber a área inteira da parede. Isso significa que o conceito de área está envolvido para você saber quantos litros de tinta você precisa. Caso contrário, você não vai saber. OK?*

66 *Barbara: Então, quem marcou [com um 'x'] está certo. Quem marcou está certo?*

67 *Professora: Então, quem marcou está certo [alguns alunos exclamam alegres 'Éeee!'].*

Em primeiro lugar, observamos o estabelecimento de algumas normas nas quais a atividade proposta pela professora seria desenvolvida. Ao propor a atividade, ela estabelece uma norma de caráter colaborativo, segundo a qual conta com as contribuições dos alunos para se produzir, coletivamente, significados para uma situação prática do cotidiano e chegar a um entendimento comum. Isso pode ser confirmado pela atitude da professora em não solucionar, de imediato, as dúvidas de alguns alunos, deixando a discussão correr livremente. Também quando ela pede à turma para esperar (pede silêncio) para que possa ouvir a contribuição de Amanda (linha 58). Outras normas mais intrínsecas do 'jogo de linguagem' da disciplina em si, aparecem na discussão: o estabelecimento de busca, pela professora, por clareza de expressão dos alunos (linhas 48 e 50) e o estabelecimento, por parte dos alunos, da certeza de que uma questão matemática é validada quando se obtém uma resposta precisa para ela (linhas 57 e 65).

A contribuição de Felipe, em particular, chama-nos a atenção em relação ao domínio das normas, conforme descrito em nosso referencial. Na linha 35, vemos que a professora pede esclarecimentos a Felipe por que ele não levantou a mão; de ele não ter marcado o 'x' para a situação da tinta. Felipe responde (linha 36) dizendo que não se lembrava do porquê de não ter marcado, sugerindo que, até aquele momento, tinha dúvidas no exercício. Ao invés de esclarecer Felipe sobre sua dúvida, a professora deixa a discussão seguir (linhas 37 a 45). Após alguns alunos contribuírem com a discussão, a professora se volta a Felipe (linha 46), perguntando o que ele achava 'agora', depois dessas contribuições. Felipe, então, se regula ao 'novo' contexto, reposicionando sua contribuição na discussão coletiva, assumindo, publicamente, que deveria ter marcado o 'x' na situação da tinta. A professora pede novos esclarecimentos a Felipe (linha 50). Felipe responde à professora e mostra (linhas 51 e 53) que foi capaz de redescrever/ressignificar seu vocabulário e comunicação em relação à situação da tinta, indicando um resultado de mudança em relação à sua primeira contribuição: "Porque conhecendo o tamanho da"; "O metro quadrado". Mais ainda, ao dizer "sabendo o quanto de tinta eu vou precisar comprar para pintar a parede, eu não preciso comprar um monte de tinta" (linha 51), Felipe introduz na discussão um elemento de demanda privada para ele; uma outra norma que deve ser observada em certas práticas do dia a dia, qual seja, evitar o desperdício. Isso pode ser visto como uma indicação de que, em situações similares à da tinta no dia a dia, ele irá/poderá evitar desperdício de materiais. De acordo com nossa perspectiva, entendemos as comunicações passado (linha 35)–presente (linha 47 e 49)–futuro (linha 51) feitas por Felipe como possíveis movimentos de mudança ou desenvolvimento no domínio das normas colaborativas estabelecidas para a atividade matemática em questão. E, de maneira análoga, ao Exemplo 4, vemos esses possíveis resultados de mudança como uma evidência de uma ZDP que emergiu de um campo atencional compartilhado por Felipe, pela professora e pelos colegas.

É interessante observar que a ZDP a qual nos referimos anteriormente pode não ter envolvido Amanda como sugerimos que envolveu Felipe. De fato, se analisarmos as contribuições de Amanda nessa discussão (linhas 57, 59, 61, 63), vemos que, apesar de ela colocar sua dúvida, publicamente, em discussão, não encontramos indícios de que ela tenha avançado para uma solução da atividade (linha 57).

Exemplo 6

O exemplo a seguir foi extraído de uma pesquisa (Roque, 2012) na qual buscou-se investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática do sétimo ano do ensino fundamental. Uma das atividades propostas, que foi marcada por intensa discussão entre a professora e os alunos e entre os alunos, constou da introdução do antigo “método dos palitinhos chineses” para operar com números positivos e negativos. Após manipularem os palitinhos para resolver uma série de operações, a professora solicitou aos alunos um relato escrito sobre o que eles haviam aprendido. Yan escreveu:

“Eu acho que com essa forma, eu aprendi mais, pois eu não estava estudando [antes] porque eu era obrigado, [e agora] eu estava estudando porque gostava das atividades que estava fazendo.”

Já Saiury relatou o seguinte:

“Eu achei muito interessante como a professora explicou a matéria, ela trouxe coisas novas. (...) está sendo interessante pra mim, mais fácil do que as outras matérias. É legal ter coisas inovadoras para incentivar os alunos a estudar e se concentrarem.”

Dos registros anteriores, retiramos indicações (i) de um resultado de mudança no domínio afetivo do trabalho com números inteiros, por parte dos dois alunos. Yan: “eu aprendi mais” e “eu estava estudando porque gostava das atividades que estava fazendo”. Saiury: “Eu achei muito interessante”; “está sendo interessante pra mim”; “É legal”; (ii) de como Yan e Saiury posicionavam-se afetivamente antes da mudança. Yan: “eu não estava estudando [antes] porque eu era obrigado”. Saiury: “ter coisas inovadoras para incentivar os alunos a estudar e se concentrarem”, sugerindo que antes nem sempre tinha motivação e concentração para estudar; (iii) de como Yan e Saiury posicionarão ou poderão se posicionar perante práticas matemáticas no futuro: dependendo da maneira pela qual as atividades são propostas pela professora, ambos podem ou não se engajar nelas.

De acordo com nosso referencial, os relatos de Yan e de Saiury sugerem que as interações ocorridas durante as atividades com os palitinhos chineses sustentou um campo atencional compartilhado no qual emergiu uma ZDP que favoreceu as comunicações. E essa ZDP teria levado Yan e Saiury a marcarem, em seus discursos, aspectos contextualmente relevantes de relações passado-presente-futuro.

Similarmente aos exemplos anteriores, essas relações indicam possíveis mudanças ou desenvolvimento no domínio afetivo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, propomos uma base teórica para analisar a aprendizagem matemática em termos de mudança de participação em práticas matemáticas discursivas. Ao fazer isso, buscamos algumas teorias sociológicas e socioculturais da educação, e as usamos de modo coerente para articular essa base. Mais precisamente, articulamos: 1) o conceito de participação como apropriação de um discurso; 2) aprendizagem definida como mudança de participação; 3) quatro domínios para observar mudanças; e 4) o construto de ZDP em termos de relações passado-presente-futuro para indicar, em cada domínio, o que era antes da mudança, o que é um resultado de mudança, e o que será/poderá ser no futuro por causa da mudança.

Analisando a literatura recente sobre aprendizagem e participação na Educação Matemática, podemos afirmar que é em tal articulação que reside o caráter inovador de nossa contribuição, em particular em nosso uso da ZDP. De fato, essa literatura não oferece um mecanismo de aprendizagem – como oferece a noção de Meira e Lerman (2010) acerca de relações *passado-presente-futuro* – para explicar como subjetividades são produzidas em interações sociais e como os indivíduos reagem ao / e internalizam o que aprenderam de suas interações sociais em termos (pelo menos) dos quatro domínios aludidos.

Em relação à pesquisa, nossa base teórica opera como uma ferramenta analítica para observar e indicar quando certa aprendizagem e desenvolvimento ocorreram, e em qual domínio ocorreram. Para a prática, nosso referencial pode informar os professores que, sob o ponto de vista de teorias sociológicas e socioculturais, a aprendizagem não é uma mera aquisição de conteúdos matemáticos e procedimentos. Aprendizagem também envolve comunicação, um reconhecimento das normas que regulam as práticas de um grupo, componentes afetivos, e tudo aquilo que permeia essas interações.

Nossa ilustração e interpretação dos dados sugere que os posicionamentos dos aprendizes (alunos e alunos-professores) nos quatro domínios mencionados pode ser observável. Em termos da proposta de Meira e Lerman, as situações de aprendizagem vinculadas aos Exemplos 1, 2, 4, 5 e 6 podem ser vistas como espaços que emergiram em instrução por meio de interações discursivas, notadamente do tipo *linguagem orientada a conteúdos*, que foram compartilhadas pelos participantes (alunos, tutores e professoras), proporcionando possibilidades para relações *passado-presente-futuro* no discurso da Matemática escolar e formas de comunicá-lo. Essas relações indicam como os alunos participantes marcaram, em seus discursos, aspectos contextualmente relevantes de suas interações. No caso do Exemplo 3, as falas de Fernando em interação discursiva com seus pares aproximam-se mais do tipo *linguagem orientada à comunicação*, na medida em que, diante dos problemas que encontrava em sala de aula, ele chama/solicita a atenção de seus pares para o ajudarem a se reposicionar como professor. A receptividade dos pares de Fernando quanto às suas questões permitiu que ele, também, marcasse em seu discurso relações *passado-presente-futuro* relevantes de sua conduta como professor. O fato de tais relações temporais serem observáveis contribui para que professores revejam suas práticas, a fim de melhor favorecer a aprendizagem de seus alunos em um ou mais domínios, dependendo de suas necessidades específicas.

Acreditamos que muito ainda precisa ser desenvolvido, se quisermos dar à nossa proposta o tipo de *status* teórico que lhe renderá utilidade em pesquisas futuras. Com este artigo, começamos o processo de desenvolvimento com indicações de como seguir adiante. Por exemplo, uma questão que precisamos discutir no futuro próximo concerne à acessibilidade para participação. Caso contrário, aprendizagem como participação no sentido discutido neste artigo não faz sentido algum.

REFERÊNCIAS

- Back, L., & Pratt, N. (2007). Spaces to discuss mathematics: Communities of practice on an on-line discussion board. *2nd Socio-cultural Theory in Educational Research and Practice Conference*. Manchester: University of Manchester. Acesso em 24 de março de 2008, disponível em <http://www.lta.education.manchester.ac.uk/ScTIG/papers/Jenni%20Back.pdf>

- Bernstein, B. (1996). *Pedagogy, symbolic control and identity: theory, research, critique*. London, UK: Taylor and Francis.
- Bourdieu, P., & Passeron, J.-C. (1977). *Reproduction in education, society and culture*. London, UK: SAGE Publications Ltd. Published in *For the Learning of Mathematics*, 10(1), 39-43, in 1990.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique dès mathématiques. Résumés. *Recherches en Didactique dès Mathématiques*, 7(2). Fonte: <http://rdm.penseesauvage.com/Fondements-et-methodes-de-la.html>
- Brousseau, G. (2006). Mathematics, didactical engineering and observation. Em J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 1, pp. 3-18. Prague, Czech Republic: PME.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona, Espanha: I.C.E. Universitat Barcelona.
- Cobb, P. (2000). The importance of a situated view of learning to the design of research and instruction. Em J. Boaler, *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 45-82). Westport, CT: Ablex Publishing.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences*, pp. 113-164.
- Daniels, H., Wertsch, J., & Cole, M. (2007). *The Cambridge Companion to Vygotsky*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Davis, B., & Simmt, E. (2003). Understanding learning systems: Mathematics teaching and complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), pp. 137-167.
- Fino, C. N. (2001). Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas. *Revista Portuguesa de Educação*, 14(2), pp. 273-291.
- Frade, C. (2003). *Componentes tácitos e explícitos do conhecimento matemático de áreas e medidas*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte.
- Frade, C., & Borges, O. (2006). The tacit-explicit dimension of the learning of mathematics: An Investigation Report. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(2), pp. 293-317.
- Frade, C., & Meira, L. (2010). The social nature of affective behaviors and the constitution of identity. Em M. M. Pinto, & T. F. Kawasaki (Ed.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 1, pp. 247-249. Belo Horizonte: PME.

- Frade, C., & Tatsis, K. (2009). Learning participation and local school mathematics practice. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(1&2), pp. 96-112.
- Frade, C., Acioly-Régner, N. M., & Jun, L. (2013). Beyond deficit models of learning mathematics: Social cultural directions for change and research. Em M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung, *Third International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Frade, C., Winbourne, P., & Braga, S. (2006). Aline's and Julia's stories: Reconceptualizing transfer from a situated point of view. Em J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 3, pp. 97-103. Prague: PME.
- Healy, L. (s.d.). Hands that see, hands that speak: investigating relationships between sensory activity, forms of communicating and mathematical cognition. *12th International Congress on Mathematical Education*. Seoul.
- Jaworski, B. (2007). Theory in developmental research in mathematics teaching and learning: social practice theory and community of inquiry as analytical tools. *2nd Socio-cultural Theory in Educational Research and Practice Conference*. University of Manchester. Acesso em 24 de março de 2008, disponível em <http://www.lta.education.manchester.ac.uk/ScTIG/papers/Barbara%20Jaworski.pdf>
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York, NY: Cambridge University Press.
- McVittie, J. (s.d.). Discourse Communities, Student Selves and Learning. *Language and Education*, 18(6), pp. 488-503.
- Meira, L., & Lerman, S. (2010). Zones of Proximal Development as fields for communication and dialogue. Em C. Lightfoot, & M. C. Lyra, *Challenges and strategies for studying human development in cultural contexts* (pp. 199-219). Rome, Italy: Information Age.
- Murphy, Winbourne, & Lerman, S. (no prelo). *Big ideas in mathematics and mathematical pedagogy*.
- Newman, F., & Holzman, L. (1993). *Lev Vygotsky: Revolutionary scientist*. London, UK: Routledge.
- Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Roque, A. C. (2012). *Uma investigação sobre a participação da história da matemática em uma sala de aula do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação, Belo Horizonte.

- Rorty, R. (1989). *Contingency, irony, and solidarity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2001). Learning mathematics as developing a discourse. *Proceedings of the 21st Conference of PME-NA*, (pp. 23-44). Columbus.
- Sfard, A. (2006). Participacionist discourse on mathematics learning. Em J. M. Schlöglmann, *New mathematics education research and practice* (pp. 153-170). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Tatsis, K., & Rowland, T. (2006). Vague language in Greek and English mathematical talk: A variation study in face-work. Em J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 5*, pp. 257-264. Prague: PME.
- Van der Veer, R., & Valsiner, J. (1991). *Understanding Vygotsky: a quest for synthesis*. Oxford: Basil Blackwell.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds.) Cambridge: Harvard University Press.
- Walkerdine, V. (1997). Redefining the subject in situated cognition theory. Em D. Kirshner, & J. A. Whitson, *Situated cognition: social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 57-70). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Wegerif, R., & Mercer, N. (1997). A dialogical framework for researching peer talk. Em R. Wegerif, & P. Scrimshaw (Eds.), *Computers and talk in the primary classroom* (pp. 49-61). Clevedon: Multilingual Matters.
- Wenger, E. (2007). Learning for a small planet: Agency and structure in the constitution of identity. *2nd Socio-cultural Theory in Educational Research and Practice Conference*. University of Manchester. Acesso em 24 de março de 2008, disponível em <http://www.lta.education.manchester.ac.uk/ScTIG/2007conferencekeynotespeakerabstracts.html>
- Williams, G., & Clarke, D. (2003). Dyadic Patterns of Participation and Collaborative Concept Creation: 'Looking In' as a Stimulus to Complex Mathematical Thinking. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. Chicago.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), pp. 390-408.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. S. (Eds.). (2006). Special Issue on Affect in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*.

Zuffi, E. M., Jacomelli, C. V., & Palombo, R. D. (2011). Pesquisas sobre a inclusão de alunos com necessidades especiais no Brasil e a aprendizagem em Matemática. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM*. Recife.

Submetido: setembro de 2013

Aceito: junho de 2014