

# DESCONSTRUINDO HIERAQUIAS EPISTEMOLOGICAS NO CONTEXTO DAS INTERAÇÕES DE ALUNOS CEGOS COM HOMOTETIA<sup>1</sup>

**Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes<sup>2</sup>**

Universidade Anhanguera de São Paulo

**Lulu Healy<sup>3</sup>**

Universidade Anhanguera de São Paulo

**Ana Paula Albieri Serino<sup>4</sup>**

Centro Universitário Sant'Anna

## RESUMO

Neste artigo, examinamos como as teorias da cognição corporificada, associadas às perspectivas que postulam relações recíprocas entre ferramentas e pensamento põem em questão as hierarquias epistemológicas que continuam a dominar crenças sobre o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Após a apresentação dos referenciais teóricos que fundamentam nossa pesquisa, descrevemos a hierarquia intra-inter-trans apresentada por Piaget e Garcia (1987). Usando dados de um estudo realizado com dois alunos cegos que utilizaram meios táteis para construir ampliações de figuras planas, consideramos de que forma as tarefas e as ferramentas podem, a priori, privilegiar as trajetórias na direção desta hierarquia. Também analisamos as estratégias pelas quais os alunos cegos veem as propriedades matemáticas embutidas nas ferramentas e nas tarefas, usando as mãos ao invés de seus olhos como ferramentas para visualizar, e como suas estratégias evidenciam um trânsito mais flexível entre as perspectivas intra, inter e trans, apresentando indícios que a ordenação hierárquica não deveria ser vista como absoluta.

---

<sup>1</sup> Este texto foi elaborado a partir de um artigo publicado nos Anais do V SIPEM, com o título “Das relações entre figuras para relações em um espaço matematizável: as percepções de alunos cegos sobre transformações geométricas”, e apresentado no GT9. Agradecemos os comentários dos membros do grupo que contribuíram para o desenvolvimento desta versão.

<sup>2</sup> [solangehf@gmail.com](mailto:solangehf@gmail.com)

<sup>3</sup> [lulu@baquara.com](mailto:lulu@baquara.com) (bolsista CNPq)

<sup>4</sup> [paulaserino@uol.com.br](mailto:paulaserino@uol.com.br)

**Palavras-chave:** Aprendizes cegos; transformações geométricas; instrumentos materiais e semióticos; cognição corporificada, hierarquias epistemológicas.

## **ABSTRACT**

In this article, we examine how theories of embodied cognition along with perspectives which posit reciprocal relationships between tools and thinking bring into question the epistemological hierarchies that continue to dominate views of the development of mathematical concepts. After presenting the theoretical frameworks that ground our research, we describe the intra-inter-trans hierarchy presented by Piaget and Garcia (1987). Using data from a study realized with two blind learners who used tactile means to construct dilations of plane figures, we consider how the tasks and tools might themselves, *a priori*, privilege the trajectories advanced in this hierarchy. We also analyze strategies through which the blind students came to see the mathematical properties embedded in these tools and tasks, using their hands rather than their eyes as tools for visualizing, and how their strategies highlighted flexible ways of moving between the perspectives intra, inter and trans that suggest that their hierarchical ordering should not be seen as absolute.

**Keywords:** Blind Mathematics students; geometrical transformations; material and semiotic instruments; embodied cognition, epistemological hierarchies.

## INTRODUÇÃO

Em um filme<sup>5</sup> postado na internet podemos ver dois jovens cegos trabalhando em um tablete, desenvolvido para oferecer *feedback* háptico. Com essa ferramenta é possível identificar de forma tátil figuras geométricas, gráficos e outros objetos matemáticos que normalmente são representados para impressionar a visão. Assistindo ao filme somos levados a refletir sobre o que precisamos saber para que aquilo que desenvolvemos com os videntes, e que ofertamos aos aprendizes com limitação visual, tenha de fato um papel significativo na construção de novos conhecimentos. Em outras palavras, se concordamos com a teoria interacionista de significado proposta por Gallese e Lakoff (2005, p.2) segundo a qual imaginar, perceber e fazer são ações corporificadas e estruturadas a partir de nossas interações com o mundo por meio de nossos corpos e cérebros, como podemos estar certos de que os estímulos táteis que estamos oferecendo vão além de simples acesso a algumas formas ou gráficos? Que papel desempenham essas novas informações acessadas por meios não convencionais no processo cognitivo dos sujeitos cegos? O que sabemos a respeito do processamento das informações recebidas por canais sensoriais distintos daqueles considerados usuais?

Nossos estudos têm buscado indícios que nos permitam responder a essas questões. Em nossas pesquisas, ao planejar atividades e ferramentas táteis para aprendizes cegos, procuramos oferecer estímulos multimodais<sup>6</sup> que favoreçam a criação de um repertório de ações que possam ser adaptadas a outros contextos. Nossos caminhos têm nos orientado a procurar compreender como o corpo influencia os processos desencadeados no cérebro e vice-versa. Nesta direção, acreditamos que as perspectivas de pesquisadores que discutem a natureza “corporificada” da cognição (por exemplo, Barsalou, 2008; Damásio, 2005, 2007; Gallese, 2005; Gallese & Lakoff, 2005; Oakley, 2007) oferecem novas maneiras de interpretar os processos associados à apropriação de práticas matemáticas. Para nós, a importância e o papel do corpo para e na cognição são inquestionáveis, mas ainda pouco sabemos sobre

---

<sup>5</sup> <http://www.engadget.com/2012/03/07/android-app-for-the-visually-impaired/>.

<sup>6</sup> Aqueles que ativam diferentes canais do sistema sensorial, ou seja, que impressionam mais que um dos órgãos dos sentidos. Neste artigo, exploramos a natureza social e corporificada da cognição matemática, argumentando que a apropriação de práticas matemáticas envolve a coordenação de fala, gestos, objetos materiais e atividades sensoriais.

como explorar o potencial do corpo para favorecer os processos cognitivos daqueles que não dispõem de todos os canais perceptivos. Orientadas por esta perspectiva, para nós, a relação com os objetos matemáticos só é possível por meio de suas representações e, neste sentido, a aprendizagem matemática deve envolver ações perceptivas sobre uma variedade de representações do objeto matemático em questão (Healy & Fernandes, 2011).

Neste artigo, apoiadas na perspectiva de autores que reconhecem o fato de que a cognição não se limita ao que acontece no cérebro, revisitamos a tese apresentada por Piaget e Garcia (1987) na qual eles argumentam que qualquer noção científica passa por três etapas, organizadas hierarquicamente, tanto no plano histórico quanto no plano individual. Mais especificamente, investigamos como a coordenação da fala, de objetos materiais e das atividades sensoriais media os sentidos atribuídos a uma transformação geométrica e como as características desta noção científica são expressas. Para tanto, apresentamos nossas análises de alguns episódios nos quais dois aprendizes cegos constroem figuras homotéticas em uma ferramenta tátil planejada para a atividade.

## **AS FERRAMENTAS TEÓRICA EM QUESTÃO**

A influência das ferramentas materiais e semióticas nas atividades instrucionais é um tema amplamente discutido por pesquisadores da área da Educação Matemática em pesquisas realizadas com aprendizes videntes. No entanto, estudos acerca desses elementos nos processos de ensino e de aprendizagem de aprendizes cegos e com visão subnormal demandam discussões, já que a ausência ou a restrição do campo visual pode dar origem a diferentes relações com essas ferramentas que, por sua vez, impactará na forma como elas são empregadas nas práticas matemáticas.

### **O papel das ferramentas**

O uso de ferramentas ou artefatos nas interações com o meio é uma característica intrínseca do ser humano. A introdução de uma ferramenta em uma

atividade provoca transformações tanto no plano físico como no plano cognitivo. Considerando o plano físico é indiscutível como a tarefa de derrubar uma árvore, por exemplo, muda completamente com o uso de uma serra elétrica. De forma análoga, Vygotsky, citado por Cole e Wertsch (1996, p.255), considera que a inserção de ferramentas nas atividades humanas não serve simplesmente para facilitar os processos mentais que poderiam ocorrer de outra forma, fundamentalmente elas os formam e os transformam, já que condicionam o comportamento humano a novas funções conectadas ao seu uso, alterando o processo cognitivo.

Em cenários instrucionais, por exemplo, o sujeito, ao explorar as ferramentas materiais inclusas, passa a atribuir significados aos elementos que as compõem, ou seja, em termos vygotkianos, ele passa a atribuir aos elementos físicos que compõem a ferramenta características de signos (ou instrumentos psicológicos) diretamente relacionados ao seu processo de interpretação.

Nesta direção, Bartolini Bussi e Mariotti (2008; p.754) declaram que os signos relacionam-se tanto com os artefatos usados para resolver as tarefas como com o conteúdo matemático que está sendo mediado, resultando outros dois processos. O primeiro relacionado ao sentido pessoal<sup>7</sup> (na perspectiva de Leontiev, 1977) e o outro ao significado matemático do conceito em estudo.

Ao trabalharmos com aprendizes cegos, disponibilizamos ferramentas que possam oferecer múltiplos estímulos aos sujeitos da ação. Nossas escolhas levam em consideração o potencial dessas ferramentas na promoção de percepções táteis que, por sua vez, devem estimular interações discursivas entre sujeito e pesquisadora, sujeito e seu parceiro e sujeito consigo quando questiona-se para validar conjecturas e refletir sobre suas ações. Dentro desta perspectiva, as ferramentas materiais estimulam um segundo sistema de mediação – a semiótica, pois as ações sobre as mesmas fazem emergir práticas discursivas que podem auxiliar a formação de sistemas simbólicos.

Neste trabalho, a análise das ações sobre as ferramentas materiais e dos procedimentos verbalizados pelos sujeitos envolvidos nos permitirá investigar quais

---

<sup>7</sup> Radford e Roth (2011) destacam que o *sentido pessoal* emerge da necessidade de distinguir o significado objetivo do significado individual atribuído ao objeto em estudo, em outras palavras, durante a atividade cada um dos participantes atribui um significado subjetivo ao objeto da atividade que não corresponde necessariamente ao seu significado objetivo.

aspectos, ligados à homotetia, são privilegiados pela ferramenta material desenvolvida para oferecer estímulos táteis. Aceitando que a presença (ou ausência) de certas ferramentas modifica o fluxo do sistema de atividades, colocamos em questão a existência de hierarquias absolutas na construção de conhecimento. Assim, parece pertinente revisitar a tese apresentada por Piaget e Garcia (1987) na qual é postulado que a construção do conhecimento científico passa por uma sequência de três etapas, denominadas *intra*, *inter* e *transfigural*, e considerar se essa hierarquia é independente das ferramentas disponíveis para mediar as atividades relacionadas aos objetos e dos campos perceptivos utilizados para agir com tais ferramentas.

### **Intra, Inter e Transfigural**

Piaget e Garcia (1987) fazem um estudo histórico-crítico do desenvolvimento da Geometria, associado aos estudos psicogenéticos e à psicogênese das noções geométricas, buscando dar um significado epistemológico à noção de transformação, entre outros conhecimentos matemáticos. Para esses autores, tanto o desenvolvimento histórico da Geometria como a psicogênese das estruturas geométricas, caracterizam-se por três etapas de desenvolvimento: *intra*, *inter* e *transfigural*.

#### Na etapa intrafigural

*... se estudam as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os elementos destas figuras e destes corpos. Não se toma em consideração o espaço enquanto tal, nem, por consequência, as transformações da figura no interior de um espaço que as compreenderia todas (Piaget & Garcia, 1987, p. 110).*

Assim, na etapa intrafigural, os sujeitos não percebem as transformações da figura dentro do conjunto (figuras-plano). Centram-se nas propriedades internas das figuras e nas relações internas de duas ou mais figuras, o que resulta numa comparação entre essas figuras.

A segunda etapa é denominada pelos autores de interfigural. É uma etapa caracterizada por um estabelecimento de relação das figuras entre elas, cuja manifestação específica é a procura de transformações, ligando figuras segundo múltiplas formas de correspondência, mas sem chegar à subordinação das transformações às estruturas de conjunto (Piaget & Garcia, 1987, p. 110).

Nessa etapa, o sujeito utiliza apenas as referências internas do sistema analisado, ou seja, as figuras estão num plano, e esse conjunto (figuras-plano) apresenta características de totalidade. A transformação associa a uma figura objeto sua figura imagem, mas não é aplicada a outros pontos do plano, já que esses pontos são vistos apenas como um suporte para as figuras. O sujeito considera que qualquer mudança de forma de uma figura deve-se ao deslocamento de suas partes já que somente compara posições iniciais e finais com suas respectivas referências (Piaget & Garcia, 1987, p. 118).

Em seguida, começa uma terceira etapa, chamada transfigural, e “caracterizada pela preeminência das estruturas” (Piaget & Garcia, 1987, p. 110). Essa etapa não trata somente da transformação de uma figura noutra, mas opera sobre todos os pontos do plano, verificando a realização de determinadas condições (manter sem variação alguns elementos – invariantes). Trata-se, sobretudo, de uma fase em que se opera sobre um conjunto de elementos, podemos dizer de relações entre relações nas quais as transformações podem ser compostas e decompostas, já que passam a ser objetos.

Em suas conclusões, esses autores deixam claro que essa tríade (intra, inter e transfigural) são fases de um processo contínuo, ou seja,

*as estruturas atingidas no nível transfigural dão lugar, por sua vez, às análises intrafigurais que conduzem a novos interfigurais, depois à produção de superestruturas transfigurais e assim indefinidamente. (Piaget & Garcia, 1987, p. 132)*

Implícita na ideia de que o processo de sucessão caracteriza o desenvolvimento histórico e individual do conceito, há uma outra ideia de que os diferentes artefatos utilizados na expressão das “superestruturas” ao longo da história não influenciam o mecanismo de construção do conhecimento individual. Ou seja, para Piaget e Garcia, aparentemente, independentemente das suas experiências corporais e das ferramentas (matérias e semióticas) pelas quais um indivíduo tem acesso ao objeto matemático, a trajetória intra, inter, trans caracteriza o seu processo de aprendizagem. Preferindo, por enquanto, tratar os elementos da tríade como perspectivas e não etapas, pretendemos procurar traços de cada uma delas – e movimentos entre elas – nos cenários instrucionais elaborados para tratar a transformação geométrica homotetia.

## O ESTUDO

Esta pesquisa foi realizada como parte de um projeto de pesquisa<sup>8</sup> que investiga os processos pelos quais aprendizes cegos apropriam-se do conhecimento matemático. Participaram dois sujeitos<sup>9</sup>, ambos portadores de cegueira adquirida. Bruno perdeu a visão aos onze anos, devido à miopia, catarata e descolamento de retina. Estudou em escola particular até perder a visão, permanecendo sem estudar durante os três anos seguintes. Após esse período, retomou os estudos tornando-se aluno do Instituto Benjamin Constant no Rio de Janeiro onde foi alfabetizado em Braille com quinze anos, matriculado na quarta série do Ensino Fundamental (atualmente quinto ano). Quando a pesquisa foi realizada estava com vinte e um anos de idade, havia concluído o Ensino Médio e pretendia cursar o Ensino Superior. Márcio nasceu com glaucoma. Nos primeiros anos de infância possuía 10% de visão no olho esquerdo e não podia ver com o olho direito. Perdeu a visão por completo aos sete anos de idade, quando parou de estudar, retornando depois de cinco anos. Nessa época, foi alfabetizado em Braille e voltou a cursar o Ensino Fundamental I. Márcio realizou provas para obter certificação equivalente ao Ensino Fundamental II e cursou Ensino Médio em escola regular, concluindo aos dezenove anos de idade.

A metodologia adotada foi entrevistas baseadas em tarefas de Goldin (2000), o qual sugere que a coleta de dados feita a partir de entrevistas baseadas em tarefas oferece um caminho para analisar os conceitos ou estruturas conceituais, cognição ou estruturas cognitivas, competências, atitudes, estágios de desenvolvimento, sistemas de representação interna e estratégias que os sujeitos têm ou utilizam ao executar tarefas. A estrutura de entrevistas baseadas em tarefas para o estudo do conhecimento matemático envolve sujeito(s) – executor(es) da tarefa – e entrevistador, interagindo em relação a uma ou mais tarefas introduzidas pelo entrevistador ao(s) participante(s) de modo pré-planejado. Essa estrutura, que deve levar em conta as propostas da pesquisa, inclui investigação exploratória, descrição, inferência ou técnicas de análises; desenvolvimento de conjecturas; investigação ou

---

<sup>8</sup> Este estudo foi conduzido como parte do projeto Rumo à Matemática Educação Matemática Inclusiva, financiado pela CAPES (Processo No. 23038.019444/2009-33).

<sup>9</sup> Para ambos os sujeitos usaremos pseudônimos.

testes para levantar hipóteses; aprendizagem ou solução de problemas. Esse método permite que o pesquisador centre o foco de sua atenção diretamente no processo do desenvolvimento da tarefa matemática executada pelo(s) sujeito(s). Mais do que respostas certas ou erradas, interessam ao pesquisador o processo de obtenção dos resultados.

O desenvolvimento das entrevistas baseadas em tarefas estruturou-se em duas partes: na construção das ferramentas materiais e no desenvolvimento das tarefas. Foram realizadas três sessões de entrevistas, com aproximadamente uma hora e trinta minutos cada uma. Os sujeitos trabalharam ora individualmente, ora em dupla, prevalecendo, entretanto, a produção individual. As sessões foram gravadas em áudio e em vídeo e transcritas, em sua totalidade, para facilitar as análises.

### As ferramentas

A primeira ferramenta material destinou-se ao estudo de figuras semelhantes. Os pares de figuras (polígonos) foram desenhados em folha de papel especial (o mesmo usado para impressão em Braille) e recortados (Figura 1), o que possibilitou a medição dos lados das figuras com o uso da régua adaptada e a comparação dos ângulos por meio da sobreposição das figuras.

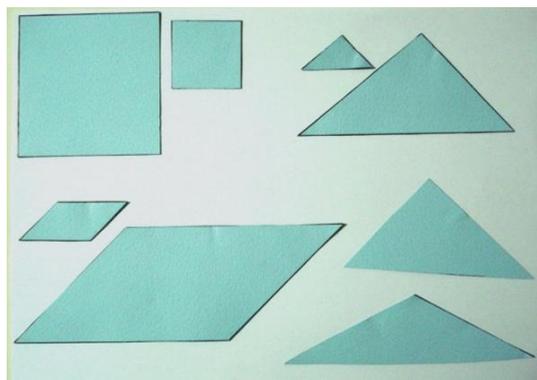


Figura 1. Figuras recortadas.

A segunda ferramenta material destinou-se à execução das tarefas referentes ao estudo de homotetia. Foi utilizada nas atividades exploratórias e nas atividades de construção.

Para a confecção dessa ferramenta, utilizamos uma placa de madeira perfurada, um pino de plástico para representar o centro de homotetia, pinos de

madeira para representarem os vértices da figura original, parafusos para representarem os vértices da figura obtida e lastec para representar as retas projetantes. Já para delinear os polígonos – o original e o obtido –, optamos pelo uso de elásticos (Figura 2).

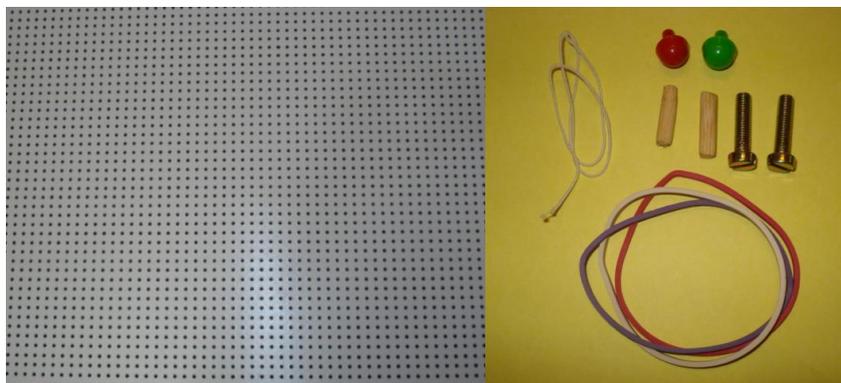


Figura 2. Material utilizado para a confecção da ferramenta material 2.

Em retrospecto, notamos que em relação às características das perspectivas descritas por Piaget e Garcia, estas ferramentas não são neutras. Na ferramenta material 1, as figuras geométricas estão representadas como totalidades e os pontos não fazem parte das representações. Além disso, elas são apresentadas sem qualquer representação de um espaço estruturado. *A priori*, podemos conjecturar que tais representações podem privilegiar o trabalho em uma perspectiva intrafigural. Já a ferramenta material 2 traz uma representação de um espaço matematizado, com pontos organizados em colunas verticais e horizontais, mas os pontos são tratados basicamente como suportes para as figuras, característica da perspectiva interfigural. Com esta observação, já começamos a questionar se a hierarquia de Piaget e Garcia é de fato um fenômeno relacionado ao intelecto individual ou também uma consequência das representações disponível para negociar atividades “classificadas” em níveis diferentes que, por sua organização, tendem a confirmar a hierarquia epistemológica e psicológica proposta.

### As tarefas

As tarefas foram divididas em Tarefa I e Tarefa II, conforme o diagrama abaixo. A Tarefa I foi composta por atividades referentes a figuras semelhantes e a Tarefa II, atividades concernentes ao estudo de homotetia.

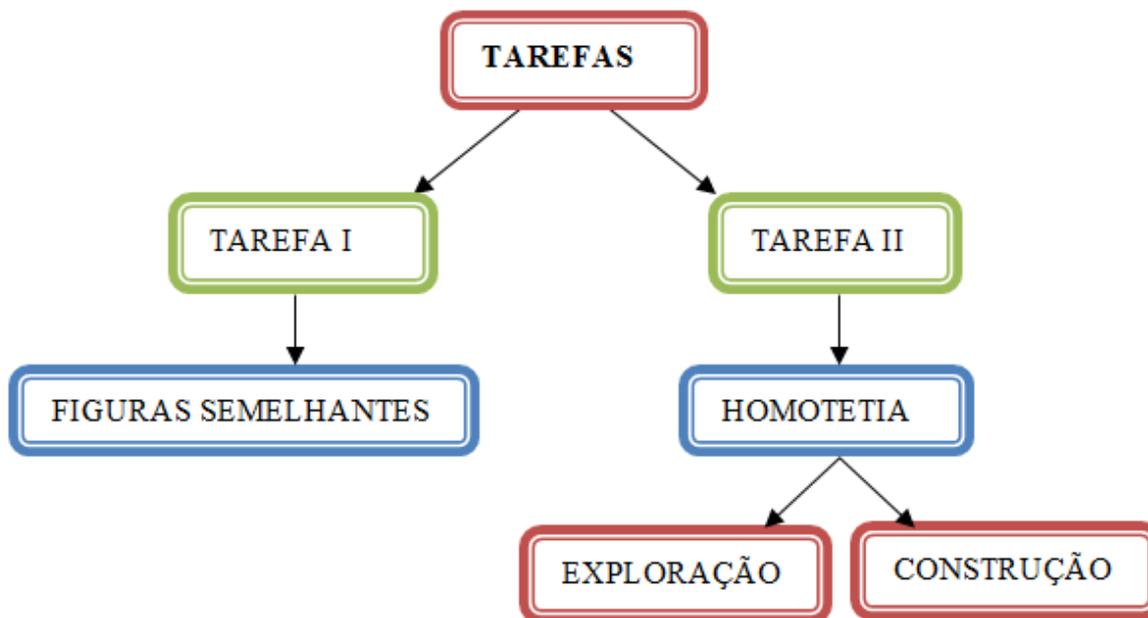


Diagrama 1. Estrutura das tarefas.

O objetivo da Tarefa I foi verificar os conhecimentos prévios dos aprendizes em relação à semelhança de figuras. Para tanto, oferecemos a cada um dos sujeitos três pares de figuras semelhantes – um par de cada vez – e, posteriormente, um par de figuras não semelhantes. Coube aos sujeitos medir os lados de cada par de figuras com o uso da régua adaptada, comparar os ângulos e analisar, por meio de comparação, a ocorrência ou não de proporção entre os lados correspondentes e, em havendo proporção, qual a razão que a definia. Todas estas atividades correspondem, essencialmente, à perspectiva intrafigural.

O conjunto de atividades proposto na Tarefa II foi realizado na ferramenta material 2, e teve como finalidade explorar e construir figuras homotéticas. Inicialmente, com uma transformação geométrica representada na ferramenta, foram apresentados os sujeitos cada um dos elementos presentes – figuras, retas projetantes, e outros, e fez-se necessário explicar a função do centro de homotetia e indicar como a transformação de um vértice ao seu correspondente se realiza.

As atividades de exploração que se seguiram envolveram a exploração de figuras homotéticas, mais precisamente de ampliação direta e inversa e de redução direta e inversa. Nessas atividades os aprendizes deveriam reconhecer cada um dos elementos que compõe a transformação, classificá-la em ampliação ou redução, determinar se a imagem era direta ou invertida e a razão de homotetia.

Nas atividades que envolveram a construção de figuras homotéticas oferecemos quatro propostas para que os sujeitos realizassem as transformações geométricas sendo, para tanto, dada a razão de homotetia. Mais uma vez, apontamos que as demandas associadas a esta tarefa, epistemologicamente falando, pretendem destacar aspectos da perspectiva interfigural em jogo. Assim podemos falar que as tarefas apresentadas aos aprendizes foram construídas, pelo menos implicitamente, para privilegiar exatamente a trajetória descrita por Piaget e Garcia.

## **AS ESTRATÉGIAS DOS APRENDIZES**

Ao concluir a Tarefa I, ambos os sujeitos tinham uma estratégia para reconhecer figuras semelhantes. Tanto Márcio quanto Bruno destacaram as duas condições necessárias para que duas figuras geométricas quaisquer sejam semelhantes – congruência entre os ângulos homólogos e proporcionalidade entre lados homólogos. Esta estratégia foi favorecida pelas características da ferramenta (figuras recortadas), que permitiu a comparação entre os ângulos por sobreposição e a comparação entre as medidas dos lados para a determinação da razão de semelhança. Não deve ser uma surpresa que a tarefa tenha favorecido o uso da perspectiva intrafigural de Piaget e Garcia (1987), já que para a sua realização o sujeito teve apenas que se preocupar com as relações internas das duas figuras.

A segunda sessão foi planejada para a exploração de figuras homotéticas. Como já mencionado, o objetivo dessa tarefa foi conduzir os sujeitos à percepção de propriedades referentes à transformação homotetia. Iniciamos a aplicação das atividades referentes à exploração de figuras homotéticas oferecendo para exploração uma situação como a apresentada na Figura 3.

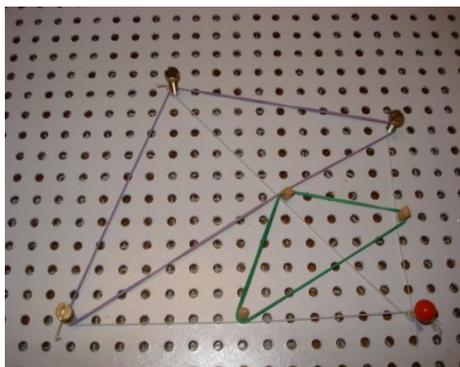


Figura 3. Atividade de ampliação direta.

Ao iniciar a exploração e medições com a régua, os participantes mantiveram-se presos somente às figuras (os dois triângulos), provavelmente influenciados pela Tarefa I, e o pensamento geométrico caracterizado por essas ações ainda denota o trabalho na perspectiva intrafigural. Os aprendizes referiram-se somente as medidas dos lados e as relações entre os tamanhos das figuras (maior ou menor), até que fossem orientados a observar as distâncias entre o ponto de homotetia e os vértices da figura original e de seus homólogos. Seguindo a sugestão da pesquisadora, mediram os lados homólogos e as distâncias entre o ponto de homotetia e os vértices, isto é, as medidas das retas projetantes e concluíram que obedeciam à mesma proporção.

*Márcio: (Medindo a distância do ponto de homotetia ao vértice da figura original) Dezoito centímetros. (Medindo a distância do ponto de homotetia ao vértice homólogo ao primeiro) Nove centímetros.*

*Pesquisadora: O que aconteceu?*

*Márcio: Metade.*

*Pesquisadora: Faz isso com um outro par (um vértice e seu homólogo).*

*Márcio: Mais ou menos 29.*

*Pesquisadora: Mede o outro. Você acha que tem que dar quanto?*

*Márcio: É pra ter uns 14, se for pela proporção. 14 e alguma coisinha...*

*Pesquisadora: O que aconteceu?*

*Márcio: Metade.*

*Pesquisadora: Verifica os outros agora.*

*Márcio: Dez e vinte. É metade. Seis e doze. Metade. Eu descobri que um é o dobro e o outro é a metade do outro.*

Na intervenção, a professora chama a atenção para a relação dos pontos da figura com um outro ponto do plano (um vértice e seu homólogo), mas na discussão a preocupação (tanto dos alunos quanto da professora) ainda pode ser descrita como intrafigural, já que destaca relações internas das medidas e não considerações a respeito do espaço como tal.

A ferramenta material 2 permitiu acesso às informações e a representação de cada um dos elementos presentes na transformação geométrica e o uso de pinos diferentes para distinguir entre vértices da figura original, vértices da figura imagem e o ponto de homotetia foi determinante para o êxito da atividade. Gradualmente, os sujeitos perceberam que poderiam contar os furos presentes na placa para medir as distâncias dos vértices homólogos em relação ao centro de homotetia. No decorrer das atividades, os participantes foram agregando, ao conceito de proporcionalidade, novos significados referentes à transformação geométrica homotetia. Ambos passaram a utilizar termos como ampliação e redução, próprios do conceito em questão, e perceberam que a determinação das distâncias entre o centro de homotetia e os vértices homólogos possibilita encontrar a razão de homotetia.

Cabe destacar que, embora essa atividade buscasse privilegiar o trabalho em ambas as perspectivas intrafigural e interfigural, todos os participantes centraram-se na comparação entre as duas figuras (figura dada e sua homotética) representadas na ferramenta, o que caracteriza a perspectiva intrafigural.

Iniciamos a terceira sessão somente com Bruno, que demonstra ter compreendido a proposta das atividades relacionadas à construção de figuras homotéticas. A série de atividades envolveu a construção de quatro figuras homotéticas sendo dada a razão de homotetia (Figura 4).

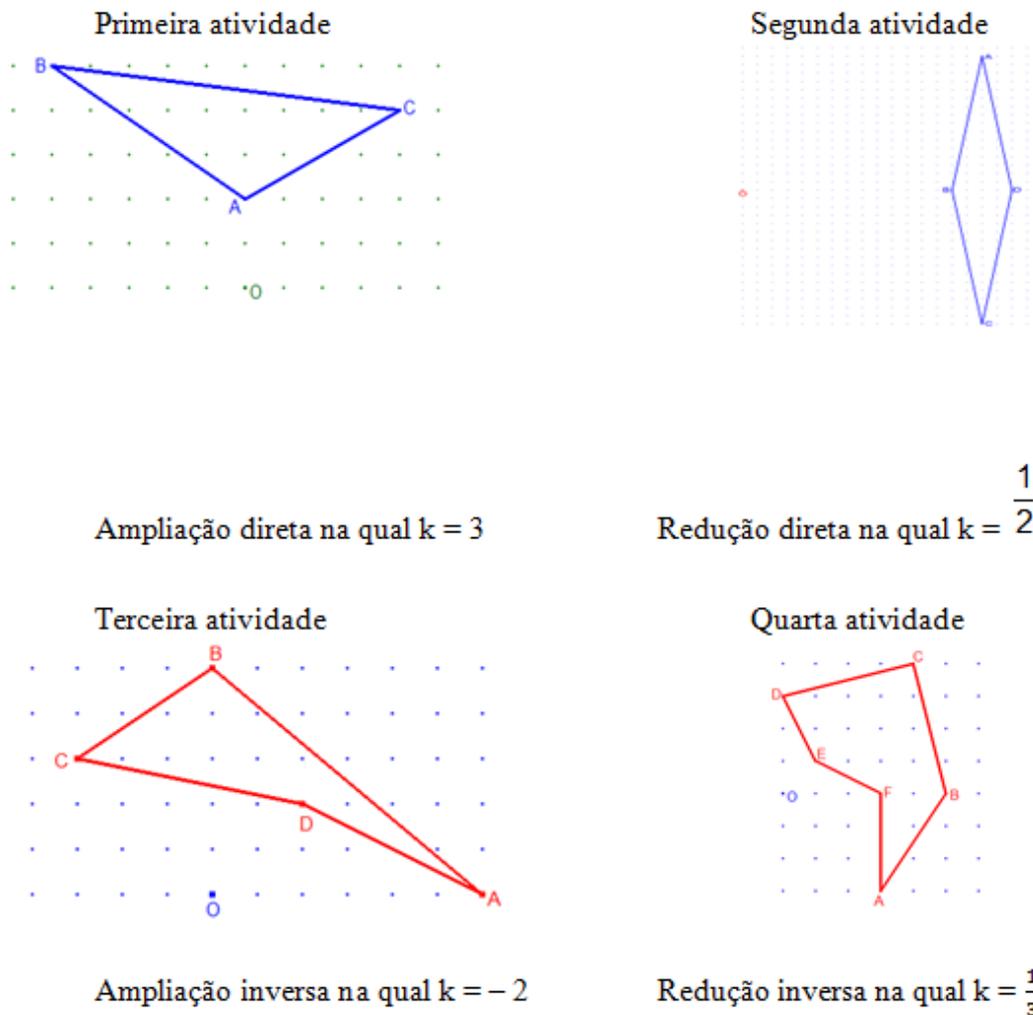


Figura 4. Atividades de construção

Bruno, já na primeira atividade, substituiu as retas projetantes que nas atividades de exploração eram representadas por lastec pela régua (Figura 5). O posicionamento da régua como reta projetante facilitava a contagem das distâncias entre o centro de homotetia e o vértice dado e entre o centro de homotetia e o vértice homólogo e ainda permitia que Bruno percebesse a colinearidade entre esses pontos. De acordo com a perspectiva piagetiana para o desenvolvimento do pensamento geométrico, poderíamos argumentar que Bruno passou a transitar entre as perspectivas intra e interfigural, ora centrando-se na comparação entre as duas figuras (figura dada e sua homotética) representadas na placa, ora considerando somente as posições inicial e final entre figura dada e figura homotética.

Para nós, entretanto, a emergência de aspetos da perspectiva interfigural e o movimento de Bruno entre essas perspectivas não foi produto somente do

pensamento, mas também influenciado pelo seu modo de “ver” e de processar as informações táteis. No caso dos cegos, a exploração tátil oferece informações de forma gradual e parcelada que, quando processadas, oferecem a ideia “do todo” explorado. Essa forma de aquisição das informações nos leva a pensar que a natureza interfigural pode ter sido privilegiada desde a realização das atividades de exploração, e que talvez nós, como videntes, não tenhamos sido capazes de perceber as particularidades evidenciadas no modo de ver de nossos aprendizes. Por exemplo, ao explorar com as mãos figuras como as representadas na Figura 3, o aprendiz cego, em contraste com aquele que pode ver, pode perceber e relacionar as figuras antes de reconhecê-las como uma figura e sua ampliação ou redução. Nessa análise tátil à distância pode ser observado a partir dos pontos do plano que compõe (interna e externamente) cada uma das figuras, o que caracteriza a perspectiva interfigural.



Figura 5. Outro uso para régua

Como Bruno já havia realizado todas as atividades quando Márcio chegou, sugerimos que ele auxiliasse Márcio. Bruno, assumindo o papel de professor, utilizou termos próprios do conceito matemático em questão, como ponto de homotetia, ampliação e redução, que, nessa terceira sessão, já eram compartilhados por ambos. Além disso, durante suas explicações, ele recordou estratégias usadas por ambos na realização das atividades anteriores.

Marcio iniciou a terceira sessão trabalhando na ampliação direta de um triângulo com razão 3 (A primeira atividade mostrada na Figura 4).

*Pesquisadora: Eu quero que você triplique.*

*Márcio: (Mostrando cada um dos lados do triângulo) O tamanho desse daqui, desse daqui e desse daqui?*

*Pesquisadora: É.*

*Márcio: Eu já contei daqui pra cá (referindo-se à distância do ponto de homotetia e um dos vértices do triângulo), daqui pra cá (referindo-se à distância do ponto de homotetia e outro vértice do triângulo)...*

*Pesquisadora: E agora falta contar...*

*Márcio: Daqui pra cá (referindo-se à distância do ponto de homotetia e o terceiro vértice do triângulo).*

A pesquisadora inicia sua orientação pedindo a Márcio que ele triplique a figura representada na ferramenta, o que destaca a perspectiva intrafigural, já que se relaciona mais à semelhança de figuras do que com a transformação geométrica homotetia. Em ação, Márcio não procurou estabelecer as medidas dos lados, e foi diretamente determinar as distâncias do ponto de homotetia aos vértices da figura original, o que nos levou a acreditar que ele já havia entendido que estas distâncias poderiam servir com base para efetuar a transformação pedida. Entretanto, ao iniciar a construção da figura homotética, pegou os parafusos e começou a colocá-los em qualquer lugar da placa, sem sugerir alguma estratégia, desconsiderando qualquer propriedade referente à transformação geométrica em questão. Sendo solicitado a ajudar Márcio, Bruno, colocando sua mão sobre a mão dele e explica o que deveria ser feito.

*Bruno: Você já contou desse ponto (colocando o dedo de Márcio sobre o ponto de homotetia) até o espaço dos outros pontos (escorregando o dedo de Márcio sobre os furos da placa). Você vai ampliar, triplicar, três vezes. Uma figura igual essa, aumentada três vezes. Então, da mesma forma que você contou desse ponto (referindo-se ao ponto de homotetia) até aqui (referindo-se a um dos vértices), você vai contar até achar o próximo ponto, triplicado. Deu pra entender?*

*Márcio: Não.*

*Bruno: Quanto deu daqui (colocando o dedo de Márcio sobre o ponto de homotetia) até aqui (colocando o dedo de Márcio sobre um dos vértices)?*

*Márcio: (Contando a distância do ponto de homotetia até um dos vértices e continuando a contagem até chegar ao furo no qual deveria colocar o vértice homólogo) Eu até entendi entre aspas.*

Bruno, assumindo o papel de professor, utilizou termos que já lhe eram próprios e tinham significado como ampliar e triplicar, e explicita que para triplicar a figura dada Márcio deveria determinar “o ponto triplicado”, ou seja, multiplicar por três o número de espaços determinados pelos furos da placa. Tal estratégia sugere a perspectiva

interfigural do pensamento geométrico, já que a transformação de uma figura em outra opera sobre os pontos suporte da figura. Além disso, durante suas explicações, Bruno recordou estratégias usadas por ambos na realização das atividades exploratórias como reconhecer a relação entre o ponto de homotetia e os vértices da figura dada e obtida. Entretanto, apesar de já estar com o dedo sobre o furo correto, Márcio pareceu não acompanhar o raciocínio de Bruno que lhe oferece uma nova explicação.

*Bruno: Do ponto de homotetia até aqui (referindo-se ao vértice que havia sido utilizado anteriormente) deu dois, você tem que triplicar formando seis, certo?*

*Márcio: (Ainda com o dedo sobre furo) Certo, já estou no ponto do seis.*

*Bruno: Então, mete o parafuso aí.*

*Pesquisadora: Explica o próximo Bruno (como determinar o próximo vértice homólogo).*

*Márcio: Acho que o próximo é a mesma coisa.*

*Bruno: É, você sempre vai triplicar (referindo-se as distâncias entre ponto de homotetia e vértices homólogos).*

*Márcio: (Após encontrar outro vértice homólogo) Aparentemente eu acho que está certo. (Após determinar o terceiro vértice homólogo e conferir se havia determinado corretamente) Tem que triplicar o tamanho, né? Deixa eu ver se eu entendi... O tamanho triplicado tem que contar a partir daqui (mostrando o ponto de homotetia) pra cá (mostrando um dos vértices homólogos), como é que é? Ahhhh... Já entendi, já entendi. É a partir do ponto de homotetia. Então, vamos conferir. (Após conferir todos os pares de vértices homólogos) Se for a partir do ponto de homotetia, que é o de plástico, ele já está triplicado em três vezes.*

Após as intervenções de Bruno, Márcio realiza a atividade (Figura 6), parecendo ter compreendido a proposta. Observamos que ele faz referência à transformação geométrica, reconhece os vértices homólogos ao compará-los e remete-se à importância do ponto de homotetia, concluindo ter ocorrido uma ampliação de razão três. Verificamos, também, que Márcio verbaliza suas considerações e estas estavam aparentemente atrelada às distâncias entre o ponto de homotetia e os vértices homólogos, mas em suas ações sobre a ferramenta evidenciava-se a preocupação com a preservação da colinearidade entre os pontos, o que nos permite caracterizar o nível interfigural. Márcio não permanece centrado nas medidas dos lados das figuras, propriedade relacionada às atividades referentes à semelhança de figuras e intrinsecamente pertinentes ao nível intrafigural. No

entanto, não estamos certas de que, nesse momento, Márcio compreendeu de fato a transformação geométrica envolvida em suas ações.

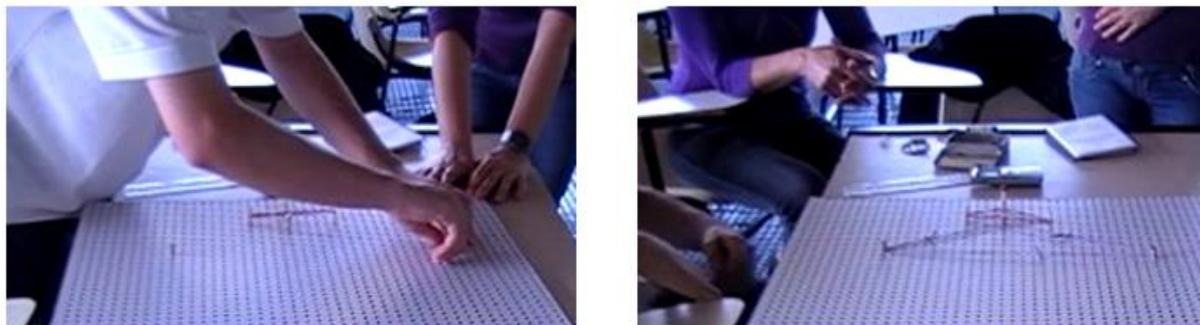


Figura 6: A ampliação de Márcio

Márcio realizou a segunda atividade de redução direta sem maiores dificuldades, embora algumas intervenções de Bruno tenham sido necessárias. As dificuldades ficaram mais frequentes na realização da atividade que envolvia ampliação inversa. Ele posicionou o primeiro vértice homólogo (do vértice B) e passou a verificar se a posição estava correta contando o número de furos na placa. A pesquisadora pediu que ele explicasse seu procedimento.

*Márcio: (explicando a Pesquisadora) Você não mandou eu duplicar? Então eu coloquei esse daqui (indicando o vértice homólogo a B que posicionou) através desse daqui (indicando o centro de homotetia).*

*Pesquisadora: Em relação a quem?*

*Márcio: Em relação a esse (indicando o centro de homotetia para Pesquisadora). (Explicando a Bruno) Eu relacionei daqui aqui (posicionando a mão de Bruno sobre o centro de homotetia e o vértice B). Deu 5, ai eu coloquei aqui (indicando o vértice homólogo). Para fazer invertido ... (indicando o lado oposto ao vértice da figura dada em relação ao centro de homotetia).*

Márcio apresenta indícios em seu discurso de que a estratégia empregada – contar os furos da ferramenta associada à necessidade de inverter a figura fez emergir o nível interfigural do pensamento geométrico.

Para determinar o vértice homólogo do vértice A, Márcio multiplicou a distância por dois, porém não realizou a inversão. A Pesquisadora solicitou a Márcio que mostrasse a Bruno os vértices homólogos determinados (Figura 7).

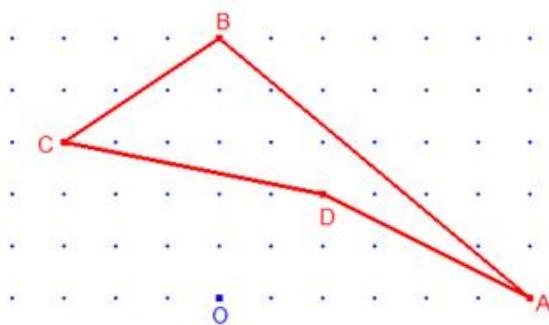


Figura 7: Primeiros vértices homólogos determinados por Márcio

*Pesquisadora: Mostra o outro Márcio (referindo-se ao homólogo do ponto A posicionado por Márcio).*

*Márcio: O outro tá aqui (batendo 2x sobre o segundo ponto que posicionou o que fez com que Bruno o localizasse). Com relação também ao mesmo ponto (referindo-se ao centro de homotetia, mas sem indicar a que ponto se referia).*

*Bruno: Aqui? (percebendo que o ponto colocado por Márcio apesar de estar distante o dobro da distância medida a partir do centro de homotetia não estava invertido). Com relação a que ponto? (usando as mãos de Márcio para indicar o centro de homotetia)*

*Márcio: (Pega o dedo de Bruno e mostra o centro de homotetia).*

*Bruno: Tá, daqui (indicando o centro de homotetia) com relação a qual ponto?*

*Márcio: Aqui! (indicando com os dedos de Bruno o vértice da figura dada). Porque é daqui (indica o centro de homotetia) até aqui (indica com os dedos de Bruno o vértice A da figura dada).*

*Bruno: Daqui, aqui. Ai você reproduziu aqui? (Repetindo os movimentos de Márcio para si mesmo, ou seja, sem pegar a mão de Márcio).*

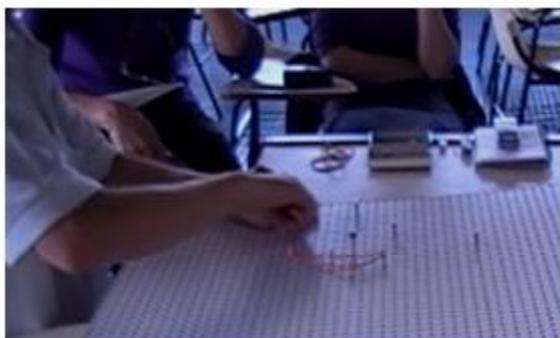
*Márcio: Peraí, eu tô duplicando conforme esse daqui (coloca o dedo de Bruno no centro de homotetia). Daqui até aqui deu x (percorrendo com o dedo de Bruno a distância entre o centro de homotetia e vértice A da figura dada). Então daqui até aqui ... (percorrendo com o dedo de Bruno a distância entre centro de homotetia e vértice posicionado por ele).*

*Bruno: Só que não é invertido?*

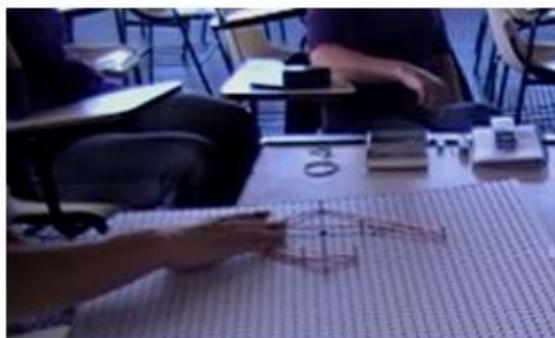
Bruno explicou para Márcio que o vértice deveria ser reproduzido do outro lado, invertido, da mesma forma que o vértice determinado anteriormente. Márcio acatou a explicação do colega.

Contar os furos da ferramenta, relacionar centro de homotetia e vértices dado e homólogo já faziam parte das estratégias dele para determinar as figuras homotéticas, e o seu discurso sugere o nível de pensamento interfigural (por exemplo, denotar a distância por  $x$ , ou seja, o mesmo procedimento aplica-se a qualquer outro ponto das figuras). O impasse estava em conseguir posicionar o vértice homólogo invertido em relação ao centro de homotetia.

Os dois vértices restantes inicialmente não foram posicionados corretamente. Márcio passou a mostrar para Bruno cada um dos vértices homólogos que posicionou relacionando-os com os vértices dados. Durante a explicação, percebeu que cometeu um engano no posicionamento do homólogo ao vértice D e o reposicionou. As intervenções de Bruno ajudaram Márcio a perceber que havia cometido um engano ao posicionar o vértice homólogo ao vértice C e a representação é refeita (Figura 8a). Para terminar a construção delinea a figura com o elástico corretamente (Figura 8b).



a: Realizando a atividade



b: Delineando a figura

Figura 8: Realização da atividade de ampliação inversa por Márcio

Márcio realizou a quarta atividade envolvendo um hexágono côncavo, o qual deveria sofrer uma redução na razão de um para três e uma inversão. Ele explorou a figura e iniciou a transformação determinando, dois dos vértices homólogos, um deles posicionado de forma inadequada. Após a intervenção de Bruno, Márcio percebeu seu erro e o corrigiu. A atividade foi concluída sem maiores dificuldades.

Ao terminar a atividade, o Márcio declarou que “*poderia até reproduzir a figura no meio do tabuleiro, com outro centro de homotetia*”. Essa declaração demonstrou sua compreensão não só a respeito da função do centro de homotetia, mas também sobre as diversas possibilidades que a transformação geométrica nos oferece. Além

disso, ele evidenciou estar consciente que a posição do centro de homotetia determina a posição da imagem da figura original no plano o que para nós apresenta traços de um pensamento geométrico da perspectiva transfigural. Márcio não pareceu estar centrado somente na transformação de uma figura em outra, mas sim operando sobre todos os pontos do plano, ou seja, qualquer ponto do plano poderia ser transformado verificando-se o cumprimento de determinadas condições (manter sem variação alguns elementos – invariantes).

Assim, embora as tarefas não tivessem sido estruturadas para envolver Bruno e Márcio na perspectiva transfigural, aspetos dela emergiram. Por um lado, podemos argumentar que as tarefas permitiram que gradualmente Márcio transitasse entre as etapas, o que confirmaria a hierarquia proposta por Piaget ou Garcia. Por outro lado, uma interpretação alternativa é que na elaboração das tarefas fizemos com que essa perspectiva emergisse tardiamente. Talvez a perspectiva transfigural pudesse ter sido privilegiada já na primeira tarefa com a segunda ferramenta se tivéssemos estimulado a exploração de figuras homotéticas envolvendo a mudança da posição do centro de homotetia.

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

Nossa investigação centra-se no campo da Geometria, uma área usualmente relacionada a experiências visuais. Em relação a esse campo, Piaget e Garcia (1987) realizaram um estudo histórico crítico, examinando os aspectos psicogenéticos e a psicogênese das noções geométricas. Para esses autores, tanto o desenvolvimento histórico da Geometria como a psicogênese das estruturas geométricas, caracterizam-se por três etapas de desenvolvimento: intrafigural, interfigural e transfigural. Achamos a caracterização das perspectivas intra, inter e trans interessante de ponto de vista epistemológico – eles enfatizam diferentes maneiras de agir com os conceitos matemáticos em jogo – mas questionamos a necessidade de organizá-los em etapas hierárquicas.

Partindo da premissa de que a disponibilidade de diferentes sistemas mediadores influencia o desempenho dos aprendizes cegos, designamo-nos a

analisar a operacionalidade entre as perspectivas intra e interfigural nas ações dos sujeitos, passando a investigar como a coordenação de fala, objetos materiais e atividades sensoriais oferecem indicadores de mudanças conceituais em nossos sujeitos de pesquisa, ou seja, a transição entre as perspectivas intra e interfigural que os levou a perceber propriedades ligadas à homotetia.

### **A importância dos recursos materiais**

As figuras geométricas recortadas foram utilizadas na aplicação das atividades referentes ao estudo de figuras semelhantes e as atividades propostas nessa tarefa tinham características intrinsecamente conectadas ao nível de pensamento geométrico intrafigural. Assim, o trabalho com as figuras privilegiou a medição dos lados, a comparação dos ângulos por sobreposição e a determinação da razão de semelhança, favorecendo a percepção de propriedades ligadas ao conceito de semelhança que ressurgiu nas atividades que se seguiram. A segunda ferramenta material propiciou não somente explorar figuras homotéticas como também construí-las e também ofereceu um espaço estruturado matematicamente no qual estas atividades poderiam ser realizadas.

As decisões tomadas no momento de elaboração das ferramentas moldaram fundamentalmente seu uso em atividades, particularmente importante no caso da Matemática, já que a relação com os objetos matemáticos só é possível por meio de suas representações, ou seja, por meio de ações perceptivas sobre as representações do objeto em questão (Healy & Fernandes, 2011). Nesta direção, destacamos a importância de termos escolhido materiais com diferentes texturas para representarem o centro de homotetia, os vértices da figura original e os vértices da figura obtida, respectivamente, que tornaram possível a independência dos aprendizes em seu reconhecimento tátil. Nas atividades exploratórias, o uso de pinos diferentes favoreceu a ação dos sujeitos sobre cada um dos elementos presentes na transformação. Nas atividades referentes à construção de figuras homotéticas, na ausência do lastex, Bruno optou por utilizar a régua, atribuindo a ela o papel de reta projetante, transformando-a em um artefato semiótico. Por sua vez, Márcio decidiu se apoiar somente nos furos presentes na placa. Frente a isso, consideramos que os sujeitos atribuíram aos elementos físicos presentes na ferramenta um caráter

semiótico, já que cada um desses elementos assumiu uma função no discurso. Nesse sentido, acreditamos ter indícios para corroborar com as declarações de Gallese e Lakoff (2005), segundo as quais a atividade cognitiva humana acontece a partir das interações corpo-mundo que favorecem as adaptações dos mecanismos sensório-motores para a realização de novos papéis mantendo suas funções originais.

Em um primeiro contato háptico com um objeto, o cego (assim como o vidente) insere-se em um sistema cultural no qual o objeto apresenta-se impregnado de intencionalidade e de uma conceitualização constituída histórico culturalmente. As percepções associadas a esse contato devem ser processadas e conectadas a outros sistemas culturais que certamente estão associados ao passado de cada indivíduo. Em outras palavras, além de constituir sua própria imagem para o objeto, o indivíduo deve engajar-se ativamente em um processo de interpretação e associação, que o permita conectar esse novo objeto a outros conhecidos.

Outro ponto a ser destacado é a possibilidade de identificar nesse encadeamento de processos semióticos de transformação de artefatos em signos, os outros dois processos descritos por Bartolini Bussi e Mariotti (2008) – aquele relacionado ao sentido pessoal e o relacionado ao significado matemático do conceito em estudo. Para exemplificar o primeiro reapresentamos a resposta de Bruno para a questão “*Dá para medir sem usar a régua?*”, quando ele trabalhava com ferramenta material 2.

*Bernardo: Claro que dá. Oh, do zero até aqui dá sete. (Referindo-se a distância do ponto de homotetia ao vértice da figura original). Do zero até aqui dá catorze ((Referindo-se a distância do ponto de homotetia ao vértice homólogo).*

*Pesquisadora: Mas você está contando o que?*

*Bernardo: Os furinhos. Daqui (referindo-se ao ponto de homotetia) aqui (referindo-se ao outro vértice da figura original) são quatro e daqui (referindo-se ao ponto de homotetia) aqui (referindo-se ao vértice homólogo) são oito.*

Na primeira fala de Bruno temos que o pino de plástico que representa o ponto de homotetia assume também a função do zero da régua, passando a condição de origem em todas as medições realizadas por meio dos furos da placa. Este zero é o

significado subjetivo atribuído por Bruno ao ponto de homotetia. Márcio nos oferece elementos para exemplificar o segundo processo:

*Márcio: (Após encontrar outro vértice homólogo) Aparentemente eu acho que está certo. Tem que triplicar o tamanho, né? Deixa eu ver se eu entendi... O tamanho triplicado tem que contar a partir daqui (mostrando o ponto de homotetia) pra cá (mostrando um dos vértices homólogos), como é que é? Ahhhh... Já entendi, já entendi. É a partir do ponto de homotetia. Então, vamos conferir. (Após conferir todos os pares de vértices homólogos) Se for a partir do ponto de homotetia, que é o de plástico, ele já está triplicado em três vezes.*

*O pino de plástico passa a significar o ponto de homotetia e viabiliza o acesso ao conceito matemático em questão.*

Observamos nos procedimentos de ambos os sujeitos movimentos entre as perspectivas intra e interfigural. Por exemplo, considerando o caminho percorrido por Márcio, nas primeiras tarefas de construção – ampliação e redução diretas – a estratégia de contar o número de furos entre centro de homotetia e vértice da figura dada era suficiente para cumprir a proposta, mas a perspectiva interfigural evidenciou-se quando associado à distância entre dois pontos, Márcio passou a controlar a colinearidade entre os pontos (centro de homotetia, vértice da figura dada e seu homólogo). Quando passamos a estudar a construção de figuras homotéticas inversas um novo elemento entrou em cena – era preciso inverter a figura – e Márcio precisou agora de uma nova ação que o permitisse controlar a inversão da figura dada. Ao concluir o trabalho, Márcio adaptou essa nova ação a uma situação geral “poderia até reproduzir a figura no meio do tabuleiro, com outro centro de homotetia”, o que, pela perspectiva de Piaget e Garcia (1987), caracteriza o nível transfigural de pensamento geométrico. Seria interessante saber quais interações emergiriam se a primeira atividade proposta pelos alunos fosse a exploração desta questão. Talvez a perspectiva transfigural pudesse estar presente ao longo das atividades. Parece-nos que a mobilização de uma perspectiva ou outra não deveria ser vista apenas sob a lente epistemológica ou com referência a um nível de desenvolvimento intelectual. As reflexões apresentadas neste artigo sugerem que sua mobilização também depende de outros fatores, incluindo as demandas das tarefas, as intervenções do professor, a natureza das ferramentas materiais e as maneiras pelas quais nossas ações perceptivas são condicionadas pelos corpos que habitamos.

### O vai e vem corpo e cognição

Para o campo perceptivo do cego, a importância das ferramentas materiais vai além da promoção de percepções táteis. Essas ferramentas também estimulam interações discursivas interpessoais e intrapessoais quando o sujeito passa a questionar-se, para validar conjecturas e refletir sobre suas ações, ativando diferentes áreas da percepção, o que atribui ao pensamento o caráter de atividade percepto-motora. De acordo com Gallese e Lakoff (2005) a atividade cognitiva humana está longe de ser *descorporificada*. Ela é de natureza simbólica e explora e se alimenta das interações do sistema sensório-motor com o meio.

A natureza “corporificada” da cognição oferece novas maneiras de interpretar os processos associados a apropriação de práticas matemáticas. Para Roth e Thom (2009; p. 185) o importante papel do tato, do olfato, da visão, da audição e do paladar para a compreensão de conceitos não deveria ser surpresa, já que os sentidos são base a partir da qual o significado emerge.

Neste estudo, o processo interpretativo e reflexivo, gerado a partir das percepções táteis promovidas pelas ferramentas materiais e pelos diálogos, auxiliou os sujeitos de pesquisa na formação de sistemas simbólicos inicialmente físicos e posteriormente subjetivos, que permitiram a interpretação dos objetos matemáticos em jogo, atribuindo a eles características de objetos de reflexão. Márcio, realizando uma das tarefas na última sessão, declara: *Certo! Já estou no ponto do seis, com o dedo sobre um dos furos da placa*. Nessa fala, além de indicar que o furo da placa passa a ser visto como vértice homólogo, nos mostra que Márcio não apenas *sente* o ponto seis. Ele *está* no ponto seis.

Quando em contato com um objeto (material ou de estudo), reativamos uma pluralidade de percepções associadas a este objeto e oriundas de experiências anteriores. Essa ativação ocorre a partir de ações motoras intencionais, orientadas para reconhecer ou conhecer o objeto, criando uma rede de relações.

No caso dos sujeitos envolvidos nesta pesquisa, associar informações táteis às auditivas foi fundamental para a estruturação de um campo perceptivo que pudesse conduzir à emergência da atividade percepto-motora. O campo perceptivo dos cegos envolve elementos que lhes são tangíveis e é constituído a partir da integração de um

grande número de informações provenientes dos sentidos que eles têm preservados. Acreditamos que podemos falar que isso é verdade para qualquer grupo de aprendizes. Nossa meta como Educadores de Matemática é desenvolver práticas pedagógicas que os envolvam explorar a natureza social e corporificada da cognição matemática. Assim, talvez podemos aproximar para uma Educação Matemática Inclusiva, no qual não há domínio que seja inacessível ao aprendiz cego ou com qualquer outra configuração corporal.

## REFERÊNCIAS

- Barsalou. (January de 2008). Grounded Cognition. *Annual Review of Psychology*, 58, pp. 617-645.  
doi:10.1146/annurev.psych.59.103006.093639
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. Em L. English, M. B. Bussi, G. Jones, R. Lesh, & D. T. (eds), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 746-783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Cole, M., & Wertsch, J. V. (1996). Beyond the individual-social antinomy in discussions of Piaget and Vygotsky. *Human Development*, 39, pp. 250-256.
- Damásio, A. (2005). *O mistério da consciência: do corpo e das emoções ao conhecimento de si* (7a ed.). (L. T. Motta, Trad.) São Paulo, SP, Brasil: Companhia das Letras.
- Damásio, A. (2007). *O erro de Descartes: Emoção, Razão e o cérebro humano* (2a ed.). (D. Vicente, & G. Segurado, Trads.) São Paulo, SP, Brasil: Companhia das Letras.
- Gallese, V. (2005). Embodied simulation: From neurons to phenomenal experience. *Phenomenology and the Cognitive Sciences*, 4, pp. 23-48.
- Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology*, 22, pp. 455-479.  
doi:10.1080/02643290442000310
- Goldin, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. Em A. Kelly, & R. A. Lesh, *A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research* (pp. 517-546). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Healy, L., & Fernandes, S. H. (2011). The role of gestures in the mathematical practices of those who do not see with their eyes. *Educational Studies in Mathematics*, 77, pp. 157-174.

- Leontiev, A. N. (s.d.). Activity and Consciousness. Acesso em 4 nov. 2007, disponível em <http://www.marxist.org/archive/leontev/works/1977/leon1977.thm>
- Oakley, T. (2007). Image Schemas. Em D. Geeraerts, & H. Cuyckens, *Handbook of Cognitive Linguistics* (pp. 214-235). New York: Oxford University Press.
- Piaget, J., & Garcia, R. (1987). *Psicogênese e História das Ciências*. Lisboa: Dom Quixote.
- Radford, L., & Roth, W.-M. (2011). Intercorporeality and ethical commitment: na activity perspective on classroom interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), pp. 227-245.
- Roth, W., & Thom, J. (2009). Bodily experience and mathematical conceptions: from classical views to a phenomenological reconceptualization. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), pp. 175-189.

Submetido: setembro de 2013

Aceito: junho de 2014