

Geometria nos Anos Iniciais: Possíveis Conexões Teóricas e Práticas

Geometry in the Early Years: Possible Theoretical and Practical Connections

Malcus Cassiano Kuhn^{*a}; Bruna Mendel de Quadros^a

^aInstituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense Câmpus Lajeado. RS, Brasil.

^{*}E-mail: malcuskuhn@ifsul.edu.br

Resumo

O artigo é trabalho de conclusão de um curso de especialização na área de Educação de uma Instituição Federal. Tem como finalidade refletir sobre o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de referências teóricas, para a instrumentalização de professores como mediadores do processo de construção do conhecimento geométrico. A pesquisa tem abordagem qualitativa, com um estudo bibliográfico baseado em livros e artigos sobre os escritos do casal van Hiele (1957), que propõe cinco níveis de compreensão do pensamento geométrico, além de cinco fases de aprendizagem para o avanço dos estudantes através desses níveis, e de Pais (1996), que destaca quatro elementos fundamentais da geometria: objeto, conceito, desenho e imagem mental. Isso é associado às habilidades e competências desenvolvidas em estudantes, a partir do estudo de geometria e indicadas na Base Nacional Comum Curricular (2018). Destaca-se o papel do professor no ensino de geometria por meio de atividades práticas e contextualizadas, com o uso de materiais concretos, jogos e tecnologias, a fim de apresentar um caminho para o desenvolvimento de habilidades e competências. Nesse sentido, é preciso que os professores tenham conhecimento do conteúdo geométrico para selecionar, construir e sistematizar atividades, que proporcionem a aprendizagem significativa, considerando as teorias de van Hiele e Pais e as propostas da Base Nacional Comum Curricular.

Palavras-chave: Geometria. Anos Iniciais. BNCC. Ensino. Aprendizagem.

Abstract

The article is the conclusion work of a specialization course in Education of a Federal Institution. Its purpose is to reflect on the teaching of geometry in the early years of elementary school, from theoretical references, to instrumentalize teachers as mediators of the process of construction of geometric knowledge. The research has a qualitative approach, with a bibliographic study based on books and articles on the writings of the couple van Hiele (1957), which proposes five levels of understanding of geometric thinking, as well as five learning stages for the advancement of students through these levels, and of Pais (1996), which highlights four Fundamental elements of geometry: object, concept, design and mental image. This is associated with the skills and competences developed in students, from the study of geometry, and indicated in the Common National Curriculum Base (2018). We highlight the role of the teacher in teaching geometry through practical and contextualized activities, using concrete materials, games and technologies, in order to present a path for the development of skills and competences. In this sense, teachers need to have knowledge of geometric content to select, build and systematize activities that provide meaningful learning, considering the theories of van Hiele and Pais and the proposals of the Common National Curriculum Base.

Keywords: Geometry. Early Years. BNCC. Teaching; Learning.

1 Introdução

Este artigo é o trabalho de conclusão do curso de Especialização em Educação e Saberes para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense, IFSul Câmpus Lajeado. Aborda o ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), que vem sendo tema de pesquisas no campo da Educação Matemática, diante da problemática do abandono da construção do pensamento geométrico, como apontado por Pavanello (2009).

O que se observa, na maioria das escolas é que a construção dos conhecimentos geométricos acaba sendo deixada de lado pelos professores, ou então, é realizada de forma superficial e com atividades isoladas. De acordo com Pavanello (2009), dentre os motivos para tal situação estão a falta de conhecimento dos professores e/ou a falta de tempo

para ensinar, pois, geralmente, esse conteúdo é deixado para o final do ano letivo.

Dessa forma, o objetivo desta pesquisa é refletir sobre o ensino de geometria nos anos iniciais do EF, a partir de referências teóricas, para a instrumentalização de professores como mediadores do processo de construção do conhecimento geométrico. Logo, a abordagem da pesquisa é qualitativa.

Nesse sentido, o procedimento técnico empregado é o estudo bibliográfico que se utiliza de material já publicado, constituído basicamente de livros e artigos (Gil, 2017). Fundamenta-se na teoria dos van Hiele (1957 como citado em Nasser & Sant'anna, 1998), que apresenta cinco níveis de compreensão do pensamento geométrico, com características gerais e particulares, além de cinco fases de aprendizagem para o avanço dos estudantes através desses níveis, complementada por Pais (1996), com os quatro elementos

fundamentais da geometria: o objeto, o conceito, o desenho e a imagem mental. Além disso, busca-se embasamento na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1963, 1968) como citado em Moreira (2012).

A pesquisa ainda explora as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), quanto aos objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) e habilidades (objetivos de aprendizagem) da unidade temática geometria, que devem ser desenvolvidos nos anos iniciais do EF, de forma sistemática, ano a ano. Outros documentos legais e autores, que versam sobre a temática, também foram mobilizados neste artigo para a discussão de processos matemáticos de construção do conhecimento geométrico.

2 O Ensino de Geometria no Brasil ao Longo dos Anos

Conforme a BNCC (Brasil, 2018, p. 271), “a geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento”, porém, nas escolas, observa-se o abandono do ensino de geometria nos anos iniciais (Pavanello, 2009).

A partir da Revolução de 1934 são fixadas as bases da política educacional no Brasil e, por diferentes motivos, o ensino de geometria foi modificado quanto à composição do currículo, aprofundamento e metodologias. A formação dos professores também sofreu mudanças, passando a existir a formação de professores para diversas disciplinas do ensino secundário. Isso fez com que parte dos professores não tivesse acesso aos conteúdos de geometria durante sua escolarização, o que lhes trouxe dificuldades para trabalhá-los em sala de aula. Segundo Pavanello (2009, p. 4), “no que se refere ao ensino de Matemática, observa-se a tentativa de estabelecer a unidade entre vários ramos da Matemática, entregando o ensino da disciplina a um só professor”.

Ainda como exemplo dessas mudanças, a Lei nº 4024/61, das Diretrizes e Bases da Educação Nacional, indicava que nos primeiros anos da escolarização se deveria propiciar o ensino de conhecimentos “úteis ao dia a dia”, sendo a geometria, nesse período, iniciada apenas no 4º ano, com a demonstração das teorias mais importantes, como a geometria plana dedutiva. A geometria desenvolvida em sala de aula na década de 1960, influenciada pelo Movimento da Matemática Moderna¹ (MMM), aconteceu com o uso de livros didáticos, e de acordo com Pavanello (2009, p. 8):

Quanto à geometria, opta-se, num primeiro momento, por acentuar nesses livros as noções de figura geométrica e de intersecções de figuras como conjuntos de pontos planos [...] trabalhá-la segundo uma abordagem “intuitiva” que se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização de teoremas como postulados, mediante os quais se podem resolver problemas. Não existe qualquer preocupação com a construção de uma sistematização a partir das noções

primitivas e empiricamente elaboradas.

Nesse período, a construção da Matemática se deu por meio de elementos como a lógica, teoria dos conjuntos e estruturas algébricas, evidenciando um caráter puramente estruturalista. Uma ênfase no ensino da álgebra e abandono da geometria, que passou a ser ensinada baseada na intuição, sem preocupação com uma sistematização.

Buscando a escolarização de grande parcela analfabeta de sua população, o Brasil experimentou diferentes estratégias, porém, com o reduzido número de escolas e professores, comprometeu a preocupação dos governos com a qualidade desse ensino, gerando certa dualidade no mesmo. Enquanto escolas de elite ensinavam de forma aprofundada, com professores especializados na área, escolas do povo ensinavam o necessário para o cotidiano. Na área de Matemática, por exemplo, dava-se ênfase para as quatro operações e a álgebra, tornando a geometria de difícil acesso às classes populares (Pavanello, 2009).

A partir da década de 1990, novamente, a geometria passou a fazer parte dos conteúdos nos primeiros anos de escolarização. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) reforçam que “a geometria é rica em elementos que favorecem a percepção espacial e a visualização; constitui, portanto, conhecimentos relevantes, inclusive para outras disciplinas escolares” (Brasil, 1998, p. 37).

Os PCN tratam a geometria como “Espaço e Forma” (Brasil, 1998), indicando um avanço no seu ensino, de acordo com essa legislação brasileira. O documento dos PCN trata da importância de trabalhar a geometria de forma prática, buscando compreender não apenas a fórmula, mas a ideia matemática e sua interferência no meio.

A importância dos conhecimentos geométricos na formação dos estudantes, no EF, é destacada pelos PCN. Segundo esse documento:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (Brasil, 1998, p. 56).

Em dezembro de 2017, foi homologada a versão final da BNCC para o EF, dividindo a Matemática, em cada ano, em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística (Brasil, 2018). No EF, a unidade temática geometria:

Envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no

1 O Movimento da Matemática Moderna foi um movimento internacional do ensino de matemática que surgiu na década de 1960 e se baseava na formalidade e no rigor dos fundamentos do ensino e a aprendizagem de Matemática.

espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (Brasil, 2018, p. 271).

Para os anos iniciais do EF, a BNCC (Brasil, 2018) propõe a construção dos pontos de referência, localização e deslocamento de objetos com a utilização de variados materiais, o desenvolvimento de formas geométricas tridimensionais e bidimensionais e suas planificações. Identificação de diferentes polígonos (figuras geométricas planas), estudo de simetrias por meio da manipulação e representação propondo o uso de *softwares e outros recursos*.

Conforme Del Grande (1994), a Matemática desenvolvida na escola básica deve trabalhar variadas experiências visuais de percepção do pensamento geométrico a partir de atividades do cotidiano, elencando, assim, um conjunto de cinco habilidades para esta percepção, sendo elas: coordenação visual-motora; percepção de figuras em campos; constância e percepção; percepção e posição no espaço; percepção de relações espaciais. Essas habilidades são fundamentais para a construção do pensamento geométrico, mas é preciso relacionar essas vivências com os conceitos que permeiam essa área do conhecimento.

A partir da teoria dos van Hiele (1957 como citado em Nasser & Sant’anna, 1998), são propostas ações práticas que auxiliam na identificação de competências e no direcionamento, durante a aprendizagem do pensamento geométrico, em diferentes níveis de compreensão. A intenção é identificar estratégias diversificadas para o ensino, com atividades que atraem a atenção e despertem a motivação dos estudantes.

3 A Teoria dos Van Hiele

O modelo dos van Hiele para desenvolvimento do pensamento geométrico foi criado pelo casal holandês Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geoldof. Teve origem nos anos de 1957, com a conclusão de suas teses de doutorado, em que apresentavam um novo método de ensino baseado no desenvolvimento de pensamento geométrico. No Brasil, sua principal divulgadora, a partir da década de 1990, foi a professora Lilian Nasser, do Projeto Fundação da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

A teoria do casal apresenta cinco diferentes níveis, de forma hierárquica, para a compreensão do pensamento geométrico, com características gerais e particulares, além de cinco fases de aprendizagem para o avanço dos estudantes, por meio desses níveis. O modelo sugere que o estudante avance gradualmente através de cinco níveis de compreensão, sendo que para atingir determinado nível de raciocínio geométrico

precisa passar por todos os níveis inferiores, respeitando a ordem dos níveis (Nasser & Sant’anna, 1998).

Os níveis da teoria dos van Hiele, baseados em Nasser e Sant’anna (1998), são descritos no Quadro 1:

Quadro 1 – Níveis da teoria dos van Hiele

Nível 1 – Reconhecimento: os estudantes identificam as figuras visualmente, apenas por sua aparência, dando nome às formas. Reconhecem, descrevem, comparam e classificam os polígonos por meio de suas formas, mas não identificam as propriedades existentes, desenvolvem um vocabulário geométrico básico, relacionado com objetos e formas do seu cotidiano.
Nível 2 – Análise: os estudantes analisam as propriedades das figuras através de comparação e aprendem a simbologia adequada para descrevê-las, mas não conseguem correlacionar figuras ou propriedades das mesmas. Descrevem um quadrado, por exemplo, utilizando todas as suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos e paralelos. Logo, raciocinam por meio de uma análise informal, a partir da observação e experiência.
Nível 3 – Ordenação ou Dedução Informal: os estudantes estabelecem uma ordenação lógica, fazendo relação entre as propriedades e compreendem as correlações entre as figuras. Nesse nível, não compreendem o significado de uma dedução ou pensam em demonstrações de diferentes maneiras.
Nível 4 – Dedução: os estudantes iniciam o desenvolvimento de sequências mais longas de enunciados e passam a entender o significado da dedução, o papel das hipóteses, teoremas e provas. A realização de conjecturas e esforços iniciais é espontânea. Nesse nível, podem construir provas, não apenas memorizá-las. Demonstram as propriedades dos triângulos e quadriláteros utilizando a congruência de triângulos, por exemplo.
Nível 5 – Rigor: os estudantes possuem a capacidade de compreender demonstrações formais. São capazes de entender as hipóteses que levantam, mesmo na ausência de modelos concretos, assim, a geometria é vista no plano abstrato, sendo considerado de alto grau de complexidade.

Fonte: Adaptado de Nasser e Sant’anna (1998).

Considerando a teoria do van Hiele, este artigo está focado nos níveis 1, 2 e 3, por estarem relacionados aos estudantes dos anos iniciais do EF. A partir dessa teoria, é possível apontar que os estudantes dos anos iniciais podem avançar nos níveis de conhecimento geométrico, do simples reconhecimento para o nível da análise, depois ao da ordenação lógica e para isso, é preciso um planejamento orientado e estruturado por parte do professor, com desenvolvimento de atividades em sequência, a fim de atender as peculiaridades do pensamento geométrico deles.

Isso explica porque estudantes, mesmo com bom desempenho escolar, podem apresentar dificuldades em geometria, uma vez que as vivências adequadas são mais importantes no desenvolvimento dessa área, do que a idade cronológica. Ao se referir à teoria, Nasser & Sant’anna (1998, p. 6) afirmam que:

A teoria dos van Hiele estabelece cinco níveis hierárquicos, no sentido de que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores. Esta pode ser uma explicação para as dificuldades apresentadas pelos alunos, quando são engajados num curso sistemático de geometria, sem a necessária vivência prévia de experiências nos níveis anteriores.

Dessa forma, fica evidente a importância de se trabalhar, desde o início da escolarização, os conceitos de geometria para a construção de um conjunto de conhecimentos que envolvam a linguagem, a observação, a análise e a comparação.

Para que seja possível a construção dos conhecimentos geométricos, sugere-se que o professor parta de elementos presentes no cotidiano dos estudantes, envolvendo-os nesse processo, de forma prática e prazerosa, considerando seus conhecimentos prévios, como também propõe a teoria dos van Hiele.

4 O Papel do Professor no Ensino de Geometria

É fundamental que os professores conheçam o nível de pensamento geométrico em que os estudantes estão. Orientando-se pela teoria dos van Hiele é possível promover essa observação e, assim, propor ações para o desenvolvimento da aprendizagem. Pais (1996) disserta sobre a importância de desenvolver os conhecimentos geométricos, no início da escolarização, a partir de experiências concretas para o desenvolvimento de raciocínio matemático voltado à área de geometria. De acordo com Pais (1996, p. 66), são “[...] quatro elementos fundamentais que intervêm fortemente no processo de ensino e aprendizagem da geometria euclidiana plana e espacial. Trata-se do objeto, do conceito, do desenho e da imagem mental”. Portanto, cabe ao professor considerar esses elementos no seu planejamento, para que aconteça o desenvolvimento do pensamento geométrico pelos estudantes.

Conforme Pais (1996), nos anos iniciais, o termo “objeto” recebe destaque, pois está ligado à manipulação dos materiais concretos, que são utilizados em sala de aula para inserir os estudantes no mundo da geometria. A partir desses materiais, é possível estimulá-los para uma abstração primária dos “conceitos matemáticos” a serem desenvolvidos, devido à sensibilidade humana a tudo que é palpável, estando o “objeto” relacionado ao primeiro nível da teoria dos van Hiele.

Durante as aulas, de acordo com Pais (1996), o uso de “desenhos” presentes em livros e atividades em papel são importantes, pois possibilitam a reflexão epistemológica e didática da aprendizagem geométrica, promovendo uma correlação entre o concreto e o abstrato. Para isso, o professor precisa ter objetivos claros no desenvolvimento de suas aulas, com decodificação de informações geométricas, o que requer conhecimento técnico e pedagógico do mesmo, a fim de extrair dos materiais concretos esses “conceitos geométricos”.

A “imagem mental”, já está ligada a conceitos que perpassam os anos iniciais do EF, devido à complexidade de abstração para promover a sua relação, contando com habilidades mentais que possibilitam o desenvolvimento da geometria, sem o uso de recursos sólidos ou gráficos (Pais, 1996).

Por sua vez, os “conceitos geométricos” devem estar presentes em todas as atividades propostas, pois são construídos, pouco a pouco, na relação entre o mundo físico e a reflexão intelectual, que deve ser enfatizada pelo professor,

ou seja, o conceito se estabelece na comparação entre o mundo das ideias e o mundo físico. Segundo Pais (1996, p. 71), “é neste processo de conceitualização que o aluno lança mão de recursos que lhe são mais próximos e disponíveis, entrando em cena as representações por objeto e desenhos e, posteriormente, pelas imagens mentais”.

Considerando que é preciso partir de experiências, não se pode esquecer-se de estabelecer as relações dialéticas entre a teoria e a prática. Esse processo só é possível a partir da orientação pedagógica do professor, que possibilite uma elaboração conceitual, por meio da materialidade. Nesse sentido, para Pais (1996, p. 97), “[...] faz-se necessário salientar que esta manipulação não pode limitar-se a uma simples atividade lúdica”. Dessa forma, reitera-se a importância do planejamento com atividades dentro e fora da sala de aula.

A partir da teoria dos van Hiele, foram propostas cinco fases de aprendizagem, para auxiliar o professor no desenvolvimento da geometria em sala de aula. Essas fases, de acordo com Nasser & Sant’anna (1998), são fundamentais para o aprendizado em cada nível, pois esclarecem sobre a importância do uso de metodologias de ensino adequadas. No Quadro 2, apresenta-se um resumo dessas cinco fases da teoria dos van Hiele.

Quadro 2 – Fases de aprendizagem da teoria dos van Hiele

Fase 1 - Informação/Inquirição: O professor apresenta o conteúdo que vai ser trabalhado, então estudantes e professor dedicam sua atenção a conversas sobre os conhecimentos prévios sobre este tema. São feitas observações, levantadas questões e é introduzido o vocabulário específico de cada nível. Nessa fase, o professor realiza uma sondagem sobre os conhecimentos anteriores dos estudantes sobre o assunto e esses percebem qual direção os estudos irão tomar a partir do mesmo.
Fase 2 - Orientação Dirigida: Os estudantes exploram o objeto de estudo através de materiais selecionados pelo professor, de preferência materiais concretos. Estas atividades devem revelar gradativamente aos estudantes as estruturas características do nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas, mas estão inseridas em uma sequência.
Fase 3 – Explicação: Com base em suas experiências anteriores, os estudantes devem ser capazes de expressarem suas ideias, suas conjecturas por meio da linguagem oral e escrita. Eles precisam estar seguros para poderem argumentar e se posicionar diante da turma. A interferência do professor deve ser mínima, apenas auxiliando os estudantes a usar de linguagem apropriada, deixando-os independentes na busca da formação do sistema de relações em estudo.
Fase 4 - Orientação Livre: Os estudantes procuram soluções próprias para tarefas mais complicadas, que admitem várias soluções. Desta forma, os estudantes desenvolvem a investigação, propondo muitas relações entre os objetos de estudo e seus conhecimentos, deste modo ampliam o raciocínio matemático e a capacidade de propor relações.
Fase 5 – Integração: O estudante retoma ou resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações. Como consequência, há uma unificação e internalização num novo domínio de pensamento. Nessa fase, o papel do professor é de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações.

Fonte: Adaptado de Nasser & Sant’anna, 1998.

Pautado na teoria dos van Hiele e por meio de atividades adequadas, respeitando os níveis e as fases de aprendizagem, é que o professor deveria planejar suas aulas, para auxiliar na construção do conhecimento geométrico pelos estudantes. Em cada nível do pensamento geométrico, o estudante deveria passar pelas cinco fases de aprendizagem, por isso é necessário que o professor descubra em quais níveis de maturidade geométrica seus estudantes se encontram, para assim, elaborar atividades que diminuam a distância entre os diferentes níveis, que podem ocorrer na mesma turma.

As situações de aprendizagem propostas pelo professor devem ser desenvolvidas com linguagem adequada, além de garantir uma sequência que amplie, gradativamente, o nível de dificuldades, para que o estudante mobilize suas conjecturas e possa encontrar a solução para as atividades que lhe são propostas.

O professor deve iniciar por um nível mais baixo ou o mais próximo atingido pela turma, para que os estudantes possam acompanhar e desenvolver o pensamento geométrico, levando-os a estabelecer relações entre suas experiências ou conhecimentos prévios e o conhecimento trabalhado, direcionando-se para uma aprendizagem significativa. Segundo Moreira (2012, p.2):

Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende.

Quando o professor parte de um nível menos elaborado possibilita a construção de saberes com significado, pois conforme Moreira (2012), o conhecimento significativo só ocorre quando o estudante consegue relacionar um novo conhecimento com seus conhecimentos prévios, o que David Ausubel chamava de subsunção ou ideia-âncora, caracterizado por uma construção não-arbitrária. De acordo com as novas atividades ou interações, ancoradas nos conhecimentos já existentes, o estudante produz estabilidade ou clareza na aprendizagem, o que dará significado a ela.

Acrescenta-se que o ensino de geometria, assim como o de outros conteúdos, não pode ser visto de forma isolada, sem sistematização ou tempo reduzido, pois essa aprendizagem acaba se tornando obsoleta e sem significado. Moreira (2012, p. 4) alerta para o risco de “se um dado conhecimento prévio não servir usualmente de apoio para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos ele não passará espontaneamente por esse processo de elaboração, diferenciação, cognitiva.”

Quanto maior o número de atividades propostas pelo professor e desenvolvidas, respeitando-se as fases de aprendizagem da geometria, conforme a teoria dos van Hiele, em que cada momento é explorado, ao máximo, através de sucessivas interações, pode-se proporcionar, progressivamente, a construção de novos conhecimentos.

Posteriormente, esses conhecimentos irão servir como base para novas aprendizagens, pois modificando e enriquecendo a estrutura cognitiva dos conhecimentos prévios, permite-se a atribuição de significados ao novo conhecimento.

Segundo Moreira (2012) existem duas condições essenciais para construção de uma aprendizagem significativa: a primeira é o uso de material potencialmente significativo (material concreto e situações de aprendizagens relacionadas ao conceito abordado) e a segunda, a predisposição para aprender, onde, não necessariamente, o estudante precisa gostar do conteúdo. Mas, para isso é preciso que o estudante esteja disposto a promover relações:

Por alguma razão, o sujeito que aprende deve se predispor a relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos. Pode ser simplesmente porque ela ou ele sabe que sem compreensão não terá bons resultados nas avaliações. Aliás, muito da aprendizagem memorística sem significado (a chamada aprendizagem mecânica) que usualmente ocorre na escola resulta das avaliações e procedimentos de ensino que estimulam esse tipo de aprendizagem (Moreira, 2012, p. 8).

Para a construção de uma aprendizagem significativa é preciso superar a aprendizagem mecânica, no entanto, esse processo não é natural ou automático. Mesmo que o estudante aprenda, inicialmente, de forma mecânica, a partir da explicação do professor e realize exercícios de acordo com o conceito, não se pode garantir de que no final do processo, a aprendizagem será significativa.

No processo de construção de um conhecimento significativo, o professor deve fazer uso de situações-problema e promover nos estudantes, a conexão com suas experiências prévias. Além disso, precisa estimular a disposição do estudante para que esteja inserido no processo e utilizar um planejamento adequado com materiais potencialmente significativos. Assim, abre-se caminho para ensinar geometria de forma prática e contextualizada.

5 Possibilidades para o Ensino de Geometria

De acordo com a BNCC, a geometria é uma unidade temática da área de Matemática que merece tanto destaque, quanto as demais. A geometria tem sido estudada de acordo com a seguinte classificação: plana, espacial e analítica. Entre os principais objetos de conhecimento de geometria que o documento da base prevê, estão: a localização e movimentação de objetos e de pessoas no espaço, utilizando-se diversos pontos de referência e vocabulário apropriado mediado pelo professor; figuras geométricas espaciais e figuras geométricas planas (Brasil, 2018).

Para estudo desses objetos de conhecimento, é preciso proporcionar atividades de investigação, observação e comparação aos estudantes, com acompanhamento do professor. Propor a observação da sala de aula ou da escola, para localizar formas geométricas que eles já conhecem,

mobilizando seus conhecimentos prévios, além de relacioná-las com materiais concretos, promovendo, ainda, atividades para classificar e comparar, entre outras. É preciso desenvolver atividades que possam sistematizar os conteúdos estudados e para tanto, devem ser planejadas pelo professor, que deve ainda dominar os conhecimentos geométricos em função dos objetivos de aprendizagem estabelecidos. De acordo com Nasser & Sant'anna (1998, p. 52):

A medida que se conhecem as relações entre o tipo de conhecimento e o tipo de habilidade necessária para a assimilação de cada um desses tipos de conhecimento, o professor passa a ter algumas ferramentas para a compreensão dos processos que os alunos utilizam para a efetiva compreensão e resolução dos problemas apresentados ao longo do trabalho com a geometria.

No Quadro 3 se apresenta uma associação entre habilidades da BNCC e os níveis da teoria dos van Hiele, descritos no Quadro 1, com relação ao objeto de conhecimento localização e movimentação, nos anos iniciais do EF.

Quadro 3 – Localização e movimentação X níveis da teoria dos van Hiele

Ano	Habilidades	Nível da teoria dos van Hiele
1º	(EF01MA11) ² Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. (EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.	Nível 1: Reconhecimento
2º	(EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido.	Nível 1: Reconhecimento
3º	(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.	Nível 2: Análise
4º	(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.	Nível 2: Análise

2 Cada habilidade é identificada com um código alfanumérico, cuja composição é a seguinte: o primeiro par de letras indica a etapa Ensino Fundamental, o primeiro par de números indica o ano (1º ano), o segundo par de letras indica o componente curricular (Matemática) e o último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano (habilidade 11).

Ano	Habilidades	Nível da teoria dos van Hiele
5º	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.	Nível 3: Análise

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que a sistematização dessas habilidades previstas para os anos iniciais do EF vai acompanhando, gradativamente, a evolução dos dois primeiros níveis da teoria dos van Hiele: reconhecimento e análise. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), tais habilidades deveriam ser desenvolvidas desde o início da escolarização, utilizando-se do próprio corpo, e explorando a linguagem verbal e não verbal e movimentos, como em frente, para trás, direita, esquerda, entre outros, a fim de desenvolver os níveis da teoria dos van Hiele. Também é preciso propor que as crianças explorem sensorialmente o espaço em que vivem. A partir de questionamentos e problematizações, os estudantes não serão só estimulados a identificar, mas representar sua localização com os elementos que os rodeiam. Observando-se o percurso em passeios, incluindo as placas de trânsito, fachadas de casas, prédios, igrejas, praças, entre outros, podem-se observar linhas retas, curvas, paralelismos, proporção, regularidades, padrões, entre outros elementos da geometria. Segundo Pires, Curi e Campos (2000, p.30):

É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança vai aprender e, desse modo, construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que vai permitir a ela penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, se distanciar do espaço sensorial ou físico.

De acordo com Pais (1996), os registros gráficos e escritos e, até mesmo, com fotos, são muito importantes para compor a imagem mental dos estudantes frente ao aprendizado da localização e da locomoção, além das problematizações, para que eles percebam aspectos, como: objetos mais distantes, desenhos menores, importância dos pontos de referência, ideias de escala, linhas horizontais, verticais, entre outros. Aqueles que desenvolvem atividades com mapeamento no seu cotidiano, conseguem estabelecer relações entre a linguagem simbólica presente nos mapas e compreendem melhor pequenas escalas, sendo ponto de partida para a cartografia.

As ferramentas tecnológicas também são importantes

aliadas em sala de aula. Por meio do aplicativo *Google Maps*, por exemplo, é possível, de forma gratuita, localizar ruas, prédios, cidades ou países, com imagens de cima para baixo, movimentar para aplicar *zoom* ou distanciar. Esses mapas também possuem legendas com as localizações, então, o estudante pode encontrar sua escola, casa ou qualquer outro lugar, endereço ou evento do seu interesse.

Outro recurso tecnológico é o *GeoGebra*, um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra, ou seja, de geometria analítica. Permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta e polígonos; assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um objeto.

O estudo das figuras geométricas espaciais pode partir de atividades com materiais concretos e familiares ao mundo físico, pois a manipulação permite que o estudante formule hipóteses, inferências, observe regularidades, ou seja, participe e atue em um processo de investigação que o auxilia a desenvolver noções significativas.

No Quadro 4 se apresentam as habilidades relacionadas às figuras geométricas espaciais, de acordo com a BNCC, observando-se sua evolução ao longo dos anos iniciais e relação com os níveis da teoria dos van Hiele, descritos no Quadro 1.

Quadro 4 – Figuras geométricas espaciais X níveis da teoria dos van Hiele

Ano	Habilidades	Nível da teoria dos van Hiele
1º	(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.	Nível 1: Reconhecimento
2º	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.	Nível 1: Reconhecimento.
3º	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.	Nível 2: Análise
4º	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.	Nível 2: Ordenação

Ano	Habilidades	Nível da teoria dos van Hiele
5º	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Nível 3: Ordenação

Fonte: Dados da pesquisa.

Identifica-se que as habilidades do objeto de conhecimento figuras geométricas espaciais se relacionam aos três primeiros níveis da teoria dos van Hiele: reconhecimento, análise e ordenação, conforme apresentado no Quadro 4. Nesse contexto, aponta-se a necessidade de atividades com o uso de materiais concretos, para, então, alcançar os avanços nos níveis da teoria dos van Hiele. Ressalta-se que esses materiais precisam estar atrelados ao planejamento do professor, que deve possuir intencionalidades claras. O planejamento precisa levar em conta atividades que estejam em consonância com os níveis do pensamento geométrico e as fases de aprendizagem da turma em questão, segundo a teoria dos van Hiele, a fim de não gerar lacunas na aprendizagem.

O uso de sólidos geométricos e de embalagens variadas, como latas e caixas, permitem estabelecer relações entre as figuras geométricas espaciais e planas. Com esses materiais é possível desenvolver planificações, a construção de formas com o aproveitamento dos triângulos, quadrados, retângulos e outros polígonos, regulares ou não, presentes nas embalagens, que possibilitam a construção de casas, robôs, objetos de arte e outros. As embalagens também possibilitam a planificação em perspectiva, que pode ser realizada a partir de indagações e levantamento de hipóteses, a fim de provocar a investigação, tentativa e erro dos estudantes.

Em relação às figuras geométricas planas, a BNCC propõe o desenvolvimento das habilidades descritas no Quadro 5, fazendo-se, também, sua relação com os níveis da teoria dos van Hiele, descritos no Quadro 1, em cada ano inicial do EF.

Quadro 5 – Figuras geométricas planas X níveis da teoria dos van Hiele

Ano	Habilidades	Nível da teoria dos van Hiele
1º	(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.	Nível 1: Reconhecimento.
2º	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.	Nível 1: Reconhecimento.

3º	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices. (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Nível 2: Análise.
4º	(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.	Nível 2: Análise.
5º	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Nível 3: Ordenação.

Fonte: Dados da pesquisa.

As habilidades do objeto de conhecimento figuras geométricas planas, também se relacionam, gradativamente, aos três primeiros níveis da teoria dos van Hiele: reconhecimento, análise e ordenação. Para que essas habilidades sejam desenvolvidas, é preciso propor ações de manipulação, permeadas pela comunicação e por meio de situações-problema, pois a ação de experimentar estará presente em todo o processo, como pilar para a construção do conhecimento geométrico.

Entre os materiais manipuláveis, destacam-se os geoplanos³. Segundo Gonçalves (2012), no geoplano é possível desenhar figuras, reproduzir formas, propor desafios, identificar lados e vértices com facilidades, completar figuras (simetria), reproduzir em escala (menor, maior) e variar posição com o uso de elásticos de forma rápida e divertida. O registro posterior das atividades pode ser feito, com desenho e na folha quadriculada. O livro “Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos: para crianças de 6 a 12 anos”, de Pastells (2009), propõe, no seu capítulo três, atividades envolvendo o uso de geoplanos com um aumento gradual no nível de dificuldades, estimulando assim a aprendizagem, como propõe o casal van Hiele.

O mosaico⁴ é outro exemplo de material para trabalhar a geometria plana. Pode ser construído com materiais variados, como pedras, madeira ou papel, sendo possível reproduzir sequências envolvendo forma e cor, propor atividades de continuidade ou construção de sequências pelos estudantes. Essas atividades podem incluir desafios e quebra-cabeças, e se apresentar com peças em formas variadas, como quadrados, triângulos e hexágonos. Durante a manipulação desse material, o professor pode chamar a atenção para os vértices, assim como sobrepor as peças e comparar o número de lados ou vértices, identificar figuras congruentes, para construir a compreensão dos atributos das formas.

As mandalas também podem ser observadas e, até mesmo, construídas pelos estudantes, lembrando de observar a regularidade em relação ao centro, o que representa uma simetria radial. Ainda sobre as mandalas, Gonçalves (2012, p.79) acrescenta:

Com forte apelo estético, as cores e o equilíbrio das formas tornam esse material muito atrativo e instigante para os alunos. Assim que as peças são apresentadas, é muito comum que, pela manipulação livre, os alunos percebam algumas relações entre elas e busquem compor figuras, quase sempre buscando algum padrão estético de repetição de formas e cores.

Outra possibilidade é o uso do tangram⁵. Esse jogo é um recurso lúdico, para introdução da noção de superfície, possibilita a análise de distintas figuras geométricas quanto a suas propriedades, pode ser utilizado para compor imagens e representações a partir de movimentações das peças. O tangram também pode ser utilizado de forma interdisciplinar, para contar histórias, representar animais, obras de arte e outros. Essas peças possibilitam a construção de cerca de 1700 figuras de forma criativa, desenvolvendo a percepção espacial. “Pela composição e decomposição das figuras, os alunos passam a conhecer propriedades das figuras relacionadas a lados e ângulos” (Gonçalves, 2012, p.114).

Ainda em relação a jogos envolvendo figuras planas, os “Cadernos do Mathema – Jogos Matemáticos de 1º ao 5º ano” (Smole, Diniz & Cândido, 2007), sugerem os jogos: “Hex”, que explora reconhecimento visual, nomeação de formas onde os estudantes precisam localizar as peças semelhantes; “Bingo das formas”, em que a cartela é composta pela imagem das formas geométricas planas e os dados possuem a descrição das mesmas, e assim, a partir dos atributos, os estudantes devem localizá-las em suas cartelas; “Cartas e propriedades”, no qual o estudante relaciona as cartas das imagens das figuras geométricas com as cartas que possuem as suas características.

Com relação à importância dos jogos durante as aulas de Matemática, Smole et al. (2007, p. 11) reforçam que:

O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando

3 O geoplano é uma base de madeira, com pinos sobre os vértices de cada quadrado de uma malha quadriculada.

4 O mosaico é um conjunto de figuras planas coloridas, que possuem relação umas com as outras, que preenchem uma superfície.

5 O tangram é um jogo de origem chinesa, que se caracteriza por apresentar sete peças básicas, que permitem compor um quadrado. Existem variações, mas o mais comum é o tangram chinês.

bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que são estreitamente relacionadas ao raciocínio lógico.

Também é preciso referenciar que a Arte é um exemplo de trabalho interdisciplinar com a geometria, pois está presente na pintura, escultura, cerâmica, arquitetura, entre outras práticas sociais. O caderno “Geometria”, do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (Brasil, 2014) apresenta os atributos que a Arte mobiliza junto à geometria, pois enfatiza a presença da simetria, harmonia, regularidade, além do uso de elementos geométricos como a perspectiva, perpendicularidade, profundidade, entre outros. “Nas obras de Oscar Niemeyer, por exemplo, podemos observar simetria, as formas geométricas, curvas, retas, retas paralelas e perpendiculares, entre outros aspectos” (Brasil, 2014, p. 30).

Podem-se citar vários pintores que usaram da harmonia de formas e cores para compor suas obras, como Alfredo Volpi (1896-1988), pintor ítalo-brasileiro, Tarsila do Amaral (1886-1973), pintora e desenhista brasileira, Robert Delaunay (1885-1941), pintor francês, e Maurits Cornelis Escher (1898-1972), artista gráfico holandês. Também não se pode deixar de apontar aspectos geométricos que podem ser observados nas comunidades rurais, indígenas e quilombolas, em que a geometria está presente, em suas práticas sociais, como pinturas no corpo, cestarias e artesanato.

6 Considerações Finais

Ao finalizar este artigo, aponta-se a necessidade de o professor conhecer referências teóricas e práticas para promover a construção de conhecimentos geométricos com os estudantes dos anos iniciais do EF. Convém que os professores apropriem-se da teoria do casal van Hiele, que propõe cinco níveis hierárquicos de compreensão do pensamento geométrico (reconhecimento, análise, ordenação ou dedução informal, dedução e rigor), além de cinco fases de aprendizagem (informação/inquirição, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração) para o avanço dos estudantes por meio desses níveis. Também deveria conhecer como se articulam os quatro elementos fundamentais da geometria, segundo Pais (1996): o objeto, o conceito, o desenho e a imagem mental.

Os professores deveriam associar esse conhecimento teórico com as propostas da BNCC, que para a unidade temática geometria, indica um conjunto de objetos de conhecimento e de habilidades para serem trabalhados de forma prática e contextualizada com os estudantes, a fim de desenvolverem competências específicas da área de Matemática e competências gerais.

Também é preciso que os professores tenham conhecimento do conteúdo geométrico para selecionar, construir e sistematizar atividades, enfim, fazer um planejamento

adequado e sistematizado, propondo relações entre conceitos geométricos e o mundo físico, que proporcionem a aprendizagem significativa.

Destaca-se a importância de ensinar geometria por meio de atividades práticas, com o uso de materiais concretos, jogos e tecnologias, a fim de apresentar um caminho para a construção do conhecimento geométrico. Sugerem-se atividades com uso de geoplanos, mosaicos, tangram, maquetes, embalagens, sólidos geométricos e softwares de geometria dinâmica, como o *GeoGebra*.

Por fim, com essas possíveis conexões teóricas e práticas, espera-se contribuir para uma mudança de postura dos professores com relação ao ensino de geometria e para redução das lacunas na aprendizagem de conhecimentos geométricos nos anos iniciais do EF.

Referências

- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. (2014). *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Caderno 5 – Geometria*. Brasília: MEC/SEB.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/SEB.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Del Grande, J. J. (1994). Percepção espacial e geometria primária. In Lindquist, M. M., & Shulte, A. P. (Orgs.). *Aprendendo e Pensando Geometria* (H. H. Domingues, Trad.). São Paulo: Atual.
- Gil, A. C. (2017). *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas.
- Gonçalves, F. A. (2012). *Materiais manipulativos para o ensino de figuras planas*. São Paulo: Mathema.
- Moreira, M. A. (2012). O que é afinal aprendizagem significativa? *Quirriculum*, (25), 1-27.
- Nasser, L., & Sant’anna, N. P. (1998). *Geometria segundo a teoria de van Hiele*. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática – UFRJ.
- Pais, L. C. (1996). Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. *Zetetiké*, v. 4 (6), 65-74.
- Pastells, A. A. (2009). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos: para crianças de 6 a 12 anos*. Curitiba, PR: Base Editorial.
- Pavanello, R. M. (2009). O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, 1 (1), 7-18.
- Pires, C. M. C., Curi, E., & Campos, T. M. M. (2000). *Espaço e Forma: A construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo: PROEM.
- Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico*. Novo Hamburgo: FEEVALE.
- Smole, K. S., Diniz, M. I., & Cândido, P. (2007). *Jogos de matemática de 1º a 5º ano*. Porto Alegre: Artmed.