

## Resultados Obtidos em Situações Parte-Todo por Alunos que Passaram por Diferentes Intervenções de Ensino

### Results Obtained in Part-Whole Situations by Students Who Have Been through Different Teaching Interventions

Raquel Factori Canova<sup>a</sup>; Angélica da Fontoura Garcia Silva<sup>bc\*</sup>; Tânia Maria Mendonça Campos<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Faculdade Sesi de Educação - Fasesp, SP, Brasil.

<sup>b</sup>Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática, SP, Brasil.

<sup>c</sup>Unopar, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Metodologias para Ensino de Linguagens e suas Tecnologias, PR, Brasil.

<sup>d</sup>Pós-doutora em Educação Matemática pela Universidade de Oxford

\*E-mail. [angelicafontoura@anhanguera.com](mailto:angelicafontoura@anhanguera.com)

---

#### Resumo

Este estudo busca analisar comparativamente o desempenho de dois grupos que, após passarem por intervenções – um em situações parte-todo e outro em situações quociente –, resolveram situações parte-todo envolvendo as ideias de ordem e equivalência. Os dados foram coletados com alunos do 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental de uma escola estadual paulista, participante do Projeto Observatório da Educação. A investigação referenciou-se em teorias sobre questões didáticas associadas aos números racionais na representação fracionária. A análise dos dados revelou que, embora as intervenções produzam resultados diferentes, os alunos dos dois grupos, meses após esse ensino, apresentaram desempenhos muito semelhantes. Tal resultado pode revelar que, mesmo tendo contato inicialmente com uma única situação, se essa estiver focada nas ideias que formam o conceito, o aluno conseguirá apropriar-se desse conhecimento e aplicá-lo com sucesso em outra situação.

**Palavras-chave:** Ensino e Aprendizagem. Fração. Situações Quociente e Parte-Todo. Ordem e Equivalência de Frações

#### Abstract

*This study compares the performance of two groups - one in parts-and-whole situations and one in quotient situations - by analyzing how each solved parts-and-whole situations involving concepts of order and equivalence after going through an intervention. Data was collected with students attending the 4<sup>th</sup> and 5<sup>th</sup> grades of elementary school at a Sao Paulo's state school that participates in the Education Observatory Project. The research used theories about teaching issues associated with rational numbers in fraction representation. Data analysis revealed that, although interventions produce different outcomes, the students of both groups showed very similar performances even months after this teaching was applied. Such result can be explained by the fact that, although students may initially experience a single situation - provided it is focused on ideas that formed the concept - this contact will enable them to acquire this knowledge and successfully apply it in different situations.*

**Keywords:** *Teaching and Learning. Fractions, Quotient and Parts-And-Whole Situations. Order and Equivalence of Fractions*

---

#### 1 Introdução

O presente trabalho pretende analisar comparativamente o desempenho de dois grupos de estudantes do quarto e do quinto anos do Ensino Fundamental, que, embora tenham passado por intervenções diferentes, posteriormente resolveram situações parte-todo envolvendo as ideias de ordem e equivalência. Os 150 participantes deste estudo foram divididos em dois grupos: 60 alunos estudaram situações parte-todo e 90 trabalharam com situações quociente. Os dados foram coletados utilizando um único questionário em três momentos distintos: no início da investigação; 45 dias depois – nesse intervalo de tempo, os estudantes passaram por intervenção –; e após cinco meses da intervenção. A esse último momento denominamos “retorno à escola”.

Este estudo está pautado em orientações contidas em documentos oficiais federais, como *Parâmetros Curriculares Nacionais* – PCN (Brasil, 1997) e *Base Nacional Comum*

*Curricular* – BNCC (Brasil, 2017), que propõem que a formação Matemática garantida para alunos brasileiros, desde os anos iniciais, o aprofundamento da noção de número e que, nesse segmento de ensino, os estudantes sejam colocados diante de situações que lhes permitam verificar a necessidade de ampliar o conjunto dos números naturais e compreender o conceito de número racional, “tanto na representação decimal quanto na fracionária” (Brasil, 2017, p. 225). Entretanto, diversos estudos consideram esse um conceito complexo (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983, Kerslake, 1986, Kieren, 1994, Lamon, 2006, Nunes, Bryant, Pretzlik, Evans, & Bell, 2004) e, conseqüentemente, considerado difícil pelos alunos.

Lamon (2006) chama a atenção para o desencanto das crianças com a matemática, iniciado, muitas vezes, nos primeiros anos de escolarização. Ela afirma que comumente os alunos não compreendem as ideias envolvidas no conceito de fração<sup>1</sup> e considera que as perdas que ocorrem

---

1 Neste artigo, optamos por utilizar o termo “fração” para designar os números racionais na representação fracionária, a fim de facilitar a leitura.

devido às lacunas na compreensão conceitual sobre frações, razões e tópicos relacionados são incalculáveis. Da mesma forma, estudos brasileiros, como os de Campos (2011), por exemplo, mostram resultados semelhantes, ao afirmar que o ensino e aprendizagem de frações constituem um obstáculo considerável para professores e alunos, desde o 4º ano do Ensino Fundamental no Brasil, quando esse tema é abordado.

Esses estudos, assim como muitos outros, apontam ser esse um tema difícil. Entretanto, a sua compreensão é muito importante (Behr et al., 1983). Na década de 1980, esses autores já chamavam a atenção da comunidade científica para esse fato. Segundo eles, esse conteúdo envolve, além da perspectiva prática, aspectos psicológicos e matemáticos. Da mesma forma, Lamon (2006) discute a relação entre a compreensão de frações e razões e o raciocínio proporcional, que é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

Ainda no que se refere às dificuldades enfrentadas por alunos em relação a esse tema, Lamon (2006) afirma que isso se deve ao foco dado, no ensino, aos procedimentos, em detrimento da compreensão, o que, segundo seus estudos, afeta

direta ou indiretamente as atitudes de uma pessoa em relação à matemática, gozo e motivação na aprendizagem, seleção de cursos em matemática e ciência, realização, flexibilidade de carreira e até mesmo a capacidade de apreciar plenamente alguns dos fenômenos mais simples na vida cotidiana. (p. xiii [tradução nossa])

Dessa forma, acreditamos que uma investigação em sala de aula sobre o ensino de frações, constituída por três momentos, em que parte dos alunos passa por intervenção com situação parte-todo e os demais trabalham com situação quociente, pode revelar se há ou não contribuição para a compreensão desse tema; e, se houver, pode revelar quanto e de que maneira cada situação contribui. Essa análise será feita duas vezes: logo após as intervenções e cinco meses depois.

Antes de apresentarmos as discussões dos dados coletados nesta investigação, discutiremos, na próxima seção desta comunicação, a relevância do tema e os resultados de outros estudos que contribuem para compreendermos melhor o que se discute a respeito do ensino e da aprendizagem de fração.

## 2 Relevância e Fundamentação

Desde os anos 1990, diversos autores observavam dificuldades encontradas por alunos para o domínio do conceito de fração (Campos, 2011; Campos, Jahn, Leme da Silva, Silva, 1995; Merlini, 2005; Nunes & Bryant, 1997, Rodrigues, 2005; Santos, 2016, Canova, 2013, dentre outros).

O ensino das frações tem sido objeto de considerações várias por parte dos estudiosos: em 1997, Nunes já chamava a atenção sobre a forte tendência, por parte dos professores, para trabalhar o conceito de fração, utilizando principalmente o significado parte-todo. Esse fato também é evidenciado por Canova (2006), Damico (2007), Garcia Silva (2007),

Monteiro Cervantes (2011) e Pinheiro (2014).

Campos (2011) afirma que outros autores, como Streefland (1984, 1997) sugerem que a introdução do ensino de frações pelo quociente oportuniza situações nas quais o aluno apresenta maior compreensão do uso das frações. Estudos mais recentes, como o de Nunes et al. (2007), também indicam que as crianças compreendem melhor o uso das frações pelo quociente do que por parte-todo. Dessa forma, investigar a compreensão dos alunos em situações envolvendo a ideia de quociente parece-nos relevante.

Outra ideia importante analisada neste estudo é a de equivalência. Nunes et al. (2004) consideram relevante investigar como as crianças compreendem tal ideia, pois consideram-na fundamental, uma vez que permite a preparação para a compreensão de noções importantes, como a da proporcionalidade; todavia, os autores afirmam não ser trivial. Eles chamam-nos a atenção ainda para a dificuldade gerada quando se procura encontrar equivalência no campo das frações. Afirmam que, no campo dos números inteiros, usar o mesmo “rótulo” facilita a compreensão, pois, ao afirmarmos, por exemplo, que compramos na feira 4 bananas e 4 maçãs, estamos dizendo que são quantidades equivalentes, uma vez que apresentam o mesmo “rótulo”. O mesmo não ocorre com as frações, pois números escritos da mesma forma podem indicar quantidades diferentes (Nunes; Campos; Magina; Bryant 2005), como, por exemplo,  $\frac{1}{2}$  de um chocolate de 100 g não representa a mesma quantidade que  $\frac{1}{2}$  de um chocolate de 1kg.

Por outro lado, números escritos de maneiras diferentes representam a mesma quantidade, quando se referem a uma mesma unidade. Nesse sentido,  $\frac{1}{4}$  de chocolate representa a mesma quantidade que  $\frac{2}{8}$  de ~~mesmo~~ chocolate. Portanto, assim como os autores, consideramos de fundamental importância as noções de equivalência e de ordem, visto que são necessárias ao desenvolvimento da noção de número.

Voltada também para essa temática, Mamede (2007) realizou uma pesquisa com 30 crianças portuguesas de 6 e 7 anos de idade sobre ideias relativas a equivalência e ordem e também sobre como representar a notação fracionária em situações de quociente, parte-todo e operador. A autora fez intervenções de ensino com grupos de alunos, e cada grupo passou pelo ensino de um tipo de situação. Mamede concluiu haver efeitos diferentes na compreensão das crianças em função do tipo de situação trabalhada.

Campos, Nunes, Costa e Ceragioli (2012), em investigação realizada com crianças do 4.º e do 5.º anos e com alunos do EJA (do 7.º ano do Ensino Fundamental ao 3.º ano do Ensino Médio), admitiram, com base em estudos que analisavam livros didáticos, que esse público já tinha passado pelo ensino de frações com ênfase quase exclusiva no ensino com situações parte-todo, seguido de operador multiplicativo. Porém elas analisaram o índice de acertos em questões envolvendo situações parte-todo e quociente na representação

de frações. Campos et al. (2012) buscavam respostas para as seguintes questões: os alunos percebem diferenças entre as situações, de modo que o desempenho não seja o mesmo? Ou será que, se eles passarem por um ensino focado em situações parte-todo, conseguirão transferir para outra situação, como se fosse a mesma coisa?

Analisando os dados, as autoras perceberam que o índice de acerto das crianças em situações parte-todo é melhor do que em quociente – em média, o acerto em parte-todo é o dobro –; e o percentual de acertos não muda em relação ao ano de escolaridade. Entre os alunos do EJA, houve um aumento significativo no índice de acertos, o que nos faz pensar que tal fato se amplia com o aumento da escolaridade. Os autores inferiram que essa melhora estava associada às experiências escolares dos jovens e adultos. E concluíram que não houve transferência clara do conhecimento de notação aprendido em situações parte-todo para situações quociente em anos próximos ao ensino dessa notação. A implicação teórica desse resultado é que, de fato, do ponto de vista do aluno, as situações não são suficientemente semelhantes para que ele utilize os rótulos numéricos aprendidos, numa nova situação.

### 3 Procedimentos Metodológicos

O estudo aqui reportado, do qual participaram 150 estudantes de uma escola pública do estado de São Paulo, iniciou-se com a aplicação de um questionário inicial, seguida de uma intervenção de ensino. Para tanto, os alunos foram divididos em dois grandes grupos, assim constituídos: 60 alunos passaram por uma intervenção com situações parte-todo e 90 alunos, com situações quociente. Durante a aplicação dos questionários e nas sessões de intervenções, esses dois grandes grupos foram subdivididos em grupos menores, com aproximadamente 15 alunos em cada um. O trabalho em grupo, segundo os PCN (1997), desempenha um papel fundamental no desenvolvimento das capacidades cognitivas, afetivas e de inserção social: as crianças percebem a importância de interagir, explicar o que estão pensando e tentar entender o pensamento do outro aluno, a fim de chegar a um consenso para responder à questão proposta.

A intervenção ocorreu em três dias, num intervalo de 45 dias, a contar da aplicação do questionário inicial. As sessões de intervenção foram realizadas com *slides* feitos no PowerPoint e projetados em uma tela. Foram projetadas apenas figuras coloridas que ilustravam cada situação, e os alunos receberam um caderninho com as mesmas ilustrações, mas em branco e preto, com espaço reservado para registrarem os cálculos e os desenhos que achassem necessários para solucionar os

problemas propostos. O *slide* era projetado na tela, e a questão a ser resolvida era enunciada oralmente aos alunos. Era dado um tempo para eles pensarem e anotarem o resultado.

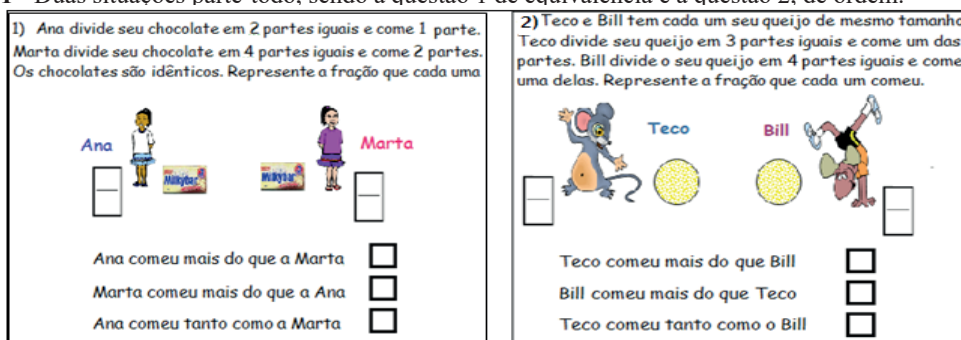
Assim como na aplicação do questionário nos três momentos, esse método foi adotado a fim de evitar dificuldades de leitura que pudessem interferir no desempenho dos alunos para a resolução das questões. Após cada aluno responder individualmente à questão, discutiam no seu grupo. Ao serem questionados sobre a resposta, em geral, respondiam todos em voz alta e ao mesmo tempo. Em seguida, era solicitado que um representante do grupo justificasse a resposta para a turma. Se houvesse diferentes respostas, todas eram apresentadas para sala, e, muitas vezes, antes de a pesquisadora interferir, eles mesmos chegavam a um acordo. Desse modo, em alguns momentos os alunos construíam coletivamente a solução do problema. O tempo aproximado para responder a cada questão foi de sete minutos.

Após os dois grupos terem passado pelas sessões de ensino, foi aplicado o segundo questionário, idêntico ao primeiro. Durante cinco meses após a aplicação do segundo questionário os alunos tiveram ensino regular na escola e, findo esse tempo, num momento de retorno à escola, o questionário foi aplicado pelo pesquisador novamente. Assim, os dados foram coletados nesses três momentos, por meio de um questionário em formato de caderninho, contendo oito questões (quatro envolvendo parte-todo e quatro, quociente).

Para analisarmos comparativamente esses dois grupos, consideramos, para este artigo, duas questões parte-todo. A escolha se justifica, primeiramente, por se tratar de um tipo de situação apontada, desde final da década de 1990 até os dias atuais, como sendo a mais trabalhada nas escolas, principalmente para a introdução do ensino de frações. E também pela existência de estudos, como o de Campos et al. (1995), que indicam que os alunos apresentam maior facilidade em trabalhar com frações unitárias. Além disso, as frações de numerador 1 são mais usuais no dia a dia, principalmente a fração meio. Em relação a tal constatação, Brizuela (2006), Nunes & Bryant (1997), Spinillo & Bryant (1991) e Spinillo & Cruz (2008) discutem a importância do referencial de metade quando a proposta se constitui na quantificação de fração. Em pesquisas nacionais, também temos o trabalho de Canova (2006), que chama atenção para o fato de esse conceito ser formado no cotidiano da criança, como, por exemplo, ao dividir um doce ou ao distribuir brinquedos de forma equitativa.

As questões escolhidas para esse estudo foram:

**Figura 1** - Duas situações parte-todo, sendo a questão 1 de equivalência e a questão 2, de ordem.



Fonte: Os autores.

Ressaltamos que as mesmas questões foram aplicadas nos três momentos. Após o início da investigação, foram realizadas as intervenções, em que cada grupo de aluno teve duas sessões de ensino, de aproximadamente 50 minutos. Em um desses encontros foram estudadas as representações fracionárias e, no outro encontro, os conceitos de ordem e equivalência.

No primeiro dia de intervenção, tanto para os grupos parte-todo como para os grupos quociente, foram apresentados nove slides sobre como nomear frações. No segundo encontro, a ideia foi trabalhar com os conceitos ordem e equivalência em sete slides.

Passado esse momento, as questões foram apresentadas novamente – segunda aplicação do mesmo questionário. Reiteramos que, no intervalo de cinco meses entre essa última aplicação e o retorno da pesquisadora à escola, o trabalho docente transcorreu normalmente. Em entrevista, alguns professores nos confidenciaram que essa temática não foi tratada, já que tínhamos desenvolvido, anteriormente, no momento da intervenção, um trabalho com elas.

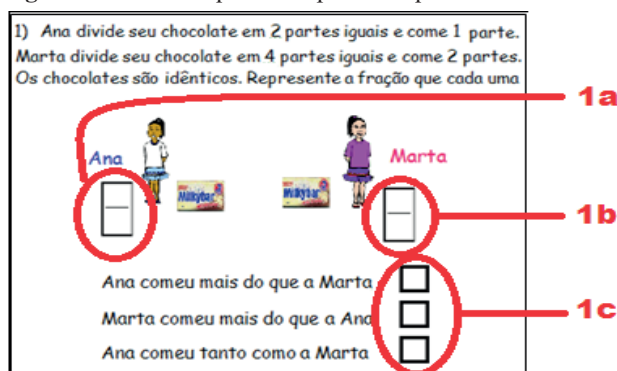
#### 4 Análise e Discussão dos Dados

Nesta sessão faremos a análise comparativa do desempenho de alunos em duas questões parte-todo – uma de equivalência e outra de ordem –, em três diferentes momentos. Vale ressaltar que, em cada questão, o aluno deveria escrever duas representações fracionárias e escolher, entre três afirmações relativas à equivalência ou à ordem, a que considerasse correta.

Para facilitar a compreensão da análise, exporemos os dados referentes a cada questão, analisando primeiro os resultados obtidos nos dois primeiros questionários e, posteriormente, aqueles resultantes dos três questionários.

A primeira questão, aqui exposta na Figura 2, envolve a ideia parte-todo com o conceito de equivalência. A análise da questão é feita pelo percentual de acertos para cada um de seus itens, que nomeamos a, b e c. Os itens a e b referem-se às representações fracionárias, e o item c corresponde à parte em que o aluno assinala a afirmação que considera correta – nesta questão, a ideia de equivalência.

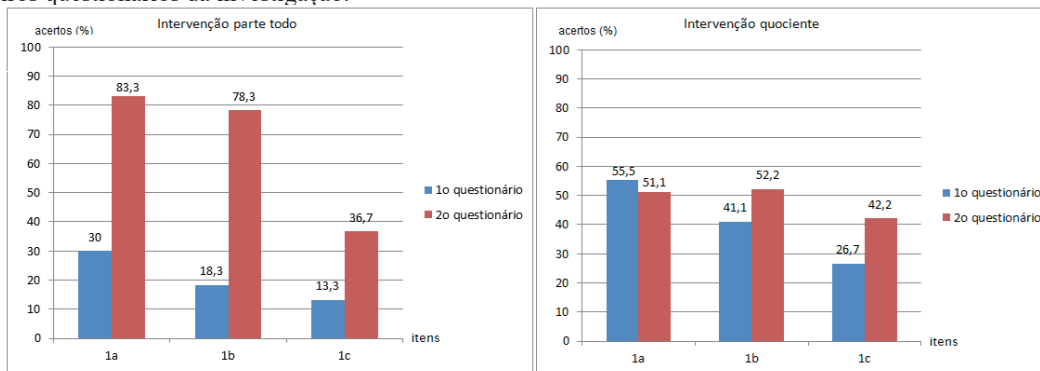
**Figura 2** - Primeira questão exposta no questionário



Fonte: Os autores. acervo pessoal

A seguir, a representação gráfica (Figura 3), contém os índices de acertos dos alunos no primeiro e no segundo questionário, de acordo com a intervenção que receberam.

**Figura 3** - Gráficos da primeira questão, separados pelos grupos de intervenção, os quais apresentam percentuais de acertos nos dois primeiros questionários da investigação.



Fonte: Os autores.

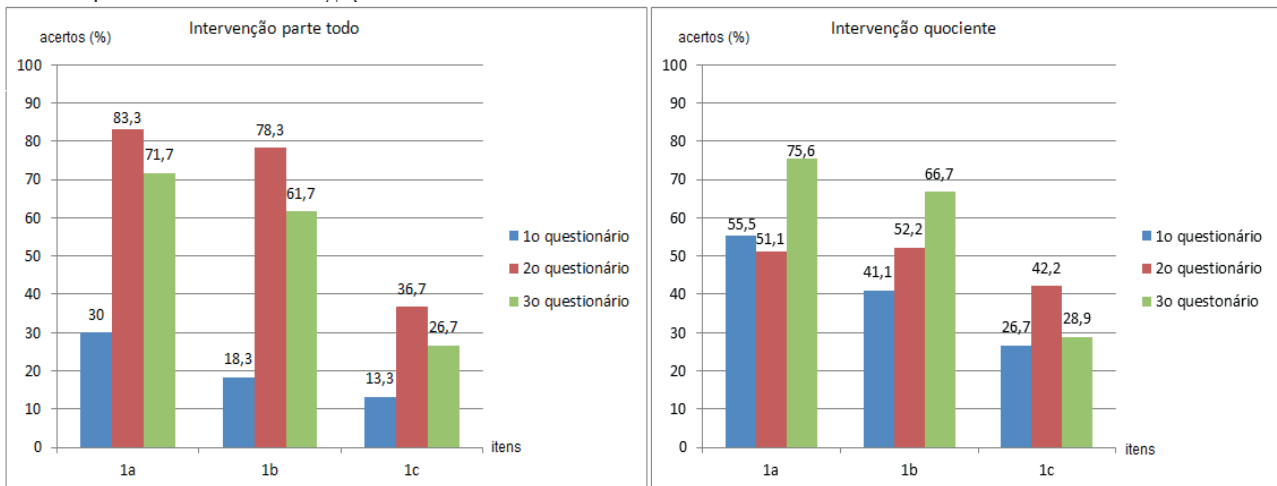
Inicialmente, ao focarmos os resultados obtidos no primeiro questionário, poderíamos inferir que a turma que passou pela intervenção parte-todo demonstrou mais dificuldade inicial, visto que o percentual de acertos em todos os itens dessa questão foi inferior, se comparado com o gráfico dos alunos submetidos à intervenção quociente. Todavia, o mesmo não acontece na outra questão, que será vista mais adiante, em que o percentual de acerto da turma que passou pela intervenção parte-todo, no início da investigação, foi superior ao resultado da turma da intervenção quociente.

A análise do desempenho nesses dois primeiros momentos permite identificar, como se poderia esperar, um avanço maior na turma da intervenção parte-todo, pois essa turma passou por um ensino utilizando também esse tipo de questão. Mas o que nos surpreendeu foi o avanço maior do que 50% no percentual de acertos na representação fracionária (53,3% na representação da fração  $\frac{1}{2}$  e 60% na representação da fração  $\frac{2}{4}$ ). No item que trata de equivalência, o avanço foi mais modesto: 23,4%.

Ainda analisando a Figura 3, é possível observar que, na turma que passou pela intervenção quociente, o ensino parece não ter contribuído a ponto de melhorar significativamente seu desempenho na representação das frações (diminuição de 4,4% na representação da fração  $\frac{1}{2}$  e aumento de 11,1% na representação da fração  $\frac{2}{4}$ ). Mesmo não tendo atingido o mesmo índice de melhora da turma anterior, essa turma, ao contrário do grupo que passou pela intervenção parte-todo, mostrou, no item que trata de equivalência, desempenho melhor do que nas representações: avanço de 15,7%. Analisando esses dados, não é possível afirmar se o ensino com uma situação pode beneficiar ou não a compreensão dos alunos para resolver uma questão com outra situação, mas esse grupo parece ter compreendido melhor a relação de equivalência do que a representação fracionária.

Além desses dois primeiros momentos, também coletamos dados desses estudantes, ao resolver a mesma situação, passados cinco meses da resposta ao segundo questionário da investigação.

**Figura 4** - Gráficos da primeira questão, separados pelos grupos de intervenção, os quais apresentam percentuais de acertos dos três questionários da investigação.



Fonte: Os autores.

Analisando o primeiro gráfico da Figura 4 da turma que passou pela intervenção parte-todo –, fica claro que o percentual de acerto, entre o segundo questionário e o retorno da pesquisadora à escola cinco meses depois, caiu em média 12%. É um índice pequeno e aceitável, pois, no segundo questionário, esses alunos haviam terminado de passar pelo ensino, e alguns alunos podem, sim, ter compreendido as ideias que envolvem esse tipo de situação, enquanto outro grupo de alunos pode ter apresentado uma melhora no desempenho apenas por memorizar procedimentos. Passados alguns meses, os mesmos alunos foram convidados a responder à questão. Procuramos com isso reduzir a possibilidade de acerto baseado somente na memorização de procedimentos.

A análise comparativa entre os resultados obtidos no início da investigação e aqueles registrados no retorno da pesquisadora à escola nos permitiu observar nitidamente a melhora: para as representações de frações, uma média de 42% de ampliação de respostas corretas e, na questão que trata de equivalência, 13,4%.

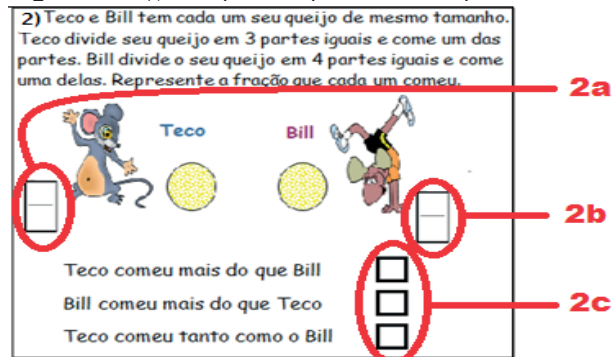
Na turma que passou pela intervenção quociente, o percentual de acertos nos itens que tratam da representação fracionária subiu 24,5% e 14,5%, enquanto, no item relativo à equivalência, houve uma queda de 13,3%. Esse resultado é muito interessante, mas também intrigante. Teria essa melhora do desempenho ocorrido após os alunos assimilarem melhor o que aprenderam na situação quociente e conseguido, portanto, aplicar na situação parte-todo? Essa reflexão cabe também

para o item de equivalência, pois, apesar de ter sofrido uma queda, ele ainda é superior ao índice obtido no primeiro questionário da investigação. E, comparando os três itens em relação aos dados obtidos no início e aqueles coletados no retorno da pesquisadora à escola cinco meses depois, percebemos o avanço no desempenho desses alunos.

Outro aspecto que nos chamou muito a atenção foi a grande semelhança, na comparação item a item, entre o desempenho dos alunos nas duas turmas no questionário aplicado cinco meses depois da realização da intervenção.

Passaremos agora a analisar a segunda questão, ilustrada pela Figura 5. Assim como na primeira, nomeamos os itens como: a, b e c. Os itens a e b referem-se às representações fracionárias, e o item c corresponde à parte em que o aluno assinala a afirmação que considera correta – nessa questão, a ideia de ordem.

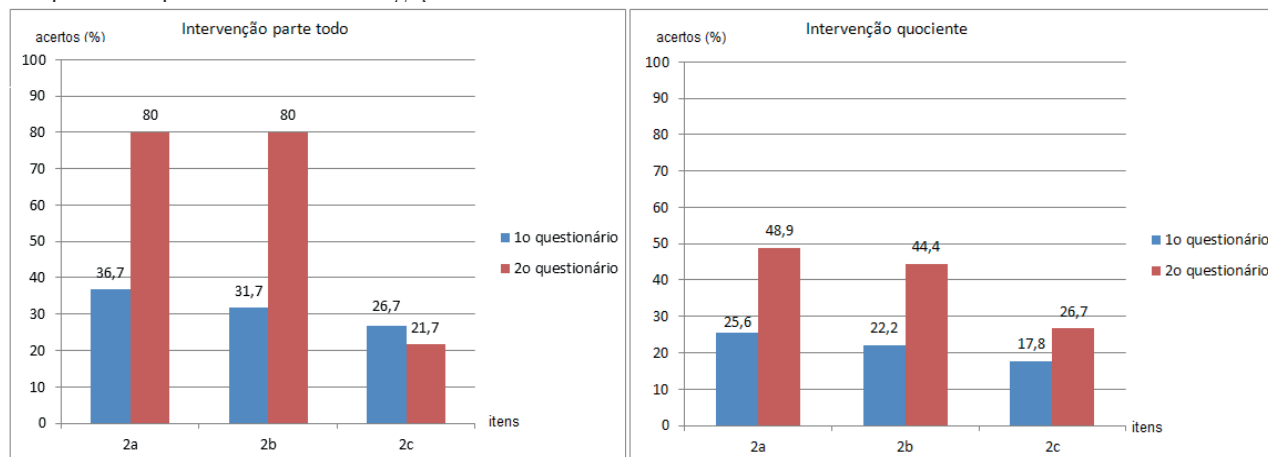
Figura 5 - Segunda questão apresentada no questionário



Fonte: Acervo Pessoal

A Figura 6 apresenta o desempenho comparativo dos alunos no primeiro e no segundo questionário para a segunda questão:

Figura 6 - Gráficos da segunda questão, separados pelos grupos de intervenção, os quais apresentam percentuais de acertos dos dois primeiros questionários da investigação.



Fonte: Acervo Pessoal

Um primeiro olhar às duas turmas revela que o grupo que passou pela intervenção parte-todo iniciou com uma porcentagem de acertos maior que aquele que passou pela intervenção quociente. Esse resultado é contrário ao da primeira questão, na qual a turma apresentou melhor desempenho no início da investigação, com a intervenção baseada no quociente. Ainda assim, não podemos afirmar que, no geral, uma turma já possuísse melhor desempenho que outra.

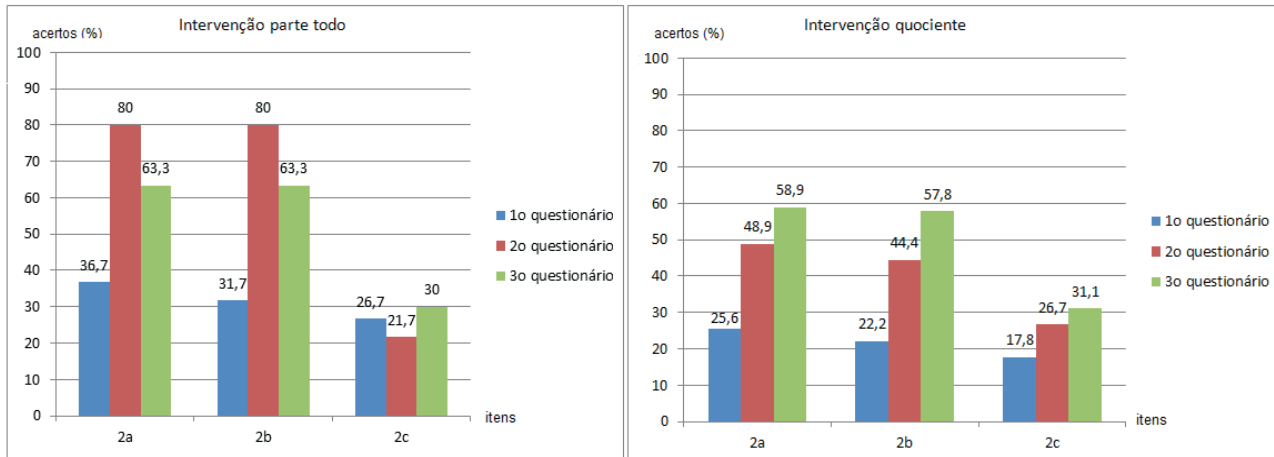
Analisando o grupo que passou pela intervenção a partir de situações parte-todo, nos itens que solicitavam a representação da notação fracionária, o índice de acertos foi maior do que a porcentagem apresentada inicialmente (aumento de 43,3% na representação da fração  $\frac{1}{3}$  e 48,3% na representação da fração  $\frac{1}{4}$ ). Todavia, o mesmo não aconteceu no item que investigava o conhecimento quanto ao conceito de ordem: nele houve queda de 5%. Parece-nos que a intervenção ajudou os alunos a compreender a representação da notação fracionária, porém o mesmo não ocorreu para o conceito de ordem.

Para a turma que passou pela intervenção quociente, o desempenho melhorou em relação ao seu resultado na questão anterior. O índice de acertos aumentou em todos os itens (aumento de 22,7% na representação da fração  $\frac{1}{3}$  e 20% na representação da fração  $\frac{1}{4}$ ). Além disso, diferentemente da turma que teve intervenção com a situação parte-todo, cujo rendimento diminuiu em 5%, a turma envolvida na situação quociente aumentou seu rendimento em 8,9%.

Também para esta questão analisamos, agora com a ajuda da Figura 7, o desempenho dos alunos no retorno da pesquisadora à escola cinco meses depois.

Sob o ponto de vista mais geral, é possível perceber, analisando os gráficos das duas turmas, que, na turma que passou pela intervenção de situações parte-todo, o índice de acertos para a representação da notação fracionária diminuiu; já a turma que recebeu intervenção com situações quociente apresentou crescimento para as mesmas questões. Além disso, as duas tiveram aumento do índice de acertos na avaliação da compreensão do conceito de ordem.

**Figura 7** - Gráficos da segunda questão, separados pelos grupos de intervenção, os quais apresentam percentuais de acertos dos três momentos da investigação.



Fonte: Acervo Pessoal

Na turma que passou por intervenção parte-todo, as duas representações tiveram exatamente o mesmo índice de acertos tanto no segundo questionário da investigação quanto no questionário aplicado pelos pesquisadores, ao retornar à escola. O índice caiu exatamente 16,7% nesses itens e, mesmo com essa queda, a diferença entre o índice do primeiro e o do terceiro questionário é considerada satisfatória, visto que o desempenho aumentou em média 29% nas questões de representação. No item referente à ordenação de frações, apesar de ter havido avanço, o aumento não foi expressivo – apenas 3,3%. Esse comportamento é por nós considerado satisfatório, uma vez que a intervenção teve efeito positivo e contribuiu para melhoria no desempenho dos alunos.

Na turma que passou pela intervenção quociente também observamos melhora no desempenho em todos os itens: aumento de 10% na representação da fração  $\frac{1}{3}$  e aumento de 13,4% na representação da fração  $\frac{1}{4}$ , além de 4,4% para o item que explorava o conceito de ordem. Podemos inferir que a intervenção com situações quociente parece ter contribuído mais para a compreensão do conceito de ordem do que do de equivalência.

Comparando a coleta do primeiro questionário com a realizada cinco meses depois, o avanço foi maior nessa questão do que na primeira – aumento de 33,3% e 35,6% nas representações das frações  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$ , respectivamente, e aumento de 13,3% no item que explorava o conceito de ordem.

Analisando o ocorrido quanto ao desempenho nessa questão, é possível inferir que, para o grupo de alunos investigados, a intervenção realizada com situações quociente contribuiu também para o entendimento das situações parte-todo que questionavam a representação, a ordem e a equivalência.

Assim como na primeira questão, se analisarmos apenas o desempenho dos alunos no questionário realizado cinco meses depois da intervenção, é possível perceber o desempenho próximo nas duas turmas. O Quadro 1 apresenta os índices finais, considerando os dois tipos de situações e as duas

intervenções:

**Quadro 1** - Índice de acerto nas questões 1 e 2 em relação as intervenções.

	Intervenção parte-todo (acerto em %)	Intervenção quociente (acerto em %)
1a	71,7	75,6
1b	61,7	66,7
1c	26,7	28,9
2a	63,3	58,9
2b	63,3	57,8
2c	30,0	31,1

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 1, item por item, podemos afirmar que, independentemente do tipo de intervenção, os resultados das informações coletadas no final do ano letivo foram muito próximos dos anteriores. Nos itens que tratam da representação da notação fracionária, o percentual de acerto foi maior, acima de 57%, chegando até 75,6%; e nos itens de ordem e equivalência, o percentual foi menor, mas acima do que se obteve no início da investigação.

A média de acertos para a representação da notação fracionária dos alunos aqui investigados que passaram pela intervenção parte-todo foi muito próxima àquela obtida pelos alunos sujeitos à intervenção quociente – 65% e 64,75% respectivamente.

Nesse momento consideramos importante refletir sobre a formação e o papel do professor, pois, por meio de uma intervenção baseada nas ideias que constroem os conceitos matemáticos – nesse caso, o conceito de fração –, é possível garantir sua compreensão pelos alunos, quando em situação de ensino e aprendizagem. Tais reflexões são, a nosso ver, necessárias, pois, durante a realização desta investigação, notamos certa “indiferença” dos professores no que se refere ao ensino desse tema, postura que parece ser recorrente em pesquisas brasileiras.

Garcia Silva (2007) e Pinheiro (2014), por exemplo,

investigaram grupos de professores diferentes e perceberam, em seus depoimentos, certo desconforto por não possuírem conhecimento suficiente do ensino de frações, o que os leva a deixar de trabalhar com esse conteúdo.

Professor 4G- Eu sempre deixei assim pra depois, entendeu? [referindo-se ao ensino de fração] Ficava bem para o finalzinho do ano e, para ser bem sincera, para não dar tempo mesmo de trabalhar porque eu não sabia como.... como, geralmente, eu tenho terceiras e quartas séries, é assim: quando você pega a quarta série você fala assim: “Como o aluno vai para a quinta série, e lá na quinta série tem um professor específico dessa área que vai trabalhar melhor do que eu”. Tudo isso, por medo de falar besteira e ensinar errado, entendeu?

Professor 4F Então, antes, antes mesmo a gente nunca trabalhava fração, pois era sempre jogada para o final e nunca dava tempo, aí o máximo que a gente fazia era representar a fração nos desenhos mais simples (Garcia Silva, 2007, p. 239).

Quanto à questão de ordem e equivalência, também houve melhora no desempenho dos alunos, embora menor, se comparado ao ocorrido na representação fracionária. O percentual de acertos, no último momento, também ficou bem próximo nos dois grupos. Esses resultados parecem corroborar diversos estudos que apontam dificuldades dos alunos na aprendizagem desses conceitos (Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Behr, Wachsmuth, Post & Lesh, 1984, Hart, 1986; Kamii & Clark, 1995, Kerslake, 1986).

Sendo assim – considerando esses alunos, essas questões, a intervenção de ensino à qual foram submetidos –, um trabalho com situações focado nas ideias que formam o conceito, e não na memorização de técnicas e procedimentos, pode contribuir para a compreensão do conceito, assim como os alunos que, mesmo tendo passado pela intervenção com situação quociente, conseguiram melhorar o desempenho na situação parte-todo.

## 5 Resultados Parciais da Pesquisa

Os resultados obtidos no segundo questionário, logo após as intervenções de ensino, mostraram que as intervenções produziram efeitos diferentes no rendimento dos alunos: aqueles que passaram pela intervenção parte-todo, no geral, apresentaram um desempenho mais expressivo, embora os demais também se tenham beneficiado do ensino e aplicado em outra situação .o que aprenderam.

Mas o que nos chamou mais atenção foi o resultado do questionário realizado cinco meses após o segundo questionário: os alunos melhoraram o desempenho em todos os itens, e o percentual de acertos em ambas as intervenções foi muito próximo.

Podemos afirmar que, entre os alunos participantes da intervenção parte-todo, o percentual de acerto, relativo tanto às representações fracionárias quanto à questão que envolvia a ideia de equivalência, teve, após a intervenção, grande aumento, o que talvez seja consequência de um efeito imediato. Após alguns meses, esse desempenho diminuiu, embora o percentual tenha sido ainda superior ao resultado obtido

no questionário inicial. Supomos que esse resultado talvez esteja associado ao fato de que esse grupo definitivamente se apropriou da intervenção e de que isso foi adicionado ao trabalho dos professores em sala de aula.

Quanto à questão que envolvia a ideia de ordem, o resultado obtido por esse grupo no segundo questionário – após a intervenção – foi inferior àquele conseguido no questionário inicial; porém o questionário aplicado cinco meses depois mostrou um resultado superior aos dois anteriores.

O grupo que passou pela intervenção quociente também sinalizou melhora no desempenho avaliado logo após a intervenção, em todas as questões, apesar de ser um aumento inferior ao resultado obtido pelo grupo parte-todo.

Nas questões que envolviam a ideia de ordem, ambos os grupos tiveram maior percentual de acertos do que nas questões de equivalência. Mas o que se destacou foi a melhora no desempenho avaliado meses após a realização da intervenção na sala de aula, pois se aproximou bastante do resultado obtido pelo grupo que passou pela intervenção com a situação parte-todo. Esse aspecto nos levou a indagar “Será que o ensino baseado em situações, compreensão de uma situação, e não por procedimentos, pode fazer com que o aluno consiga aplicar o que aprendeu em outra situação?”.

Esse questionamento talvez possa ser esclarecido, se analisarmos as intervenções parte-todo e quociente na resolução de situações quociente. Caso os grupos apresentem melhorias em seus desempenhos nos questionários aplicados depois da intervenção e no retorno da pesquisadora à escola, cinco meses mais tarde, isso pode ser um forte indício de que conseguem apropriar-se do ensino e aplicá-lo em outra situação. Mas essa é uma possibilidade que nos propomos a discutir numa outra comunicação.

## Referências

- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on Mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). New York: Macmillan.
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh, & Landau, M. (Ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91-126). New York: Academic Press.
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T. R., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.
- Brasil. (1997). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª)* Brasília, DF.
- Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – BNCC*. Brasília: MEC-SEF.
- Brizuela, B. M. (2006). Young children’s notations for fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 281-305.
- Campos, T. M., Nunes, T., Costa, N. M. L., Ceragioli, L. (2012) A Representação de Quantidades Menores do que uma Unidade.



- Revista Acta Scientiae, 14, 363-373
- Campos, T. M. M. (2011). Sobre o ensino e aprendizagem de frações. In *13ª Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 2011, Recife.
- Campos, T. M. M., Jahn, A. P., Leme da Silva, M. C., & Silva, M. J. (1995). *Lógica das equivalências*. São Paulo: PUC.
- Canova, R. F. (2006). *Crença, concepção e competência dos professores dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Fundamental com relação à fração* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Canova, R. F. (2013). *Um Estudo das Situações Parte-todo e Quociente no Ensino e Aprendizagem do Conceito de Fração* (Tese de Doutorado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Damico, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental* (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Garcia Silva, A. F. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações* (Tese Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Hart, K. (1986). The step to formalisation. *Proceedings of the International Conference of the Psychology of Mathematics Education 10* (pp. 159-164). London: Institute of Education, University of London.
- Kamii, C., & Clark, F. B. (1995). Equivalent fractions: Their difficulty and educational implications. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 365-378.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's strategies and errors: A report of the strategies and errors in secondary Mathematics project*. Windsor: NFER-Nelson.
- Kieren, T. E. (1994). Multiple views of multiplicative structures. In: G. Harel, & J. Confrey (eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics* (pp. 389-400). New York: State University of New York Press.
- Lamon, S. J. (2006). *Teaching fractions and ratios for understanding – Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2<sup>nd</sup> ed.). Mahawah, New Jersey: Lawrence Erlbaun Associates.
- Mamede, E. (2007). *The effects of situations on children's understanding of fractions* (Unpublished PhD Thesis ). Oxford Brookes University, Oxford: OBU.
- Merlini, V. L. (2005). *O conceito de fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 5ª e 6ª série do Ensino Fundamental*. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Monteiro Cervantes, P. B. (2011). *Uma formação continuada sobre as frações* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.
- Nunes, T., & Bryant, P (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Bell, D., Evans, D., & Wade, J. (2007). La compréhension des fractions chez les enfants. In M. Merri (Ed.), *Activité humaine et conceptualisation* (pp. 255-262). Toulouse: Presses Universitaires du Mirail.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade, J., & Bell, D. (2004, January). *Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching* (pp. 28-31). Paper presented in Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences, Paris.
- Nunes, T.; Campos, T. M. M.; Magina, S.; Bryant, P. (2005). *Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez.
- Pinheiro, M. G. C. (2014). *Formação de professores dos anos iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Rodrigues, W. R. (2005). *Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Santos, R. S. (2016). *Rendimento e estratégias de estudantes concluintes do Ensino Fundamental na resolução de itens de avaliações externas* (Tese Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Spinillo, A. G., & Bryant, P. (1991). Children's proportional judgments: the importance of "half". *Child Development*, 62(3), 427-440.
- Spinillo, A. G., & Cruz, M. S. S. (2008). Crianças usando o referencial de metade e de inteiro na adição de frações. In *Anais do 2º SIPEMAT*, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.
- Streefland, L. (1984). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process (Towards... A theory) Part 1: Reflections on a teaching experiment. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 327-348.
- Streefland, L. (1997). *Charming fractions or fractions being charmed?* In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching Mathematics. An international perspective* (pp.347-372). Hove (UK): Psychology Press.