DOI: http://dx.doi.org/10.17921/2176-5634.2018v11n3p220-235

Formação Continua Centrada em Recursos para o Trabalho Docente: uma Pesquisa no Programa Observatório da Educação

Continuing Teacher Education Focusing on Resources for Teaching Work: a Research in the Program Observatório da Educação

Marinês Yole Poloni[a]; Nielce Meneguelo Lobo da Costa[bc]*

[b]Colégio Dante Alighieri. SP, Brasil.
[a]Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática
[c]Unopar, Programa de Pós-Graduação *Sticto Sensu* em Ensino de Ciências e Saúde. SP, Brasil.
*E-mail: nielce.lobo@anhanguera.com

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa cujo objetivo foi analisar um processo de formação continuada com foco na problematização e na discussão de recursos para a docência em Trigonometria, de modo a impulsionar o conhecimento profissional dos professores participantes. Os recursos didáticos discutidos na formação continuada foram: história da matemática, jogos e tecnologias, tanto analógicas quanto digitais. A fundamentação teórica foi construída a partir dos conceitos de conhecimento profissional de Shulman, de conhecimentos matemáticos para o ensino descritos por Ball *et al* e do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo, no modelo de Mishra e Koehler. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo, com a metodologia de *Design-Based Research.* A formação foi empreendida em São Paulo e composta por encontros quinzenais durante um semestre letivo. A coleta de dados foi feita com sete participantes, por observação direta, gravação dos encontros, aplicação de questionários e entrevistas semiestruturadas, além dos materiais e registros produzidos por eles. A análise foi interpretativa por triangulação de dados. Neste artigo, o foco esteve na discussão de um exemplo de cada categoria de análise: história da matemática, jogos e tecnologias, referente aos recursos didáticos para o ensino. Os resultados indicaram que a formação continuada sobre ensino de Trigonometria subsidiada pelo uso de recursos didáticos auxiliou a ampliação de conhecimento profissional docente dos sujeitos. As atividades que envolveram diferentes recursos para o ensino provocaram discussões que desencadearam reflexões a respeito das práticas de sala de aula, das mediações feitas pelos professores e do próprio conteúdo matemático. A pesquisa revelou que esse tipo de formação continuada pode ser uma alternativa para atender necessidades dos professores do Ensino Médio para o ensino de Trigonometria.

Palavras-chave: Formação de Professores. Ampliação de Conhecimento Profissional Docente. Jogos e Trigonometria. História da Matemática e Trigonometria. Tecnologias e Trigonometria.

Abstract

This paper presents parcial results of a research whose objective was to analyze a process of continuous education which focused on the problematization and discussion of resources for teaching Trigonometry, in order to assist participants in the expansion of professional teacher knowledge. The didactic resources discussed in the continuing education process were: history of mathematics, games and technologies, both analog and digital. The theoretical foundation was built from the professional knowledge of concepts within the meaning of Shulman, mathematical knowledge for teaching described by Ball et al and technological knowledge along the lines of Mishra and Koehler. It is a qualitative research, with Design-Based Research methodology. The education process was undertaken in São Paulo and had seven research subjects who met every two weeks during one semester. Data collection was done by direct observation, recording of meetings, questionnaires and semi-structured interviews, in addition to materials and records produced by them. The analysis was interpretive by triangulation of data. In this paper the focus was on the discussion of an example of each category of analysis: history of mathematics, games and technologies referring to didactic resources for teaching. The results indicated that continuing education on the subject Trigonometry subsidized by the use of didactical resources can assist the expansion of teacher professional knowledge. The activities involving different resources for teaching provoked discussions that caused reflexions about the classroom practices, mediations made by teachers and own mathematical content. The research revealed that this kind of continuing education can be an alternative to meet the needs of High School teachers for teaching Trigonometry.

Keywords*: Teacher Education. Teaching Professional Knowledge Expansion. Games and Trigonometry. History of Mathematics and Trigonometry. Technologies and Trigonometry.*

1 Introdução

Neste artigo apresentamos um recorte de uma pesquisa sobre uma formação continuada centrada na discussão de recursos didáticos para o trabalho docente no ensino de trigonometria e nas possibilidades para a ampliação do conhecimento profissional dos professores participantes. Partimos do pressuposto que os recursos para o ensino, utilizados com a intencionalidade problematizadora, podem auxiliar o professor no seu trabalho docente.

A investigação que subsidia este artigo se alojou no projeto intitulado "Educação Continuada de Professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio: *Constituição de um Núcleo de Estudos e Investigações de Processos Formativos",* financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no âmbito do Programa Observatório da Educação.

A finalidade desse Projeto maior foi o de *"promover e analisar o desenvolvimento profissional de professores de Matemática quando estes estão inseridos em processos de implementação de inovações curriculares e de reflexão sobre as práticas docentes".* (p.1 do projeto 3314)

No projeto, aqui designado Projeto "Observatório da Educação", foi constituído um grupo de formação e pesquisas com a proposta de contribuir para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática, promovendo a reflexão a respeito da implementação de inovações curriculares em suas práticas pedagógicas. Assim, o Projeto teve duas dimensões: a formação continuada e a pesquisa. Na dimensão da formação, foram oferecidos 10 cursos durante o período de 4 anos.

A pesquisa enfocada neste artigo ocorreu no curso "Tópicos de Trigonometria", o último a ser oferecido e foi uma demanda dos professores participantes. Nele foram abordados recursos didáticos que problematizassem o ensino de trigonometria. No caso: o recurso à história da matemática, o recurso aos jogos e o recurso às tecnologias (analógicas e digitais).

2 Problematização e Recursos Didáticos Para o Ensino

Segundo Alder (2000), os recursos didáticos para ensino subdividem-se em materiais, humanos e socioculturais. Os recursos materiais servem para auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem podendo ser objetos do cotidiano do aluno ou objetos próprios para o ensino de matemática; os recursos humanos são aqueles diretamente ligados ao profissional que ensina matemática, ou seja, o professor e suas práticas educativas e os recursos socioculturais são os criados culturalmente tais como a linguagem e o tempo. Nos cursos de formação continuada de professores se deve discutir como problematizar as temáticas em estudo a partir das especificidades dos recursos didáticos no contexto de uso.

Na pesquisa em questão, consideramos os três tipos de recursos para o ensino de Matemática descritos por Alder (2000): os recursos humanos são analisados mediante o conhecimento profissional do professor, que é individual e muito particular; os recursos materiais, também considerados como recursos socioculturais, escolhidos foram: o recurso aos jogos, o recurso à história da Matemática e o recurso ao uso de tecnologias digitais.

Referente ao recurso à história da matemática, vale destacar que seu uso pode oferecer importantes contribuições nos processos de ensino e de aprendizagem, uma vez que a matemática está intimamente ligada à história e o desenvolvimento dos povos, e seu estudo pode evidenciar "necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente" (Brasil, 1998, p.42). O aluno pode, então, a desenvolver atitudes e valores mais favoráveis diante da Matemática.

O recurso aos jogos para ensinar pressupõe que a atividade de jogar é natural no desenvolvimento dos processos psicológicos humanos e envolve relações sociais entre os semelhantes. Os jogos, quando têm como objetivo ensinar, permanecem com suas características natas, de "aprender sem imposição externa" e de demandar concentração, uso de habilidades, normas de conduta e controle. Eles podem desafiar de forma autêntica os alunos, gerar interesse e estimular o raciocínio lógico de forma prazerosa. Assim devem fazer parte da cultura escolar e os professores devem avaliar seu potencial para desenvolver o currículo.

As tecnologias, como elementos da cultura atual, fornecem recursos para o ensino. Calculadoras, *tablets*, celulares, computadores e *softwares* podem ser usados como ferramentas na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Além disso, o uso de ambientes informatizados pode gerar mudança de hábitos levando o aprendiz a uma postura investigativa ao aprender, produzindo conhecimentos, em situações que lhe permitam experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e demonstrar. Os *softwares* de Geometria Dinâmica, por sua animação, podem fazer com que o aprendiz construa, movimente, observe e modifique características das figuras que representadas na tela do computador. Figuras adequadamente construídas podem ser arrastadas mantendo-se os vínculos estabelecidos nas construções, ou seja, preservando-se as relações entre os elementos da figura (invariantes). Entre os softwares de Geometria Dinâmica, destacamos o software livre e gratuito *GeoGebra* que combina geometria e álgebra. Nele o aluno tem a oportunidade de arrastar os objetos construídos e pode testar, levantar hipóteses e perceber regularidades. Os alunos, em aulas informatizadas, podem interagir com seus colegas, com a máquina e com o professor, conjecturar, testar ideias e estabelecer conclusões. Esse software foi utilizado como recurso tecnológico na formação continuada.

3 A Pesquisa

O objetivo geral da pesquisa foi analisar um processo de formação continuada cujo foco foi a exploração e discussão de recursos para a prática de ensino de Trigonometria no Ensino Médio, de modo a auxiliar a ampliação do conhecimento profissional docente.

Nesse sentido, foi considerada a seguinte questão de pesquisa: *"Em que aspectos uma formação continuada, centrada na problematização, com o uso de recursos para o trabalho docente (história da matemática, uso de jogos e uso de tecnologias) pode auxiliar a ampliação do conhecimento profissional docente?"*

Os sujeitos de pesquisa foram sete Professores participantes do curso de formação continuada: Tópicos de Trigonometria que compareceram a todos os encontros do curso. Para preservar a identidade dos participantes de pesquisa, eles receberam as seguintes denominações: Professoras CP, CL, RO, CI e os Professores: MC, RA e RG.

O aporte teórico em pauta no recorte aqui discutido foi construído a partir da Teoria da Base de Conhecimentos (K*nowledge Base Theory*) desenvolvida por Shulman (1986, 1987). Nela, está exposta a base de conhecimentos que um professor deve ter para a docência e agrupados tais conhecimentos em três vertentes: (1) conhecimento específico do conteúdo – *subject matter content knowledge; (2)* conhecimento pedagógico do conteúdo – *pedagogical content knowledge; (3)* conhecimento curricular - *curricular knowledge*

Nesse modelo, Shulman (1986) entende que estas vertentes se referem à organização do conhecimento na mente do professor e à sua compreensão das estruturas em que se organizam os princípios da disciplina que ministra.

Shulman (1986) entende o (i) conhecimento específico do conteúdo – *subject matter content knowledge* - como o conhecimento do conteúdo da disciplina e sua organização. O professor deve compreender a disciplina que vai ensinar a partir de diferentes perspectivas, além de estabelecer relações entre vários tópicos do conteúdo disciplinar e entre sua disciplina e outras áreas do conhecimento. O conhecimento específico do conteúdo requer não apenas um saber do conteúdo por parte do professor; mas, além disso, uma compreensão das estruturas da disciplina que deve lecionar. O conhecimento específico do conteúdo é o necessário para que o professor possa exercer sua função, entretanto só esse conhecimento não é suficiente para o exercício da docência.

Shulman (1986) define o conhecimento pedagógico geral – *pedagogical contet knowledge* – como aquele referente aos princípios e estratégias de manejo e organização da aula que vão além do conteúdo abordado. Significa que o professor tem do conhecimento da disciplina como conhecimento a ser ensinado, suas concepções e crenças incluindo as diversas formas de apresenta-lo e abordá-lo a fim de torná-lo compreensível para os alunos. Em relação ao ensino de Trigonometria, por exemplo, é fundamental auxiliar o estudante a dar significado aos conceitos e a justificar procedimentos e afirmações.

Segundo Shulman (1986) o professor deve conhecer bem seus alunos, suas diferenças culturais e sociais e, dessa forma, procurar modelos de ensino para atingir a todos. Assim, deve ser detentor desse conhecimento mesclado que envolve, além do conhecimento do objeto, o conhecimento de como fazê-lo compreensível ao entendimento de seus alunos de do que torna a aprendizagem de um determinado tópico mais fácil ou mais difícil, inclui ainda o conhecimento do aluno, e de seus conhecimentos prévios. O conhecimento pedagógico do conteúdo é aprendido pelo professor no decorrer do exercício de sua profissão e vai sendo ampliado e aprimorado constantemente.

Para Shulman (1987), o raciocínio pedagógico de um professor, quanto ao conteúdo que ensina, acontece em um processo subordinado tanto aos métodos e estratégias para o ensino quanto aos seus efeitos. Segundo ele, esse processo contém seis fases: compreensão, transformação, instrução, avaliação, reflexão e nova compreensão.

Na fase da compreensão, de acordo com Shulman (1987), espera-se que o professor compreenda criticamente, de várias formas, o que vai ensinar. Para ele, o professor deve entender como determinados tópicos se relacionam entre si, sejam eles da mesma área ou de áreas diferentes, além de compreender os propósitos do ensino da disciplina. Entretanto, segundo o autor, ter essa compreensão do conteúdo e de seus propósitos, não distingue um professor de um outro profissional que utilize ferramentas matemáticas em sua profissão.

A fase da transformação é, segundo Shulman (1987), o ponto forte do amálgama do conteúdo e da pedagogia. Nela, o professor adapta as ideias aprendidas e compreendidas por ele para serem ensinadas a seus alunos. Segundo o autor, é neste processo de adaptação de ideias que reside a essência do raciocínio pedagógico. Aqui, há uma série de atividades a serem desenvolvidas pelo professor, quais sejam: preparação de materiais didáticos e interpretação do texto a ser utilizado; representação das ideias principais na forma de analogias, metáforas, simulações entre outros, (Shulman, 1987).

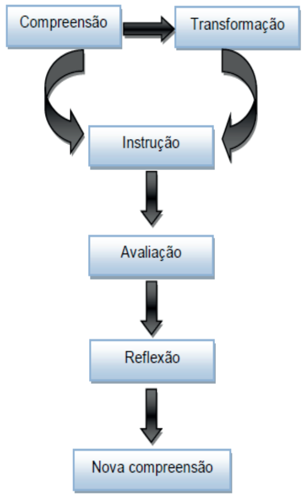
A terceira fase, instrução, decorre das duas fases anteriores e resulta num plano de estratégias para ensinar um conteúdo. Nesta fase estão presentes aspectos pedagógicos como organização e gestão da sala de aula. O autor conjectura que esta fase, a instrução, só acontece, para o professor, quando este compreende o conteúdo e o transforma para ensinar, pois somente com as duas fases anteriores estabelecidas é que as técnicas desta terceira fase tornam-se acessíveis a ele.

A fase da avaliação, para Shulman (1987), deve fornecer ao professor feedback das fases anteriores. Para entender a compreensão de um aluno sobre determinado conteúdo, o professor deve ter uma profunda compreensão tanto do conteúdo ensinado quanto do processo de aprendizagem. Para o autor, a avaliação, como *feedback*, deve atingir também o próprio ensino. Desta feita, o professor terá acesso à fase da reflexão que para o autor, é quando ele revê o ensino e analisa a aprendizagem que ocorreu, quando reflete em grupo ou individualmente e essas reflexões, reencenações e reconstruções do ensino e da aprendizagem são processos em que o professor aprende com a própria experiência profissional.

Após esta reflexão, chega-se à fase da nova compreensão dos propósitos do ensino, dos conteúdos a serem ensinados e também dos processos pedagógicos relacionados. Tal compreensão, segundo Shulman (1987), não é automática, pois demanda estratégias de documentação, análise e discussão. Todas essas fases que compõem o raciocínio pedagógico do professor, não ocorrem obrigatoriamente nessa ordem e nem é necessário que perpasse por todas essas fases, mas a formação de um professor deve contribuir para o gerenciamento desse processo.

A Figura 1 ilustra as seis fases do raciocínio pedagógico de Shulman (1987), elas integram o conhecimento pedagógico do conteúdo, que diz respeito exclusivamente à docência intersectando o conhecimento do conteúdo com o conhecimento pedagógico.

Figura 1 - Fases do raciocínio pedagógico, segundo Shulman



Fonte: Poloni (2015, p. 60)

Quanto ao (iii) conhecimento do currículo – *curricular knowledge*- para Shulman (1986), ele envolve não apenas o conhecimento do conteúdo programático, mas a capacidade que o professor deve ter de fazer articulações tanto laterais (conhecimento do que o aluno está aprendendo em outras disciplinas) quanto verticais (conteúdos que precedem outros) do conteúdo a ser ensinado. O conhecimento do currículo engloba o conhecimento do conteúdo mesclado com o conhecimento dos métodos de ensino sendo, desta forma, um conhecimento de suma importância à formação de um professor, o qual deve conhecer o conteúdo sendo capaz de abordá-lo de formas diferenciadas, estabelecendo conexões entre o tópico que está sendo estudado e outros.

Os estudos de Shulman (1986,1987) abriram caminho para outras investigações sobre conhecimento profissional docente nas mais diferentes áreas, nas décadas posteriores. Em Educação Matemática Deborah Ball e equipe passaram a pesquisar os conhecimentos necessários para a docência em Matemática. Assim, Ball, Thames & Phelps (2007, 2008) Ball *et al* (2008) adotaram como domínios do conhecimento duas das categorias que foram propostas por Shulman (1986), quais sejam: o conhecimento específico do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo.

Para compor a categoria do conhecimento específico do conteúdo de Shulman (1986, 1987), Ball *et al.* (2007) propuseram, como domínios, o conhecimento comum do conteúdo e o conhecimento especializado do conteúdo e, posteriormente, o conhecimento horizontal do conteúdo. Para compor a categoria que Shulman (1986, 1987) denominou de conhecimento pedagógico do conteúdo, Ball *et al.* (2007, 2008) propuseram como domínios, o conhecimento de conteúdo e de alunos e o domínio do conhecimento de conteúdo e de ensino e o domínio do conhecimento curricular que Shulman (1986, 1987) havia denominado como conhecimento do currículo.

Para este artigo, detalharemos os domínios do conhecimento de Ball *et al* (2007, 2008) surgidos neste recorte da pesquisa , quais sejam: (i) o conhecimento comum do conteúdo - *common content knowledge (CCK)*- que diz respeito ao conhecimento que nos permite um “saber fazer” para nós próprios, como por exemplo, na Trigonometria, os engenheiros utilizam as unidades de medida grau e radiano em seus cálculos e sabem dizer se uma medição está correta ou não. (ii) o conhecimento especializado do conteúdo – *specialized content knowledge (SCK)* - diz respeito ao “saber ensinar a fazer”, é um saber que vai além de dizer se algo está certo ou errado, estando apto também a saber o porquê dessa (in)correção, ou também a conhecer formas distintas de representações para um mesmo conteúdo. Envolve também a análise de erros e daquilo que – do ponto de vista da matemática – facilita ou dificulta uma tarefa proposta. Esse é um tipo de conhecimento sobre matemática que é único para a tarefa de ensinar, ele envolve uma forma incomum de pensar sobre a Matemática não requerida em outras tarefas, além do ensino. Como enfatizam Ball *et al* (2008), o professor deve ser capaz de “descompactar” (em inglês, *unpacking*) o conhecimento matemático de forma a torná-lo compreensível ao estudante e fazendo com que se torne produto do raciocínio do aprendiz. Este conhecimento “descompactado” não é equivalente ao entendimento conceitual, mas vai além de uma sólida compreensão do conteúdo. (iii) Conhecimento do Conteúdo e Estudantes – *knowledge of content and students (KCS)* – refere-se ao conhecimento do conteúdo no sentido de saber apontar as dificuldades dos alunos para auxiliá-los em sua aprendizagem. (iv) Conhecimento do Conteúdo e Ensino –*knowledge of content and teaching* (KCT) – refere-se ao conhecimento, relacionado ao conteúdo, que é utilizado nas aulas, tais como decisões de quais sequências de tarefas serão utilizadas para ensinar um conteúdo ou ainda quais exemplos serão escolhidos para iniciar a apresentação do mesmo.

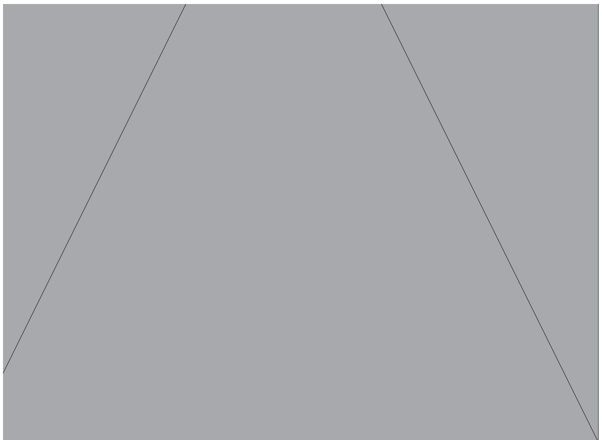
Ball *et al.* (2008) enfatizam que na gestão da sala de aula diversos conhecimentos do professor estão em ação. Por exemplo, ao analisar um erro apresentado por um particular aluno pode estar envolvido o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e dos alunos.

Considerando a acessibilidade às tecnologias, cada vez mais elas são consideradas úteis para ensinar e vem evoluindo a compreensão do conhecimento profissional docente. Gradativamente solicita-se para a docência um novo tipo de conhecimento: o pedagógico tecnológico do conteúdo.

A partir das ideias de conhecimento pedagógico de Shulman, (1987), Mishra e Koehler (2006) focaram seus trabalhos na construção de uma teoria que fosse capaz de descrever os conhecimentos necessários a um professor para a prática pedagógica em ambientes de aprendizagem com tecnologia. A esse conhecimento, os autores deram o nome de Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo TPACK (sigla em inglês para *Technological Pedagogical Content Knowledge*). Segundo esses autores, interagem concomitantemente num ambiente de aprendizagem tecnológico três componentes: tecnologia, pedagogia e conteúdo.

Mishra & Koehler (2006) consideraram a intersecção de conhecimento tecnológico *(TK)*, conhecimento pedagógico (PK) e do conteúdo (CK), do modelo de Shulman (1986) dando origem a um Modelo exposto na Figura 2.

Figura 2 - Modelo de conhecimentos necessários para a docência com tecnologia



Fonte: Adaptado de Mishra & Koehler (2006).

O Conhecimento Tecnológico de Conteúdo (TCK), segundo os autores, está na intersecção entre conhecimento tecnológico e de conteúdo e refere-se a saber usar recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de um determinado conteúdo e é o conhecimento mobilizado pelo docente ao usar a tecnologia para favorecer a aprendizagem dos alunos.

O Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo, TPACK, segundo Mishra e Koehler, refere-se ao conhecimento e entendimento das interrelações entre CK, PK e TK ao usar a tecnologia para ensinar e aprender (Schmidt, Thompson, Koehler, Shin, & Mishra, 2009). Esse conhecimento emerge da interação dos três componentes que o compõem, ou seja, vai além deles quando considerados de forma isolada. É a base para um bom ensino e uma aprendizagem efetiva com o uso de tecnologia o que inclui a compreensão de representações de conceitos usando tecnologia. Entende-se que um bom ensino com uso de tecnologia requer uma compreensão das relações entre tecnologia, conteúdo e pedagogia, desenvolvendo um entrelaçamento destas três principais fontes de conhecimento num equilíbrio dinâmico, ou seja, deve-se assumir o fato de que o ensino, usando as tecnologias digitais, necessita de um forte suporte de conhecimento dos conteúdos, de técnicas pedagógicas eficientes e das tecnologias adequadas para ensinar determinado assunto.

Neste estudo, tendo como guia teórico os modelos apresentados por Shulman (1986/1987), Mishra & Koehler (2006), Ball, Thames & Phelps (2008) para explicar o conhecimento profissional docente observamos os conhecimentos mobilizados e construídos pelos Professores ao longo dos encontros do grupo e buscamos, nos dados coletados, indícios de ampliação do conhecimento profissional.

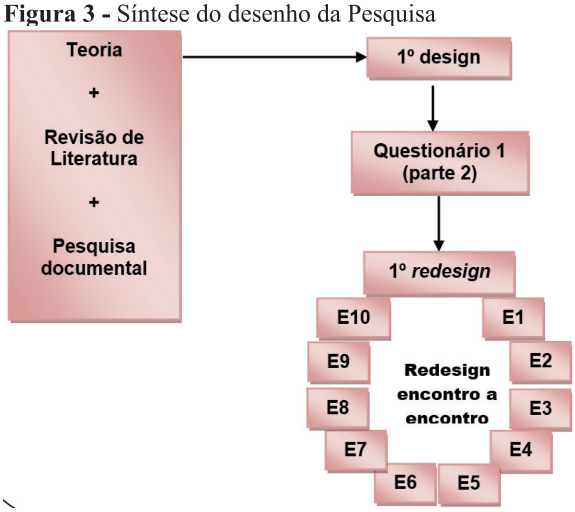
A metodologia da pesquisa foi a qualitativa do tipo *Design-Based Research,* por privilegiar um planejamento flexível e ter o objetivo de investigar fenômenos em seu contexto natural. Essa metodologia procura uma maior compreensão dos contextos de aprendizagem e para isso se apoia em teorias de educação e aprendizagem.

O *Design-Based Research* desenvolve teorias tanto sobre o processo de aprendizagem quanto sobre os materiais que são utilizados para dar suporte à aprendizagem. A natureza da pesquisa é intervencionista e objetiva investigar possibilidades de novas formas de aprendizagem visando mudanças educacionais. A vantagem dessa metodologia é que, a cada experimento, são feitas análises, reflexões e modificações para as próximas intervenções, ou seja, tem-se a chance de um redesign dos próximos experimentos, pois o *Design-Based Research* utiliza os resultados dos experimentos anteriores para preparar o design do próximo experimento, mas é em sua aplicação que se verifica se este último se adequa ao contexto em que se está pesquisando.

Os procedimentos de pesquisa foram os seguintes: (1) Desenvolvimento uma pesquisa documental com foco nos documentos oficiais nacionais relacionados ao ensino de Trigonometria; (2) construção de um processo formativo utilizando recursos didáticos, primeiro design, com a intencionalidade de gerar problematizações; (3) Desenvolvimento do processo formativo com um grupo de professores; (4) Análise dos dados coletados, identificando, no processo formativo, os aspectos que desenvolveram o conhecimento profissional docente.

Enfatizamos que a intencionalidade de criar atividades problematizadoras refere-se a criar situações nas quais os sujeitos pudessem estabelecer relações e conexões tanto entre conceitos quanto entre ideias ou ocorrências.

Figura 3 - Síntese do desenho da Pesquisa



Fonte: Poloni (2015, p.142)

A experiência formativa foi desenhada considerando-se as especificidades dos participantes envolvidos e teve diversos momentos de *redesign* para se adequar às demandas do grupo. Foram dez encontros presenciais, de três horas e meia de duração cada um, ao longo de um semestre letivo.

A coleta de dados, durante a fase de campo, utilizou: entrevistas, questionários, diários de bordo, filmagens e fotografias e foi feita por: observação direta, observação indireta, análise de materiais produzidos pelos participantes, análise dos vídeos dos encontros e dos questionários e diários de bordo.

Ao longo do projeto, os Professores produziram materiais diversos, tais como: relatórios, atividades didáticas, protocolos de observações, fotos e filmes em vídeo que foram utilizados como dados de pesquisa. Tais materiais tinham por objetivo registrar, por escrito, as suas impressões sobre os encontros, suas percepções, observações, inquietações e reflexões a respeito das atividades, dos recursos utilizados e do conteúdo.

Em relação às análises, estas foram feitas utilizando triangulação de dados, que é uma estratégia para comparar os diversos dados coletados e as teorias adotadas, "com o objetivo de identificar e analisar incoerências, contradições ou pontos comuns, alcançando uma visão mais ampla do objeto de estudo. (Mathison, 1988, p.15). Nela buscamos os aspectos da formação empreendida que ampliaram o conhecimento profissional docente dos Professores participantes.

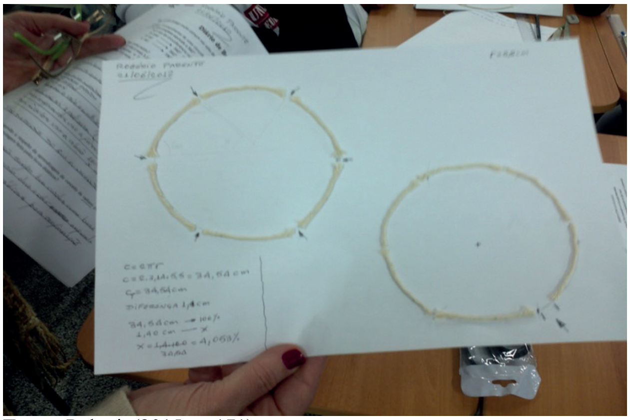
Na pesquisa, foram estabelecidas, a priori, três categorias de análise, por unidades de contexto, quais sejam: história da matemática, jogos e tecnologias; mas, no decorrer da formação, surgiu uma quarta categoria relativa às investigações nas aulas de Matemática, entretanto, para esse artigo, o foco será a discussão das três categorias estabelecidas a priori. Discutimos um exemplo em cada categoria de análise referente aos recursos didáticos para o ensino, a partir dos materiais que deram suporte às atividades desenvolvidas em cada encontro. Na categoria História da Matemática – discutimos o encontro apoiado no texto: Um pouco da história do radiano; na categoria Jogos, o encontro relativo à discussão do Bingo da função seno e na categoria dos recursos tecnológicos, encontro referente a uso das tecnologias digitais.

As análises procuraram, dentro de cada categoria, estabelecer relações entre as estratégias utilizadas pelos Professores, seus comentários a respeito do que fariam para a aplicação em sala de aula e suas propostas para novas atividades dentro da mesma categoria. As categorias organizam a análise e não são estanques, pois um recurso pode permear outros. No texto enfatizamos qual o foco de análise em cada categoria, mesmo que outro recurso esteja presente nas atividades da categoria em análise.

Na categoria *História da Matemática*, identificamos, descrevemos e analisamos as estratégias utilizadas pelos Professores ao reviverem um momento da história da matemática seguindo a linha de raciocínio dos matemáticos da época. Para isso, a estratégia de formação foi fornecer, aos Professores, dois textos voltados à história da matemática para a leitura, discussão e, além disso elaborarmos atividades pautadas na exploração dos mesmos.

No encontro que discutiu o texto: "Um pouco de história do radiano" (ver Anexo I) e desenvolveu a atividade denominada "radiano" na qual os professores construíram, com compasso, uma circunferência de raio qualquer. Com a mesma abertura do compasso, eles dividiram a circunferência em partes congruentes e verificaram quantas partes seriam obtidas. Em seguida, cortaram pedaços de barbante com a mesma medida do raio e colá-los na circunferência, observando quantos pedaços de barbante seriam necessários para tal. A Figura 4 mostra a atividade feita pela professora RO.

Figura 4 - Arcos de um radiano com compasso e barbante



Fonte: Poloni, (2015, p. 171)

Ao discutirem a respeito dessa atividade, constatamos que os Professores concretizaram o conceito de arco de medida um radiano.

> **Professor RG:** "A gente corta o barbante e, qualquer que seja o raio, eu colocarei, na circunferência, seis pedaços e fica um buraco."
> **Professora CL:** "É. Para mim também ficou um buraco."
> **Formadora 1:** "Então quem é o radiano?"
> **Professor RG:** "É o pedaço de barbante com a medida do raio na circunferência, colado na circunferência. É o barbante. Muito legal!"
> **Professor RA:** "Dá para pegar o radiano na mão"
> **Professor RG:** "O aluno... não tem como não entender... Tá aqui ó! **[mostrando o barbante]** é o radiano".(S2)

Esse diálogo, somado às observações feitas pelas formadoras durante a realização da atividade, evidencia o entusiasmo dos professores em explorar arcos com medida em radianos, utilizando o barbante. Concluímos que existiu ampliação do conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986), uma vez que os Professores conheceram um recurso e uma estratégia novos para definir e representar radiano.

As formadoras instigaram os Professores, a continuar a discussão.

> **Formadora 2:** "Então, quanto vale, em graus, um radiano?"
> **Professor RG:** "Uns 57º. Porque tem que ser menos que 60º, pois se colocássemos triângulos equiláteros, teríamos exatamente seis pedaços e o triângulo equilátero tem os ângulos de 60º. Então tem que ser um pouquinho menos." (S2)

Pela resposta do Professor RG, percebemos que a atividade o levou a estimar o valor da medida de um radiano em graus. A partir do raciocínio exposto pelo Professor RG, as formadoras propuseram a construção, com régua e compasso, de uma circunferência com um hexágono regular nela inscrito. Os Professores rapidamente os construíram e então a formadora 1 projetou no telão uma figura como a exposta abaixo que, além do hexágono regular inscrito na circunferência, evidencia uma divisão desse hexágono em seis triângulos equiláteros.

A partir da projeção da figura, foi possível discutir a construção feita pelos Professores. Na sequência da discussão a formadora perguntou:

Formadora 1: "Quando se abre o compasso com o tamanho do raio, traçamos na circunferência 6 pontos. Por que com o barbante fica sobrando um pedaço?"
Professor MC: "É porque a abertura do compasso é reta."
Formadora 1: "Mas com o barbante, seis pedaços são pouco."
Professora RO: "Mas é porque faz a curvinha."
Formadora 1: "E esse pedacinho que fica sem barbante, quanto vale?
Professor MC: "É o "
Professor RA: "Não, é o 0,14 em meia volta"
Professora CP: "É, em meia volta cabem 3 radianos e sobra um pouquinho que é o 0,14 do 3,14 que é o . Por isso dizemos que 180º equivale a rad . Puxa! Isso faz muito sentido agora" (S2)

Assim, por meio dessas atividades e da mediação, ocorreu uma discussão que, se feita em sala de aula com alunos do Ensino Médio, pode levá-los a concluir que o valor de equivale a 180º. Essa potencialidade foi percebida pelos professores.

As falas do diálogo acima evidenciam que houve ampliação não só do conhecimento do conteúdo, mas também do conhecimento especializado do conteúdo, segundo a teoria de Ball *et al* (2008). Para alguns dos Professores, a definição de radiano passou a ter um novo sentido. Entendemos que a vivência dessas atividades pode ajuda-los a "descompactar" o conceito de radiano a fim de ensiná-lo para seus alunos. Por outro lado, pela teoria de Shulman (1986), pode-se dizer que houve ampliação do conhecimento pedagógico do conteúdo, pois entendemos ter sido ressignificado o conceito de radiano pelos Professores participantes de pesquisa (conhecimento específico do conteúdo). Além disso, a atividade pode auxiliar a mudar a visão dos Professores no que tange à forma de representar esse conceito para torná-lo compreensível aos outros.

Analisando a atividade e todas as discussões dela decorrentes, pondo foco no raciocínio pedagógico do professor de Shulman (1987), observamos que aconteceu a primeira fase, qual seja: a compreensão, uma vez que o conceito de radiano tomou, para eles, um novo sentido. Entendemos que os Professores compreenderam o conceito que vão ensinar.

Constatamos que a atividade permitiu discutir a pertinência de uso das unidades de medida de ângulo e arco: grau e radiano, entretanto, em nossa análise, não foi possível concluir o que significou, historicamente, para os Professores, a passagem do grau como medida de ângulo para o radiano.

Formadora 2: "Mas se já temos o grau, por que precisamos do radiano? Só para confundir o aluno?"
[Momento de falas em tom bem baixo]
Professora RO: "Para medir os arcos em centímetros ou em metros."
Formadora 1:"E se eu corro ao redor de uma praça circular de raio, sei lá, 12 metros, dando 20 voltas completas e quero saber quantos metros corri?
Professora CI:"Então... é para isso! Não dá para medir em graus!
Professor RG: "Depende do que quero medir, uso uma determinada unidade."(S2)

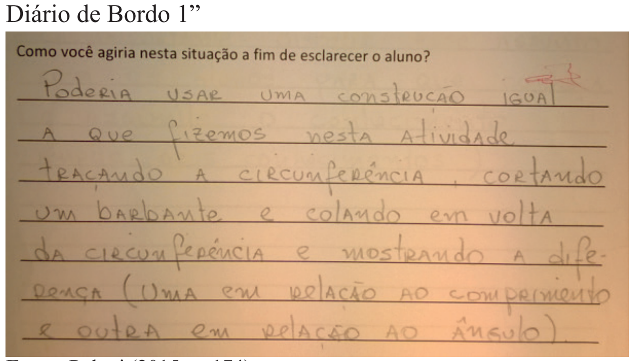
Analisando esse diálogo, constatamos existir uma reflexão sobre as unidades de medida que desencadeou a ampliação do conhecimento comum do conteúdo de Ball *et al* (2008).

Em relação à aplicabilidade dessa atividade, em sala de aula, os Professores acharam-na muito prática, além de entenderem-na como uma atividade propícia a aprendizagem do aluno conforme mostra o diálogo abaixo:

Professora RO: "Eu achei muito legal essa atividade, muito prática para aplicar com os alunos."
Professora CI: "Quando a gente fala de grau e radiano com o aluno ele fica olhando para a gente como se a gente estivesse falando japonês. E a gente quer que o aluno entenda! Então eu achei que essa atividade faz o aluno entender o conceito de radiano. Cortar o barbante é fundamental" (S2)

Analisando as falas acima, constatamos que a Professora CI se preocupada com a aprendizagem de seu aluno e considerou que a atividade o fará entender o conceito de radiano. Entretanto, quando os professores responderam a uma das questões[1] de uma das "Folha Diário de Bordo", relativa a esse encontro, apenas o Professor MC respondeu que utilizaria o recurso aprendido em sua prática de sala de aula. (Figura 5)

Figura 5 -Resposta do Professor MC à questão da "Folha Diário de Bordo 1"


Como você agiria nesta situação a fim de esclarecer o aluno?

Poderia usar uma construção igual a que fizemos nesta atividade traçando a circunferência, cortando um barbante e colando em volta da circunferência e mostrando a diferença (uma em relação ao comprimento e outra em relação ao ângulo).

Fonte: Poloni (2015, p. 174)

Conhecer novos recursos para o ensino não basta para que sejam integrados à pratica e cheguem às salas de aula. É necessário, como estabelece Shulman (1987), que o professor passe por, pelo menos três fases do raciocínio Pedagógico de quais sejam: compreensão, transformação e instrução.

A análise da seguinte questão da folha diário de bordo: *Qual a importância de se discutir, durante as aulas, a unidade de medida radiano para a aprendizagem dos alunos?* levou-

1 Essa questão mostrava uma situação real de sala de aula em que o aluno parecia confuso em relação ao valor de π

nos a concluir que a discussão a respeito de grau e radiano deveria ser retomada para provocar novas reflexões, assim sendo, decidimos que as conversões seriam abordadas no próximo encontro com as estratégias dos jogos e do *GeoGebra*.

A próxima proposta deste encontro continuava a abordar o recurso história da matemática. Nela, os Professores analisaram a abordagem do conceito de radiano em alguns livros didáticos adotados no Ensino Médio. A partir da história da matemática (história do radiano) que foi feita, na formação, a relação com a forma pela qual o livro apresenta esse conteúdo. Assim, foram promovidas discussões para levar à ampliação do conhecimento profissional, além disso, a proposta era a de discutir recursos didáticos para o ensino de tópicos de trigonometria.

Da análise feita pelos Professores, selecionamos o diálogo abaixo:

> **Formadora 1:** "O livro didático também é um recurso que está a nosso alcance. O que vocês acharam da abordagem feita pelos livros didáticos que vimos hoje?
> **Professor RG:** "Servem como base para iniciar o conteúdo. Precisa ter um ponto de partida e esse ponto é o livro."
> **Professora RO:** "Eu gosto quando o livro traz coisas diferentes para a gente fazer, na aula, com os alunos".(S2)

Percebe-se que os professores se sentem seguros em utilizar o livro didático, porém também sentem necessidade de ajudar o aluno a construir o conhecimento com atividades diferenciadas fazendo uso de materiais manipuláveis. Analisando as "Folhas Diário de Bordo" desse encontro constatamos que cinco dos professores responderam que os conceitos devem ser abordados, primeiro, de forma prática e dois deles preferem começar os assuntos pela teoria. Todos consideraram que o livro é um material de apoio necessário e que, juntamente com a prática, favorece a aprendizagem. Houve consenso que o livro não pode ser descartado, mas que a vivência de atividades práticas é fundamental para a aprendizagem dos conceitos.

> **Professora CP**: Eu acho que se o professor começar pelo livro vai entrar logo na conversão de grau para radiano e o aluno vai fazer sem saber o que está fazendo. Já se ele começar com essa atividade do barbante, o aluno, quando estiver convertendo de uma unidade para outra, saberá o que está fazendo. (S2)

Analisando essa fala, constatamos que a professora CP mobilizou tanto o conhecimento do conteúdo e dos alunos quanto o do conteúdo e do ensino ambos de Ball *et al.* (2008), pois ela mostrou ter conhecimento do grupo de alunos com os quais trabalha além de escolher uma estratégia para a introdução do tópico, qual seja: *começar com a atividade do barbante para que quando o aluno estiver convertendo de uma unidade para outra, saberá o que está fazendo.*

Os outros seis professores também escreveram em suas "Folhas Diário de Bordo" uma sequência para trabalhar essa conversão com seus alunos como foi descrito (cinco dos professores responderam que os conceitos devem ser abordados, primeiro, de forma prática e dois deles preferem começar os assuntos pela teoria), apenas o professor RG justificou sua escolha mobilizando o conhecimento do conteúdo e dos alunos (Ball *et al.*, 2008), como fez a professora CP, apesar de ter opinião contrária à colega como mostra o excerto abaixo:

> **Professor RG:** Eu acho o contrário! Conhecendo o aluno que eu tenho, se ele souber a teoria, quando fizer a atividade, vai sentir o que está fazendo e vai firmar o conceito. (S2)

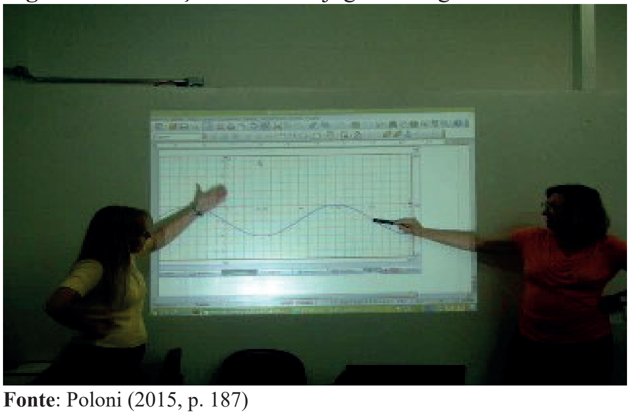
Em resposta a uma das questões de uma das "Folha Diário de Bordo" destacamos que os professores qualificaram o livro didático como um recurso importante e indispensável, entretanto entendem que existe a necessidade de se propor atividades com recursos diferenciados para impulsionar a aprendizagem dos alunos.

Ressaltamos que o uso da História da Matemática como recurso foi considerado difícil para ser levado à sala de aula por alguns dos professores participantes.

Na categoria Jogos, o recorte escolhido para discussão neste texto foi o o jogo de bingo dos senos. Esse jogo foi criado para promover reflexões sobre as mudanças que as constantes reais a, b, c e w podem promover nos gráficos das funções y = a + b.sen (wx + c). Discutidas as regras, os professores participantes passaram a jogar, entretanto apresentaram dificuldades e foram necessárias várias intervenções das formadoras para que marcassem, em suas cartelas, as funções cujos gráficos eram projetados por um *datashow*.

Ao longo do jogo, foram se tornando cada vez mais necessárias as mediações dos formadores para o estabelecimento da correspondência entre o gráfico e a expressão. Características tais como a imagem da função, período e amplitude de cada gráfico exibido e os correspondentes valores das constantes **a**, **b**, **c** e **w** foram discutidas. A figura 6 refere-se à mediação feita durante o jogo de bingo da função seno.

Figura 6 - Mediação durante o jogo de bingo de senos



Fonte: Poloni (2015, p. 187)

Este jogo, apesar de conhecidas as regras, não foi jogado automaticamente pelos Professores, ao contrário, foram necessárias várias intervenções das formadoras para que os Professores marcassem, em suas cartelas, as funções cujos gráficos eram exibidos com o *datashow*.

> **Professora RO:** Essa é **y=sen(x) - 1** !
> **Professor RA:** Como você viu isso?
> **Formadora 1:** O que aconteceu com o gráfico em comparação com o gráfico de y=sen(x) ?

Professores: Desceu... Desceu 1 unidade
Formadora 1: Então... o que se pode concluir?
Professor RA: Esse número que é diminuído é que fez o gráfico descer (S9)

Analisando o trecho acima, entendemos que essa discussão provocou uma mobilização do conhecimento comum do conteúdo, segundo Ball *et al* (2008), dos Professores sujeitos dessa pesquisa. Pela teoria de Shulman (1986), classificamos essa mesma situação como uma mobilização, por parte dos Professores, do conhecimento do conteúdo específico.

Ao longo do jogo, conforme o *datashow* mostrava o gráfico de uma função que deveria ser identificada na cartela do Professor, e cuja expressão algébrica apresentava variações nas constantes a, b, c e w, as mediações foram tornando-se mais necessárias para que os Professores estabelecessem a correspondência entre o gráfico e a expressão. Assim utilizamos também um *flip-chart* para chamar atenção quanto à imagem da função, período e amplitude de cada gráfico que era exibido.

A mediação por meio do *flip-chart* provocou o seguinte diálogo referente ao gráfico que estava sendo exibido:

[o gráfico que estava sendo exibido era o da função y =sen (x) -1]
Formadora 2: Isso muda também a imagem da função
Professor RG: Então vai descer uma unidade na imagem também?"
Formadora 2: O intervalo vai de -2 a 0 (S9)

Outro gráfico foi exibido no telão gerando a seguinte discussão:

[o gráfico que estava sendo exibido era o da função y =sen (2x) +6]
Professor RA: Subiu 6, então é mais 6, a imagem vai de 5 a 7
Formadora 1: Mas não está igual ao gráfico de y=sen(x) ! Olhe aqui no gráfico... No período de 2π, a curva do seno aparece duas vezes. O que acontece, então com a função?"
Professora RO: Esse 2 deixou o gráfico mais estreito
Formadora 1: Então vamos ver qual é o período dessa função?
Professora RO: É . Ah! Pela formulinha tem que ser sen(2x) (S9)

Esse trecho evidencia a mediação constante da discussão durante a realização do jogo. A mediação auxiliou a promover ressignificação dos conceitos de imagem da função, período e, em outro momento da formação, a amplitude recebeu um destaque especial. Entendemos que essa atividade provocou ampliação do conhecimento específico do conteúdo (Shulman, 1986), o que, pela teoria de Ball *et al* (2008), analisamos como a ampliação do conhecimento comum do conteúdo, uma vez que os Professores revisitaram tais conceitos fazendo conexões com os gráficos que eram apresentados.

O jogo continuou e um novo gráfico foi apresentado no telão:

Professora RO: Essa tem amplitude 3 [a função, em questão, era y= 3 sen(x) +1]
Professora CL: Não é seis? Porque a imagem vai de -2 a 4?
Professora RO: Não, está no Caderno! [referindo-se ao material distribuído na rede pública do Estado de São Paulo]. A amplitude vai do início do gráfico até a primeira curvinha. Tenho certeza! (S9)

Neste trecho, novamente, se supõe que houve ampliação do conhecimento comum do conteúdo e foi a primeira vez, durante todo o curso, que os Cadernos (material do currículo do Estado de São Paulo) foram citados espontaneamente por uma das Professoras. Ela citou o Caderno para esclarecer a dúvida a respeito do conceito de amplitude, evidenciando a mobilização do conhecimento do currículo de Shulman (1986), o que, pela teoria de Ball et al, (2008), a mobilização do conhecimento do conteúdo e do currículo.

Neste jogo, os professores perceberam e valorizaram a mediação feita pelas Formadoras como evidencia o trecho abaixo:

Professor RA: O jogo é muito interessante, mas não consegui jogar sem a ajuda das formadoras."
Professora RG: É porque esse jogo requer muitos conceitos.
Professor RA: Então, mas sem a intervenção, nós não estávamos conseguindo... Só a RO. E para ela era tudo tão normal... Eu aprendi agora com a ajuda das formadoras. Com todos esses comentários. Nunca tinha visto assim. (S9)

Esse excerto evidencia, novamente, a ampliação do que, segundo Ball *et al* (2008), poderíamos classificar de conhecimento comum do conteúdo e o que Shulman (1986) classifica como conhecimento do conteúdo específico. Entretanto, desta vez, a mediação das formadoras mostrou-se fundamental para que houvesse aprendizagem por parte dos professores, ou seja, apenas o contato com os objetos que estavam sendo estudados, não fez com que os professores conseguissem jogar. Foi necessária a intervenção na ZDP dos professores para que a ampliação dos conhecimentos acima citados acontecesse.

Passando a analisar o jogo de bingo, aplicado durante a formação, pela ótica do raciocínio pedagógico do professor, Shulman (1987), contatamos que todos os sujeitos de pesquisa passaram pela fase da compreensão, pois houve o entendimento da mudança que as constantes a, b, c e w provocam no gráfico da função y=a +b.sen(wx +c).

Nesse momento trazemos dois trechos das entrevistas dos professores RA e RG que dizem respeito ao uso de jogos. Vale ressaltar que tais entrevistas aconteceram após um ano de findo o curso e, portanto, os professores tiveram tempo e espaço para a aplicação de atividades relacionadas aos recursos que foram vivenciados durante o curso. O trecho a seguir é parte da entrevista feita com o professor RA.

Formadora 1: E quanto aos jogos ? Você tem aplicado em suas aulas?
Professor RA: Eu usei jogos em outra ocasião e um pouco diferente. Eu acho que, dependendo do jogo, o aluno tem que ter um pouco de conhecimento do conteúdo para poder jogar. Eu usei jogos em duplas e eu fiz duplas sendo que um sabia mais que o outro para poderem se ajudar. E eu acho que precisa ter uma recompensa, porque o jovem gosta de desafios e se o jogo vale uma caixa de chocolates para o primeiro lugar eles vão se sentir mais estimulados
Formadora 1: E como foi? Eles gostaram? Aprenderam?
Professor RA: Sim, creio que sim. Eles gostaram com certeza, quanto ao aprendizado... foi bom... um ajudou o outro como eu queria que fosse.(ERA)[2]

2 Utilizamos a sigla ERA para identificar a entrevista feita com o Professor RA.

O professor RA declarou que usa jogos em suas aulas para estimular a cooperação entre os alunos propondo que um deles, o mais experiente, auxilie o outro. Pudemos constatar que o Professor RA, para além da motivação, percebeu que uma das vantagens da utilização de jogos em sala de aula é favorecimento da socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe.

Na entrevista do professor RG, essa mesma pergunta gerou o seguinte diálogo:

> **Formadora 1:** E quanto aos jogos ? Você tem aplicado em suas aulas?
> **Professor RG:** Eu usei jogos, mas não de cartas. Fiz uma coisa mais simples porque eu não tinha tempo. Então eu fiz um **STOP** de mudanças de medidas de graus para radianos.
> **Formadora 1:** Como é isso?
> **Professor RG:** Eles se viram para traz e eu coloco 10 itens em radianos para transformar em graus. Quando eu dou a ordem, eles se viram e começam a escrever.... tem que copiar e transformar... Quem acaba primeiro grita **STOP** e todos têm que parar. Na outra rodada, eu dou 10 itens em graus e eles têm que transformar para radianos
> **Formadora 1:** Deu resultado? Eles gostaram?
> **Professor RG:** Muito. Eles realmente aprenderam, fixaram direitinho. Eles gostaram... riam... estavam de bem com a vida... [...] e tinham concentração... faziam silêncio... buscavam rapidez para ganhar... Ano que vem vou repetir isso. Foi muito bom! (ERG)[3]

Constatamos que o professor RG utilizou um jogo de STOP, na sala de aula, para transformação de medidas de graus para radianos e vice-versa, mostrando-se satisfeito com o resultado a ponto de querer repetir a experiência no ano seguinte. Analisando esse fato, entendemos que o professor RG percebeu vantagens no uso desse recurso, além da motivação, uma delas seria a fixação de conceitos já aprendidos.

Analisando o raciocínio pedagógico, Shulman (1987), dos professores RG e RA, pudemos constatar, pela entrevista, que ambos passaram pelas fases da transformação, instrução, avaliação e reflexão, sendo essas duas últimas fases feitas durante a entrevista.

Ambos os professores adaptaram as ideias aprendidas e compreendidas para ensinarem a seus alunos. Eles elaboraram e prepararam o jogo que foi o recurso selecionado para ensinarem determinado tópico, ou seja, fase da transformação, Shulman (1987). Ambos também passaram pela fase da instrução que resultou numa estratégia para ensinar um determinado conteúdo, sendo que essa fase envolveu a gestão da sala de aula que foi diferente para cada um dos dois professores. Pela entrevista feita com os eles, pudemos constatar que enquanto o Professor RA fez duplas para que houvesse colaboração entre os pares, o Professor RG optou por um jogo individual onde os participantes viravam-se para traz e depois voltavam-se para frente para transformarem os 10 itens selecionados antecipadamente por ele.

Quanto à fase da avaliação, constatamos, pela entrevista, que os dois Professores avaliaram positivamente a aprendizagem de seus alunos quando o recurso por eles utilizado foi o jogo.

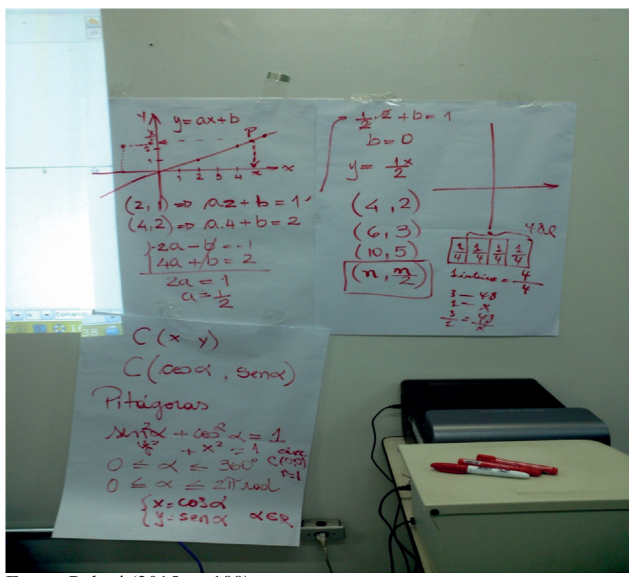
Quanto à fase da reflexão, pudemos constatar que o Professor RG recapturou bem os momentos e sentimentos vividos pelos seus alunos durante a atividade e mostrou-se disposto a repeti-la no ano seguinte.

Na categoria Tecnologias, destacamos que durante a formação continuada foram utilizadas tecnologias digitais e analógicas. Algumas tecnologias analógicas tais como: compasso, régua, transferidor, livros didáticos e etc. serviram às atividades relativas ao uso do recurso à História da Matemática e foram analisadas naquela categoria.

A estratégia na formação continuada foi elaborar atividades que fizessem uso de tecnologias digitais, no caso, o computador e o *software GeoGebra*, em todos os encontros do curso "Tópicos de Trigonometria". Para este artigo, escolhemos a atividade de construção do gráfico y=sen(x) no *GeoGebra*. Essa atividade envolveu programação no *software*, pois optamos por não utilizar a caixa de entrada digitando f(x)=sin(x) uma vez que nosso objetivo era que houvesse uma discussão a respeito da associação entre o gráfico da função e sua representação algébrica. Para que essa construção fosse feita, pelos professores, era necessário o conhecimento de que um ponto qualquer do gráfico dessa função é do tipo. Dessa forma, a estratégia foi iniciar a atividade mostrando-lhes, no *flip-chart*, o gráfico de uma função linear. Solicitamos aos professores a identificação da função e a expressão geral de um ponto sobre a retaque passava por (2 , 1) e (4, 2).

A Figura 7 mostra o *flip-chart* com a estratégia usada pelos professores para resolver o problema:

Figura 7 - Resolução do problema proposto



Fonte: Poloni (2015, p. 188)

Observamos que, em relação à expressão algébrica da função, os professores partiram da expressão geral de uma função afim.

3 Utilizamos a sigla ERG para identificar a entrevista feita com o Professor RG.

As falas abaixo evidenciam os comentários relativos às estratégias utilizadas pelos Professores para a resolução desse problema:

Professora CL: É uma reta... função do primeiro grau.... y=ax +b

Professor MC: Então... pegamos dois pontos do gráfico e substituímos: a.2+b=1 e a.4+b=2 e aí você multiplica por -1 a primeira e soma com a segunda.

[A Formadora 1 foi escrevendo, no *flip-chart*, o raciocínio dos Professores. Depois de alguns minutos...]

Professora RO: Agora temos a função. Os alunos fazem assim

Professor RG: Então temos os pontos (10,5) ; (6,3) e etc.

Professora CL: Os meus também fazem exatamente assim. (S6)

O diálogo acima somado ao raciocínio feito pelos professores e mostrado nesta última figura, evidencia o conhecimento comum do conteúdo dos professores nesse tópico, entretanto, como formadoras, imaginávamos que os professores responderiam de imediato qual era a função cujo gráfico havia sido esboçado no *flip-chart*, ou seja, não estávamos esperando um caminho tão longo. Contudo, como podemos ler, no diálogo acima, as professoras RO e CL comentaram que seus alunos teriam esse raciocínio e, como foi a professora CL quem deu o *start* ao raciocínio do grupo, pudemos concluir que, provavelmente, os Professores resolveram o problema proposto pensando no raciocínio dos alunos; ao menos isso ocorreu com duas das Professoras, sujeitos de pesquisa. Tais falas evidenciam que estas duas professoras mobilizaram o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, Ball *et al.* (2008).

A formadora continuou com a problematização:

Formadora 1: E como seria um ponto genérico dessa função?

Professor RG: Um ponto genérico?

[Comentários em voz baixa]

Formadora 1: Eu quero uma representação dos pontos dessa função que seja escrita com letras

[Tempo...]

Professora CL: "n e "

Professor RG: É... é porque é metade" (S6)

Dando continuidade às atividades, a formadora 1 pediu aos professores que construíssem o gráfico da função f(x)=sen(x).

A estratégia de cada professor foi a de tentar generalizar as coordenadas de um ponto dessa função.

Professor RG: Quando o ponto está aqui, x=1 e y=0. Quando está aqui, x=1 e y=0.

Formadora 1: Certo, RG, mas você tem que generalizar para que a função seja traçada, no *GeoGebra*.

Professor MC: y é a variável dependente e x é a independente.

Professora RO: O y tem que ser seno de alguém.

Formadora 1: Podemos usar . O *GeoGebra* entende essa variável independente.

Professor RG: Vai ser: G(.

Formadora 1: Isso. (S6)

Os professores, a partir dessa constatação, conseguiram construir o gráfico utilizando o software *GeoGebra*.

A partir do momento em que os professores conseguiram generalizar as coordenadas do ponto da função f(x)= sen(x), como sendo do tipo P(, foram capazes também de construir os gráficos de outras funções trigonométricas autonomamente.

Professor RG: Dá para fazer qualquer gráfico... todos que a gente quiser, até, por exemplo,. Qualquer função dá certo. (S6)

Constatamos que o recurso à tecnologia foi relevante durante este encontro havendo, para os professores sujeitos de pesquisa, ampliação do conhecimento tecnológico do conteúdo de Mishra e Koehler (2006), uma vez que a programação do *GeoGebra* a fim de traçar os gráficos de funções trigonométricas era evidentemente desconhecida para todos eles.

As reflexões feitas, a respeito das coordenadas dos pontos que programaram o *GeoGebra* para traçar o gráfico de f(x)= sen(x),podem ser apreciadas pelo trecho do diálogo abaixo:

Formadora 1: Como é que vocês acham que os alunos vão se sentir ao vivenciar essa atividade que vocês fizeram agora?

Professor RG: "Acho que a curva do seno eles vão perceber, mas a localização dos pontos nos eixos, fica difícil.

Formadora 2: Mas se olhar a curva, aqui o seno é positivo e está crescendo, aqui é positivo e está decrescendo, já aqui embaixo...

[a formadora estava comparando a curva da função com os quadrantes do ciclo trigonométrico]

Professor RG: Ai é negativo e as duas partes serão negativas. Ah!

Formadora 2: E você acha que eles percebem isso?"

Professora RO: Eu acho que os alunos percebem sim. Se você mostrar como ela **[a formadora 2]**fez, pelos quadrantes, o aluno vai perceber que vai dar o ciclo todinho. Eu mesma nunca fiz assim.

Formadora 2: Se a gente movimentar o ponto F na circunferência, vocês acham ele vai relacionar com a movimentação do outro ponto na curva?

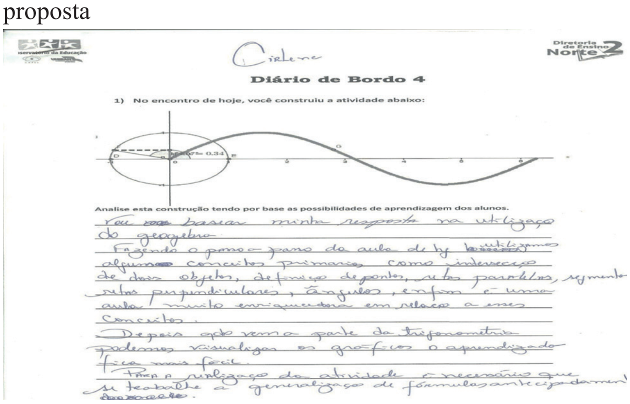
Professora CI: Vai sim. Eu também enxerguei melhor assim... pelos quadrantes e fiz a conexão. (S6)

Analisando as falas dos professores, constatamos que eles consideraram a movimentação permitida pelo *GeoGebra* um fator importante para auxiliar o aluno a relacionar cada arco do ciclo trigonométrico com o valor de seu seno, ou seja, pode auxiliar o aluno a visualizar a curva da função f(x)=sen(x). Além disso, por essas falas, pudemos constatar que os professores relacionaram a curva da função y= sen(x) com o ciclo trigonométrico naquele momento, pela primeira vez. Isso nos fez concluir que a mediação da Formadora 2 e o *GeoGebra* levaram à ampliação: (i) do conhecimento comum do conteúdo de Ball *et al.* (2008) pela associação direta entre o ciclo trigonométrico e a curva da função y=sen(x) quadrante a quadrante; (ii) do conhecimento específico do conteúdo de Shulman (1986), pois constatamos que os professores compreenderam esse tópico por uma perspectiva diferente e estabeleceram uma relação entre as diferentes representações; (iii) do conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo de Mishra & Koehler (2006), pois constatamos a percepção dos professores quanto ao uso da tecnologia, neste tópico, a fim de favorecer a aprendizagem dos alunos apresentando o conteúdo de maneira mais estimulante e ajudando-os a estabelecer relações entre o ciclo trigonométrico e o gráfico da função y=sen(x) quadrante a quadrante e (iv) do conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986), pois envolve outras opções metodológicas, outras formas de representar o objeto de estudo a fim de torná-lo compreensível para o outro.

Por outro lado, analisando sob a luz do raciocínio pedagógico de Shulman (1987), constatamos que neste episódio aconteceu apenas a primeira fase: compreensão, pois nela, de acordo com Shulman (1987), espera-se que o professor compreenda criticamente, de várias formas, o conteúdo que vai ensinar. Segundo o autor, o professor deve entender como determinados tópicos se relacionam entre si, e, nesse episódio, os professores fizeram a relação da curva da função y= sen(x) com o ciclo trigonométrico.

Numa das "Folhas Diário de Bordo" deste documento, a professora CL analisa possibilidades de aprendizagem para os alunos. (Figura 8).

Figura 8 - Análise da Professoras CL sobre a atividade proposta


Cirlene

Diário de Bordo 4

1) No encontro de hoje, você construiu a atividade abaixo:

Analise esta construção tendo por base as possibilidades de aprendizagem dos alunos.

Vou basear minha resposta na utilização do geogebra.

Fazendo o passo-a-passo da aula de hj utilizamos alguns conceitos primarios como intersecção de dois objetos, definição de pontos, retas paralelas, segmento retas perpendiculares, ângulos, enfim é uma aula muito enriquecedora em relação a esses conceitos.

Depois que vem a parte da trigonometria podemos visualizar os gráficos o aprendizado fica mais fácil.

Para a realização da atividade é necessário que se trabalhe a generalização de fórmulas antecipadamente.

Fonte: Poloni (2015, p.215)

Analisando as palavras da professora CL, constatamos sua percepção quanto ao fato de que o conhecimento de geometria é requisito fundamental para que possam ser construídos conceitos trigonométricos. Ela escreve, na primeira linha, que iria basear sua resposta na utilização do *GeoGebra*, ou seja, todos os conceitos citados por ela foram revisitados por meio do recurso tecnológico. Vale a pena ressaltar que a professora CL nunca havia utilizado *softwares* para o ensino de Trigonometria por não os conhecer. Ela passou a conhecer *softwares* educacionais após iniciar os cursos oferecidos no projeto Observatório da Educação, ou seja, comparando o perfil dessa Professora com sua habilidade em fazer as atividades propostas, com o uso do *GeoGebra*, até aquele encontro, podemos inferir que houve ampliação do conhecimento tecnológico do conteúdo Mishra & Koehler (2006) uma vez que a professora escreveu a respeito dos conteúdos de geometria plana que foram revisitados com a utilização de um recurso tecnológico. Ela também se refere ao fato de que, com esse recurso, "o aprendizado fica mais fácil" mostrando ter compreendido o impacto do uso da tecnologia para o ensino deste tópico em específico.

A análise desse encontro nos fez entender que a discussão a respeito da investigação em matemática deveria ser abordada na sessão seguinte e, para isso, escolhemos o texto de João Pedro da Ponte: *Investigar, ensinar e aprender.*

A discussão sobre tal texto se estendeu por quase toda a sessão 7, e inesperadamente, o professor RA nos contou que havia utilizado recurso tecnológico em suas aulas de Trigonometria, pela primeira vez, naquela semana.

O relato da experiência do professor RA ao grupo foi a seguinte.

> **Professor RA:** Eu penso um pouco diferente. Acho que a gente tem que tentar. Os diretores normalmente apoiam iniciativas de aulas diferentes. Lá na escola onde eu trabalho, tem um mural de fotos que fica exposto. Eu até vou aparecer nele daqui a alguns dias... Depende muito da gente também.
> **Formadora 1:** Nossa... esse incentivo é importante! Você usou algum recurso deste curso com seus alunos? Ou usou de outros cursos passados?
> **Professor RA:** Usei os arquivos do *GeoGebra* que salvei em *pen drive*. A aula era de Trigonometria.
> **Formadora 1:** E ai? Como foi? Os alunos gostaram?
> **Professor RA:** Os alunos gostaram muito! Eles até pediram uma segunda aula e eu os levei lá no auditório, porque só lá é que temos o *data show*. Eu também gostei muito e achei que os alunos entenderam mais porque eles viram o seno e o cosseno no ciclo trigonométrico. O retorno deles foi muito positivo, mas eu tive que improvisar. Deixei um aluno no computador enquanto eu explicava. (S7)

Comparando essa situação com o perfil do Professor RA[4],concluímos que houve ampliação do conhecimento profissional desse Professor, iniciando pela ampliação do conhecimento tecnológico do conteúdo, Mishra & Koehler (2006). Entendemos que o professor RA além de ter ampliado o conhecimento profissional em vários episódios que já foram descritos, aplicou atividades do curso com seus alunos. Para isso, ele precisou fazer adaptações, uma vez que na escola em que trabalhava, não havia laboratório de informática.

Analisando todos esses fatos, constatamos que, para o professor RA, houve ampliação do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo de Mishra & Koehler (2006), pois ele pôde utilizar o conhecimento de diferentes tecnologias em prol do ensino para obtenção de resultados positivos na aprendizagem dos seus alunos. Pela teoria de Ball *et al.* (2008), pudemos constatar que houve mobilização tanto do conhecimento do conteúdo e de ensino, uma vez que o professor RA escolheu uma estratégia, uma sequência didática e um recurso associados ao ensino de um conteúdo de Trigonometria, quanto do conhecimento especializado do conteúdo, uma vez que, para ensinar a seus alunos o objeto Trigonométrico, ele necessitou "descompactá-lo". Analisando essa situação pela teoria de Shulman (1986), pudemos constatar que houve mobilização do conhecimento pedagógico do conteúdo já que o professor RA demonstrou segurança no conhecimento específico do conteúdo a ponto de utilizar um recurso nunca antes utilizado por ele, adaptando-o para a realidade de sua escola, além de modificar o gerenciamento da aula.

4 O perfil do professor RA indicava que ele tinha conhecimentos de informática (conhecimento tecnológico, Mishra e Koehler, 2006) desde a sua graduação, entretanto, nunca havia utilizado *softwares* educacionais, apesar de conhecer alguns deles, porque o colégio onde trabalha não dispunha de laboratório de informática à época desta pesquisa.

Analisando tal situação pelo viés do raciocínio pedagógico do professor, Shulman (1987), podemos inferir que, pela primeira vez neste processo formativo, as seis fases descritas pelo autor aconteceram: (i) compreensão: o professor RA compreendeu criticamente e, de várias formas diferentes, o conteúdo que iria ensinar; (ii) transformação: o Professor RA adaptou as ideias aprendidas e compreendidas por ele para serem ensinadas a seus alunos, pois ele escolheu as atividades do curso que seriam mostradas aos alunos e selecionou um recurso para o ensino, qual seja o tecnológico, mais precisamente o *GeoGebra*; (iii) instrução: o professor em questão elaborou uma estratégia para ensinar o conteúdo e organizou a sua turma num local diferente tendo que mudar a gestão da sala de aula.

As outras fases foram observadas graças ao seguinte diálogo que surgiu por conta da curiosidade dos outros professores, sujeitos de pesquisa e da formadora:

> **Formadora 1:** Você fez alguma avaliação para ter um *feedback* do aprendizado dos seus alunos durante essa aula?
> **Professor RG:** Os alunos gostaram?
> **Professor RA:** Avaliação escrita, não. Nem planejei isso, mas posso dizer que eles entenderam melhor, pela participação deles durante a aula. Eles realmente estavam vendo o seno e o cosseno e estavam entendendo. Posso dizer isso porque sempre dei esse conteúdo na lousa e... foi diferente... Eu sei que eles gostaram e entenderam o que eu expliquei...
> **Professora RO:** A gente sabe quando o aluno está entendendo ou não só pelas carinhas deles". (S7)

A análise desse diálogo nos remete à fase (iv) do raciocínio pedagógico do professor, qual seja: avaliação: o professor RA, não fez uma avaliação escrita, entretanto, ele conhecia seus alunos e analisou, durante a aula, suas falas referentes às explicações dadas e suas expressões faciais concluindo que a aprendizagem daquele conteúdo foi satisfatória. Pela teoria de Ball *et al* (2008), podemos verificar que o professor RA mobilizou seu conhecimento do conteúdo e dos alunos e o verbalizou no diálogo acima. Os outros professores, que também opinaram, concordaram com o professor RA dizendo que observar os estudantes durante as aulas é fundamental para perceber se a aprendizagem está acontecendo ou não e, dessa forma, tomar decisões a respeito do recurso a ser utilizado para que a aprendizagem aconteça. A fase da avaliação não engloba somente a aprendizagem do aluno, mas também o próprio ensino que foi avaliado, pelo professor RA, como bastante satisfatório.

A quinta fase do raciocínio pedagógico do professor de Shulman (1987), é a reflexão que, segundo o autor, pode ser feita individualmente ou em grupo. Neste caso, a reflexão aconteceu durante a nossa sessão e, ao contar para o grupo como foi a sua experiência, ele pôde refletir e recapturar os eventos ocorridos durante a sua aula.

A última fase do raciocínio pedagógico do professor não apareceu neste momento da nossa pesquisa, mas veio de uma fala da entrevista do Professor RA que foi feita após um ano do término do curso. Trazemos essa parte da entrevista, nesse momento, para continuar com o encadeamento lógico das ideias deste trabalho.

> **Formadora 1:** O que te motiva a fazer cursos de formação continuada?
> **Professor RA:** O que me motiva, em primeiro lugar, é a realização pessoal. Quanto mais conhecimento eu tiver, maior a possibilidade de ajudar os meus alunos a serem pessoas melhores... mais cultas. Se eu não estudar e buscar aprender mais, como é que eu vou ensinar meus alunos? Os alunos estão mudando. A juventude é diferente da minha época. Se eu ficar parado no tempo como vou ajudar o meu aluno a aprender de uma maneira eficaz? E eles precisam aprender para ter uma vida melhor. O fato de ter estudado mais fez com que minhas aulas mudassem... É... minhas aulas, hoje, são muito melhores! Eu consigo fazer com que meus alunos argumentem de forma coerente e aprendam com significado aquilo que eu estou ensinando. Isso me deixa muito feliz e satisfeito. (ERA)

A fase do raciocínio pedagógico do professor que Shulman (1987) elencou por último é a compreensão dos propósitos do ensino, dos conteúdos a serem ensinados e também dos processos pedagógicos relacionados aos conteúdos. Na entrevista feita com o professor RA não apareceram todos esses itens, entretanto pudemos constatar que esse professor sempre entendeu que o propósito do ensino, para ele, é ajudar o jovem a aprender, ser uma pessoa melhor e mudar sua vida, visto que esse é um dos motivos pelos quais o professor RA costuma participar de cursos de formação.

Voltando à sessão em que o professor RA conta ao grupo como foi a sua aula, pudemos constatar a sua satisfação com o resultado final, pois, a seu ver, ele tornou o conteúdo compreensível ao entendimento de seus alunos tanto que, segundo ele, seus aprendizes pediram outras aulas com essa metodologia por terem gostado muito da experiência.

A fala abaixo refere-se a mais um trecho da entrevista com o professor RA:

> **Professor RA**: Hoje, eu uso o *GeoGebra* que foi o que eu aprendi lá no curso e o curso me deu um emprego num momento difícil que eu estava passando...Minha proposta para o laboratório de informática foi ensinar matemática usando o *GeoGebra*. E a diretora aceitou e me contratou. Eu fiquei muito feliz! (ERA)

O professor RA declarou que suas aulas têm maior qualidade por conta dos cursos de formação continuada de que participa. A melhor qualidade de suas aulas faz com que o professor RA se sinta satisfeito e motivado a buscar mais cursos a fim de aprimorar seu conhecimento profissional. Vale ressaltar que o professor RA não tinha o hábito de utilizar *softwares* de Geometria Dinâmica em suas aulas e, segundo ele, o curso "Tópicos de Trigonometria" deu-lhe confiança inclusive para assumir um novo emprego com uma nova proposta.

Esse fato somado ao perfil do professor RA e a todos os episódios que envolveram o recurso tecnologias em que o professor RA teve uma presença marcante, evidenciam a ampliação do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo de Mishra & Koehler (2006), pois, em nossa análise, constatamos que o professor RA passou a ensinar Matemática com o uso de tecnologias, uma vez que sua sala de aula é o laboratório de informática.

> **Formadora 1:** Você usou a trigonometria nesse seu novo emprego?
> **Professor RA:** A construção que a gente fez no curso. Aquela que tem o ciclo trigonométrico com o seno e o cosseno, lembra? Então, o professor do 9º ano me pediu para mostrar o seno e o cosseno para eles e eu usei essa atividade e foi muito bom.
> **Formadora 1:** E os alunos gostaram?
> **Professor RA:** Sim eles entenderam bem porque viram o ponto se movendo na circunferência e os valores do seno e do cosseno aparecendo nos eixos. Eles viram os gráficos e eu ensinei a montar o ciclo.
> **Formadora 1:** Eles fizeram a construção?
> **Professor RA:** Sim. Primeiro eu mostrei o arquivo. Depois eu fui orientando a turma e eles construíram o ciclo. Marcaram o seno e o cosseno com cores diferentes como nós fizemos no curso. Eles aprendem mais quando constroem a figura. (ERA)

A confiança demonstrada pelo professor RA foi grande o bastante para levá-lo a ensinar uma turma de 9° ano a fazer construções no *GeoGebra*. Essa situação nos levou a constatar que, para o Professor RA, houve ampliação do conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo, uma vez que ele mobilizou conhecimentos matemáticos, tecnológicos e pedagógicos e ainda mais, mostrou ter entendimento das relações entre a tecnologia, a pedagogia e a matemática na aprendizagem de seus alunos.

A fala abaixo refere-se a um trecho da entrevista com o professor RA:

> **Formadora 1:** Durante o curso, vocês fizeram uma atividade problematizadora na qual vocês deveriam construir o gráfico da função f(x)=senx, programando no *GeoGebra* e, depois, vocês acabaram criando os gráficos de f(x)=cosx, f(x)=tgx,f(x)=cotgx e vários outros sem que eu tivesse pedido. Você procura problematizar algum conteúdo com seus alunos?
> **Professor RA:** Eu considero que eu tenho dificuldades em Trigonometria e o curso me ajudou muito, me ajudou a ter uma visão melhor do conteúdo. Muitas coisas eu sabia, mas a forma como foi dado no curso, me fez ter uma visão diferente dos conceitos. Isso me ajudou muito. (ERA)

O professor RA declarou ter dificuldades quanto ao conteúdo de Trigonometria e que o curso o ajudou muito. Na percepção do professor RA o curso ampliou seu conhecimento profissional, particularmente o conhecimento comum do conteúdo, como explicam Ball *et al* (2008). Em sua visão, os recursos utilizados durante as atividades, o fizeram reconstruir conceitos trigonométricos.

5 Conclusão

A análise dos dados permitiu concluir aspectos relativos aos recursos didáticos utilizados durante a formação continuada que auxiliaram a impulsionar o conhecimento profissional. Quanto ao *recurso História da Matemática,* a leitura e discussão dos textos relativos à História da Matemática e a imediata aplicação em atividades práticas com uso de tecnologias analógicas ou digitais promoveram reflexões a respeito do ensino de Trigonometria e das práticas dos Professores, sujeitos de pesquisa. Dessa forma, entendemos que a articulação entre teoria e prática pode auxiliar na reflexão a respeito da transformação das práticas e no refino do conhecimento do conteúdo específico dos Professores.

Neste estudo, durante as sessões que fizeram uso do recurso à História da Matemática, pôde ser constatado um ciclo de execução de atividades, reflexão e depuração de conceitos abordados e de metodologias empregadas no qual as potencialidades da história como uma fonte de motivação, como uma fonte de métodos e como instrumento para o ensino e aprendizagem da Matemática, puderam ser observadas. Particularmente quanto à atividade que envolvia a análise do conceito de radiano, constatamos que o recurso à história da matemática desencadeou discussões que levaram à ampliação do (i) conhecimento específico em relação à definição de radiano, (ii) de novas estratégias para o ensino de radiano e (iii) novas estratégias para o ensino dos conceitos de arco, corda, diâmetro e raio de uma circunferência.

Quanto ao *recurso Jogos,* constatamos que ele não era conhecido para o ensino de tópicos de Trigonometria. O jogo Bingo do seno necessitou de intensa mediação das formadoras durante todo o processo. Essa necessidade de mediação é considerada uma desvantagem do uso desse recurso, pois tira a ludicidade da atividade. Entretanto, concluímos que a mediação realizada, durante a atividade, com o uso do jogo possibilitou a ampliação do conhecimento profissional docente. Por meio das discussões ocorridas durante o jogo, envolvendo conceitos como período, imagem e amplitude da função foram ressignificados, evidenciando ampliação do conhecimento comum do conteúdo.

Quanto ao recurso às tecnologias digitais, concluímos, a partir das representações precisas obtidas com a utilização do software GeoGebra, identificamos a possibilidade de mobilização/ampliação de conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo. A movimentação das figuras possibilitada pelo software fez com que os Professores concluíssem que o *GeoGebra* pode contribuir para que algumas das dificuldades com o ensino de Trigonometria sejam minimizadas. Os depoimentos evidenciaram a mobilização do conhecimento do conteúdo e do ensino. Concluímos que houve também, pelo menos para um dos Professores, o Professor RA, a ampliação do conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo (TPACK). A ampliação desse conhecimento só pode ser observada quando o professor utiliza a tecnologia, sua pedagogia e o seu conhecimento do conteúdo para ensinar seus alunos.

Entendemos que o recurso às tecnologias, assim como qualquer outro, só chega à sala de aula se o professor passar por, pelo menos, três das fases do raciocínio pedagógico de Shulman (1987), quais sejam: compreensão, transformação e instrução.

As atividades que envolveram diferentes recursos para o ensino provocaram discussões que desencadearam reflexões a respeito das práticas de sala de aula, das mediações feitas pelos professores e do próprio conteúdo matemático. A pesquisa revelou que esse tipo de formação continuada pode ser uma alternativa para atender necessidades dos professores do Ensino Médio para o ensino de Trigonometria.

Finalizando, a pesquisa evidenciou que o uso de recursos variados para o ensino de Matemática, numa formação continuada, pode estimular o raciocínio pedagógico do professor levando-o a ampliar seus conhecimentos e possivelmente a aplicar os novos conhecimentos profissionais, em sala de aula.

Referências

Alder, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher Education. J Mathematics Teacher Educ*.,* 3(3), 205-24.

Ball, D. L., Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *J. Teacher Educ.*, 59(5), 389-407.

Brasil. (1997). Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. PCN *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília: MEC/SEF

Brasil. (1998). Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. PCN *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer,R., Schauble, L. (2003). Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*,32 (1), 9-13.

Mathison, S. (1988). Why Triangulate? *Educational Researcher*, 17 (2), 13-17.

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006).*Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge.* Teachers College Record, 108(6), 1017-1054.

Poloni, M. Y. (2015) *Formação continuada de professores de matemática: recursos didáticos para o ensino de trigonometria*, 2015, 284p. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo.

Schmidt, D. A., Baran, E., Thompson, A. D., Mishra, P., Koeler, M. J., & Shin, T. S. (2009). Technological pedagogical content knowledge (tpack): The development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *J. Res. Technol. Educ.*, 42(2), 123-149.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educacional Research,* 15(2),4-14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Havard Educacional Review*, 57(1), 1-21.

Anexo 1 - Um pouco da História do Radiano

Ângulos

Um estudo do desenvolvimento da trigonometria ficaria incompleto caso não analisasse a evolução das concepções, definições e medidas angulares. Não sabemos exatamente quando e onde o conceito de ângulo emergiu pela primeira vez. Segundo Kline (1953)*,* pode ter surgido em tempos muito remotos, quando o homem observou a figura formada pelo braço, o antebraço e o cotovelo ou então pela perna, coxa e joelho. Apoiando-se nesta visão, ele cita o uso das palavras **"braço"** de um ângulo, em inglês, e **"perna"** de um ângulo, em alemão. O conceito de ângulo foi usado pelos babilônios para resolver problemas práticos e pelos egípcios para as mensurações das pirâmides e de suas fazendas, constantemente inundadas pelo Nilo. Foi, porém, na civilização grega, quando o conceito de ângulo já estava arraigado não só no plano, mas também em sólidos e em superfícies curvas, que surgiram as primeiras tentativas de defini-lo. (Lobo da Costa, 1997).

Definições de ângulo

A maioria das antigas definições gregas tentava abranger todos os tipos de ângulo. Em ―Os Treze Livros dos Elementos de Euclides‖, de Heath (1956) aparecem várias definições para ângulos. Mencionaremos, aqui, as mais avançadas e amplamente aceitas, que foram as de Euclides (aproximadamente 300 a.C.). "Um ângulo plano é a inclinação de uma em relação à outra de duas linhas no plano que se encontram e que não estão numa mesma reta". "Quando as linhas contendo o ângulo estão em linha reta, ele é chamado retilíneo" (pág.176 - definições 8 e 9). A frase ―estão em linha reta‖ modernamente é estranha, pois a definição se refere tanto a ângulos formados por curvas como por linhas retas.O nosso ângulo plano era na época chamado de ângulo retilíneo. Analisando a evolução do conceito e das definições de ângulo, notamos que é citado, com frequência, na literatura (Freudenthal, 1976; Heath, 1956; Close, 1982) que não há uma definição universalmente aceita para ângulo, mas que existem diversas definições em uso. Em 1893 o alemão Schottenas classificou em três categorias, representando as visões de ângulo como:

1) A diferença de direções entre duas linhas retas.
2) A Rotação necessária para trazer um de seus lados desde sua posição inicial, até o outro lado, permanecendo no mesmo plano.
3) A porção do plano entre duas semi-retas com origem em um ponto.

Também podemos classificá-las como estáticas ou dinâmicas, sendo os grupos 1 e 3 o das definições estáticas e, o grupo 2, as dinâmicas. A definição de Euclides encontra-se no grupo 1. Exemplo típico de abordagem estática, não incluiu nem o ângulo nulo e nem o de 180º. As transformações geométricas são um exemplo de abordagem dinâmica. Nelas, as isometrias são um conceito central e permitem comparações de ângulos. Outra forma de classificação pode ser como definições antigas ou modernas. Sob este ponto de vista, o grupo 1 é o das antigas e os grupos 2 e 3 das modernas. O grupo 2 da classificação das definições baseia-se na ideia de rotação de uma linha-reta ou semirreta em um plano, em torno de um ponto. Pode ser um conveniente método de introdução de ângulo. Porém, por ela se introduz primeiro a noção de ângulo e só depois a de ângulos de medidas iguais, já que não inclui concepções métricas. O grupo 3 de definições não corresponde inteiramente à concepção atual de ângulo, podendo ser hoje o setor angular. Tal problema, no entanto, pode ser minimizado considerando um ângulo como *"junção de duas semirretas com origem no vértice e incluídos no setor angular"* (HEATH, 1956, pág. 178 e 179, apud Lobo da Costa, 1997).

Unidades de medidas de ângulos. As unidades de medida mais comuns para medir ângulos são o grau e o radiano. Os povos babilônicos dividiram a circunferência em 360 partes dando a cada uma delas o nome de **grau.** Segundo Lobo da Costa, muitas vezes o grau é a única unidade de medida introduzida nas escolas fundamentais. Existe também a unidade de medida **grado** onde a circunferência é dividida em 400 partes. ― O **radiano**, em sua origem, contrasta com o **grau**. Ele surgiu num trabalho do físico Thomson em 1873. Ele e o matemático Thomas Muir acharam necessária uma nova unidade angular e escolheram o nome radian, que é uma combinação de radial angle. O radiano foi adotado na busca de simplificação de certas fórmulas matemáticas, como derivadas e integrais de funções trigonométricas e físicas, como as expressões para velocidade e aceleração em movimentos curvilíneos. (Lobo da Costa p.30)

Referência:

Lobo da Costa. N. M: *Funções seno e cosseno: uma sequência de ensino a partir dos contextos do mundo experimental e do computador* – Dissertação de Mestrado – PUC-SP – São Paulo, 1997.

Atividade "Radiano"

1) Com o compasso, construa uma circunferência de raio qualquer.
2) Com a mesma abertura do compasso, divida a circunferência em partes congruentes.
3) Quantas partes serão obtidas?
4) Corte vários pedaços de barbante com a mesma medida do raio da circunferência que você traçou.
5) Quantos pedaços de barbante ―cabem‖ na circunferência?
6) O radiano é o barbante ou o arco que foi traçado por você com o compasso?