

Investigação Matemática: Possibilidade para o Ensino de Função Polinomial do 1º Grau

Mathematics Investigation: Possibility for the Teaching of the First Degree Polynomial Function

Rosimiro Araújo do Nascimento^{*a}, Marli Teresinha Quartieri^b

^aInstituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão. MA, Brasil.

^bUniversidade do Vale do Taquari. RS, Brasil.

*E-mail: rosimiro.nascimento@ifma.edu.br

Resumo

Não são raros os professores de Matemática que identificam dificuldades nos estudantes, iniciantes do Ensino Médio, em compreenderem a função polinomial do 1º grau. Assim, o presente artigo disserta sobre uma das atividades investigativas, que compõe uma dissertação de mestrado, desenvolvida com 26 alunos dispostos em grupos colaborativos, envolvendo a referida função. A pesquisa, na modalidade qualitativa, foi apoiada por uma observação participante na qual questionou-se: como os estudantes do 1º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio possibilitam o ensino e aprendizagem da função afim ao explorarem, de modo colaborativo, uma atividade investigativa? Nesse sentido, objetivou-se possibilitar o ensino e aprendizagem da função polinomial do 1º grau envolvendo estudantes em grupos colaborativos. Nessa consecução, os discentes vivenciaram os quatro momentos de investigação matemática vistos em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Para assegurar os resultados das discussões os dados foram registrados no caderno de campo do mediador, caderno de anotações dos grupos, gravador de áudio e voz e fotografias. Verificou-se que a questão e o objetivo proposto foram alcançados. Assim, constatou-se que os estudantes criaram ideias que os levaram a elaborar e promover ensino e aprendizagem sobre a função afim.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Função Afim. Trabalho Colaborativo.

Abstract

It is not uncommon the Math teachers identify difficulties in the students, high school beginners, who misunderstand the first degree polynomial function. So, this article discusses one of the investigative activities which compose a master's degree dissertation developed with 26 students organized in collaborative groups, involving the aforementioned function. The research, in the qualitative approach, was supported for a participant observation in which was questioned: how do the high professional school students in Technician in Farming enable the teaching and learning of the first degree function when they explore an investigative activity collaboratively? In this sense, one focused on enabling the teaching and learning of the first degree polynomial function involving students in collaborative groups. In this achievement, students experienced the four moments of the Mathematics investigation seen in Ponte, Brocardo and Oliveira (2013). To assure the results of the discussion, the data were recorded in the mediator's field notebook, notebooks from the groups, audio and voice recording and pictures. One checked that both the question and proposed objective were achieved. Thus, one found that students created ideas that took them to work out and promote the teaching and learning about the function of the first degree.

Keywords: Mathematics Investigation. Function of the First Degree. Collaborative work.

1 Introdução

O presente artigo é oriundo de uma das ações de uma dissertação do Mestrado Profissional no Ensino de Ciências Exatas, que envolveu o ensino de função polinomial do 1º grau utilizando a metodologia da investigação matemática na perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). A escolha do conteúdo ocorreu por dois motivos: experiências vividas com alunos iniciantes no Ensino Médio mostraram que a maioria dos estudantes não tem contato com função em anos anteriores; e devido à importância desse tema para o entendimento de outras partes da Matemática, bem como de outras Ciências. Na dissertação do referido trabalho foram propostas aos discentes, seis atividades investigativas. Entretanto, o presente artigo analisa os resultados emergentes dos estudantes em relação a uma dessas atividades. Desse modo, objetivou-se: possibilitar o ensino e aprendizagem

da função polinomial do 1º grau envolvendo estudantes em grupos colaborativos. Os sujeitos da pesquisa foram 26 alunos, envolvidos em uma atividade de investigação matemática.

Para realizar o trabalho, que originou a dissertação, questionou-se: que conjecturas e estratégias, os alunos do 1º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio elaboram ao trabalharem com atividades envolvendo Investigação Matemática com foco na função polinomial do 1º grau, de forma colaborativa? Porém, neste artigo: como os estudantes do 1º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio possibilitam o ensino e aprendizagem da função afim ao explorarem, de modo colaborativo, uma atividade investigativa? Para alcançar esse ponto, apostou-se na metodologia de ensino investigação matemática vivenciada por grupos colaborativos.

Destaca-se ainda que para alicerçar o estudo procurou-se explorar dissertações de Mestrado que tematizaram a

metodologia da Investigação Matemática junto ao ensino de função polinomial do 1º grau. Nesse sentido, verificou-se que Saraiva (2012) percebeu que as atividades investigativas propiciaram aos alunos um espaço de discussão, criatividade e interação entre os grupos e entre estes e o professor. A autora concluiu que a Investigação Matemática se destaca como uma alternativa metodológica que pode ser adotada para ensinar Matemática nos diferentes níveis de ensino.

Já no trabalho de Bonotto (2015) observou que, no início das atividades, os alunos apresentaram resistências para justificar suas conjecturas. Mas, após se familiarizarem com a metodologia do trabalho os discentes conseguiram generalizar leis de formação da Função Exponencial. Bonotto (2015) também salientou que as atividades proporcionaram aos alunos a capacidade de argumentação e justificação das conjecturas. A pesquisadora finalizou o trabalho destacando que “os recursos computacionais aliados à perspectiva metodológica de Investigações Matemáticas pode contribuir significativamente para a abordagem da Função Exponencial e auxiliar no processo ensino-aprendizagem” (Bonotto, 2015, p. 114).

Dessa forma os trabalhos de Saraiva (2012) e Bonotto (2015) sinalizam as possíveis dificuldades que os estudantes podem apresentar durante a abordagem de atividades envolvendo investigação matemática. Mas também, ressaltam resultados significativos das investigações efetivadas. Salienta-se que estes dois estudos foram relevantes para este trabalho, pois seus resultados também fomentaram o interesse pelo uso de atividades investigativas na prática pedagógica.

2 Referencial Teórico

Na perspectiva de Ponte (2003), “investigar” não é mais do que explorar um problema para conhecer, compreender e encontrar soluções válidas. Assim, Ponte (2003) acrescenta que o hábito de investigar deveria ser importante dentro do ambiente escolar objetivando mediar o trabalho entre professores e alunos. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), o processo investigativo em Matemática possui particularidades próprias, pois desenvolve-se a formulação de conjecturas que podem ser testadas e provadas. Os autores ainda enfatizam que “as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração” (2013, p. 10). Também afirmam que:

(...) uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2013, p. 20).

Esses autores destacam que esses momentos surgem,

muitas vezes, de forma simultânea podendo sofrer permutações durante o processo de investigação. Isso proporciona um valor formativo importante para os alunos, pois desenvolve a capacidade para formular novas ideias e conjecturas. Auro e Skovsmose (2010) ampliam essa discussão afirmando que isso é possível quando o docente abandona o paradigma do exercício e os alunos são convidados a fazer o cenário para investigação. Esses autores acrescentam que os cenários são por natureza abertos, podem substituir os exercícios e os discentes podem ser agentes ativos do processo de investigação. Nesse sentido,

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se ... T” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ... T”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto ... ?” do professor representa um desafio e os “Sim, por que isto ... T” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo (Skovsmose, 2000, p.6).

Skovsmose (2000) ainda destaca que quando os discentes resolvem fazer a exploração e explicação, ou seja, aceitam o convite para investigar, o cenário da investigação se transforma em uma nova realidade de aprendizagem. Os alunos assumem uma posição de responsabilidade pelo processo, ou seja, formulam questões e explicam na medida em que são questionados pelo professor.

Nesse sentido, a BNCC (BRASIL, 2017) ressalta que ao investigar uma atividade com foco na sua resolução de uma situação o discente deva mobilizar seus conhecimentos e habilidades, a fim de identificar respostas adequadas à socialização. Nesta mesma linha argumentativa, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) destacam que o sucesso adquirido em uma investigação matemática está relacionado com o ambiente criado pelo docente na sala de aula. Assim o professor deve transmitir apoio aos alunos, embora a atividade dependa da iniciativa destes. Em efeito:

É fundamental que o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas. O aluno deve sentir que as suas ideias são valorizadas e que se espera que as discuta com seus colegas, não sendo necessária a validação constante por parte do professor (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2013, p.28).

Essa afirmação acrescenta que durante as atividades investigativas é importante que o professor motive e valorize as descobertas dos alunos. Nesse cenário em que o estudante ocupa posição ativa, Banchi e Bell (2008) destacam que a maioria dos discentes, dos mais novos aos veteranos, precisa de práticas diferenciadas para desenvolver suas capacidades de investigação e compreensão, a ponto de poderem conduzir o processo de investigação do início ao fim.

Nesse sentido, Ponte (2005) afirma que a aprendizagem do aluno não está condicionada somente ao que o professor expõe, mas também, a partir das discussões e registros escritos sobre as atividades que realizou. A posição do autor é relevante para Investigação Matemática, pois ao abordarem atividades investigativas é importante que os alunos registrem suas conjecturas e estratégias utilizadas. A esse respeito Ponte, Brocardo & Oliveira (2013) acrescentam que a escrita dos resultados obtidos pelos alunos permite ao professor analisar o desempenho dos discentes e a planejar as aulas seguintes.

Ao adquirir essa habilidade, o aluno acaba se envolvendo com os momentos investigativos, de maneira a agregar mais valores aos significados de seus resultados e a constituição do conhecimento matemático válido. Destaca-se ainda que as atividades são realizadas em grupo, o que proporciona a colaboração uns com os outros. Nesta perspectiva, a atividade aqui apresentada foi abordada de acordo com as orientações encontradas em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 26), no qual eles propõem “uma pequena introdução, seguida da realização da investigação, em pequenos grupos e, finalmente, a discussão dos resultados em grande grupo”. Nesse sentido, Svinicki & Mckeachie (2012, p. 204) ressaltam que:

Os alunos falam mais em grupos pequenos do que em grandes. Alunos que estão confusos têm maiores chances de fazer perguntas sobre suas dificuldades ou falhas ao grupo de colegas do que com o docente. Os alunos que não estão confusos devem organizar e reorganizar ativamente o próprio aprendizado para poder ajuda-lo. Assim, tanto o aluno confuso quanto aquele que possui poucas dúvidas se beneficiam das interações com os colegas do grupo.

Essa forma de trabalho em sala de aula aproxima docente de discente, pois como afirma Gasparin (2011) quando o professor possibilita espaço ao aluno, tornam-se companheiros. Essa postura pode gerar aproximação e a relação entre eles torna-se confiante, do ponto de vista das relações em sala de aula. Ao disponibilizar um ambiente propício às investigações, pulverizando um cenário de colaboração entre os alunos, estes aprendem a aprender e se auxiliam mutuamente em relação as resoluções, durante as discussões em pequeno e grande grupo. Nesse contexto, Boavida e Ponte (2002) defendem que as aulas que utilizam o método de trabalho em colaboração ocorrem quando os diversos intervenientes trabalham conjuntamente. Os autores acrescentam que nesse contexto não há uma relação hierárquica, mas uma base de igualdade de modo a haver ajuda mútua, de maneira que todos se beneficiam com as discussões.

Svinicki e Mckeachie (2012) partilham desse ponto de vista ao apontarem, em sua obra, as seguintes habilidades a serem acordadas pelos discentes no momento das discussões entre os membros dos pequenos ou grandes grupos:

- Declarar a importância das discussões para a aprendizagem dos alunos e, que ao expressar compreensão o discente pode obter reações dos outros e do professor, mas esse procedimento é fundamental para o aprendizado.
- Destacar ao aluno a relevância de expor suas conjecturas e

conclusões, ouvir as dos outros e interagir com eles durante os momentos investigativos.

- Planejar as ações para o tempo da aula.
- Incentivar os alunos a valorizar as ideias de seus pares para evitar competição de conhecimentos.

Brunheira e Fonseca (1995) afirmam que nesse ambiente podem-se inserir as atividades de investigação, porque elas se destacam como uma oportunidade para os discentes realizarem trabalhos em grupo, exporem suas ideias, superarem dificuldades e aumentarem a confiança nos pares em enfrentar novos desafios. Dessa forma, os alunos avançam na construção do seu próprio saber, já que eles têm a oportunidade de discutir em conjunto e de maneira autônoma as informações e conhecimentos adquiridos durante as aulas.

Sendo assim, os grupos foram incentivados, a todo o momento, a explorar as atividades para que despertassem a criatividade e construíssem conjecturas válidas para apresentá-las de forma oral e escrita. Para Freire (2011), o exercício da curiosidade desperta a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar e de comparar suas descobertas. Então, à medida em que os alunos mostraram envolvimento e comportamento colaborativo foram elogiados, pois de acordo com Freire (2011, p.43) “às vezes, mal se imagina o que pode passar a representar na vida de um aluno um simples gesto do professor”. Nesse sentido, acrescenta-se que essa ação serviu como força formadora para os educandos.

3 Procedimentos Metodológicos

De acordo com Bicudo (1993), pesquisar significa ir à busca de compreender e interpretar de forma significativa a pergunta estabelecida. Ainda, segundo essa obra, a pesquisa em Educação Matemática leva a compreensão da Matemática, o modo como ela é formada, bem como o significado dessa ciência para o mundo e para o auxílio na ação político-pedagógica. Para vivenciar esse entendimento, neste trabalho foi usada a abordagem qualitativa, pois foi a interpeleção que melhor se destacou na busca de resposta para o problema proposto na pesquisa. Nesse sentido, apostou-se em uma intervenção pedagógica dentro da sala de aula, pois é acentuado o ambiente social de maior convivência entre os discentes na escola. Nesse sentido, Bogdan & Biklen (1994, p.48) afirmam que: “as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência”. Ludke & André (2012) fortalecem essa proposta ao afirmar que, para obter uma compreensão mais detalhada do objeto de estudo, é preciso levar em conta o contexto no qual ele está inserido. Isso mostra a importância de se escolher o próprio local onde os alunos estão acostumados assistir suas aulas.

Nessa continuidade, destacou-se a coleta de informações focadas nas discussões dos pequenos e grandes grupos que abordaram conhecimentos construídos a partir dos momentos de investigação elencados por Ponte, Brocardo & Oliveira (2013). Para registrar os acontecimentos utilizou-se um diário de campo. De acordo com Lima, Mioto & Prá (2007)

o diário de campo consiste em um instrumento de registro de observações, comentários e reflexões de atividades de pesquisas e/ou registro do processo de trabalho. Desta forma, para o registro dos acontecimentos valeu-se da observação participante, pois a necessidade de estar juntos com os alunos foi fundamental para a elaboração do diário de campo. Nesse sentido, Becker (1994, p.47): enfatizam que “o observador participante coleta dados através da sua participação na vida cotidiana do grupo organizado que estuda”. De acordo com esse entendimento, fez-se uso contínuo desse recurso durante as investigações, pois foram imprescindíveis à constituição do diário, como também ao acompanhamento dos outros instrumentos de coleta de dados.

No que diz respeito às anotações feitas pelos alunos, foi disponibilizado apenas um caderno por grupo de quatro a cinco membros. Dessa maneira, somente um estudante fez os registros das conjecturas, estratégias de abordagem das atividades e conclusões da equipe. Esses escritos foram formados por um pensamento comum dos pares de uma equipe colaborativa. Os outros instrumentos que aconteceram paralelos ao diário de campo e ao caderno foram a fotografia e o gravador de voz. Este último foi necessário para fazer a gravação das vozes e assim, assegurar a integridade das informações advindas das falas. Dessa forma, para cada grupo foi disponibilizado um gravador. Nesse sentido, as ideias de Marconi & Lakatos (2003, p.200), sobre a importância da gravação das falas em uma pesquisa, destacam que “a anotação posterior apresenta duas inconveniências: falha de memória e/ou distorção do fato, quando não se guardam todos os elementos”. Os autores acentuam a importância do referido instrumento de coleta de dados para a pesquisa, pois nessa fonte pode conter dados não existentes no diário de campo e registros dos alunos.

Nesse cenário, os sujeitos foram 26 alunos com faixa etária de 14 a 15 anos (14 homens e 12 mulheres) pertencente ao 1º ano de um curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. Justifica-se a preferência pelo grupo porque a maioria dos estudantes não tivera contato com função polinomial do 1º grau e, para verificar aceções obtidas por meio da investigação matemática, é interessante que os participantes não demonstrem, no início da atividade, domínio sobre o conteúdo que será abordado.

Para que os estudantes vivenciassem as estratégias do trabalho colaborativo os discentes foram divididos em grupos de quatro ou cinco alunos da seguinte forma: grupo A, formado pelos alunos A1, A2, A3 e A4; grupo B, formado pelos alunos B1, B2, B3 e B4; e assim por diante. Essa formação ocorreu em cada atividade que foi investigada. Com esse procedimento os alunos que fizeram parte dos grupos mais proativos puderam se reunir com outros estudantes nas atividades seguintes. Destaco ainda que nos diálogos em que aparece a participação do professor, este é nomeado com a letra “P”.

Os pequenos grupos tiveram oportunidade de vivenciar, de forma colaborativa e autônoma, os quatro momentos

investigativos, mostrados no Quadro 1, para construir suas conclusões a respeito da questão explorada. Tais conclusões foram escritas no caderno entregue a cada grupo. Para cada atividade foi organizada uma discussão em grande grupo para que um representante de cada grupo pudesse expor oralmente os resultados obtidos. Essa apresentação objetivou socializar os conhecimentos adquiridos por todos os grupos.

Quadro 1 - Quatro momentos apreciados na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	Reconhecer uma situação problemática Explorar a situação problemática Formular questões
Conjecturas	Organizar dados Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	Realizar testes Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	Justificar uma conjectura Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo & Oliveira (2013, p.21).

As atividades foram apresentadas aos discentes por meio de um enunciado impresso e também projetadas na lousa digital para uma melhor visualização. Na continuidade, deste contexto, os alunos iniciaram a resolução da situação expressando as conjecturas e estratégias no caderno de anotações. Para apoiar a apresentação em grande grupo, os alunos utilizaram o quadro, cartolinas, papel milimetrado e a lousa digital. Estes materiais utilizados para anotações foram recolhidos pelo pesquisador. O Quadro 2 destaca a atividade investigativa escolhida no presente trabalho. Esta foi escolhida por possibilitar aos estudantes compreender alguns conceitos sobre funções polinomiais. Além disso, contempla o estudo de porcentagens, bem como desenvolve a habilidade de argumentação, pois o aluno precisa escolher dentre mais de uma opção, justificando sua escolha.

Quadro 2 - Atividade investigativa

<p>Atividade 2: Uma loja de pneus está oferecendo emprego nas seguintes condições:</p> <p>I) Representante comercial: Salário de R\$ 1000,00 + R\$ 5,00 por pneu vendido.</p> <p>II) Vendedor direto na loja: Salário de R\$ 700,00 + (10% pela venda de cada pneu aro 13) ou + (8% pela venda de cada pneu aro 14) ou + (6% pela venda de cada pneu aro 15).</p> <p>III) Vendedor direto no site: Salário de R\$ 800,00 + (8% pela venda de cada pneu aro 13) ou + (6% pela venda de cada pneu aro 14) ou + (4% pela venda de cada pneu aro 15).</p> <p>Nessas condições, considere que a loja efetua uma grande quantidade de vendas de pneus por mês.</p> <p>a) Qual destas propostas é a mais conveniente? Justifique sua resposta.</p> <p>b) É possível identificar que alguma proposta é sempre mais vantajosa que as outras? Justifique sua resposta.</p> <p>c) Em quais condições a proposta menos conveniente passaria a ser a mais interessante? Justifique sua resposta.</p>
--

Fonte: Adaptado de Redling & Junior (2011).

Após a aplicação dessa atividade as informações registradas nos instrumentos de coletas de dados foram estudadas, de maneira que, promovessem valores reais aos acontecimentos vividos pelos discentes durante a investigação. Dessa maneira, procurou-se compreender cuidadosamente as discussões e, em seguida, fez-se uma análise descritiva dos resultados. Cervo (2007) estabelece que a referida análise é um método voltado para explicar cientificamente os resultados de uma observação de maneira precisa fazendo com que o leitor seja capaz de visualizar o que o pesquisador observou.

4 Descrição e Análise da Atividade

Essa tarefa foi contemplada por dois momentos. O primeiro ocorreu com uma pesquisa de preço realizada em duas lojas da cidade onde a escola da turma está situada. O segundo compreendeu a investigação em sala de aula que levou 120 minutos. O primeiro momento deslocou a atividade da semirrealidade para mais próximo das tarefas que despontam referências ao mundo real. Na loja “A” os valores identificados para o Aro 13, 14 e 15 foram R\$ 218,00, R\$ 306,00 e R\$ 398,00 respectivamente. Na loja “B” os valores foram: Aro 13, 14 e 15 foram R\$ 223,50, R\$ 300,00 e R\$ 399,00, respectivamente. A variação de preços entre as lojas visitadas foram irrelevantes. Dessa forma os preços foram arredondados, ficando o aro 13 por R\$ 220,00; o aro 14, R\$ 300,00 e o aro 15, R\$ 400,00.

No decorrer da atividade alguns grupos que não possuíam a calculadora comum solicitaram se podiam usar a calculadora do celular porque facilitaria nos resultados: “professor a gente podia usar a calculadora do celular para ajudar senão vai demorar demais”. O docente levou em consideração esse desejo, pois se enveredasse para conjecturas que os levassem a realizar operações com números decimais, sem o auxílio da calculadora, as produções da investigação poderiam ser resumidas por causa do cansaço que esses cálculos poderiam provocar. Eles fizeram essa solicitação porque na escola o uso desse aparelho só é permitido quando autorizado pelo professor. Nesse momento, ficaram mais tranquilos e voltaram para a atividade proposta.

O grupo “B” foi o primeiro a chamar o docente para comunicar que havia concluído as questões “a” e “b”, “*professor já terminamos aqui*”. Segue o que justificavam:

P: - Mostra para mim.

B2: - Professor já fizemos a “a” e a “b”.

P: - Vocês podem me explicar.

B2: - Assim ó, na “a”, como verificar a proposta mais conveniente? – Nós botamos assim. (a aluna apontava para os registros no caderno).

P: - Como?

B3: - Tirando a porcentagem de cada pneu vendido e somando com o seu salário (o aluno leu para mim suas anotações).

Nesse momento percebi que o grupo raciocinou corretamente, mas precisavam mostrar com mais detalhes.

P: - E a justificativa?

B2: - Ele leu (quis dizer que o colega havia lido a justificativa).

P: - No final da atividade vocês devem explicar para a turma suas conclusões.

B3: Sim, mas isso aqui todo mundo vai entender.

P: - O que acham de utilizar essa ideia e procurar uma justificativa utilizando os valores dos pneus que vocês pesquisaram?

Com a conjectura que estabeleceram, só precisavam colocar em prática um plano para justificarem sua posição.

B1: - Na “b” tem que usar também né?

P: - E a “b”?

B2: - Se essa não está certa a “b” também não tá.

B3: Mas eu acho que pode ser assim também.

A questão “b”, Quadro 2, pede para justificar se alguma proposta é sempre mais vantajosa que a outra. Eles registraram no caderno: A 3ª, pois a diferença de um salário para o outro é pouca, e a pessoa fica em casa. Durante as discussões chegaram à justificativa da seguinte forma:

B2: - Mas no terceiro ele vai ficar em casa e o primeiro ele vai ficar na loja e ai vai ser aquela correria toda.

B3: - Não, ele vai ficar na loja de boa e ainda vai ganhar mais de 1000 reais por mês.

B1: - Mas também tem o vendedor direto no site que não vai sair de casa e não vai precisar gastar gasolina.

B3: - Exatamente.

B1: - É muito mais fácil você fazer no site do que numa loja.

O diálogo anterior demonstra que os alunos deste grupo imaginaram uma quantidade pequena de pneus vendidos e, dessa forma, enfatizaram o conforto no emprego (trabalhar em casa), baseado na diferença do valor fixo entre as ofertas e nos valores percentuais que são próximos. Os pequenos comércios das cidades onde eles residem pode ter influenciado nessa visão, já que não observaram na atividade a informação de que era para considerar uma grande quantidade de vendas por mês. Dessa forma foram incentivados a continuarem investigando as questões. Segue o diálogo:

P: Vocês podem ler a informação que vem antes da questão “a”? – Vejam que ela não diz a quantidade, mas diz o quê?

B3: - Uma grande quantidade de vendas de pneus por mês.

B2: - Que é para considerar.

P: - Então, o que acham?

B2: - O quê?

P: Verificar a proposta baseado ...?

B1: - Em uma grande quantidade.

B2: - Ah é.

P: Pela ideia que criaram para a questão “a”, vocês já sabem o caminho né?

B2: - Ah, aqui não é a resposta é do jeito que a gente vai fazer né?

P: Isso mesmo.

Com o diálogo eles compreenderam que deveriam continuar as discussões com foco na alternativa “a”, pois suas criações apenas informavam como os cálculos deveriam ser feitos. Essa passagem lembra Sadovsky (2010, p.17) ao destacar que “o aluno pode considerar as intervenções do professor em relação às suas ideias como contribuições que as alimentam, as modificam e o ajudam a elaborar novas conexões”. Percebeu-se que o grupo teve essa percepção, porque retomaram a investigação cooperativamente.

Já o grupo “A” mostrou que estava trilhando por caminho diferente. Seus componentes levantaram várias discussões até combinarem uma estratégia para investigação. A seguir, apresentam-se suas argumentações até a convergência das

ideias.

A1: - Então esse aqui vai ser o salário dele mais 5 reais por pneu vendido. Então vai ser 1000 mais 5, mais a quantidade de Pneus né?

A2: - Não é mais, é vezes. 1000+5 vezes a quantidade de pneus.

A3: - Você está fazendo a primeira, é?

A1: - É melhor fazer de uma por uma.

A3: - Sim, mas aqui está englobando os três aros. O aro 13, 14 e 15.

A1: - Mas aqui é a mesma coisa, fica 1000 mais 5 vezes os três.

A4: - No caso aqui, tem que botar 220 do valor do aro para tirar 10% né?

A3: - São quantos pneus que vamos usar?

A1: - É melhor fazer de uma por uma aí passa para outra.

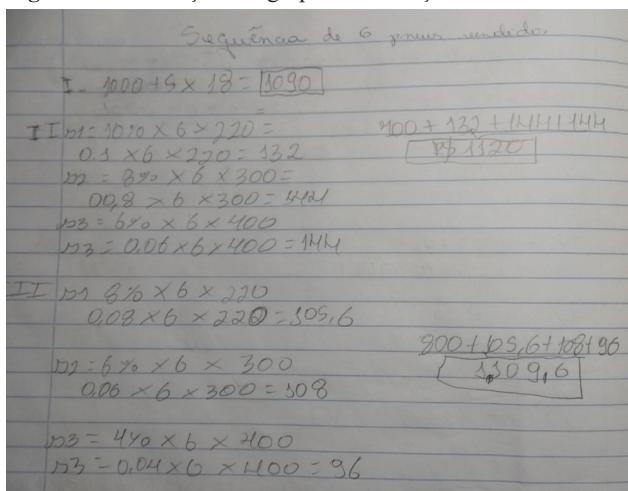
A3: - Não tem como. - Um de cada é 3, então dá 3, 6, 9 e 12.

A1: - É por isso que estou dizendo, vamos fazer a um depois a dois e depois a outra.

A3: - Aí a gente faz com os três, usa 3, faz com 6 e depois os outros.

Essa passagem mostra que os alunos do grupo estavam confusos. Mas, o aluno A1 insistiu que fizessem uma proposta de emprego por vez usando os números dados por A3, pois ele estava focado nas propostas, já os demais estavam situados no todo da questão. A aluna A3 defendeu que deviam utilizar nos cálculos os três tipos de pneus. A sequência 3, 6, 9 e 12, significa que ao usarem um pneu de cada aro teriam 3 pneus, usando dois de cada teriam um total de 6, três de cada 9, e quatro de cada 12. A ideia de A3 levou o grupo a trabalhar com quantidades iguais de cada aro. Essa aluna também convenceu os demais a fazerem os cálculos para as três propostas, ou seja, utilizar os 3 pneus em (I), depois distribuí-los na (II) e (III) de acordo com a porcentagem, depois com 6, 9 e 12. Nesse sentido Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) afirmam que os alunos só entram em consenso quanto às suas construções quando percebem que precisam registrar e justificar suas ideias e conjecturas. Segue esse entendimento, na Figura 1.

Figura 1 - Elaborações do grupo A em relação a atividade 2



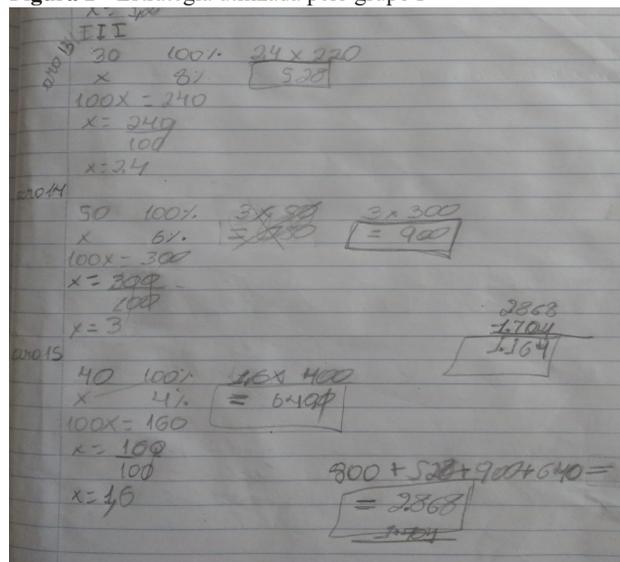
Fonte: alunos do grupo A

Nota-se na Figura 1, que os alunos do grupo A fizeram com seis pneus (dois de cada aro), depois repetiram os cálculos para 9 pneus (três de cada aro) e 12 pneus (quatro de cada aro).

Assim, conseguiram apresentar justificativas para a atividade. No caso da alternativa “b”, eles disseram que a proposta mais vantajosa seria a (II): “a melhor proposta sempre vai ser a segunda”. Ao serem questionados sobre essa justificativa disseram: “se é pra ter sempre uma grande quantidade de vendas, então vai ser ela”. Foi possível notar nos áudios que essa conclusão surgiu depois que fizeram os cálculos com 9 e com 12 pneus, pois observaram que a partir da venda de 6 pneus (dois de cada) o salário da segunda proposta de emprego era sempre melhor. Sobre a questão “c” disseram que a proposta menos conveniente seria a primeira (I), porque era para considerar uma grande quantidade de pneus e dessa forma o salário dela seria sempre menor. A justificativa para a questão “c” gerou várias discussões na apresentação em grande grupo, pois eles foram os únicos que concluíram dessa forma. Os demais grupos defendiam que a melhor proposta seria a segunda.

Após apresentarem suas justificativas, os componentes do grupo “A” receberam um papel milimetrado. O plano era que pudessem elaborar funções do 1º grau e desenhassem seus gráficos. Conseguiram expor apenas o gráfico de referente à proposta (I). Outros grupos também alcançaram esse patamar, exceto o grupo “C” que foi mais adiante, pois elaborou uma função para cada proposta de emprego. Foi possível observar que, ao trabalhar com números discrepantes de cada aro para uma mesma simulação de vendas de pneus, trouxe dificuldades para confecção das funções que representasse os casos (II) e (III). O grupo “F” enveredou para investigações com o auxílio de regra de três simples. Para cada simulação de quantidades de pneus vendidos eles faziam três operações, uma para cada porcentagem. Percebeu-se que essa estratégia foi cansativa, mas estabeleceram a (III) como a proposta mais vantajosa considerando a venda de grandes quantidades no site. A Figura 2 apresenta como o grupo F procedeu para a resolução.

Figura 2 - Estratégia utilizada pelo grupo F



Fonte: Alunos do grupo F.

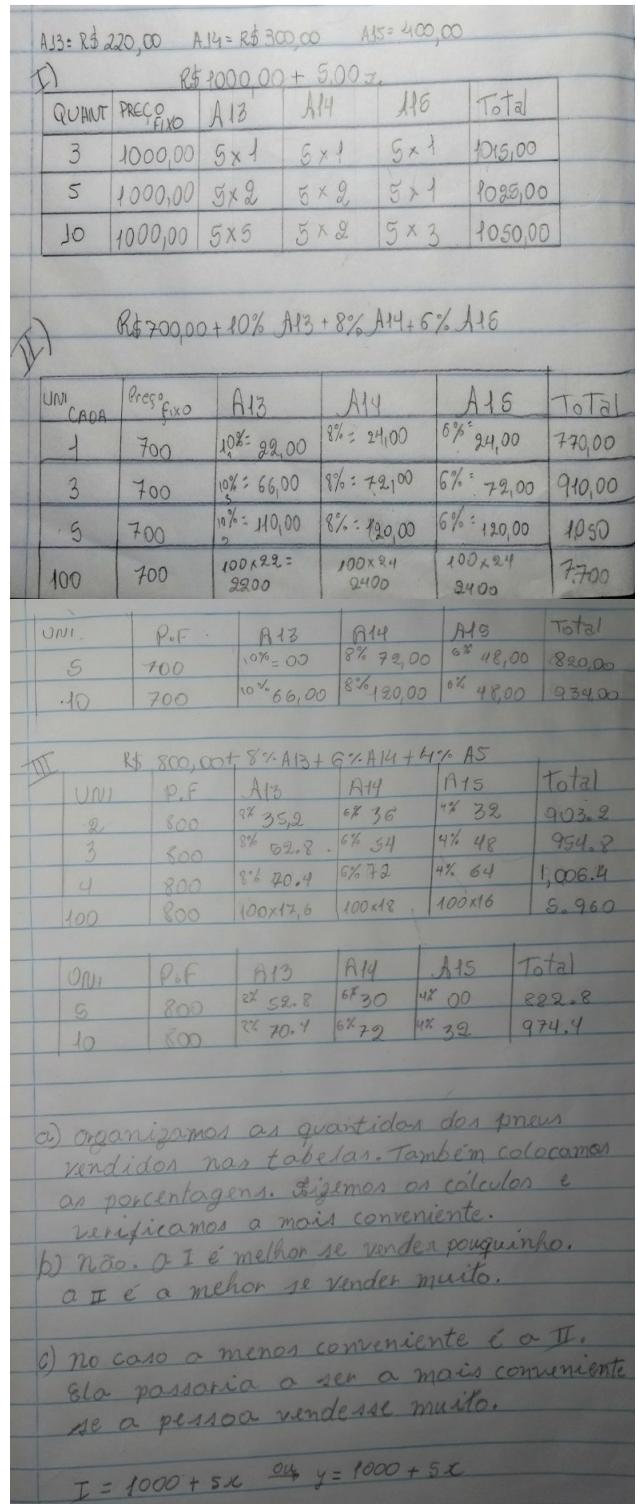
É possível notar na figura 4 que os alunos decidiram utilizar quantidades variadas de pneus para representar as vendas de uma mesma condição de emprego. Eles sustentaram essa conjectura em todo o trabalho porque achavam ser a perspectiva mais correta na vida real. A segunda opção de emprego, que foi a escolhida pelos demais grupos como a mais vantajosa, para o grupo “F” foi excluída a partir do momento em que imaginaram ser a alternativa que menos venderia pneus. De acordo com esse grupo, o representante comercial fatura mais que o vendedor da loja, porque atende a outras lojas; e, o vendedor direto no site conseguia uma quantidade de vendas maior que as propostas anteriores, porque alcançaria lojas e pessoas. Eles realizaram seus cálculos sempre de acordo com esse entendimento.

Na figura 4, nota-se para a proposta (III) uma simulação com 30 unidades do aro 13, 50 do aro 14 e 50 do aro 15 totalizando um salário de R\$ 2.868,00. Percebe-se também subtraindo desse salário o valor R\$ 1.704,00 que encontraram para o vendedor direto na loja, com as seguintes quantidades: 30 do aro 13, 10 do aro 14 e 20 do aro 15. Esse registro se juntou a outros e foi apresentado pelo grupo para comprovar a escolha pela proposta mais vantajosa. Essa justificativa também provocou discussão com alguns alunos que não concordaram com essa conclusão. Nesse momento um dos discentes perguntou: “professor! quem é que está certo”? O aluno certamente teve confiança em fazer esse questionamento, porque seu grupo havia sido parabenizado pelas criações que conseguiram.

Essa discussão favoreceu ainda mais o trabalho e, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.51), “a realização de investigações proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos e até mesmo extras matemáticos”. Esses autores acrescentam que o docente precisa aproveitar o momento para estimular os alunos a refletir sobre a situação proposta. Após a discussão foi comentado com a turma que em atividades investigativas eles podem enveredar por caminhos distintos e tirar conclusões diferentes com base nas conjecturas e estratégias formuladas. Esse momento foi importante para a turma refletir sobre o processo investigativo e se sentirem mais confiantes para as próximas atividades, pois se enfatizou que não havia uma resposta pronta para as atividades que estavam sendo exploradas.

O grupo “D” teve a ideia de organizar os dados em planilhas, elaborando uma para cada proposta de emprego. A Figura 3 ilustra os resultados desse grupo.

Figura 3 - Resultados do grupo D



Fonte: alunos do grupo D

Na Figura 3, é possível notar na justificativa da alternativa “a”, que o grupo teve a ideia de organizar os dados na planilha para visualizar o que faziam. Mas a estratégia utilizada na manipulação dos dados não facilitou a justificação das alternativas seguintes. Isso ocorreu porque um mesmo valor foi tratado de maneira distorcida. Por exemplo, a quantidade 3, primeira linha de (I) não tem o mesmo significado da quantidade “3” da segunda linha de (II). Outro exemplo é a quantidade

“5” que aparece três vezes, duas para planilha (II) e uma para (III), nos três casos esse valor teve significado distinto. Então a diversidade de tratamentos dados às quantidades de pneus nas planilhas trouxe confusão ao entendimento dos alunos. Dessa forma, eles não conseguiram justificar com precisão as questões “b” e “c”, já que não identificaram o momento em que uma proposta superava as outras.

É possível notar também, na Figura 3, que o grupo conseguiu a melhor proposta apenas na comparação entre a 4ª linha das planilhas (II) e (III), mas a quantidade 100 foi tratada de forma padronizada nas duas planilhas. Isso mostra a riqueza de informações quando os dados de uma atividade como essa são envolvidos corretamente em planilhas, como ocorreu com o grupo “C”, que conseguiu mais êxitos em sua investigação.

A discussão seguinte demonstra como transcorreu essa ideia:

- C4: - Vamos fazer logo essa depois faz as outras.
- C2: - Porque 3?
- C4: - É a quantidade de pneus, se tem os três tipos né.
- C2: - Mas pode vender um pneu, não é obrigado a vender de tudo.
- C4: - É mesmo. – Se vender 10 pneus só vai ter 50 reais de lucro.
- C5: - Mas têm os 1000 reais.
- C5: - É.
- C1: - Será que está certo? Como é que vou colocar aqui?
- C3: - Pior que tem de fazer um bocado de vez, né?
- C5: - Vamos fazer logo um bocado de vez usando o primeiro e os outros a mesma coisa.
- C1: - Pior que o tempo está passando (era o aluno que estava fazendo as anotações no caderno).
- C4: - Como é mesmo?
- C5: - Faz uma quantidade para a primeira depois para a segunda e a mesma coisa na terceira. – Entendeu?
- C4: - E as quantidades? – Faz até os 50 reais de lucro, né?
- C1: - Não é lucro, é o salário.
- C5: - Pois é, faz primeiro com um depois com dois e 3, quando completar faz com as outras e ver a melhor.
- C5: - Eu vou fazer e tu calculas (nesse momento essa aluna pede o caderno para fazer os registros).
- C1: - Ah, melhor.
- C4: - Essa é só de cabeça.

Nesse diálogo é possível notar o envolvimento dos alunos por meio de uma discussão colaborativa na busca de estratégia para investigação da atividade. A sugestão “Vamos fazer logo essa depois faz as outras” foi integrada à colocação “faz até os 50 reais de lucro” gerando a conjectura: “pois é, faz primeiro com um depois com dois e três, quando completar faz com as outras e vê a melhor”. Essa ideia foi significativa para o desempenho do grupo como pode ser notado a partir dos escritos da Figura 4.

Figura 4 - Mostra os primeiros registros do grupo C

1 pneu	1000 + 5.1	salário	1005
2 pneu	1000 + 5.2	salário	1010
3 pneu	1000 + 5.3	salário	1015
4 pneu	1000 + 5.4	salário	1020
5 pneu	1000 + 5.5	salário	1025

Fonte: Alunos do grupo C.

Quando a aluna iniciou a parte mostrada na Figura 4, os demais ficaram em silêncio até um dos componentes do grupo enfatizar que para os outros casos eles poderiam utilizar uma planilha. Essa proposta certamente foi visualizada por causa da forma como a colega fazia os registros, pois pode ser notada uma coluna com a quantidade de pneus, outra com o valor fixo, com os produtos dos valores da primeira por 5, e a última com os salários. Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.36) corroboram com essa percepção ao afirmarem que a escrita dos alunos é fundamental para clarificar as suas ideias, pois ao explicitarem as suas conjecturas, eles são favorecidos a estabelecerem consensos comuns para suas realizações.

Dessa forma discussões sobre o planejamento das planilhas referentes às propostas (II) e (III), levou os alunos a escolher a conjectura que defendia uma planilha composta de doze colunas, dentre elas, três para o aro 13, outras três para o aro 14 e mais três para o aro 15, da seguinte forma: uma era para registrar o valor do pneu, a outra com a porcentagem e a terceira com os resultados das duas anteriores. Mas, na sequência das discussões, o grupo refinou sua conjectura e juntaram as três colunas referentes a um aro, formando apenas uma, dessa forma a planilha foi reduzida para seis colunas. Assim, decidiram elaborar uma planilha para cada proposta de emprego. Essa estratégia favoreceu a visualização dos dados como, por exemplo, a comparação de valores ocupantes de uma mesma linha. A Figura 5 apresenta as planilhas propostas pelo grupo C.

Figura 5 - Apresenta elaborações do grupo C

I)

Quantidade de pneus	valor	5. (x)	SALARIO
1	1000	5.1	1005
2	1000	5.2	1010
3	1000	5.3	1015
4	1000	5.4	1020
5	1000	5.5	1025
6	1000	5.6	1030
7	1000	5.7	1035
8	1000	5.8	1040
9	1000	5.9	1045
10	1000	5.10	1050

Com 10 pneus vendidos ele tem um salário de R\$ 50,00 fora os 1000

II)

Quantidade de pneus	valor	10x Aro 13	8x Aro 14	6x Aro 15	SALARIO
1	300	32,00	24,00	24,00	840,00
2	400	44,00	48,00	48,00	840,00
3	300	66,00	72,00	72,00	910,00
4	300	88,00	96,00	96,00	980,00
5	300	110,00	120,00	120,00	1050,00
6	300	132,00	144,00	144,00	1120,00
7	300	154,00	168,00	168,00	1190,00
8	300	176,00	192,00	192,00	1260,00
9	300	198,00	216,00	216,00	1330,00
10	300	220,00	240,00	240,00	1400,00

Com 10 pneus vendidos ele tem um salário de R\$ 90,00 + 700

Quantidade de pneus	valor fixo	30% Anos 13	40% Anos 14	40% Anos 15	SALÁRIO
1	800,00	24,60	32,00	32,00	891,60
2	800,00	49,20	64,00	64,00	903,20
3	800,00	73,80	96,00	96,00	914,80
4	800,00	98,40	128,00	128,00	926,40
5	800,00	123,00	160,00	160,00	938,00
6	800,00	147,60	192,00	192,00	949,60
7	800,00	172,20	224,00	224,00	961,20
8	800,00	196,80	256,00	256,00	972,80
9	800,00	221,40	288,00	288,00	984,40
10	800,00	246,00	320,00	320,00	996,00

Com a venda de 10 pneus ele terá uma margem de $891,60 + 800,00$

Fonte: Alunos do grupo C

Na Figura 5 é possível notar o seguinte detalhe para os valores da primeira coluna: no caso (I), as quantidades são repetidas apenas uma vez para multiplicação por 5; já para os casos (II) e (III) as quantidades são triplicadas, ou seja, é usado o mesmo valor para as três porcentagens. Essa padronização facilitou na construção de conhecimentos criados pelo grupo.

Foi possível observar nos áudios que antes de terminarem a última planilha já faziam algumas comparações com base nas anotações existentes. Quando o grupo finalizou, o professor recebeu um chamado. Após ouvir algumas colocações o pesquisador fez a seguinte pergunta: “que outras conclusões vocês podem tirar dessas planilhas”? Identificaram-se alguns posicionamentos proativos. Um dos componentes imprimiu a seguinte explicação “professor dá até para o dono da loja saber quanto vai pagar para os funcionários é só ele olhar na tabela e ver as vendas”. Outra demonstração significativa foi: “a gente pode comparar a primeira linha com a última, nas porcentagens basta multiplicar por 10 e somar com o fixo que dá o salário”. Logo em seguida o docente perguntou: “e na centésima linha, qual vai ser o salário”? A seguir a continuidade do diálogo:

C5: - O senhor está dizendo se vender 100, né?

P: - Sim!

C5: - É só multiplicar por 100.

P: - Multiplicar o que?

C5: - Multiplica as porcentagens, dá 1760, aqui dá 1800 e nessa dá 1600, a vírgula vai duas casas pra cá.

Nesse momento, a aluna operou a calculadora e em seguida disse que dava R\$ 5.960,00, esse valor é referente à venda de 100 unidades de cada pneu na proposta (III). Para a proposta (II), o valor foi R\$ 7.700,00 e rapidamente calculou o salário da (I) R\$ 1.500,00. A rapidez que a discente chegou aos resultados declara a produtividade que se pode ter ao trabalhar com planilhas em atividades como essa. Após a resolução do grupo, solicitou-se que fizessem a elaboração das funções e os gráficos e registrassem no caderno suas considerações, tendo em vista a apresentação final. Nesse sentido, o docente levantou um questionamento com eles, quando foi chamado

novamente ao grupo, porque os componentes divergiam no levantamento de ideias, pois uns diziam que nos casos (II) e (III) seria possível elaborar funções e outros sustentavam que não. Tendo em vista a disposição dos valores em colunas e a realização da atividade do primeiro encontro, fez-se uma interposição.

P: - Nessa primeira que modelo matemático vocês chegaram para calcular os salários?

C5: - É o fixo mais 5 vezes “x” que é a variável.

P: - E como ficou?

C5: - Assim, (a aluna mostrou no caderno).

P: - É possível fazer o gráfico dela?

C3: - Dá sim, é só tirar os valores de cada um e botar no plano.

P: - Valores de quê?

C3 e C4 falaram uníssono: - De “x” e “y”.

C4: - “y” é os resultados.

P: - Muito bem! – E com os outros casos?

C2: - É mais difícil.

C5: - Mas eu acho que sim.

C1: - Eu já fiz o plano. (a aluna havia concluído o desenho do plano no papel milimetrado).

P: - Então agora criem um modelo matemático para cada uma delas.

C2: - A primeira é mais fácil e as outras, professor, com esses tantos de números?

Nesse episódio, foi possível notar o empenho dos alunos.

Mas, não estavam conseguindo elaborar uma conjectura. Diante dessa situação, Ponte, Brocardo & Oliveira (2013) defendem que o professor deve estimular os alunos a continuarem na busca de conjecturas, ajudando-os a expressar ideias acerca do que procuram. Seguindo esse pensamento o professor assistiu-os no sentido de estabelecer um entendimento que levassem a uma ideia.

P: - Quais comparações vocês podem fazer entre essa primeira planilha e o calendário da atividade anterior?

C3: - Mas comparar o que?

P: - Lá tem o quê, que é parecido com essa planilha?

C5: - Linhas, números ...

C4: - Colunas também.

P: - Muito bem! – Vocês utilizaram para encontrar funções, certo?

C5: - Sim, entendi a gente faz com as colunas daqui, mas a primeira já tem a função.

P: - Olhando para elas vocês conseguem ver a função ?

C3: - Não entendi.

C5: - Entendi, como é , fica 1000 mais 5 vezes 1, o resultado é o “y” e o “x” é ...

C4: - É da primeira.

C5: - É o 1.

P: - Então vocês compreendem que a primeira coluna são os valores de?

C4: - De “x”.

C5: - E a última são os de “y”.

P: - O valor “5” que acompanha “x” dá para ser observado em algum lugar da planilha que não seja na terceira coluna?

C1: - Eu entendi, é só subtrair 1005 de 1000.

C4: - É mesmo.

C5: - Mais aqui também aumenta de 5 em 5.

P: - Então o valor 5, pode ser tirado dá?

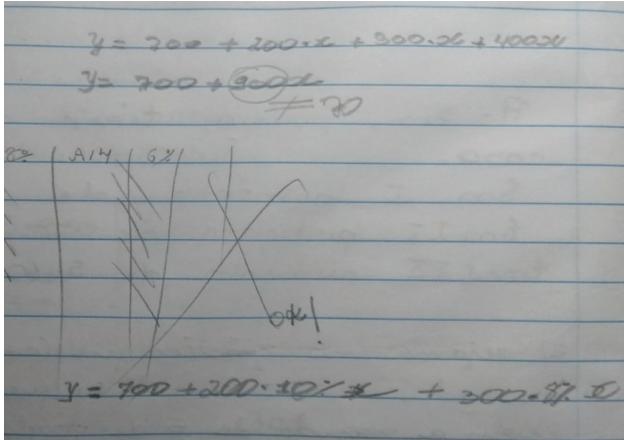
C5: - Da última coluna, da variação.

P: - Pois agora vamos lá. (nesse momento o docente deixou os alunos pensar a sós).

Na sequência do áudio, é possível verificar suas dificuldades por causa da quantidade de colunas em (II) que é superior ao

caso (I). Eles não observaram que bastava verificar a variação dos salários para obter o número que iria acompanhar “x” em seus modelos. A ideia de coeficiente angular, que começou na atividade anterior precisava ser amadurecida. Eles decidiram seguir a formação, comparando com a planilha. A Figura 6 mostra a ideia que eles estavam seguindo.

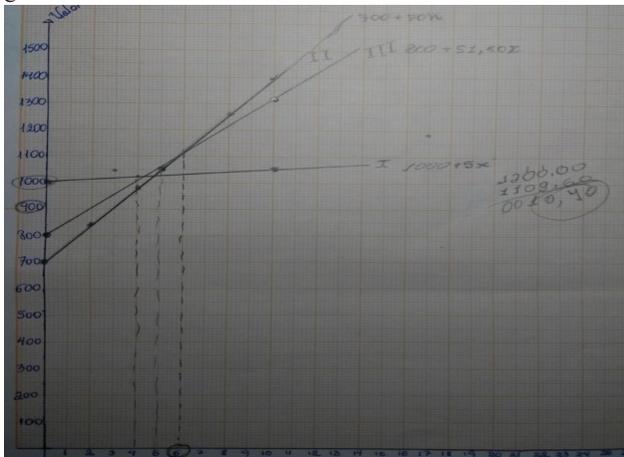
Figura 6 - Conjectura que o grupo C sustentava.



Fonte: Alunos do grupo C.

Como mostra a Figura 6, com esse plano eles encontraram o valor 900 e compararam com a variação do salário (70). Notaram que o modelo encontrado não seguiu o mesmo formato da primeira função. É possível notar na figura 8 que eles insistiram na ideia e incluíram a porcentagem na expressão. Dessa forma, encontraram a função. Nesse momento, perceberam que estavam corretos, porque notaram que o “70” da variação dos salários apareceu na função acompanhando “x”. A elaboração da terceira função foi imediata, porque haviam compreendido que bastava verificar a variação existente entre os valores da coluna correspondente ao salário. Eles ainda montaram a expressão e encontraram. Perceberam que podiam apenas tomar o valor que ia aumentando de um salário para o outro utilizando-o como coeficiente angular da função. A Figura 7 mostra como ficaram os gráficos.

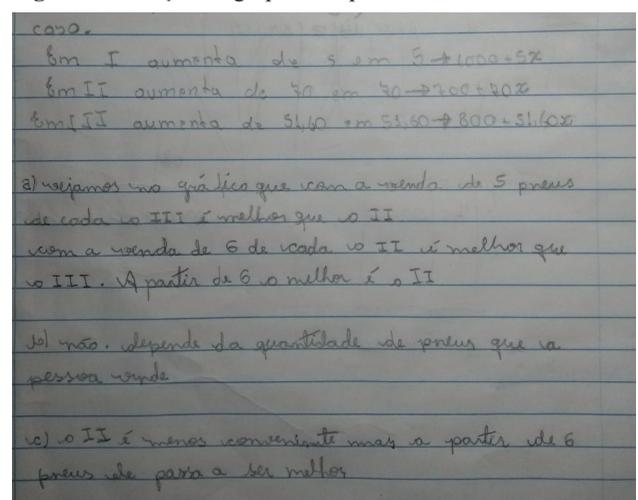
Figura 7 - Funções criadas pelo grupo C acompanhadas dos gráficos



Fonte: Alunos do grupo C.

É possível notar na Figura 7 que os discentes verificaram no ponto de abscissa 6 (quantidade de 6 pneus) a diferença entre os salários de (II) e (III), que é de R\$ 10,40. Fizeram esse registro na figura 9 porque apenas visualizando os gráficos não dá para observar essa informação. Observou-se que os modelos das funções e o cálculo da diferença comentada foram registrados na figura 9 para facilitar nas explicações, pois no momento em grande grupo, os discentes utilizavam a lousa digital para mostrar as fotografias com seus trabalhos. Dessa forma, os alunos fizeram as apresentações explorando imagens para mostrar as elaborações e conclusões. Percebeu-se que essa ideia contribuiu para que os alunos tivessem mais cuidado com seus registros, já que essa organização iria facilitar a compreensão dos colegas na apresentação final. Nesse sentido, Ponte, Brocardo & Oliveira (2013) destacam que a escrita da investigação é fundamental para o momento de discussão do trabalho realizado pelo grupo, porque seus componentes podem comunicar os resultados com mais clareza e o pesquisador também se beneficia porque passa a ter detalhes daquilo que cada grupo fez. De acordo com esse entendimento, passou-se a elogiar os apontamentos dos alunos, pois de acordo com Freire (2011) o elogio que o docente faz aos trabalhos dos alunos pode elevar sua autoestima para novas produções. A Figura 8 destaca o cuidado com os registros.

Figura 8-Anotações do grupo C respeito da atividade em discussão



Fonte: Alunos do grupo C.

Apenas na Figura 8 é possível observar as justificativas do grupo para as três questões da atividade. Essa estratégia manifesta a preocupação dos alunos com a exposição de suas conclusões. Tomando por base os diálogos com os alunos, verificou-se que eles já tinham planejado uma justificativa para a questão “a” antes de encontrarem as funções. Mas, pode-se notar na Figura 8, que eles utilizaram os gráficos que construíram para enfatizar o que a questão “a” solicitou. E, as planilhas que foram norteadoras na elaboração das funções, também comprovavam as justificativas exibidas dos gráficos. Dessa forma, eles tiveram segurança para elaborar a conclusão que imprimiram.

A forma como foi organizada a escrita dos modelos das funções pensando nas explicações que iriam colocar em grande grupo, explicita que a ideia de coeficiente angular e o que ele representa para a função polinomial do 1º grau estava sendo compreendida. Nessa atividade, a ideia de relação entre dois conjuntos para a função afim e as partes que compõem esse modelo ficou mais explícita.

Depois desse encontro percebeu-se que os alunos que vinham mostrando dificuldades em compreender o assunto ficaram mais confiantes para os momentos seguintes. Nesse sentido, Freire (2011, p.28) afirma que “nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo”. Essa afirmação contempla a investigação realizada pelo grupo “C”, pois além de aprenderem em cooperação, criaram conhecimentos que possibilitou ampliar os saberes da turma em relação ao que foi discutido na atividade anterior. Dessa forma, a riqueza de discussões surgidas potencializou a capacidade dos alunos em construir conhecimentos variados e comunicá-los matematicamente. Dessa maneira, o trabalho cooperativo foi fundamental para que os discentes conseguissem empreender seus conhecimentos na busca de novos saberes matemáticos.

5 Conclusão

Inicia-se essa parte apresentando novamente a questão de pesquisa do presente artigo: como os estudantes do 1º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio possibilitam o ensino e aprendizagem da função afim ao explorarem, de modo colaborativo, atividade investigativa? Antes de iniciar a pesquisa verificou-se que os estudantes não tinham conhecimentos sobre a investigação matemática. Diante desse ponto, o desafio foi colocar os discentes a produzissem dados que fossem suficientes para responder a pergunta e contemplar o objetivo proposto (possibilitar o ensino e aprendizagem da função polinomial do 1º grau envolvendo estudantes em grupos colaborativos). Nesse contexto, foi preciso adequar a sala de aula a uma metodologia que colocou o aluno para raciocinar como sujeito dos processos de ensino e de aprendizagem.

Durante o processo investigativo, percebeu-se que mesmo os alunos se envolvendo com a atividade desde o início da aula, o professor precisa entender que cada grupo tem o seu tempo para iniciar as primeiras conjecturas e estratégias de investigação. No presente trabalho, testemunhou-se que grupos que, aparentemente, não estavam conseguindo produzir resoluções, começaram a elaborá-las com ideias proativas. Observou-se que, após a apresentação das investigações da atividade (Quadro 2), os discentes perceberam a função afim como uma relação entre dois conjuntos de valores. Essa aprendizagem foi obtida quando foi socializada a constituição das funções a partir de duas colunas (uma representando o eixo “x” e a outra o eixo “y”). As partes que compõem o modelo da

função polinomial do primeiro grau e a elaboração do gráfico foram compreendidas pelos alunos, pois esses termos também foram discutidos em grande grupo e os estudantes entenderam a ideia. De acordo com essa conclusão, constatou-se que sobre o valor fixo (coeficiente linear) os discentes imprimiram um entendimento imediato. No que diz respeito ao coeficiente angular, os estudantes concluíram que esse valor corresponde à razão de crescimento dos valores da coluna correspondente ao eixo “y”. Outro ponto constatado foram as justificações baseadas nas interpretações dos gráficos. Dessa forma, verificou-se que as planilhas foram facilitadoras para a comparação de valores e na elaboração de funções.

Diante dos resultados, concluiu-se que por meio da atividade investigada os discentes puderam utilizar os conhecimentos que já tinham para aprender um novo conteúdo. Dividir a turma em grupos colaborativos foi fundamental para que os alunos elaborassem estratégias e conjecturas diferenciadas. As discussões que levaram a essas elaborações e a apresentação no final dos encontros deslumbraram um jeito novo de aprender e ensinar o conteúdo abordado. Assim, a realização da atividade à luz da investigação matemática foi enriquecedora, porque os estudantes conseguiram realizar encontrar conjecturas e utilizar estratégias diferenciadas, as quais possibilitaram novos horizontes para a aprendizagem em sala de aula.

Referências

- Auro, H., & Skovsmose, O. (2010). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Banchi, H., & Bell, R. (2008). The many levels of inquiry. *Scie. Children*, v.46, n.2, p.26-29.
- Bicudo, M.A.V. (1993). Pesquisa em educação matemática. *Proposições*, v.4, n.1, p.18-23.
- Boavida, A., & Ponte, J. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI. *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.
- Bogdan, RC., & Biklen, Sari K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto.
- Bonotto, AK. (2015). Ensino e aprendizagem da função exponencial por meio de atividades investigativas e do uso de objeto de aprendizagem. 2015 125 f. Dissertação: Mestrado Profissional. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino: Centro Universitário Franciscano. Santa Maria.
- Brasil. Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC. Cervo, A.L., Bervian, P.A., & Silva, R. (2007). *Metodologia científica*. São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- Brunheira, L. & Fonseca, H. (1995). Investigar na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, n.35, p.16-18, 1995.
- Freire, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 2011.
- Marconi, M.A., & Lakatos, E.M. (2003). *Fundamentos de metodologia científica*. São Paulo: Atlas.
- Ponte, J.P., Brocado, J., & Oliveira, H. (2013). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

- Ponte, J.P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. Actas do ProfMat.
- Ponte, J.P. Gestão curricular em Matemática. In: O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: GTI/APM, 2005. p.11-34.
- Redling, J. P.; Junior, J. L. Trilhas pedagógicas, v.1, n.1, 2011.
- Sadovsky, P. (2010). O ensino de Matemática de hoje: enfoques, sentidos e desafios. São Paulo: Ática.
- Saraiva, L.O. (2012). Atividades investigativas para o ensino e aprendizagem dos conceitos e propriedades de sucessões numéricas. 2012 93 f. Dissertação Mestrado: Curso Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática. Centro Universitário Franciscano, Santa Maria.
- Skovsmose, O. (2000). Cenário para investigação. Bolema, v.13, n.14, p.66-91, 2000.
- Svinicki, M., & McKeachie, W.J. (2012). Dicas de ensino: estratégias, pesquisa e teoria para professores universitários. São Paulo: Cengage Learning.