DOI: http://dx.doi.org/10.17921/2176-5634.2019v12n2p199-206

Fração com o Significado de Operador Multiplicativo: Aprendizagem e Ensino

Fraction With the Meaning of Multiplicative Operator: Learning and Teaching

Marta Élid Amorim*[a]; Teresa Cristina Etcheverria[a]; Marta Raquel Silva de Oliveira[a]

[a]Universidade Federal de Sergipe, Departamento de Matemática. SE, Brasil.
*E-mail: martaelid@gmail.com

Resumo

Este texto tem como propósito discutir o desempenho de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental em um problema envolvendo fração com o significado de operador multiplicativo. Para esta discussão nos apoiamos nas ideias de Moutinho (2005), Magina e Campos (2008), Monteiro e Groenwald (2014). Os dados foram coletados por meio da aplicação de um questionário a 565 estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental de quatro escolas públicas municipais do interior do estado de Sergipe e a seus professores de Matemática. Os resultados apontam que o índice de desempenho dos estudantes na questão do instrumento que envolveu o significado de fração como operador multiplicativo foi baixo, pois não alcançou o patamar de 40% e que não há um crescimento contínuo de ano para ano, apesar dos professores afirmarem trabalhar com questões semelhantes a apresentada neste estudo. Ainda, os estudantes mostraram dificuldade em identificar a fração quando o inteiro ou todo está representado num contexto discreto; e veem as frações como um conjunto de dois números inteiros separados por um traço, o que, por consequência, os impulsiona a operar com eles, somando ou multiplicando.

Palavras-chave: Fração. Operador Multiplicativo. Ensino Fundamental. Aprendizagem e Ensino.

Abstract

This article aims to discuss the performance of students from the final years of Elementary School in a problem involving fraction with the meaning of multiplication operator. For this, we seek support on ideas by Moutinho (2005), Magina and Campos (2008), Monteiro and Groenwald (2014). Data were collected through application of a questionnaire to 565 students from 5th to 9th year of Elementary School from four municipal public schools of the State of Sergipe, and their teachers. Results show that student performance on the question related to the applied instrument, involving the meaning of fraction as an operator, was low, with right answers not reaching 40% of the cases, without improvement from year to year. That happened even with teachers stating that they do use similar questions when teaching. Yet, students present difficulties to identify fractions when integers are represented in a discrete context, and they see fractions as a set of two integers separated by a trace, leading to students' operating with them by adding or subtracting.

Keywords: *Fraction. Multiplication Operator. Elementary School.*

1 Introdução

Este artigo tem como propósito trazer para discussão dados coletados em um projeto de pesquisa intitulado "Aritmética no Ensino Fundamental", desenvolvido no ano de 2017. O referido projeto faz parte das atividades do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (GEPEMAT) e teve como objetivo identificar as dificuldades apresentadas por estudantes do Ensino Fundamental nos significados de fração.

A ideia de realizar essa investigação tem origem nas experiências vivenciadas por integrantes do GEPEMAT na orientação de estagiários do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Prof. Alberto Carvalho e no trabalho realizado nas escolas do Ensino Fundamental e Médio pelos bolsistas do Programa de Iniciação à Docência (PIBID).

Os relatos dos licenciandos sobre a experiência docente revelam que os estudantes da Educação Básica apresentam muitas dificuldades na compreensão dos significados de fração e, também, na resolução de operações envolvendo frações. Tendo em vista essas observações, e levando em conta a formação do professor de matemática, o projeto se propôs a identificar as dificuldades de estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental quanto aos cinco significados envolvidos no ensino de frações, a saber: parte-todo, número, operador multiplicativo, quociente e medida.

Neste artigo faremos uma discussão sobre os resultados relacionados ao significado de operador multiplicativo. Em nosso entender, esses resultados são indicativos de dificuldades que permeiam o complexo processo que envolve o fazer docente, neste caso, o ensino das frações. Neste contexto, delineia-se na sequência deste artigo, um pequeno aporte teórico acerca dos significados relacionados ao ensino das frações; a metodologia utilizada para coleta e análise dos dados; uma possibilidade de interpretação do desempenho dos estudantes na questão três do questionário aplicado e do olhar dos professores sobre o ensino da questão em estudo; algumas reflexões e considerações e as referências que embasaram este trabalho.

2 Frações e os seus Significados

Os registros históricos nos revelaram que civilizações antigas, tal como a dos Babilônios, há 4000 anos já faziam uso de notações para representar frações. Acredita-se que a forma de notação desenvolvida por eles foi considerada a melhor que qualquer civilização conseguiu até o Renascimento. Apesar de eles trabalharem tendo como base a fração de unidade, sua forma de registro contribuiu no desenvolvimento de conhecimentos mais avançados, tal como o cálculo da raiz quadrada de um número, um processo baseado em aproximações que apresentava grande precisão para a época.

Entretanto, mesmo o significado de fração sendo estudado desde a antiguidade, professores que ensinam matemática nos diferentes níveis de ensino consideram que esse é um conteúdo que apresenta dificuldade tanto no processo de ensino como no de aprendizado. Alguns pesquisadores entendem que uma das dificuldades está na compreensão do conceito devido aos diferentes significados que o envolvem. Kieren (1980) destacou cinco ideias como sendo básicas no processo de compreensão dos números racionais, a saber: parte-todo, quociente, razão, operador e medida.

Mais tarde, Nunes, Bryant, Pretzlik e Hurry (2003), inspirados nas ideias de Kiren (1980), afirmam que o êxito no aprendizado do conceito de fração será maior quando os diferentes significados forem explorados e, na releitura feita, destacam: parte-todo, quociente, número, operador multiplicativo e medida. Nesta pesquisa adotamos os significados elencados por Nunes et al. (2003), que explicitamos a seguir.

O significado de parte-todo provém da ação de particionar um todo (contínuo ou discreto) em n partes iguais, onde cada parte representa (Moutinho, 2005). A fração resultante desse processo é dada pelo número de partes em que foi dividido o todo representado pelo denominador e, pelo número de partes que desejamos tomar, como o numerador.

Já o significado de fração como quociente está presente em situações que envolvem a ideia de divisão ou partilha e nos permite representar frações que extrapolam a ideia de divisão do todo em partes iguais. Essa ideia se diferencia da anterior, pois "dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número: ." (Brasil, 1998, p. 103)

Outro aspecto que esse significado, fração como quociente, nos permite discutir é que ao dividirmos um bolo para três crianças ou para seis crianças, por exemplo, quanto maior o número de crianças para um bolo ser dividido, menor o pedaço para cada uma delas. Ou seja, quanto maior o denominador, menor será a parte (Magina & Campos, 2008).

É comum, no processo de ensino de frações, passar do significado de parte-todo direto para as operações, sem levar em consideração outros significados ou, até mesmo, sem discutir com os alunos as relações lógico-matemáticas envolvidas no processo. Muitas vezes, as relações de equivalência e de ordem são discutidas baseadas principalmente na percepção (Magina & Campos, 2008).

No entanto, o uso de situações que envolvam os diferentes significados de fração contribui para a construção do conceito dentro de contextos que envolvam quantidades contínuas e discretas (Moutinho, 2005). Esses significados têm uma grande importância na aprendizagem dos alunos, pois eles possibilitam a compreensão da natureza desse novo número. No entanto, deve-se saber em qual momento introduzir cada um desses significados no Ensino Fundamental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática ressaltam que no segundo ciclo, atuais 4º e 5° ano,

> [...] são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (Brasil, 1997, p. 57).

Com isso, nesse ciclo eles destacam dois dos cinco significados citados no início e mais um, a razão, significado atribuído a fração quando a mesma é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza (Brasil, 1997).

Os PCN de Matemática (Brasil, 1998) ressaltam que o estudo dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, merece especial atenção no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador. Neste momento, acrescenta-se o significado da fração como operador multiplicativo e implicitamente, o significado de fração como número, pois ao explorar situações no qual o aluno faça comparações entre os números fracionários estamos trabalhando este significado.

Ainda, sobre o significado de fração como número, Campos, Magina e Nunes (2006, p.128) afirmam que, as frações assim

> [...] como os inteiros, são números que não precisam, necessariamente, referir-se a quantidades específicas. Existem duas formas de representação fracionária: ordinária e decimal. Um exemplo de exercício usado no ensino de Matemática em que a fração é trabalhada sem um referente específico é apresentado como a seguir: represente o número 1/2 na forma decimal.

Outra interpretação para o significado de fração é aquela em que exploramos situações envolvendo medida. Nessa, utilizamos uma determinada parte como referência para medir as demais. Uma situação que envolve esse significado é, por exemplo, medir quantos copos de água de 200ml cabem em uma garrafa de 2 litros ou, ainda, analisar "se duas medidas de tintas foram feitas com a mesma razão de tinta azul para tinta branca, a cor será a mesma e as frações serão equivalentes, mesmo que a quantidade total de tinta seja diferente" (Magina & Campos, 2008, p.28).

Por fim, trazemos uma interpretação que atribui ao número racional o significado de operador multiplicativo. Para esse significado destinamos um tópico específico, visto a necessidade de trazer elementos importantes que contribuirão para a discussão dos resultados que serão apresentados neste artigo.

2.1 Fração com significado de operador multiplicativo

A fração com o significado de operador multiplicativo está associada ao papel de transformação, ou seja, algo incide sobre uma determinada situação e a modifica (Vergnaud, 2009). Essa ideia está associada a problemas do tipo “que número deve multiplicar por 12 para obter 8” ou, ainda, na situação em estudo neste trabalho: “Luís ganhou de seu avô de 12 bolinhas de gude. Quantas bolinhas Luis ganhou?” Em ambos os casos, a ideia implícita é que o número é um multiplicador da quantidade indicada. (Campos, Magina & Nunes, 2006).

Essa concepção se caracteriza por apresentar uma ideia de transformação e pode ser trabalhada em contextos discretos, nos quais o inteiro é formado por mais de uma unidade, por exemplo: Paulo tinha 30 figurinhas e deu a seu amigo dessas figurinhas. Com quantas figurinhas Paulo ficou?

E em contextos contínuos, por exemplo, quando a fração atua como um operador sobre um segmento de reta para se obter outro segmento de reta. Hincapié Morales (2011) exemplifica com a situação a seguir e argumenta que a compreensão desse tipo de significado oportuniza aos estudantes resolverem com maior habilidade a multiplicação de frações.

Figura 1 - Situação envolvendo a ideia de transformação em contexto contínuo

Reduzir o comprimento do próximo
segmento em 4/7 do comprimento inicial.

Fonte: Hincapié Morales (2011, p.26).

A solução da primeira situação requer que o estudante perceba que há um estado inicial (o total de figurinhas que ele tinha); uma ação a realizar, que é operar de 30 (a quantidade de figurinhas que deu) para ele saber qual será o estado final (a quantidade de figurinhas que ele ficou). Percebe-se que para descobrir a quantidade de figurinhas que Paulo ficou (estado final) ele, obrigatoriamente, precisa calcular a quantidade de figurinhas que Paulo deu (transformação). A necessidade dessa interpretação, da análise dos dados e da habilidade de resolver as operações envolvidas na situação-problema caracterizam essa questão como de nível médio de dificuldade (Nunes, Campos, Magina & Bryant, 2002). Para Vergnaud (2009), a complexidade das situações pode variar em função dos diferentes significados, mas também em função do tipo de situação formulada para cada significado.

Monteiro e Groenwald (2014) destacam em sua pesquisa que os estudantes do 7º ano apresentaram dificuldade em identificar a fração quando o inteiro ou todo está representado num conjunto discreto, como por exemplo: conjunto de ferramentas e grupo de crianças. Os autores observaram que os estudantes que erraram não consideraram a quantidade total de elementos do conjunto como sendo o inteiro ou todo.

Os resultados de Monteiro e Groenwald (2014) indicam ainda que mesmo nos significados parte-todo, quociente e razão os estudantes erram mais quando o inteiro está representado por uma grandeza na forma discreta. É possível que isso aconteça porque docentes que ensinam matemática em turmas de 5º e 6º anos costumam ensinar frações fazendo uso de figuras que representam grandezas contínuas, tais como, polígonos e círculos. (Silva & Almouloud, 2008).

3 Material e Métodos

Este texto se apoia em dados quantitativos para realizar uma discussão qualitativa. Entendemos que no caso deste estudo, o percentual de desempenho dos estudantes, além de diagnosticar o contexto investigado, serve para provocar uma reflexão sobre o ensino dos significados de fração, pois mais importante que o valor dos números apresentados sobre aquela realidade é a compreensão que expressamos sobre eles (Bogdan & Biklen, 1994).

Para conhecer o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental na resolução de problemas envolvendo diferentes significados de fração aplicamos o questionário a discentes do 5º ao 9º ano de quatro escolas públicas municipais de três cidades do interior do estado de Sergipe, conforme descrito no Quadro 1. Fizemos a opção de aplicar o instrumento a partir do 5º ano, considerando a orientação de que o estudo das frações seja iniciado no 4º ano (Brasil, 1997) e o período letivo. Os municípios foram escolhidos de acordo com o índice populacional, ou seja, escolhemos cidades de porte pequeno, médio e grande, considerando-se o estado em questão.

Quadro 1 - Número de estudantes por escola e município

Município	Escolas	Número de Estudantes
Índice populacional próximo de 12 mil habitantes	Escola 3	161
Índice populacional próximo de 40 mil habitantes	Escola 1	156
Índice populacional próximo de 100 mil habitantes	Escola 2	129
	Escola 4	119

Fonte: Dados da pesquisa

O instrumento foi aplicado em abril e maio de 2017 para uma turma de cada ano escolar em cada escola. A quantidade de discentes que compareceu no dia da aplicação, por ano escolar e por escola, está descrito no Quadro 2.

Quadro 2 - Número de discentes por escola e ano escolar

Escolas	Número de Alunos					
	5° ano	**6° ano**	**7° ano**	**8° ano**	**9° ano**	**Total**
Escola 1	30	33	32	34	27	156
Escola 2	22	28	28	34	17	129
Escola 3	29	36	34	30	32	161
Escola 4	25	26	26	18	24	119
Total	106	123	120	116	100	565

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que as escolas com maior frequência de alunos nesse dia de aula foram as escolas com menor índice populacional.

O instrumento aplicado aos estudantes foi composto por cinco situações-problema cada uma abordando um dos significados de fração, assim distribuídas: Problema 1 – parte-todo; Problema 2 – número; Problema 3 – operador multiplicativo; Problema 4 – quociente; e Problema 5 – medida. Os problemas do instrumento foram adaptados das situações propostas por Magina e Campos (2008).

A aplicação do instrumento aconteceu em uma única sessão, contou com a participação de quatro professores da universidade e dois graduandos, e ocorreu no mesmo dia e horário para as turmas de cada escola. Nesse mesmo horário, os professores de Matemática que se encontravam na escola, preencheram o instrumento destinado a eles.

No instrumento dos professores, além das cinco situações que compuseram o instrumento dos estudantes, solicitamos que eles indicassem o percentual de estudantes de sua turma que acertaria aquele problema e, ainda, que eles dissessem como explicariam cada um daqueles problemas aos seus alunos.

A identificação dos protocolos dos estudantes aconteceu da seguinte forma: o protocolo "1.7.24" pertence ao estudante nº 24 (24), do sétimo ano (7), da Escola 1 (1); e nos protocolos dos professores registramos "E2P1" para indicar o Professor 1 (P1) da Escola 2 (E2).

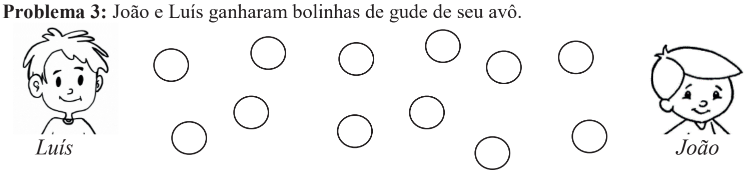
A análise quantitativa do desempenho dos estudantes foi realizada a partir das respostas apresentadas na resolução dos problemas. Para essa análise escolhemos categorizar as respostas em "corretas", "parcialmente corretas", "incorretas" e "em branco". A análise qualitativa está apoiada na busca de compreensão das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes na resolução do problema.

4 Resultados e Discussão

No instrumento aplicado aos estudantes, o problema 3 abordou o significado de fração como operador multiplicativo. Neste artigo escolhemos discutir somente os resultados de desempenho dos estudantes nesse problema.

Figura 2 - Problema 3 do instrumento

Problema 3: João e Luís ganharam bolinhas de gude de seu avô.



a) João ganhou 1/3 das bolinhas de gude. Circule as bolinhas que João ganhou.
b) Luís ganhou 2/3 das bolinhas de gude. Quantas bolinhas Luís ganhou?

Fonte: Adaptado de Magina e Campos (2008)

O problema em análise pode ser considerado de nível médio de dificuldade, seguindo a classificação de Nunes et al. (2002), por requerer que o estudante identifique que o total de bolinhas constitui o todo e representa o estado inicial (3/3 de 12) e que a primeira transformação solicitada (1/3 de 12) indica a quantidade de bolinhas de gude que João ganhou e as bolinhas que restaram (2/3 de 12) indicam a quantidade que Luís ganhou.

4.1 Análise do desempenho dos estudantes

Os resultados de desempenho dos estudantes são apresentados, primeiramente, de forma geral, por escola, para que se possa ter uma visão do todo. Na sequência, os resultados são apresentados por ano escolar. Considerando-se que as respostas dos itens "a e b" do Problema 3 não deram margem para uma resposta parcialmente correta, registramos nas tabelas somente os resultados corretos, incorretos e em branco.

Assim, começamos por apresentar e discutir o desempenho geral dos 565 estudantes na resolução do item "a".

O Quadro 3 nos mostra que o desempenho geral dos estudantes das quatro escolas não alcançou o patamar de 40%, indicando que menos da metade dos 565 alunos conseguiu identificar que um terço de 12 bolinhas corresponde a 4 bolinhas.

Quadro 3 – Desempenho geral, por escola, no item "a"

Escola	Correto		Incorreto		Em Branco	
	F	**%**	**F**	**%**	**F**	**%**
Escola 1	65	41,67	91	58,33	0	0,0
Escola 2	46	35,66	79	61,24	4	3,10
Escola 3	57	35,40	104	64,60	0	0,0
Escola 4	38	31,93	79	66,39	2	1,68
Geral	**206**	**36,46**	**353**	**62,48**	**6**	**1,06**

Fonte: Dados da pesquisa

Apesar desses índices de desempenho estarem abaixo do esperado, mesmo o menor deles ainda é superior ao melhor índice apresentado no item "b" (Quadro 4).

Quadro 4 – Desempenho geral, por escola, no item "b"

Escola	Correto		Incorreto		Em Branco	
	F	%	F	%	F	%
Escola 1	22	14,10	132	84,62	2	1,28
Escola 2	19	14,73	102	79,07	8	6,20
Escola 3	36	22,36	121	75,16	4	2,48
Escola 4	17	14,29	92	77,31	10	8,40
Geral	**94**	**16,64**	**447**	**79,11**	**24**	**4,25**

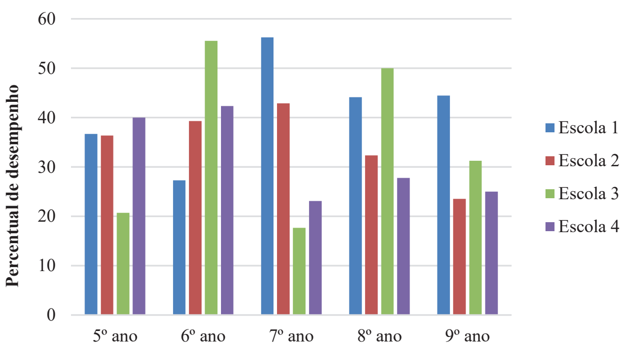
Fonte: Dados da pesquisa

Observando-se os resultados do Quadro 4 percebe-se que o índice geral de acertos no item "b" foi inferior a 20%. Comparando-se o desempenho dos estudantes nos dois itens, constata-se que o desempenho no item "b" ficou abaixo da metade do desempenho no item a. Essa diferença de desempenho nos levou a verificar quantos estudantes haviam acertado os dois itens. Observou-se que 35 estudantes da Escola 3 acertaram os dois itens; 21 da Escola 1; 17 da Escola 2 e 17 da Escola 4.

4.2 Desempenho dos estudantes por ano escolar no item "a" do Problema 3

Analisando-se o desempenho dos discentes no item "a" (*João ganhou 1/3 das bolinhas de gude. Circule as bolinhas que João ganhou.),* por ano escolar, é possível verificar que ele variou, mostrando intervalos de crescimento e de decrescimento.

Gráfico 1 – Desempenho dos estudantes por ano escolar e por escola no item "a"



Fonte: Dados da pesquisa

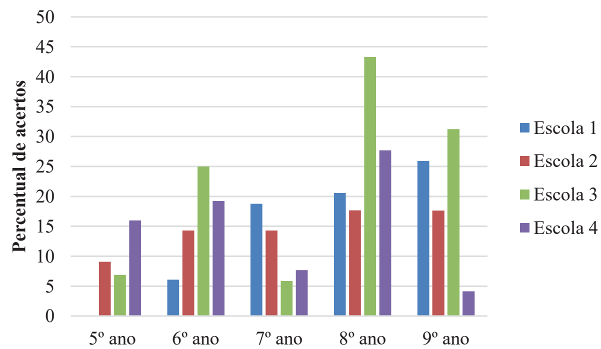
Comparando-se os índices de acertos do 5º e 6º anos, observa-se que houve crescimento, com exceção na Escola 1. Era esperado que houvesse crescimento, pois em duas dessas escolas o professor de Matemática da turma informou que na data em que aplicamos o instrumento os estudantes daquela turma ainda não haviam estudado sobre frações, o que vai de encontro ao proposto nos PCN, pois nesse documento a orientação é de que o ensino das frações seja iniciado no 4º ano do Ensino Fundamental. (Brasil, 1997).

Por outro lado, o índice de acertos do 6º para o 7º ano decresceu nas Escolas 3 e 4 e cresceu nas Escolas 1 e 2; do 7º para o 8º ano, o índice de desempenho cresceu nas Escolas 3 e 4 e decresceu nas Escolas 1 e 2; do 8º para o 9º ano, o índice de desempenho se manteve na Escola 1 e decresceu nas escolas 2, 3 e 4. É preocupante observar que em nenhuma escola houve o crescimento esperado para um processo contínuo de aprendizagem dos significados de fração, que seria um crescimento contínuo do 5º ao 9° ano.

4.3 Desempenho dos estudantes por ano escolar no item "b" do Problema 3

Analisando-se o desempenho dos discentes no item "b" (*Luís ganhou 2/3 das bolinhas de gude. Quantas bolinhas Luís ganhou?),* por ano escolar, é possível verificar que da mesma forma que no item "a" ele não apresentou o crescimento esperado.

Gráfico 2 – Desempenho dos estudantes por ano escolar e por escola no item "b"



Fonte: Dados da pesquisa

Observando-se o índice de acertos de cada turma no item "b", percebe-se que nenhuma turma conseguiu um desempenho igual ou superior a 50% e que somente duas turmas alcançaram um desempenho superior a 30%. O desempenho dos estudantes no item "b" variou, apresentando crescimento e decrescimento desvinculado do ano escolar, por exemplo, na Escola 4 a turma do 9º ano apresentou um desempenho inferior ao dos estudantes dos anos anteriores, foi a turma que apresentou o menor desempenho (4,16%).

Entretanto, o Gráfico 2 nos mostra que nesse item, o desempenho da Escola 1, embora com um índice baixo, revelou um crescimento contínuo, partindo de 0% no 5º ano e chegando a 25,92% no 9º ano. Em nosso entender, apesar de baixo, o desempenho deve ser maior entre alunos dos anos mais elevados, tanto pelo aumento do grau de maturidade como pelo conhecimento adquirido ao longo de anos anteriores. Vale relembrar, que nessa escola os estudantes do 5º ano não haviam estudado o conteúdo investigado, o que justifica o percentual de 0%.

Contudo, na contramão do aprendizado dos estudantes, Lopes (2008) destaca que um dos problemas detectados no ensino de frações é o fato do mesmo ficar restrito até o final do 7º ano. Para o autor, há uma crença no caráter acumulativo dos conteúdos, que deixa implícito ao professor que basta ensinar uma vez o assunto em algum ponto do programa e pronto, a partir daí o conteúdo passa a ser objeto de domínio do aluno.

Entende-se que esse é um erro que precisa ser superado, pois desconsidera o fato de que o desenvolvimento do pensamento proporcional envolve diferentes níveis de dificuldade e se estende dos 7 ou 8 anos até os 14 ou 15 anos (Lopes, 2008). Para o autor a organização curricular do ensino das frações deveria prever um tratamento em espiral desse conteúdo, por meio da proposição de experiências diversas em todos os anos do Ensino Fundamental e Médio.

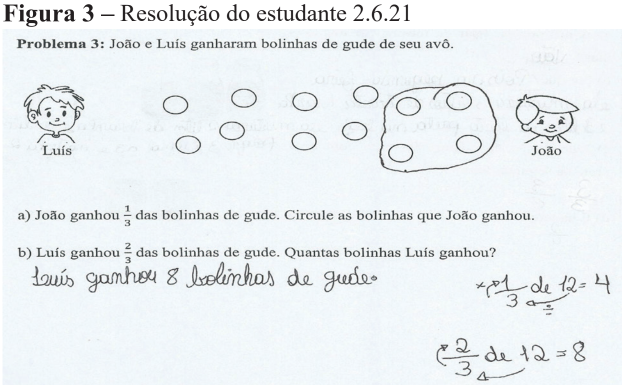
4.4 Um olhar para as estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes

Mesmo tendo conhecimento de que nem sempre a produção escrita, apresentada no papel, represente o esquema de pensamento elaborado pelo estudante para resolver aquela situação, uma vez que a organização do pensamento se apoia em uma representação mental a ser expressa (Muniz, 2009), optamos por discutir algumas respostas corretas e outras incorretas apresentadas por eles.

Entendemos que as respostas dos estudantes podem nos sinalizar seus conhecimentos, sejam eles corretos ou equivocados. Assim, escolhemos iniciar comentando uma resposta correta para depois discutirmos os erros mais comuns.

Dentre os diferentes procedimentos corretos encontrados, escolhemos apresentar o de uma estudante do 6º ano da Escola 2, pois sua resolução deixa claro o significado de fração como operador multiplicativo.

Figura 3 – Resolução do estudante 2.6.21

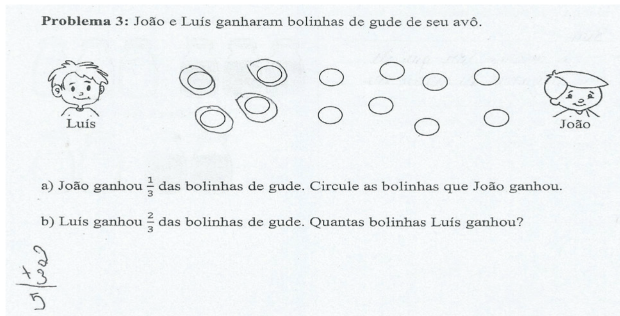


Fonte: Dados da pesquisa

Vale ressaltar que somente essa menina de 11 anos expressou de maneira detalhada a resolução do problema utilizando o significado de fração como operador multiplicativo. A estudante utiliza a ideia de que o número é um multiplicador da quantidade indicada, como sugere Campos, Magina e Nunes (2006).

Contudo, enquanto realizávamos a análise das respostas dos estudantes para categorizá-las percebemos que muitos acertaram o item "a", pois escreveram ou circularam 4 bolinhas de gude, contudo, no item "b" escreveram como resposta "5". A frequência de vezes que isso aconteceu nos instigou a pensar na possibilidade de que esses alunos haviam somado o numerador com o denominador, ou seja, no item "a" como a fração é 1/3, eles somaram 1 + 3 e encontraram 4 como resposta e, por isso circularam 4 bolinhas; e no item "b", como a fração pedida é 2/3, eles somaram 2 + 3 e encontraram 5 como resposta, por isso escreveram 5, o que se confirma no protocolo de um aluno do 7º da Escola 1.

Figura 4 – Resolução do estudante 1.7.24

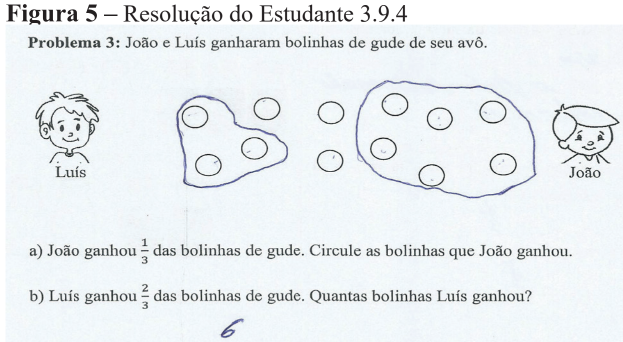


Fonte: Dados da pesquisa

Essa resposta nos impulsionou a revisitar os protocolos para verificarmos qual a quantidade de estudantes que usou esse raciocínio. Constatamos que 85 discentes, o que corresponde a 15% do total de estudantes que participaram, fizeram uso dessa estratégia de resolução. Se considerarmos como verdadeira essa possibilidade, entendemos que ela pode ter contribuído para que o índice de acertos no item "a" tenha sido muito maior do que no item "b", e nos sinaliza que a dificuldade no aprendizado desse significado de fração é ainda maior do que os dados revelam.

Na busca de compreender melhor essas dificuldades, voltamos nosso olhar para outros erros cometidos pelos estudantes. Também, apareceu em número significativo a resposta dada por um estudante do 9º ano da Escola 3 (Figura 5), na qual encontrou 3 e 6 como respostas.

Figura 5 – Resolução do Estudante 3.9.4



Fonte: Dados da pesquisa

É possível pensar que houve uma multiplicação de 1 por 3 e de 2 por 3. A revisão dos protocolos nos mostrou que 66 (11,68%) estudantes podem ter cometido esse erro, pois marcaram o 3 e o 6 como resposta.

Mesmo levando em conta que o registro escrito nem sempre corresponde ao esquema de pensamento elaborado pelo estudante, pois podemos fazer uma interpretação equivocada do que ele sabe ou não para resolver o problema proposto, entendemos que essas respostas sinalizam a dificuldade dos discentes na identificação do todo como sendo as 12 bolinhas de gude, o que comprova a dificuldade deles em identificar a fração quando o inteiro ou todo está representado num contexto discreto. (Monteiro & Groenwald, 2014).

Também, pode-se constatar que esses alunos vêm as frações como um conjunto de dois números inteiros separados por um traço, o que, por consequência, os impulsiona a operar com eles, somando (1 + 3) ou multiplicando (1 x 3). Llinares e Sánchez (1988) consideram que esse tipo de erro pode estar associado a semelhança de notação entre os números naturais e as frações.

Esse contexto revela que os estudantes não conseguem perceber que apesar de haver uma diferença entre uma representação de fração em uma grandeza contínua, como a representada por um retângulo, e a representação em uma grandeza discreta, como as 12 bolinhas de gude, a solução do problema está baseada na mesma estrutura lógica, que é a relação parte-todo, ou seja, existe um todo que são as 12 bolinhas de gude, e as quantidades de Luís e João são as partes desse todo e juntas o compõem. (Nunes et al., 2002).

4.5 O olhar dos professores

Os doze professores que responderam ao questionário afirmam trabalhar em suas aulas com esse tipo de questão e a maioria deles, oito, indicou que um percentual de 40% a 60% dos seus alunos acertaria a questão. Somente dois professores da Escola 2, indicaram um percentual de 5% a 20% de acerto para seus alunos.

Dentre esses professores, somente E1P4 explicou que ensinaria essa questão aos seus alunos utilizando a ideia de operador multiplicativo, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 - Resposta do professor E1P4

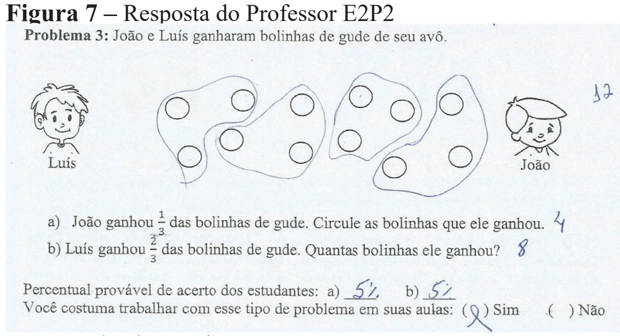
A terça parte de 12 equivale a 4, ou seja, $\frac{1}{3}$ de $12 = \frac{1}{3} \times 12 = 4$
Dois terços de 12 equivale a $2 \cdot \frac{1}{3}$ de 12, como $\frac{1}{3} \times 12 = 4$,
temos $2 \cdot 4 = 8$

Fonte: Acervo da pesquisa

Alguns docentes sugeriram o uso de recursos materiais, tais como "*o uso dos cubinhos do material dourado"* (E2P3) ou objetos da sala de aula. Vários fizeram referência a *"demonstrar tal operação com figuras*" (E4P1), "*formando agrupamentos a partir do total geral*" (E1P1) e um afirmou que "*ensinaria questões semelhantes a essa usando as explicações do livro didático*" (E4P2). É possível perceber nas respostas dos professores uma intenção de apoiar o processo de aprendizagem das frações em algum tipo de recurso material. Apesar de sabermos que somente o uso de um recurso material é pouco, se considerarmos as complexidades que envolvem o conceito de fração (Lopes, 2008), ainda assim, as possibilidades de explicações apresentadas podem ser construtivas.

Consideramos que vale comentar a forma de explicação apresentada por um professor da Escola 1, pois ele resolveu o problema fazendo agrupamentos de três em três. Em nosso entender, ele considera que essa é uma questão difícil de resolver, pois afirmou que somente 5% de seus alunos de 6º e 7º ano do Ensino Fundamental a acertariam. As Figuras 7 e 8 mostram como ele resolveu a questão e como seria a explicação dele aos estudantes.

Figura 7 – Resposta do Professor E2P2



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8 – Estratégia para explicação do problema apresentada pelo Professor E2P2

Como temos um total de 12 bolinhas João ganhou $\frac{1}{3}$, ou seja, a cada três bolas ele ganha 1, assim ele ganhou 4 bolas; Já Luís ganhou $\frac{2}{3}$, ou seja, a cada três bolas ele ganha 2, assim ele ganhou 8 bolas; Para isso formaria ~~um~~ grupos de 3 bolas, para eles visualizarem melhor;

Fonte: Dados da pesquisa

Sua explicação, apesar de correta, foge ao padrão esperado, pois ele não relacionou o denominador (3) com o número de partes em que o inteiro deve ser dividido, mas sim com o número de elementos que cada conjunto deve conter. Ou seja, para ele o denominador indica quantos elementos devem constar em cada agrupamento e o numerador indica quantos elementos de cada agrupamento devem ser contados, por isso, para responder o item "a" ele afirma: "*João ganhou 1/3, ou seja, a cada três bolas ele ganha 1*", e faz da mesma forma para o item "b": "*Luís ganhou 2/3, ou seja, a cada três bolas ele ganha 2*".

Observa-se que a explicação desse professor está clara, contudo, não aborda a ideia de operador multiplicativo, a resposta apresentada por ele evidencia que trabalhou com a ideia de proporção (razão) entre numerador e denominador. Da mesma forma, as respostas dos demais professores não evidenciam a ideia de operador multiplicativo, com exceção de E1P4. Este dado pode ser um indicativo de que esses professores trabalham pouco o significado de fração como operador multiplicativo.

Vale ainda ressaltar que E2P2 ao ser questionado quanto a trabalhar esse tipo de problema disse que "*sim*", porque "*são atividades abordadas nos livros didáticos e também são atividades que estimulam o raciocínio do aluno"* e complementa "*trago como atividade extra*". Ainda assim, ele considera que somente 5% de seus alunos acertariam a questão.

5 Conclusão

Ao acolhermos a ideia de neste artigo focar somente em um dos significados da fração, tivemos como propósito trazer para discussão nosso olhar sobre o desempenho de estudantes do 5º ao 9º ano em um problema que aborda fração com o significado de operador multiplicativo.

Os resultados mostram que o índice de desempenho geral dos estudantes na questão envolvendo o significado de fração como operador multiplicativo foi baixo, pois não alcançou o patamar de 40%, e que não houve um crescimento contínuo, de ano para ano. Constatou-se que em duas das quatro escolas investigadas, embora já estivéssemos no quarto mês do ano letivo, o ensino das frações ainda não havia sido iniciado nas turmas do 5º ano, nem tinha ocorrido no ano anterior.

As estratégias de resolução apresentadas pelos estudantes sinalizam que eles possuem dificuldade em identificar a fração quando o inteiro ou todo está representado num contexto discreto.

Foi possível identificar que os estudantes vêm as frações como um conjunto de dois números inteiros separados por um traço, o que, por consequência, os impulsiona somando ou multiplicando numerador com denominador.

Muitos estudantes ainda não associam uma quantidade discreta ao todo e suas partes, não conseguindo aplicar a estrutura lógica presente no significado parte-todo para resolver um problema envolvendo o significado operador multiplicativo. Por outro lado, os professores afirmam trabalhar com questões semelhantes a apresentada neste estudo e a maioria deles indicou que um percentual de 40% a 60% dos seus estudantes acertaria a questão. Contudo, somente um professor fez uso da fração com o significado de operador multiplicativo para explicar como discutiria a questão em sala de aula.

Esses resultados reforçam a ideia de que o ensino de números racionais deve acontecer ao longo de todo o Ensino Fundamental, oportunizando que os estudantes se apropriem do conceito de fração de maneira que possa reconhecê-lo e utilizá-lo em situações diversificadas.

Referências

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto.

Brasil (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Brasil (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Campos, T., Magina, S., & Nunes, T. (2006). O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Educação Matemática Pesquisa,* 8 (1), p. 125-136.

Kieren, T. (1980). Personal Knowledge of rational numbers: its intutive and formal development. In: Hiebert, J and Behr, M. *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, p. 162-180.

Lopes, A. J. (2008). O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. *Bolema*, 21(31), 1-22.

Magina, S., & CAMPOS, T. A. (2008). Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, 21 (31), 23-40.

Monteiro, A.B., & Groenwald, C. L. O. (2014). Dificuldades na aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos. *Alexandria - Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, 7(2), 103-135.

Hincapié Morales, C. P. H. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus difeentes significados, com los docentes de primaria de la Institución Edicativa San Andrés de Girardota.* Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Llinhares, S. C., & Sánches, M. V. G. (1988). *Fracciones la relacion parte-todo*. Madrid: Sintesis.

Moutinho, L. V. (2005). *Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Muniz, C. A. B., & Bittar, M. (2009). *Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais*. Curitiba: CRV.

Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., & Hurry, J. (2003). *The effects of situations on children's understanding of fractions.* Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, Reino Unido.

Nunes, T., Campos, T. M. M., Magina, S., & Bryant, P. (2002). *Introdução à Educação Matemática*: os números e as operações numéricas. São Paulo: PROEM.

Nunes, K.S., Groenwald, C. L. O., Seibert, T. E., & Homa, A. I. R. (2012). Inovando o currículo de Matemática através da incorporação das Tecnologias da Informação e Comunicação – ambiente de investigação com o tem números decimais. *Anais*. XVIII Salão de Iniciação Científica e Tecnológica. Canoas: ULBRA.

Silva, M. J. F., & Almouloud, S. (2008). As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. *Bolema*, 21(31), 55-78.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade*: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: UFPR.