

Antecipação e Encaminhamento de uma Atividade de Modelagem Matemática no Contexto de Aulas de Educação Financeira

Anticipation and Enacting of a Mathematical Modeling Activity in the Context of Financial Education Classes

Ariel Cardoso da Silva^a; Jeferson Takeo Padoan Seki^b; Karina Alessandra Pessoa da Silva^{*c}

^aUniversidade Estadual do Norte do Paraná, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino. PR, Brasil.

^bUniversidade Estadual de Londrina, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências e Educação Matemática. PR, Brasil.

^cUniversidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Matemática. PR, Brasil.

*E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa em que consideramos a antecipação uma etapa inerente ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e que pode auxiliar o professor a prever um encaminhamento em sala de aula. Para isso, desenvolvemos uma atividade de modelagem matemática, com o tema 'orçamento familiar', em duas disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática: matemática financeira e tecnologias em Educação Matemática. Fundamentados nos pressupostos teóricos da modelagem matemática como alternativa pedagógica e considerando uma pesquisa de abordagem qualitativa, analisamos os registros escritos e a transcrição dos áudios gravados no desenvolvimento da atividade, de forma descritiva e interpretativa. A análise nos possibilitou inferir que as relações que se estabelecem entre a antecipação e a prática com atividades de modelagem matemática, são dinâmicas e ocorrem a partir das reflexões do professor a respeito de suas intenções e das possíveis resoluções dos alunos, bem como pode sofrer (re)planejamentos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Financeira. Modelagem Matemática.

Abstract

In this paper we present results of a research in which we consider the anticipation an inherent step in the development of a mathematical modeling activity and that can help the teacher to predict a routing in the classroom. For this, we developed a mathematical modeling activity, with the theme 'family budget', in two disciplines of a course of Mathematics Degree: financial mathematics and technologies in Mathematics Education. Based on the theoretical assumptions of mathematical modeling as a pedagogical alternative and considering a qualitative approach, we analyze the written records and the transcription of recorded audio in the development of the activity, in a descriptive and interpretative way. The analysis allowed us to infer that the relationships established between anticipation and practice with mathematical modeling activities are dynamic and occur from the teacher's reflections about their intentions and possible student resolutions, as well as being able to suffer (re)planning.

Palavras-chave: Mathematics Education. Financial Education. Mathematical Modeling.

1 Introdução

A incorporação de atividades de modelagem matemática nas aulas de Matemática tem sido destacada na literatura da área. As pesquisas apontam potencialidades de práticas realizadas tanto em aulas regulares (Almeida & Silva, 2010; Silva, Barone & Basso, 2016, Almeida & Silva, 2017, Silva, 2017), como em momentos extraclasse (Araújo & Campos, 2015, Schroetter et al., 2016, Geiger, Årlebäck & Frejd, 2016).

Levando em consideração as aulas de matemática, de certa forma, o foco do uso da modelagem é o de ensinar matemática. Nesse sentido, entendemos modelagem matemática como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p.17). Com isso, a “introdução e o uso da modelagem matemática nos diversos níveis de escolaridade e em diferentes cursos e disciplinas remete, entretanto, ao uso, à aplicação e à construção de conhecimento em Matemática” (Almeida & Silva, 2017, p.209).

Embora as pesquisas apontem para potencialidades de incorporação de atividades de modelagem matemática em sala de aula, esta ainda se configura como um desafio para os professores. É neste contexto que defendemos, assim como Stillman (2017) e Carlson & Wickstrom (2016) a necessidade de antecipar o desenvolvimento de atividades de modelagem, isso porque

promover a antecipação de como os alunos modelam a situação pode ser facilitado pelos professores por meio de uma antecipação própria de formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação (Stillman, 2017, p.170).

Considerando a necessidade em desenvolver uma atividade de modelagem matemática em um curso de Licenciatura em Matemática nas disciplinas de Matemática Financeira e Tecnologias em Educação Matemática, procuramos temáticas que possibilitassem uma abordagem entre ambas as disciplinas.

Fundamentamos nosso interesse pelo trabalho com

a matemática financeira em conjunto com a modelagem matemática nos documentos oficiais que norteiam a prática docente na Educação Básica, que destacam os diversos aspectos da matemática financeira que podem ser trabalhados por meio da problematização de situações-problema reais (Brasil, 1997), de forma inter-relacionada com a Educação Financeira.

A Educação Financeira tem por objetivo fornecer ao aluno um arcabouço de conhecimentos financeiros necessários para a sua atuação, enquanto cidadão, de forma consciente ao se deparar com as diversas situações-problema no ‘mundo’ do capitalismo presentes na sociedade contemporânea (BCB, 2013; ENEF, 2017).

Ao desenvolver uma pesquisa documental sobre a proposição de planos e estratégias nacionais de Educação Financeira, Britto, Kistemann Jr & Silva (2014, p.190) argumentam que existe um processo que a legitima, promovendo “constituição de indivíduos-consumidores de produtos financeiros, estabelecendo condutas e inferindo comportamentos”.

Tendo em vista que a Educação Financeira está presente nos documentos oficiais, bem como a importância de se trabalhar com a modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática, nos pautamos no fato de que a antecipação é permeada pela intencionalidade do professor e do planejamento de possíveis resoluções que possam ocorrer com o encaminhamento da atividade em sala de aula.

A antecipação auxilia no planejamento do desenvolvimento de uma atividade de modelagem em sala de aula, no entanto, é no encaminhamento que o professor pode evidenciar se o que foi antecipado de fato aconteceu. Com isso, em nossa pesquisa temos como objetivo apresentar reflexões sobre a questão: De que forma a antecipação auxilia o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula?

Com vistas a apresentar reflexões sobre a questão investigada, apresentamos este artigo subdividido em seis seções, quais sejam, introdução, quadro teórico da pesquisa, contexto e metodologia da pesquisa, descrição da antecipação da prática de modelagem, análise da prática à luz do referencial teórico estabelecido e, por fim, as considerações finais.

2 Desenvolvimento

2.1 Quadro Teórico da Pesquisa

Antecipar consiste na ação de prever, prenunciar, prognosticar. Com isso, entendemos que a antecipação consiste em fazer uma previsão. Para o desenvolvimento de uma aula, a antecipação pode fazer parte do planejamento do professor, no qual pode “antecipar as prováveis contribuições dos alunos, preparar respostas que possa dar a eles e tomar decisões sobre como estruturar as apresentações dos alunos” (Stein et al., 2008, p. 321). Stein et al. (2008) consideram a antecipação como uma das práticas-chave do professor para aproveitar as respostas dadas pelos alunos em tarefas matemáticas, com o intuito de

promover discussões eficazes. Para os autores:

A antecipação requer que os professores, no mínimo, realmente realizem as tarefas matemáticas que estão planejando pedir a seus alunos. No entanto, em vez de apresentar uma única estratégia para resolver um problema, os professores precisam planejar e trabalhar por meio de outras tantas estratégias diferentes de soluções quanto possível. Além disso, se eles se colocam na posição de seus alunos ao fazer a tarefa, eles podem antecipar algumas das estratégias que os alunos com diferentes graus de sofisticação matemática provavelmente produzirá e considerará maneiras pelas quais os alunos podem interpretar problemas ou apresentar dificuldades ao longo do caminho [...] (Stein et al., 2008, p. 323).

Ao antecipar as respostas dos alunos, o professor cria uma expectativa de como “podem interpretar matematicamente um problema, a variedade de estratégias – corretas e incorretas – que podem ser usadas para lidar com o problema, e como essas estratégias e interpretações podem se relacionar com a matemática” (Stein et al., 2008, p. 322-323). Neste sentido, em atividades de modelagem matemática o professor pode antecipar como os alunos modelam a situação-problema em estudo. Com isso, estabelece “formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação” (Stillman, 2017, p. 170) que podem ser enfrentadas pelos alunos.

Corroboramos com Almeida, Tortola & Merli (2012, p. 217) que “a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por esta solução”.

Neste sentido, entendemos que uma atividade de modelagem matemática consiste em uma situação inicial e uma situação final, intermediadas por ações e procedimentos que dizem respeito à escolha de um tema, coleta de informações, formulação do problema, transição de uma linguagem natural para uma linguagem matemática, validação e interpretação de um modelo matemático (representação matemática) à luz da situação inicial.

Na literatura, tais ações e procedimentos são associados a fases ou etapas que caracterizam o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática (Almeida, Silva & Vertuan, 2012; Stillman, Brown & Geiger, 2015). Em nossa investigação nos apoiamos nas fases caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A fase inteiração “representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 15), isto é, o ato de inteirar-se com a situação. Na matematização, ocorre a transição de uma linguagem natural para uma linguagem matemática, evidenciando o problema matemático a ser resolvido, em que se realizam “formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 16).

A fase resolução consiste na “construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder as perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 16). A interpretação de resultados e a validação referem-se à análise de uma solução para o problema. “A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 16).

Essas fases possuem especificidades, sendo que no desenvolvimento de uma atividade de modelagem elas não assumem uma linearidade, mas uma característica dinâmica, uma vez que os sujeitos envolvidos podem não as seguir de forma sequencial, dependendo da situação-problema investigada. Embora o desenvolvimento de uma atividade de modelagem não ocorra de forma linear, quando sugerida pelo professor para ser trabalhada em sala de aula, “envolve preparação, incluindo desenvolvimento da tarefa e antecipação das estratégias dos estudantes” (Carlson & Wickstrom, 2016, p. 122). Segundo os autores, “é importante que o professor antecipe questões, estratégias e possíveis equívocos dos alunos e considere como respondê-los” (Carlson & Wickstrom, 2016, p. 122). Com isso, se faz necessário elaborar questões para guiar o encaminhamento de uma atividade de modelagem em sala de aula.

Para Stillman, Brown e Geiger (2015, p.95), a antecipação está relacionada a prever o que “será útil matematicamente subsequentemente nas transições entre as fases do processo de modelagem”. Os autores se fundamentam na antecipação implementada propondo questões que podem auxiliar modeladores iniciantes a desenvolver atividades de modelagem matemática, perpassando pelas diferentes fases, possibilitando a tomada de decisões.

O que as pesquisas supracitadas revelam é que a antecipação pode se constituir em uma etapa que orienta o trabalho de professor e mesmo dos modeladores que desenvolvem uma atividade de modelagem. No contexto do nosso estudo, a antecipação está relacionada ao planejamento do professor que orienta e monitora a atividade de modelagem em desenvolvimento.

Quando o professor escolhe a situação-problema da atividade de modelagem, há maior controle das ações dos alunos ao mesmo tempo em que “há um direcionamento e um movimento de regras que regulam a prática pedagógica” (Silva & Oliveira, 2014, p. 40). Neste sentido, tem condições de estruturar e antecipar o desenvolvimento da atividade, considerando as limitações que podem emergir em sala de aula.

A situação-problema a ser investigada pode ser associada a diferentes áreas do conhecimento, dentre as quais a Educação Financeira: área que estuda a valorização do capital em relação ao tempo e tem como objetivo viabilizar um uso mais consciente e crítico do dinheiro (Campos, Teixeira & Coutinho, 2015; Silva, Canedo Junior & Vaz, 2016).

A Educação Financeira visa “educar” o cidadão para administrar as finanças pessoais, além do planejamento financeiro, possibilitando a ampliação do “entendimento dos produtos e serviços financeiros e aumentando o grau de capacitação para adoção de decisões estratégicas para educação, aposentadoria, propriedade imobiliária e metas de poupança” (ENEF, 2017, p.37). Partindo desse pressuposto, entendemos que a Educação Financeira se relaciona estreitamente com a matemática financeira na medida em que há o envolvimento com operações monetárias, que envolve relações entre os gastos pessoais e investimentos a curto e longo prazo.

Deste modo, a Educação Financeira é uma forma de oportunizar ao cidadão um entendimento acerca do mercado e o “modo como os juros influenciam a vida financeira cidadão”, possibilita o “consumir de forma consciente, evitando o consumismo compulsivo”, além de “saber se comportar diante das oportunidades de financiamentos disponíveis, utilizando o crédito com sabedoria e evitando o superendividamento”, também “entender a importância e as vantagens de planejar e acompanhar o orçamento pessoal e familiar” e, “compreender que a poupança é um bom caminho, tanto para concretizar sonhos, realizando projetos, como reduzir os riscos em eventos inesperados” e, por fim, “manter uma boa gestão financeira pessoal” (BCB, 2013, p. 8).

Nas pesquisas desenvolvidas por Guimarães & Lamberty (2013) e Silva (2014), é destacado o fato de que utilizar problemas reais instiga nos alunos a curiosidade e a necessidade de investigar acerca da problemática. Para os autores, trabalhar matemática financeira com os alunos por meio de uma atividade de modelagem matemática é uma alternativa de buscar a curiosidade e a motivação dos alunos para com a Educação Financeira.

Levando em consideração os apontamentos teóricos acerca da modelagem matemática na Educação Matemática e Educação Financeira, apresentamos na próxima seção os aspectos metodológicos que permearam nossa pesquisa.

2.2 Contexto e Metodologia da Pesquisa

Com o objetivo de evidenciar de que forma a antecipação auxilia o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula, foi planejado o desenvolvimento de uma atividade de modelagem seguindo as fases caracterizadas por Almeida, Silva & Vertuan (2012).

O professor proponente da atividade (um dos autores deste artigo) tentou desenvolver uma atividade na disciplina Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do norte do Paraná, ministrada pelo segundo autor deste artigo – professor regente. Levando em consideração a ementa da disciplina, o professor proponente planejou estudar a situação-problema “Orçamento familiar” com os alunos da referida disciplina. Ao escolher a situação-problema há maior controle das ações dos alunos (Silva & Oliveira, 2014), auxiliando na elaboração

do planejamento da atividade e, conseqüentemente, da antecipação da mesma.

Em conversa com o professor regente da disciplina Matemática Financeira que é ofertada na matriz curricular como disciplina obrigatória para os alunos do 4º ano, o professor proponente obteve informação de que apenas quatro alunos compareceriam à disciplina no dia em que haveria o desenvolvimento da atividade de modelagem. Todavia, foi de interesse de outro professor regente da disciplina de Tecnologias em Educação Matemática que a atividade também fosse desenvolvida com sete alunos do 2º ano do curso. Com isso, para a situação-problema, o professor proponente deveria levar em consideração abordagens utilizando tecnologias digitais, em específico, solicitadas pelo professor regente dessa disciplina, os *softwares Excel e Curve Expert*.

O (re)planejamento da atividade levou em consideração os onze alunos do curso de Licenciatura em Matemática e dois encontros de 2 horas/aula, nos dias 12/06/17 e 19/06/17. Os dados que constituem o *corpus* desta pesquisa são provenientes da gravação das discussões dos alunos e suas produções escritas no desenvolvimento da atividade, com o consentimento deles. A atividade foi orientada tanto pelo professor proponente quanto pelo professor regente da disciplina de matemática financeira.

Para fins de análise e preservando as identidades pessoais dos alunos, os codificamos atribuindo a letra 'A' seguida de um número de acordo com a ordem alfabética. Assim, os códigos dos alunos são – A1, A2, ..., A11, e, PP representa professor proponente e PR professor regente. Os alunos se organizaram em três grupos: G1, formado pelos alunos A1, A2, A3 e A4; G2, formado por A5, A6 e A7 e G3 formado por A8, A9, A10 e A11.

A metodologia de análise dos dados segue o encaminhamento da pesquisa com abordagem qualitativa de Bogdan e Biklen (2007), pois buscamos compreender os significados e características levando-se em conta a sua complexidade de modo a envolver suas singularidades.

Na próxima seção descrevemos a antecipação da atividade, considerando seu planejamento feito pelo PP, bem como o encaminhamento realizado em sala de aula.

2.3 Antecipando a Prática de Modelagem

Ao antecipar uma prática de modelagem matemática, o professor propõe-se a pensar de outra perspectiva, a do aluno (Stein et al, 2008), isto é, considerando possíveis questionamentos e estratégias dos alunos no desenvolvimento da atividade, bem como o contexto educacional, o qual se insere este aluno. Este último aspecto em nossa pesquisa foi decisivo no momento de antecipação, tendo em vista que a atividade 'orçamento familiar' (Quadro 1) foi desenvolvida com alunos, em conjunto, em duas disciplinas de séries diferentes do curso. Neste sentido, apresentamos nesta seção a

antecipação da prática de modelagem matemática organizada em: (i) antecipando as estratégias de desenvolvimento da atividade; (ii) antecipando as questões dos alunos.

Uma questão que é importante levar em conta na antecipação de uma prática de modelagem matemática é em relação à configuração da atividade conforme a familiaridade dos alunos com esta alternativa pedagógica. Informados que os alunos tinham pouca experiência ou quase nenhuma com atividades de modelagem matemática, consideramos pertinente pensar em uma atividade para ser desenvolvida no primeiro momento de familiarização de Almeida, Silva e Vertuan (2012), em que o tema, o problema e os dados são previamente definidos pelo professor.

Quadro 1 – Atividade de modelagem matemática

Tema: 'Orçamento Familiar'
<p>O Banco Central do Brasil (BCB) sugere para quem busca um orçamento superavitário que estabeleça metas claras e objetivas, que geralmente precisam de recursos financeiros para que sejam alcançadas. Para um bom planejamento financeiro, é importante que toda a movimentação de recursos, incluindo todas as receitas, despesas e investimentos esteja organizada (BCB, 2017).</p> <p>Alguns tópicos são essenciais, segundo o BCB, para que a participação e comprometimento com o orçamento pessoal ou familiar seja satisfatório.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • O objetivo principal é ter orçamento superavitário. As despesas sempre menores que as receitas; • Com um orçamento superavitário, gastar menos do que recebe, é interessante o hábito de fazer uma poupança, havendo uma segurança em situações imprevistas ou de emergência.
<p>A aplicação na poupança é conservadora e vem sendo utilizada a anos por investidores com intuito de ganhar por meio de juros. As características da poupança é que rende juros a cada 30 dias e os rendimentos entram por data base tendo como regra (JULIANE, 2014):</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Quando a Taxa SELIC for maior que 8,5% a.a = 0,5% a.m + TR • Quando a Taxa SELIC for igual ou menor que 8,5% a.a = 70% da Taxa SELIC mensalizada, vigente na data de início do período de rendimento + TR
<p>Em geral, a taxa de juros (retorno absoluto) nos últimos anos oscila entre 5% a 8% por ano, não levando em conta o reajuste da inflação e nem outros fatores, como o retorno real (TORORADAR, 2016).</p> <p>O investidor pode utilizar como base o salário mínimo nacional para aplicação na poupança, já que o mesmo é reajustado pelo Governo Federal para cobrir a inflação acumulada do ano no reajuste.</p> <p>Em alguns estados como Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Paraná, São Paulo e Rio de Janeiro possuem um regime de mínimo regional para os trabalhadores empregados em seus territórios com as resoluções de aprovação a cada ano (G1, 2017).</p> <p>Em 2017 a Lei 13.152/2015 foi aprovada em 01/01/2017 com o salário mínimo nacional passando de R\$ 880,00 para R\$ 937,00, a fim de cobrir a inflação acumulada do ano no reajuste do salário mínimo.¹</p> <p>Problema: qual o valor obtido após 5 anos de aplicação da renda mais o rendimento da caderneta de poupança com desconto do consumo mensal?</p>
<p>Fonte: Dados da pesquisa. .</p>

1 Retirado de: <<http://salariominimo2016.blog.br/salario-minimo-2017>>.

Apresentamos neste texto a antecipação de duas estratégias de desenvolvimento da atividade ‘orçamento familiar. Na *estratégia 1* utilizamos o modelo matemático que relaciona renda, consumo e rendimento na caderneta de poupança, conforme o conceito e a solução de equações de diferenças de primeira ordem visto em Bassanezi (2009, p. 102) e, na ementa da disciplina Matemática Financeira do curso de licenciatura em Matemática, no qual foi desenvolvida a pesquisa, é possível trabalhar com juros e descontos simples, juros e descontos compostos, taxas equivalentes, inflação, equivalência de capitais diferidos, rendas ordinárias, antecipadas e deferidas, sistema de amortização de empréstimos, engenharia econômica, análise de investimentos e previsões financeiras.

Nesse sentido, com base nas informações do Quadro 1, formulamos duas possíveis hipóteses para a estratégia 1:

H1: Consideramos que o consumo mensal desta família seja proporcional à sua renda mensal;

H2: Há uma relação matemática discreta entre as variáveis renda, poupança e consumo dependentes do tempo, tomados

em meses.

A partir destas hipóteses e considerando que o modelo matemático é discreto e, portanto, pode ser obtido a partir de equações de diferenças de primeira ordem (Bassanezi, 2009), consideramos o rendimento da caderneta da poupança dada por $p_{n+1} = p_n + (r_{n+1} - c_{n+1})$, renda dada por $r_{n+1} = r_0 + \alpha p_n$, em que corresponde a taxa de juros da caderneta da poupança e consumo: $c_{n+1} = \beta r_{n+1}$, ($0 < \beta < 1$).

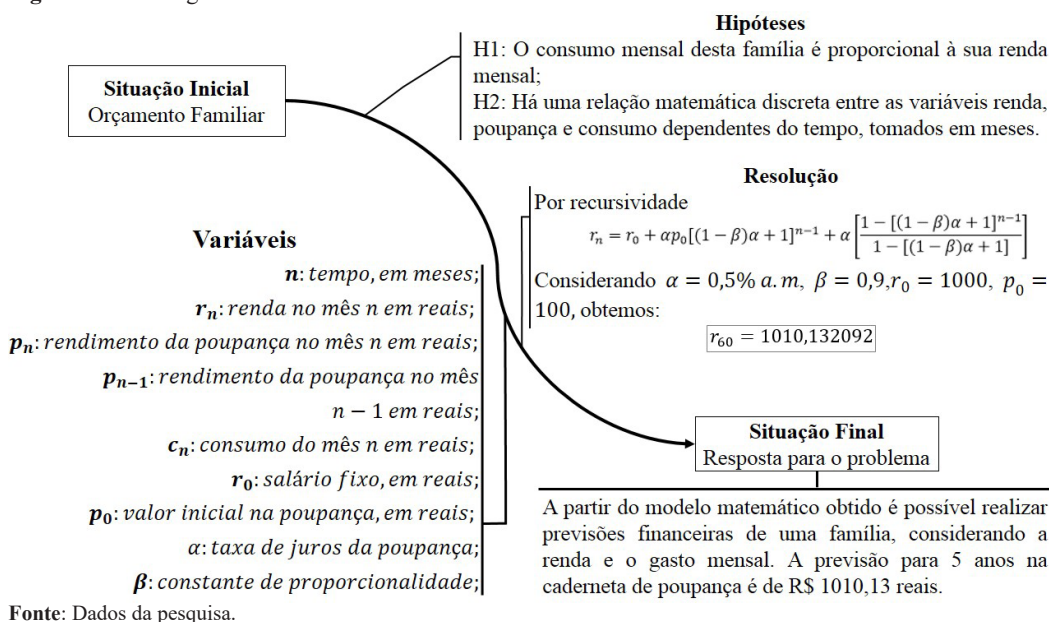
Por recursividade, obtivemos o seguinte modelo matemático.

$$p_{n+1} = (1 - \beta)r_0 + [(1 - \beta)\alpha + 1]p_n$$

$$r_n = r_0 + \alpha p_0 [(1 - \beta)\alpha + 1]^{n-1} + \alpha \left[\frac{1 - a^{n-1}}{1 - a} \right].$$

A partir deste modelo matemático é possível estimar a renda da família e o rendimento da poupança em qualquer tempo. Apresentamos na Figura 1, uma síntese do desenvolvimento da estratégia 1, considerando um tempo de 5 anos, obtendo como renda o valor de R\$ 1010,13.

Figura 1 – Estratégia 1



A *estratégia 2* foi elaborada, principalmente, com o objetivo de atender as demandas da disciplina Tecnologias em Educação Matemática com base em sua ementa: aprendizagem da matemática em ambientes informatizados; construção de referencial teórico na área de tecnologia informática aplicada à educação matemática; análise e propostas de utilização de tecnologias educacionais para o ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental e Médio; uso de jogos educativos no ensino da Matemática; análise de sites WEB na área de educação matemática e suas possíveis utilizações na sala de aula. Nesse sentido, a *estratégia 2* conta com o uso de *softwares* como Excel e Curve Expert para dedução do modelo matemático.

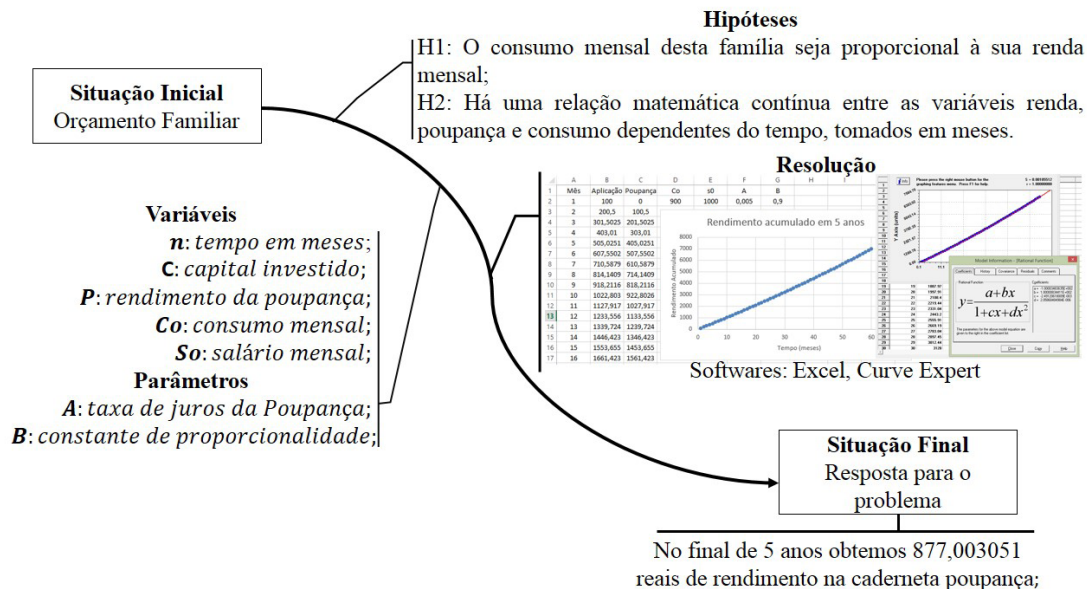
Com o auxílio do *software* Excel, simulamos o rendimento

da poupança para 60 meses, com um investimento mensal de R\$ 100,00, renda fixa da família de R\$ 1000,00 por mês e R\$ 900,00 de consumo. A partir da simulação, construímos um gráfico de dispersão a fim de representar o rendimento da poupança em relação ao tempo. Após elaborar o gráfico, utilizamos o *software Curve Expert* para ajustar a curva que mais se aproxima do comportamento dos dados, obtendo o modelo matemático:

$$R(n) = \frac{-100,003483635 + 100,000834411n}{1 - 0,00249120618009n + 0,00000205868484984n^2}$$

Como solução ao problema, obtivemos aproximadamente R\$ 877,00 de rendimento na caderneta da poupança. A Figura 2 apresenta sinteticamente o desenvolvimento da estratégia 2.

Figura 2 – Estratégia 2



Fonte: Dados da pesquisa.

Outro aspecto da antecipação, conforme Carlson & Wickstrom (2016) consiste em prever questões e possíveis equívocos dos alunos. Neste sentido, considerando a temática escolhida, bem como o contexto da atividade, antecipamos algumas questões que poderiam ser feitas pelos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Em relação à *inteiração* dos alunos com o tema ‘orçamento familiar’, elaboramos possíveis questões relacionadas ao contexto da matemática financeira, como: O que é taxa Selic? O que é taxa referencial (TR)? Como é feito o cálculo do rendimento da caderneta da poupança? Qual é a taxa de juros de rendimento da caderneta de poupança atualmente? O que é orçamento familiar? O que é renda, consumo? Nesta fase da atividade, um possível equívoco dos alunos é considerar o rendimento da caderneta da poupança a regime de juros simples.

Na fase *matematização*, ocorre a transição da linguagem natural para a linguagem matemática, por meio da formulação de hipóteses e identificação de variáveis (Almeida, Silva & Vertuan, 2012). Algumas possíveis questões dos alunos podem ser antecipadas, como: Taxa de juros da caderneta da poupança é constante ou varia de mês a mês? Posso considerar o salário mínimo como uma renda fixa mensal? Qual o valor que será investido inicialmente e mensalmente na caderneta da poupança? A relação entre renda, rendimento na caderneta da poupança e consumo é discreta ou contínua? Além disso, tendo em vista que a atividade também foi proposta para a disciplina Tecnologias em Educação Matemática, foi necessário pensar em possíveis intervenções quanto à linguagem dos *softwares*. Algumas dúvidas em relação ao tratamento dos dados e como traçar gráficos, ajustar curvas, poderiam surgir.

A partir das hipóteses formuladas e das variáveis e parâmetros identificados na fase anterior, há a *resolução*, em que ocorre a dedução de um modelo matemático que dá forma a solução da atividade (Almeida, Tortola & Merli, 2012). Nesta

fase, as possíveis questões dos alunos podem estar associadas a métodos, técnicas e conceitos matemáticos para deduzir o modelo matemático e também aos procedimentos para usar os *softwares*. Algumas das questões que foram pensadas na antecipação são: Qual a diferença do modelo discreto e do contínuo? Para resolver uma equação de diferenças que procedimento matemático pode ser utilizado? Como traçar o gráfico no *software* Excel? Como ajustar uma curva aos dados no *software* Curve Expert?

Após a *resolução*, os alunos fazem uma avaliação do desenvolvimento da atividade, interpretando os resultados matemáticos obtidos à luz da situação inicial e analisando se o modelo matemático obtido é adequado (Almeida, Silva & Vertuan, 2012). Na fase *interpretação dos resultados e validação*, consideramos possíveis questões dos alunos: Os modelos matemáticos obtidos são adequados para responder o problema da atividade? Que implicações o modelo matemático possui para o fenômeno estudado? Os resultados obtidos são satisfatórios para responder o problema?

Ao antecipar uma prática de modelagem matemática, idealizamos estratégias e questionamentos, equívocos que podem surgir no desenvolvimento da atividade. Nesse sentido, a partir das estratégias e questões antecipadas apresentadas nesta seção, temos como propósito investigar de que forma a antecipação auxilia o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula? Isto será feito na próxima seção, considerando evidências do encaminhamento da atividade dos elementos considerados na antecipação.

2.4 Prática da Atividade de Modelagem

O encaminhamento da atividade ocorreu no laboratório de informática da instituição, no qual os alunos, em grupos, podiam fazer uso de recursos computacionais que foram sugeridos pelo PP.

Quando propomos o desenvolvimento da atividade a respeito do ‘orçamento familiar’ os alunos iniciaram uma discussão, na tentativa de inteirar-se da situação. Podemos evidenciar nos diálogos que se sucedem algumas influências da antecipação no encaminhamento da atividade. Em relação ao Grupo 2:

PR – O que vocês querem? Porque se vocês colocarem ao mês, vão ter que transformar a taxa...

A6 – Então, mas por exemplo assim ó... é... e essa taxa que acontece por ano? Como vou aplicar ela depois?

PR – Ao mês?

A6 – Não, oh, for maior que 8,5% ao ano é igual a 0,5% ao mês.. Ah, entendi.

PR – Mais o TR, né? O que é TR? É uma taxa referencial... Taxa referencial é uma taxa que é pré-determinada... Mas vocês podem... Calma, deixa eu ver uma coisa... Vocês podem usar isso aqui, né? Estão vendo?

A5, A6 e A7 – Uhum.

PR – 5% a 8% por ano.

A explicação do professor regente (PR) em relação à taxa referencial (TR) foi influenciada, de certa forma, pela antecipação da pergunta “o que é taxa referencial (TR)?”. Embora os alunos não tenham feito esta pergunta como planejada, o fato de ter imaginado que essa pergunta poderia ocorrer, pode ter auxiliado na discussão entre os alunos e o professor, fornecendo uma ‘base’ para os questionamentos do professor. Este aspecto pode ser evidenciado também em outro diálogo entre o professor proponente (PP) e integrantes do Grupo 1.

A4 – Primeiro temos que começar pelo salário, ele sempre vai ganhar R\$ 2000 por 5 anos, mas o rendimento é o valor acumulativo?

PP – Bom, se for seguir a lógica que discutimos até agora, é um valor acumulativo.

A4 – Então é só multiplicar 5 anos vezes o tanto que rende em 1 ano.

PP – Mas não existe uma aplicação a cada mês?

A4 – Sim, mas se descobrir quantos é rendimento no mês, só multiplicar por 12 e depois por 5.

No excerto transcrito, é possível evidenciar um equívoco do aluno A4, ‘considerar o rendimento da caderneta da poupança a regime de juros simples’. Este equívoco foi previsto na antecipação da atividade. Neste sentido, podemos dizer que antecipação de possíveis equívocos dos alunos (Calson et al., 2016) pode fornecer elementos para o professor intervir em momentos oportunos, evitando “constrangimentos na situação” (Stillman, 2017, p. 170).

Ainda em relação à inteiração com a situação, na tentativa de compreender o problema, os alunos questionaram o professor a respeito de alguns termos, como desconto do consumo, valor a ser aplicado na caderneta da poupança e renda. Como pode ser identificado no seguinte excerto de diálogos entre o PP e integrantes do Grupo 1.

A2 – Quando falamos do desconto e consumo mensal, estou falando das tarifas que estão na conta, né?

PP – Não necessariamente, isso podem ser gastos que têm no

mês, por exemplo, de comida, água...

A2 – Então, mas esses gastos que tenho no mês não entram na poupança, está entrando o que sobrou.

A4 – Temos o salário fixo, tira as despesas... Vai sobrar o valor da poupança e esse valor que vai aplicar e essas aplicações de cada mês será o rendimento.

Podemos evidenciar neste excerto a tentativa dos alunos de estabelecer relações entre renda, consumo e rendimento na poupança. Para isso, questionaram o PP a respeito do significado de alguns termos. Essas questões foram consideradas, de certa forma, na antecipação - ‘O que é orçamento familiar? O que é renda, consumo?’.

Neste sentido, é possível inferir que a antecipação auxiliou o professor na orientação das discussões a respeito do tema, fornecendo direções, em forma de respostas e perguntas, para que os alunos possam explorar as “características e especificidades da situação” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 15). Esta observação pode ser reforçada com o seguinte excerto de diálogos com o Grupo 1:

A1 – Posso utilizar que esse é o salário mesmo, né?

PP – Aqui tem um problema, vocês identificaram o problema?

A2 – Sim, quer saber qual é a renda depois de cinco anos.

PP – Isso! E o que é essa renda após os cinco anos? Pois vai ter que ter o rendimento da caderneta de poupança e o desconto do consumo mensal, tudo isso tem que estar embutido. O salário que ele ganha, mais o tanto que ele coloca na poupança e o acúmulo disso na poupança e somando isso, por mês ou ano. Não sei como vocês irão fazer. E o tanto que ele vai gastar mês a mês, o problema quer saber isso em 5 anos!

A2 – Mas o consumo mensal. Ah, o problema quer saber o bruto então. Com salário, o rendimento da poupança e tudo o que ele gastou.

PP – Mas pensa, ele irá ter gastos durante o ano e também irá ter uma porcentagem em cima do consumo.

No que tange a fase *inteiração*, podemos inferir com base nos trechos citados, que a antecipação forneceu elementos para o professor envolver na discussão termos, características e aspectos importantes relacionados com a situação-problema, auxiliando os alunos na compreensão do problema e na coleta dos dados.

Na fase *matematização*, tanto no Grupo 1 quanto no Grupo 2, as hipóteses começaram a ser delineadas a partir das falas do PP e do PR: [...] E o que é essa renda após os cinco anos? Pois vai ter que ter o rendimento da caderneta de poupança e o desconto do consumo mensal, tudo isso tem que estar embutido. O salário que ele ganha, mais o tanto que ele coloca na poupança e o acúmulo disso na poupança e somando isso, por mês ou ano [...] (PP_G1²); Vamos ver, vejam... Vocês podem considerar 5%... Vocês podem considerar assim... Que rende 0,5% ao mês, que é a primeira hipótese ali, ó... Mais a taxa referencial... A taxa referencial depende muito, então não sei... Vocês podem procurar a taxa referencial na internet, procurem aí... E calcular por mês também... E aí gente? (PP_G2³). A partir destas duas intervenções, o Grupo 1 considerou

2 Trecho transcrito de um diálogo entre PP e o Grupo 1.

3 Trecho transcrito de um diálogo entre PP e o Grupo 2.

como hipóteses que o governo congelou o salário mínimo por 5 anos em R\$ 937,00 e que a pessoa que vai aplicar vai consumir 90% do salário e investir 10% ao mês.

PR - Quais são suas hipóteses?

A1 - Que no caso a pessoa que vai aplicar recebe um salário mínimo de R\$ 937,00 ao mês e vai continuar recebendo por 5 anos e, ela vai gastar 90% do salário dela e guardar 10%, todo mês.

PR - Ela vai gastar o que? 90% do salário dela e guardar 10%... Entendi! E esses 10% ela vai investir?

A1 - Sim! Ela vai deixar na poupança.

Em relação às hipóteses do Grupo 2, estas podem ser identificadas nos registros escritos entregues pelos alunos (Figura 3).

Figura 3 – Hipóteses do Grupo 2

Fonte: Dados da pesquisa.

Podemos dizer que, na fase *matematização*, o discurso do professor influenciou diretamente nas hipóteses consideradas pelos alunos no desenvolvimento da atividade. Este aspecto pode ser um indicativo que a antecipação presente no discurso do professor, não só auxilia o professor, como também os alunos no papel de modeladores.

Na *resolução*, o uso de conceitos, procedimentos e técnicas matemáticas é fundamental para a dedução do modelo matemático. Em relação à atividade desenvolvida pelos alunos, o conceito de *juros compostos* permeou as discussões dos grupos na construção de modelos matemáticos. No caso do Grupo 1, o discurso de A2 foi um fator importante na compreensão do conceito.

A2 – Você entendeu o que é juros composto A3? Não? Juros composto é assim, eu tenho 10 reais, certo?

A3 – Hum.

A2 – Aí se eu aplico no banco, ele vai me render 10%, aí vou ter 10 reais mais 10%, vou ter 11 reais, aí no próximo mês vai ter 10% em cima dos 11 reais, é assim que funciona os juros compostos, então esse juro vai em cima do que eu estou ganhando, que é juros sobre juros. Eu não ganhei o primeiro juro? Aí eu aplico os 10% em cima dele que vai dar outro juro, aí vou aplicar outros juros em cima dele... É isso aí, juros sobre juros, então é isso que é juros compostos, então vamos trabalhar de uma forma que consigamos isso aí.

[...]

A2 – Isso aqui é juros sobre juros, aí tem o capital que ele vai subindo também... é essa equação, juros compostos com a ênfase no capital. Porque esse daí é juros composto para um valor... Eu tenho R\$ 10,00, aí dá os juros dos 10. Aí eu tenho os 10 e mais o juro, aí dá o juro, entendeu? Esse daqui, além dos juros compostos vou ter o capital composto, porque ele vai estar aumentando... todo mês vou estar depositando meu capital também.

No que diz respeito à dedução do modelo matemático do Grupo 2, o discurso do PR persuadiu o entendimento do conceito de juros compostos. Como pode ser visto no excerto transcrito a seguir.

A5 - R\$ 106,00?

PR - R\$ 110,00... que é R\$ 100,00 mais 10% de R\$ 100,00, que é o que a A7 falou.

A7 - E se for mais? Mais o que?

PR - Mais o que você tem no mês anterior. No caso aqui vocês vão considerar o ano anterior.

A5 - Por exemplo, aqui ó, você tem R\$ 110,00, daí no outro mês você vai ganhar mais R\$ 110,00...

A6 - Então gente, é assim ó, por exemplo, vamos supor assim, depositou R\$ 800,00 reais...

PR - Não, por exemplo, aí no primeiro ano você tem R\$ 110,00... desculpa... Aí depois você vai calcular 10% de R\$ 110,00 mais R\$ 110,00...

A5 - Ah, ta... entendi...

PR - É isso que consiste a ideia de juros compostos...

A necessidade do uso do conceito de juros compostos está conectada com a compreensão da situação-problema, isto é, as interpretações dos alunos em relação à situação-problema podem modificar a estrutura do modelo matemático (Stein et al., 2008). Essas interpretações e estratégias utilizadas pelos alunos, ao serem consideradas pelo professor na antecipação, geram expectativas e configuram a antecipação como uma prática importante para o professor aproveitar as respostas dos alunos (Stein et al., 2008) e, se necessário, (re)planejar o encaminhamento da atividade. Isto ficará mais evidente, após discutirmos os modelos matemáticos construídos pelos alunos.

No caso do Grupo 1, para deduzir o modelo matemático, os alunos procuraram o rendimento da poupança para os três primeiros meses, com base no raciocínio inerente ao rendimento no regime de juros compostos (Figura 4).

Figura 4 - modelo matemático G1

→ Para o 1º mês

Investimento de 937,00 R\$
 rendimento de 6% = 5,62 R\$
 total de rendimento = 99,32 R\$

→ Para o 2º mês

investimento de 99,32 + 93,70 = 193,02
 rendimento de 6% = 11,58
 total de investimento = 204,60 R\$

→ Para o 3º mês

Investimento de 204,60 R\$ + 93,70 = 298,30 R\$
 rendimento de 6% = 17,89 R\$
 total de rendimento = 316,19 R\$

Fonte: Dados da pesquisa.

Vale observar que os alunos do Grupo 1 não conseguiram generalizar o modelo matemático para o n-ésimo mês. Esta dificuldade pode ser justificada pela falta de experiência dos alunos com a modelagem matemática. Este aspecto também pode ser observado no modelo matemático construído pelo

Grupo 2 (Figura 5).

Figura 5 - Modelo matemático do Grupo 2

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos do Grupo 2, em suas discussões, optaram por começar com um capital de R\$ 400,00 e ir acrescentando R\$ 100,00 por mês, numa capitalização de juros simples. Para encontrar o ‘total de dinheiro’, somaram os R\$ 400,00 mais a taxa de 0,5%, que seria o valor de , mas observando o registro desse grupo, os alunos não multiplicaram o valor obtido de por 60 meses. A multiplicação de seria os 100% do dinheiro a ser investido e os 0,5% que os integrantes do Grupo 2 colocam após, representa a multiplicação de que seria o montante após os 5 anos de aplicação. Na resolução deste grupo, podemos inferir que os alunos confundiram o conceito de taxa de juros com o de juros.

Considerando que os alunos não conseguiram generalizar a situação e que equívocos surgiram, como confundir o conceito de taxa de juros com o de juros, antecipar as estratégias dos alunos não é garantia de que eles irão superar dificuldades e equívocos, mas pode ser uma prática-chave (Stein et al., 2008) para o professor estruturar intervenções necessárias para possibilitar aos alunos a percepção de equívocos e a correção destes. No caso da atividade desenvolvida com os alunos, o fato de o professor ter antecipado mais de uma estratégia de desenvolvimento auxiliou-o a (re)pensar sua prática. No segundo encontro, o PP sugeriu a estratégia 2, que faz uso de recursos tecnológicos, para discutir com os alunos suas respostas e mostrar outros caminhos que poderiam ser utilizados. Após o desenvolvimento da atividade, nos dois encontros, solicitamos aos alunos que explicitassem suas opiniões acerca da atividade desenvolvida. A seguir apresentamos recortes das opiniões de alguns dos alunos.

A atividade foi interessante e a facilidade que o Excel trouxe na resolução, a visualização no Excel abre um “leque” muito grande para o investidor, ele tem acesso a cada mês e seu possível valor, se correr como o esperado, podendo trocar as constantes, caso haja uma mudança no quadro financeiro (A2).

Está atividade mostrou que temos algumas formas diferentes de resolver, por cálculo ou pelo Excel. Com o auxílio do Excel fica mais fácil de entender e resolver as questões impostas. Com a atividade, no começo tive uma certa dificuldade pois não lembrava sobre juros, mas quando comecei a me forçar e tentar resolver aprendi e gostei da atividade (A7).

A atividade é interessante, pois trabalhar com questões do dia dia, que são utilizadas no cotidiano e que podem ser resolvidas através de conceitos matemáticos de maneira simples. [...] Após a sistematização o conteúdo ficou mais claro e podemos entender de maneira mais simples o que pretendia ser analisado (A6).

A atividade foi de fácil compreensão em alguns fatores, nos fez lembrar alguns tipos de juros compostos que não me

recordava mais, e como podemos utilizar no cotidiano, usando conceitos que podemos utilizar em outras matérias [...] Após colocado no gráfico foi melhor ainda o entendimento (A5).

Evidenciamos nas opiniões dos alunos que o uso das tecnologias digitais teve um efeito positivo no desenvolvimento da atividade, seja em relação à compreensão de conceitos matemáticos, seja na sistematização da atividade pelo professor. Estes e outros aspectos em relação ao uso de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática, também foram ressaltados por Almeida, Silva & Vertuan (2012, p. 32). Segundo os autores, o uso de tecnologias digitais:

- a) possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais, ainda que estes sejam em grande quantidade ou assumam valores muito grandes;
- b) permite que a maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas associadas ao desenvolvimento da atividade de modelagem, considerando que a realização de cálculos, aproximações e representações gráficas é mediada pelo uso do computador;
- c) possibilita lidar com as situações-problemas por meio de simulações numéricas ou gráficas, variando a parâmetros nas representações gráficas e (ou) algébricas (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 32).

Assim, destacamos que a dinâmica no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática foi se constituindo conforme as ações dos alunos e modificou o encaminhamento planejado pelo professor, isto é, embora as fases da modelagem matemática pareçam lineares e sequenciais, estas podem ser percorridas de diferentes maneiras (Almeida, Silva & Vertuan, 2012), cabe ao professor vislumbrar os rumos tomados e (re) organizar sua prática com e não para os alunos.

3 Conclusão

Stein et al. (2008) apresentam cinco práticas para o professor encaminhar atividades e que podem ser estruturadas para atividades de modelagem matemática. A primeira prática é a antecipação das possíveis estratégias e questionamentos dos alunos. Em seguida, a segunda prática é monitorar o desenvolvimento dos alunos. A terceira prática consiste em selecionar estudantes específicos para apresentar suas respostas durante a discussão. A quarta prática é estruturar as resoluções dos alunos em relação às fases da modelagem matemática. Por fim, na quinta, o professor auxilia os alunos a fazer conexões matemáticas entre as diferentes respostas e conceitos-chave.

Na investigação que realizamos, apresentamos algumas inferências a respeito da seguinte questão: De que forma a antecipação auxilia o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula? Sintetizando os resultados, podemos dizer que a antecipação auxiliou o professor a envolver, na prática, *monitoramento* de elementos e condições para que os alunos pudessem compreender a situação-problema e evidenciar características importantes do fenômeno; partindo do pressuposto que em atividades de modelagem matemática há um intercâmbio entre o discurso

do professor e o discurso dos alunos, a antecipação influencia no discurso do professor e consequentemente no discurso dos alunos, auxiliando o professor a formular questionamentos e respostas para as dúvidas manifestadas em alguns momentos pelos alunos; a antecipação, na quinta prática de Stein et. al. (2008), auxilia o professor a redirecionar o encaminhamento da atividade para fazer conexões entre as respostas dos alunos e os conceitos-chave, no caso da atividade do orçamento familiar, esta conexão foi realizada por meio de tecnologias digitais, contribuindo para a correção de equívocos e para a compreensão do conceito de capitalização a juros compostos.

Apesar destas contribuições da prática de antecipação para o desenvolvimento da atividade, a antecipação não se constitui um roteiro para o professor, mas fornece direções, caminhos que podem auxiliar o desenvolvimento da atividade. Esta ideia pode ser concebida em consonância com a concepção de modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que incorpora os diferentes caminhos que os alunos podem percorrer, diferentes competências e ações cognitivas.

Vale destacar, portanto, a afirmação de Almeida, Silva & Vertuan (2012), de que a inserção de atividades de modelagem matemática no contexto educacional, coloca professores e alunos em uma “zona de risco”, caracterizada pela imprevisibilidade. A antecipação, neste sentido, pode fornecer ao professor uma espécie de “mapa de direções” antes de entrar nesta “zona de risco”.

Referências

Almeida, L. M. W., & Silva, A. (2010) Por uma Educação Matemática crítica: a Modelagem Matemática como alternativa. *Educação Matemática Pesquisa*, 12 (2), p.221-241.

Almeida, L. M. W. & Silva, K. A. P. (2017). A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de Modelagem Matemática. *Bolema*, 31(57), p. 202-219, abr. 2017.

Almeida, L. W., Silva, K. P. & Vertuan, R. E. (2012) *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.

Almeida, L. M. W., Tortola, E. & Merli, R. F. (2012) Modelagem Matemática com o que estamos lidando: Modelos diferentes ou Linguagens diferentes. *Acta Scientia*, 14 (2), p. 215-239.

Araújo, J. L. & Campos, I. S. (2015). Negotiating the Use of Mathematics in a Mathematical Modelling project. In: Stillman, G. A., Blum, W. & Kaiser, G. (Eds.), *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education ICTMA 16*, (p. 283-291). New York: Springer.

Banco Central do Brasil. (2003) *Cadernos de educação financeira: gestão de finanças pessoais*. Brasília. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br>>. Acesso em: 9 jan. 2019.

Banco Central do Brasil. (2007) Orçamento Pessoal ou Familiar. Disponível em: <<https://cidadaniafinanceira.bcb.gov.br/orcamento-pessoal-ou-familiar>>. Acesso em: 09 jan. 2019.

Bassanezi, R. C. (2009) *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.

Bogdan, R. & Biklen, S. K. (2007) *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods*. Boston: Pearson.

Brasil (1997). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil (2017) *Plano Diretor (ENEF)*. Disponível em: <<http://www.vidaedineiro.gov.br>>. Acesso em: 09 jan. 2019.

Britto, R. R. Kistemann Jr., M. A., & Silva, A. M. (2014). Sobre discursos e estratégias em educação financeira. *JIEEM*, 7(1), p. 177-208.

Campos, C. R., Teixeira, J., Coutinho. (2015) Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática e a Educação Crítica. *Educação Matemática Pesquisa (EMP)*, 17 (3), p.556-577.

Carlson, M. A., & Wickstrom, M. H. (2016) A case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom. In: *NCTM. Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, APME, Estados Unidos, (p.121-129).

Dicas Bancárias. (2014) *Diferença entre Conta Corrente e Poupança*. Disponível em: <<http://dicasbancarias.com.br/diferenca-entre-conta-corrente-e-poupanca/>>. Acesso em: 11 jan. 2019.

G1 (2017) *Salário mínimo em 2017: veja o valor*. 2017. Disponível em: <<http://g1.globo.com/economia/noticia/salario-minimo-em-2017-veja-o-valor.ghtml>>. Acesso em: 10 jan. 2019.

Geiger, V., Ärlebäck, J. B. & Frejd, P. (2016). Interpreting Curricula to find: opportunities for modeling: case studies from Australia and Sweden. *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, p. 207-215.

Guimarães, C. Z. & Lamberty, D. R. (2013). Modelagem Matemática na Aplicação de Matemática Financeira. In: *Congresso Internacional de Ensino da Matemática*, VI, Canoas, p.1-8.

Schroetter, S. M.; Stahl, N. S.; Chrysostomo, C. S. & Duncan, C. R (2016). A escrita e o pensamento matemático no ambiente virtual utilizando a modelagem matemática: experiência de uma turma de 9ºano. *Educação Matemática Pesquisa*, 18 (1), p.373-396.

Silva, D. M. V., Canedo Junior, N. R., Vaz, R. F. N. (2016). Uma experiência vivida com estudantes do ensino médio: reflexões sobre Educação Financeira à luz da Educação Matemática Crítica. *BoEM*, 4 (7), p.82-100.

Silva, K. A. P. (2017). Tarefas que Emergem em Atividades de Modelagem Matemática em um Ambiente Educacional de Cálculo Diferencial e Integral. *JIEEM*, 10(1), p. 23-40.

Silva, R. (2014) Ensino de Matemática Financeira: construção de modelos matemáticos do custo de vida como facilitadores no Ensino de Matemática. In: *Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XVIII*, Recife, (p.1-12).

Silva, L. A., & Oliveira, A. M. P. (2014). Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo?, *Acta Scientiae*, 17(1), p.40-56.

Silva, R. S., Barone, D. A. C. & Basso, M. V. A. (2016) Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. *Educação Matemática Pesquisa*, , 18 (1), p.421-446.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10 (4), p.313-340.

Stillman, G. A. (2017). Enabling Anticipation Through Visualisation in Mathematizing Real-World Problems in a Flipped Classroom. In: Stillman, G. A., Blum, W. & Kaiser, G. (Ed.), *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and*

Researching Boundaries in Mathematics Education ICTMA 16, (p. 163-173). New York: Springer.

Stillman, G. A., Brown, R. J. P. & Geiger. (2015). V. Facilitating Mathematisation in Modelling by Beginning Modellers in Secondary School. In: Stillman, G. A., Blum, W. & Kaiser, G. (Eds.), *Mathematical modelling in education research and*

practice: Cultural, social and cognitive influences. (p. 93-104), Switzerland: Springer.

Tororadar, E. (2016) *Rendimento poupança: O investimento mais popular do Brasil vale a pena? Quais as outras opções?*. Disponível em: <<https://www.tororadar.com.br/blog/poupanca-juros-rendimento-mensal>>. Acesso em: 08 jan. 2019.