

Desvendando Alturas Inacessíveis Por Meio do Teodolito e da Trigonometria

Unveiling Inaccessible Heights by Means of Theodolite and Trigonometry

Emily de Vasconcelos Santos^{*a}, Jaqueline Lixandrão Santos^{*b}

^aUniversidade Estadual da Paraíba, Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Educação Matemática. PB, Brasil.

^bUniversidade Federal de Pernambuco. PE, Brasil.

*E-mail: jaquelisantos@ig.com.br

Resumo

O presente trabalho apresenta o relato de uma atividade prática desenvolvida com alunos do Ensino Médio, visando a compreensão e a representação de conceitos geométricos e trigonométricos presentes em situações da vida cotidiana dos estudantes. A intervenção didática foi desenvolvida por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), discentes de Licenciatura em Matemática, e pelo professor supervisor de área, que também era o docente titular da turma. Sua realização aconteceu em uma Escola Estadual, localizada na cidade de Cuité/PB, em uma turma do segundo ano do Ensino Médio, nos meses de julho e agosto de 2015. Com auxílio do instrumento *teodolito* e dos conceitos trigonométricos, os alunos conseguiram medir alturas inacessíveis de algumas estruturas que faziam parte da cidade em que residiam e da escola em que estudavam, percebendo, com isso, a importância das relações trigonométricas para a determinação das alturas encontradas. Observou-se que a demonstração da fórmula utilizada para mensurar as alturas contribuiu para que os alunos compreendessem conceitos geométricos e trigonométricos. Além disso, entende-se que a experiência relatada reforça a importância do uso de diversos instrumentos de medidas, como o teodolito, nas aulas de Matemática do Ensino Médio. Eles favorecem o processo educativo dos referidos conceitos, visto que possibilitam a contextualização de seu ensino em situações presentes na rotina dos alunos e dinamizam a ação docente.

Palavras-chave: Altura. Trigonometria. Geometria. Teodolito.

Abstract

This work reports a practical activity developed with students of High School, aiming at comprehending and representing geometric and trigonometric concepts experienced in situations of students' daily life. The didactic intervention was developed by grant holders from the Institutional Program of Scholarship for teaching initiation (Pibid), undergraduate students in Mathematics, and the area supervisor, who was also the class teacher. It took place in a Public State School, located in the city of Cuité / PB, in a second year class of the Secondary School, in the months of July and August of 2015. With the aid of the instrument theodolite and trigonometric concepts, the students were able to measure inaccessible heights of some structures that were part of the city where they lived and the school where they studied, thereby realizing the importance of trigonometric relations for determining the heights found. It was noted that the demonstration of the formula used to measure the heights contributed for the students to understand geometric and trigonometric concepts. In addition, it is understood that the reported experience reinforces the importance of the use of different instruments of measures, such as the theodolite, in High School Mathematics classes. They are helpful in the educational process of acquiring these concepts, since they allow the contextualization of their teaching in situations that are part of the students' routine and dynamize the teaching activity.

Keywords: Height. Trigonometry. Geometry. Theodolite.

1 Introdução

O surgimento da Geometria e da Trigonometria na sociedade está ligado a algumas práticas do cotidiano. Nos primórdios das civilizações, a Geometria era relacionada a situações de “plantio, construções e movimento dos astros, sendo usada para cálculo de áreas, superfícies e volumes” (Braz, 2009, p.9). Quanto à Trigonometria, sabe-se que esta surgiu a partir de necessidades práticas relativas à astronomia e à navegação e contribuiu no desenvolvimento dos povos gregos, árabes, hindus e babilônios (Lima, 2013).

Os primeiros instrumentos criados para mensurar distâncias foram construídos de forma rudimentar, a fim de atender as necessidades de sua época. Os métodos de calibração e graduação existentes nas ferramentas atuais foram criados muitos anos depois, sendo utilizados hoje na medição

de distâncias terrestres e alturas de edifícios, o que auxiliou o desenvolvimento da Arquitetura e da Construção Civil. Com isso, o uso de objetos de medidas se tornou indispensável nessas duas áreas e no campo da Topografia.

De acordo com as necessidades, a Geometria e a Trigonometria passaram por inúmeras mudanças desde a antiguidade. A criação de instrumentos para realizar medições se tornou necessária. Além disso, as representações escritas dos comportamentos trigonométricos foram sendo aprimoradas.

Dentre os vários objetos usados para mensurar distâncias — como régua, cordas, fitas métricas, palmas das mãos, trenas, entre outros —, o teodolito, instrumento óptico, é um dos mais empregados na Construção Civil, na Agricultura e na navegação. Utilizado por engenheiros, topógrafos e antigos navegadores, esse artefato mensura a inclinação de

ângulos verticais e horizontais e auxilia na determinação de distâncias inacessíveis. O primeiro teodolito possuía quatro parafusos niveladores e era bastante pesado. Depois de alguns aprimoramentos, passou a ter círculos graduados sobre vidro, o que o deixou com menor peso e tamanho e com maior precisão, tornando sua leitura mais fácil.

No cenário da Educação Matemática Escolar, Pereira, Batista & Silva (2017, p. 18) afirmam que atualmente a utilização de instrumentos de medidas históricos “ligados a matemática e atrelados ao seu ensino vem crescendo do ponto de vista didático”. Acreditamos que esse crescimento está fundamentado no favorecimento que esses utensílios podem propiciar ao ensino das diferentes maneiras de medidas de grandezas. Com eles, o professor tem a oportunidade de relacionar o conteúdo de medidas de grandezas com contextos da vida do aluno a partir de um caráter didático e, dependendo da situação, da exploração da Geometria e da Trigonometria.

Os materiais convencionais mais comuns para o ensino de medidas de comprimento são: o compasso, a régua, as fitas métricas e as trenas. Entretanto, existem outros equipamentos que podem prover inúmeras contribuições ao ensino da Matemática, como: o teodolito, apresentado acima; o paquímetro, utilizado para medir dimensões internas e externas de objetos pequenos; o escalímetro, que mensura e concebe desenhos em escalas ampliadas ou reduzidas; o taqueômetro, considerado uma evolução do teodolito; e o distanciômetro, destinado a medir distâncias inclinadas.

Conhecer pontos da trajetória de evolução da Geometria, mesmo que distantes no aspecto temporal, é importante para compreender a temática na atualidade, posto que tais informações podem justificar a casualidade da construção dos conceitos geométricos pela sociedade. Assim, antes da realização da atividade prática, que será relatada na sequência, discutimos com os alunos a origem do teodolito, apresentamos quem o inventou, o período de sua criação, sua importância nos tempos remotos e atuais, sua aplicabilidade na Matemática, etc.

A intervenção didática foi desenvolvida por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), estudantes de graduação em Licenciatura em Matemática, e pelo professor supervisor de área, que também era o docente titular da turma. Sua realização aconteceu em Escola Estadual de Ensino Médio, localizada na cidade de Cuité/PB, em uma turma do segundo ano, nos meses de julho e agosto de 2015. Objetivávamos que os alunos compreendessem as relações trigonométricas, mais especificamente a tangente e as questões geométricas presentes na figura do triângulo retângulo. Para tanto, a atividade propunha a construção e a utilização de um teodolito artesanal para a medição da altura das estruturas civis da escola e da cidade em que a instituição estava inserida.

A principal motivação deste trabalho originou-se a partir dos problemas de ensino relatados pelo professor titular da

turma e pela dificuldade demonstrada pelos alunos, durante as aulas, em compreender e encontrar as relações trigonométricas presentes em figuras geométricas. Esse tipo de impasse no processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria é pontuado em diferentes pesquisas (Dionizio & Brandt, 2011; Marques & Morais, 2016; Pedrosa, 2012; Santos et al., 2016; Silva & Neto, 2006), que elencam algumas razões pelas quais isso acontece.

Em relação aos conhecimentos dos estudantes sobre as razões trigonométricas encontradas na figura do triângulo retângulo, percebemos, a partir da pesquisa de Silva e Neto (2006), que a maioria dos empecilhos para compreender as definições dessa matéria decorre das dificuldades que os alunos possuem em identificar o cateto oposto e o adjacente no triângulo e em confundir a hipotenusa com um cateto e vice-versa. De acordo com os autores, “os erros referentes às relações trigonométricas no triângulo retângulo estão diretamente ligados às dificuldades que os alunos apresentaram às definições destas” (Silva & Neto, 2006, p.10).

Ainda sobre a resolução de problemas trigonométricos, é destacado pelos autores que os erros em resolver situações sem a representação geométrica foram os que apresentaram o maior percentual em sua pesquisa. Isso indica a necessidade da articulação das representações geométricas das situações conjuntamente com as relações trigonométricas no momento da resolução de problemas e na compreensão de conceitos trigonométricos.

Diante do exposto, buscamos reverter o quadro observado durante as aulas de Trigonometria ministradas pelo professor titular e pontuado nas pesquisas. Assim, em reuniões com todos os bolsistas do programa da área e o professor supervisor de área, planejamos as etapas para o desenvolvimento da proposta de ensino relatada no presente trabalho. Na sequência, apresentamos a fundamentação teórica que norteou este estudo.

2 Geometria e Trigonometria: Articulações Possíveis e Necessárias

O Ensino da Matemática se encontra em constantes modificações metodológicas. Com o intuito de contribuir com os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, as discussões sobre suas práticas pedagógicas têm se tornado cada vez mais frequentes na comunidade científica e escolar. Entender e saber representar a linguagem própria da Matemática, presente em diversas situações do cotidiano e em diferentes problemas matemáticos é de extrema importância para a formação do aluno e para sua preparação para responder às demandas da sociedade (Brasil, 1997).

No que concerne ao ensino da Geometria, segundo Duarte et al. (2010), observa-se historicamente que este foi relegado a um lugar secundário nos currículos escolares. De acordo com Lorenzato (1995, p. 3), existem duas razões principais para isso: em primeiro lugar, “muitos professores não detêm

os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”; em segundo, há má formação dos docentes, o que acarreta em uma supervalorização do ensino atrelado somente ao que está contido nos livros didáticos. Muitas vezes, estes apresentam o conteúdo de Geometria simplesmente como um conjunto de fórmulas e definições exibidas apenas no final do material, aumentando ainda mais a probabilidade de essa matéria não ser estudada durante o ano letivo pela insuficiência do tempo.

Contudo, atualmente as pesquisas argumentam que esse quadro tem sido modificado. A utilidade da Geometria na compreensão de aspectos significativos em diferentes conceitos matemáticos tem demonstrado a importância de seu ensino. Duarte et al. (2010, p.2) destaca que

[...] estudos mostram que nos últimos anos muito se tem feito em nível mundial para revalorizar o ensino e aprendizagem dessa disciplina. Analisando um passado muito recente, o período de ocorrência do Movimento da Matemática Moderna¹, nota-se que a utilidade prática da Geometria reduziu-se ao estudo do Teorema de Pitágoras e a algumas fórmulas utilizadas no cálculo de áreas e volumes. Nessa época, a intuição e a visualização também representavam um papel secundário no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Consideramos que a revalorização do ensino da Geometria nos últimos anos, destacada por Duarte et al. (2010), esteja fundamentada nas contribuições dessa área ao desenvolvimento da sociedade. Analisando objetos e construções a nossa volta, podemos encontrar inúmeras formas e relações trigonométricas. Tal fato indica a relevância do ensino da Geometria e da Trigonometria na Educação Básica, uma vez que a compreensão de tais conteúdos ajuda o aluno a interpretar situações de seu cotidiano. “Ao acompanharmos as aplicações da trigonometria na sociedade, aprendemos que a trigonometria é aplicada em diversas atividades do cotidiano, embora que muitas pessoas não percebam” (Santos, 2014, p.12).

Destacamos que existem diferentes estudos sobre a Geometria. Especificamente no Ensino Fundamental e no Médio, é ensinada a Geometria Euclidiana, que recebeu esse nome em homenagem a Euclides e “estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço” (Nacarato & Passos, 2003, p. 24). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância desse ramo da Matemática para o currículo escolar. A partir desta compreensão, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar

regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (Brasil, 1997, p.39).

De maneira geral, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio pontuam que o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da

[...] capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes (Brasil, 2006, p. 75).

Quanto ao trabalho com a medida de comprimento, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio consideram “importante que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas, evitando-se a sua simples apresentação” (Brasil, 2006, p. 76). Por essa razão, em nossa intervenção didática, usamos representações geométricas para a explanação da construção da fórmula utilizada para determinar as alturas das estruturas estudadas.

No que concerne aos conceitos trigonométricos que precisam ser estudados no Ensino Médio, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) destacam o que deve ser assegurado ao ensino da Trigonometria:

[...] as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. (Brasil, 2002, p. 122).

Como pontuado pelas orientações, a Geometria leva à Trigonometria. Assim, consideramos que, para o desenvolvimento das habilidades pontuadas pelas orientações, a articulação do ensino da Geometria com a Trigonometria é relevante para a apreensão dos conceitos de ambos os campos de estudo, posto que, a partir da análise das figuras geométricas, conceitos trigonométricos podem ser trabalhos e vice-versa. Por exemplo, as relações geométricas presentes na figura do triângulo retângulo podem introduzir o ensino da relação trigonométrica da tangente, como foi trabalhado na atividade aqui relatada.

Alguns autores acreditam que a cisão da Geometria e

¹ Trata-se de uma tentativa de reforma do ensino da Matemática, em âmbito internacional, que se iniciou no final dos anos 1950 e teve como objetivo reorganizar as propostas curriculares para essa disciplina, revisar os conteúdos matemáticos propostos nos currículos e inovar as metodologias de seu ensino (Guimarães, 2007).

da Trigonometria no ensino pode dificultar a aprendizagem dos alunos e prejudicar sua interpretação em situações do cotidiano. De acordo com Silva (2013, p.21), vários educadores matemáticos consideram que a

[...] separação certamente acarretaria a criação de barreiras que dificultariam o conhecimento de poderosos métodos da própria trigonometria, [e] buscaram apoio no fato de que muitas questões de geometria se resolvem de maneira elementar e rápida graças às noções básicas da trigonometria (Silva, 2013, p.21).

Embora os conceitos geométricos e trigonométricos estejam bastante presentes em nosso cotidiano, o ensino destes costuma ser desprivilegiado na educação básica. Muitas vezes, eles são abordados ligeiramente somente ao final do ano letivo por meio de exercícios mecânicos. Percebemos que o ensino desses conteúdos não tem sido explorado de maneira contextualizada com o cotidiano dos alunos, a forma técnica e desvinculada das aplicações é a mais comum em contexto de sala de aula (Lima, 2013). As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) infelizmente afirmam que tradicionalmente a Trigonometria é apresentada de maneira desconectada de suas inúmeras aplicações, investindo-se muito tempo no estudo de cálculos algébricos das identidades e de equações (Brasil, 2002).

Excepcionalmente, práticas educativas fazem uso das aplicabilidades trigonométricas e geométricas. A maior parte dos professores utiliza apenas os livros didáticos, o que não tem contribuído muito com a prática contextualizada em aplicabilidades, uma vez que estes ainda “trazem conceitos geométricos no final do mesmo, de forma fragmentada e sem relações com a realidade do aluno” (Machado, 2010, p.14).

Uma alternativa para a superação das dificuldades encontradas por alguns professores em contextualizar e dinamizar o ensino da Geometria é o docente adotar diferentes materiais didáticos durante as aulas, não se prendendo somente às situações apresentadas nos livros didáticos. É importante que o professor utilize ferramentas que favoreçam as aplicabilidades que o conteúdo trabalhado permite, de forma que possibilite a compreensão dos objetos matemáticos abstratos a partir da visualização de objetos concretos que fazem parte do meio em que os alunos vivem.

O uso dos materiais didáticos, em especial dos concretos (ou manipuláveis), é orientado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) para o ensino da Matemática nos anos iniciais. De acordo com o documento, os materiais manipuláveis ajudam a ilustrar alguns conceitos matemáticos, facilitando sua compreensão, uma vez que os alunos, ao entrar em contato com tais artefatos, visualizam a Matemática em movimento e em construção e, com isso, realizam o “fazer Matemática”. Na mesma perspectiva, Canal et al. (2013, p. 06) afirmam que

o material concreto no ensino matemático em sala de aula vem possibilitando que os estudantes possam estabelecer

relações entre as situações vivenciadas no cotidiano escolar com a manipulação de tais materiais abstraindo conceitos estudados.

Diversos autores (Canal et al., 2013; Lorenzato, 2006) afirmam que o uso material didático manipulável nas aulas de Matemática constitui um importante recurso didático a serviço do professor. Esse recurso permite que tais aulas sejam mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que proporciona a constatação da teoria matemática a partir prática, da ação manipulativa.

Correlacionando as sugestões apresentadas pelos documentos e pelos autores, quando elaboramos a proposta do presente trabalho, consideramos que a utilização do material didático pode ser uma ótima estratégia metodológica planteada para o ensino de Geometria e Trigonometria. Entretanto, ressaltamos que, ao delimitar os percursos a serem percorridos durante o processo de ensino desse conteúdo com o auxílio dessas ferramentas, como feito nas pesquisas discutidas acima, exige-se do professor um conhecimento mais aprofundado acerca do conteúdo a ser explorado, uma vez que o docente precisa saber escolher o material didático adequado para cada intervenção didática. Assim, é importante que o educador reflita sobre quais contribuições o recurso proporcionará à aprendizagem de seus alunos.

Segundo Lorenzato (2006), o professor tem um papel muito importante no sucesso ou no fracasso escolar do aluno. Não basta dispor de um bom material didático para que o processo de aprendizagem apresente resultados significativos, é preciso saber utilizá-lo corretamente. Além disso, o planejamento prévio, com objetivos bem definidos, também pode contribuir para que o resultado seja o esperado.

Na sequência, apresentamos os percursos metodológicos da atividade desenvolvida. Ademais, expomos a análise dos dados coletados e as discussões sobre estes.

3 Descrevendo a Experiência

3.1 O Programa Institucional de Iniciação à Docência (Pibid)

Em nossa proposta de trabalho, priorizamos relacionar os conceitos teóricos da Geometria e da Trigonometria com os empíricos da prática. Assim, durante o desenvolvimento da atividade, buscamos articular os conteúdos estudados nas aulas de Matemática com as ações didáticas.

Conforme mencionado anteriormente, a proposta foi executada por três bolsistas do Programa Institucional de Iniciação à Docência (Pibid), estudantes do curso Licenciatura em Matemática e pelo professor supervisor de área e titular da turma. Diante disso, acreditamos ser importante elucidar o funcionamento do programa, bem como seus principais objetivos e colaboradores. O Pibid é um programa elaborado e financiado pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), que fomenta a iniciação dos estudantes de graduação em Licenciaturas ao exercício

da docência, contribuindo para o aprimoramento da formação profissional docente e para a melhoria da qualidade da educação.

Os participantes do projeto atuavam na escola onde a atividade foi realizada. Havia dez bolsistas, além do professor supervisor. Para a delimitação das etapas do desenvolvimento da atividade, foram necessárias cinco reuniões com todos os integrantes da equipe, incluindo o coordenador de área na última destas.

Na primeira reunião, levantamos a problemática sobre as dificuldades de ensino e aprendizagem da Trigonometria observadas nas aulas ministradas pelo professor supervisor. Ao final, ficou acordado entre os bolsistas apresentar na próxima reunião diferentes possibilidades para o ensino desse conteúdo que pudessem melhorar o quadro.

Como planejado, na segunda reunião, os bolsistas apresentaram e discutiram com toda equipe algumas perspectivas para o ensino da Trigonometria. Algumas destacavam o favorecimento da utilização dos *softwares*; outras priorizavam a resolução de problemas articulada aos materiais manipuláveis. Escolhemos esta última, tendo em vista sua vantagem em colocar o aluno em contato com o objeto de estudo. Diante disso, definimos, no final da reunião, que na próxima apresentaríamos alternativas para o ensino dessa matéria com tal abordagem.

A decisão de utilizar o instrumento de medição teodolito para o favorecimento do ensino e da aprendizagem da Trigonometria foi estabilizada na terceira reunião. Nesta, foram discutidas alternativas para o ensino da Trigonometria com o auxílio de fitas métricas, de cordas, de um tipo de tabuleiro que representava o teorema de Pitágoras e, por fim, do teodolito. Optou-se por esta última, pois ela possibilita trabalhar os conceitos trigonométricos articulados aos geométricos, o que pode favorecer o processo educativo destes e proporciona a contextualização do ensino da Trigonometria em situações presentes no cotidiano dos alunos.

Com as deliberações acertadas, a quarta reunião e a quinta consistiram em discutir os procedimentos metodológicos a serem seguidos. Na quarta, previamente, os bolsistas construíram o material didático para avaliar seu grau de dificuldade de construção e, em seguida, aplicaram a ferramenta nas situações propostas para averiguar suas contribuições ao ensino da Trigonometria. A última reunião teve a participação do coordenador de área. Nesta, a proposta de ensino planejada foi apresentada a todos, com o objetivo de uma avaliação geral dela. As discussões ocorridas durante o planejamento da atividade permitiram aos bolsistas refletirem em que aspectos didáticos e metodológicos o ensino de tal campo do saber poderia ser aprimorado.

Acreditamos que o desenvolvimento das ações propiciadas pelo subprojeto Pibid de Matemática tem

permitido aos estudantes de Licenciatura refletir sobre a prática dos professores dessa área, possibilitando atenuar o distanciamento entre a teoria aprendida nos cursos de graduação e a prática docente a ser realizada em contexto de sala de aula. Em decorrência disso, confiamos que ele tem contribuído efetivamente para a superação das dificuldades encontradas na ação docente e consequentemente contribuído para a qualidade do processo educativo da Matemática na Educação Básica.

3.2 Procedimentos metodológicos

A atividade foi desenvolvida em 4 aulas, com duração de 50 minutos cada, entre os meses de julho e agosto de 2015. Teve como sujeitos alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Ensino Médio localizada na cidade de Cuité/PB. A turma envolvida no trabalho possuía 36 alunos, com idades entre 15 e 17 anos.

O interesse maior em compreender o processo da geração dos dados e resultados da investigação a classifica como sendo uma investigação de cunho qualitativo, atendendo que nesta “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente os resultados” (Bogdan & Biklen, 1994, p.49).

Por meio de observações, registros escritos, notas de campo e fotografias, buscamos compreender a produção dos dados e resultados gerados. Analisando e descrevendo os dados coletados, inferências e interpretações entre os dados foram realizadas objetivando observar resultados a respeito da intervenção didática realizada.

Tal planejamento metodológico se fundamentou nas considerações de Bogdan e Biklen (1994), posto que a avaliação qualitativa é descritiva, sendo seus dados “recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não números. [...] Os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registros” (Bogdan & Biklen, 1994, p.48).

O registro escrito possibilitou analisar o raciocínio matemático empregado pelos alunos para o cálculo da estimativa das alturas das estruturas estudadas. A partir das observações, notas de aulas e fotografias foi possível analisar o envolvimento dos estudantes durante o desenvolvimento da atividade.

Para melhor compreensão da atividade realizada, organizamos sua apresentação para os alunos em quatro momentos. Primeiro, houve a introdução dos conceitos teóricos de Geometria. Em seguida, foi confeccionado o material didático (teodolito) e foi feita a demonstração do modelo matemático que contextualizou a situação-problema proposta. Depois, desenvolveu-se a aula de campo. Por fim, foram socializadas as ideias construídas pelos alunos bem como a estimativa² das alturas das estruturas encontradas por

2 Por não se tratar da real da altura das estruturas, consideramos como *estimativa* as medidas encontradas pelos alunos a partir dos cálculos oriundos das situações propostas e da utilização da fórmula que envolve a relação trigonométrica *tangente*.

eles.

Primeiro, houve a introdução dos conceitos teóricos de Geometria. Em seguida, foi confeccionado o material didático (teodolito) e foi feita a demonstração do modelo matemático que contextualizou a situação-problema proposta. Depois, desenvolveu-se a aula de campo. Por fim, foram socializadas as ideias construídas pelos alunos bem como a estimativa das alturas das estruturas encontradas por eles.

No primeiro momento, o professor titular da turma trabalhou a parte teórica do conteúdo referente à Trigonometria e à Geometria. Em uma aula expositiva, apresentou as relações trigonométricas do triângulo retângulo, dando ênfase à relação trigonométrica tangente e à semelhança entre triângulos retângulos.

Tendo como objetivo significar a intervenção didática para os alunos, os bolsistas do Pibid apresentaram informações históricas sobre a Trigonometria e a Geometria, destacando a relevância dessas áreas no aprimoramento de instrumentos de medição. Na oportunidade, também foi exposto um breve relato sobre o teodolito, sua história, sua utilização e sua aplicação na Matemática.

Por meio de *slides*, os bolsistas mencionaram alguns matemáticos (Ptolomeu, Bhaskara, Arquimedes e Pitágoras) que impulsionaram os estudos relacionados à Trigonometria e à Geometria, além de mostrarem diferentes imagens de aparelhos de medição (groma, quadrante, teodolito feito em bronze e teodolito eletrônico), realçando a evolução do teodolito. Durante a apresentação, os alunos foram questionados sobre o conhecimento e as hipóteses quanto ao uso dos diferentes materiais.

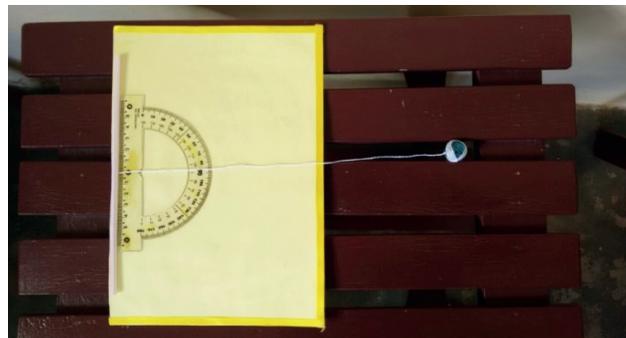
Posteriormente, os bolsistas propuseram situações-problema. Estas consistiam em estimar as alturas de uma caixa d'água presente na escola, da torre da igreja matriz e do pinheiro da praça central da cidade de Cuité/PB. A proposta da atividade foi pautada no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) defendido por Dopp (2013), no qual o autor relata alguns dos resultados de um trabalho sobre Trigonometria feito com alunos do segundo ano.

No segundo momento, em outra aula, os estudantes foram levados a confeccionar o teodolito. Na construção, foram utilizados materiais simples e baratos: cartolina, transferidor, canudo, barbante, cola, tesoura e um objeto leve para servir como peso, como uma porca, uma borracha, uma pedra, uma bolinha de gude, etc.

Para a construção do instrumento (Figura 1), os alunos realizaram alguns procedimentos. Primeiramente, colaram o transferidor no papel cartolina; este procedimento foi necessário, pois, durante a utilização do teodolito, é importante que o leitor, no caso o transferidor, não mude de posição durante o processo; assim, a cartolina serviu de apoio. Após isso, os estudantes foram orientados a amarrar o barbante no canudo, de maneira que o fio permanecesse sempre posicionado no meio do canudo. Dando continuidade, o canudo com o barbante foi colado no papel-cartão,

posicionando o local onde barbante foi amarrado no centro do transferidor, que, por sua vez, já estava colado na base. Por fim, os alunos fixaram o objeto escolhido como peso na ponta do barbante, tendo a precaução de deixar a extensão deste ultrapassar o papel-cartão.

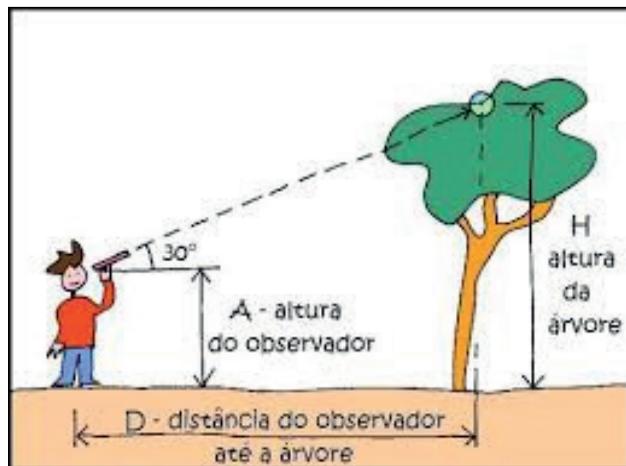
Figura 1 - Teodolito confeccionado



Fonte: Os autores.

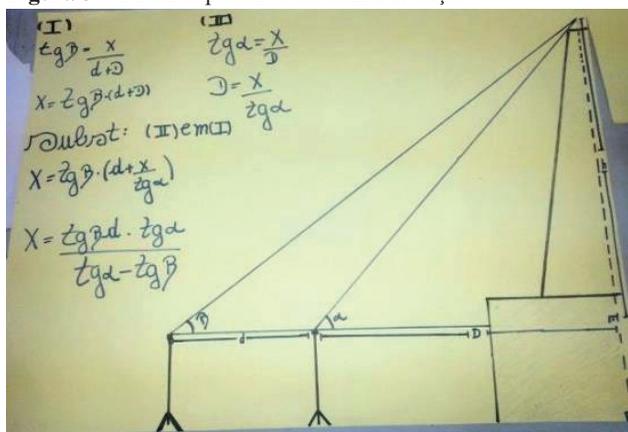
Ainda na mesma aula, para a compreensão da proposta das atividades a serem desenvolvidas no momento da aula de campo, os bolsistas apresentaram premissas do modelo matemático que poderia ser aplicado na resolução das situações-problema (figura 2 e 3). Fundamentados na ilustração do modelo apresentado pela figura 2 e pelo cartaz (figura 3), os bolsistas demonstraram a fórmula que poderia ser utilizada para determinar as alturas das estruturas. A imagem e o cartaz ilustravam a relação das questões propostas com a definição da semelhança dos triângulos, deixando evidente nas ilustrações a relação das fórmulas trigonométricas a serem utilizadas com a modelagem das situações. Nesse momento, os conceitos geométricos da relação entre triângulos e da trigonometria a respeito da tangente de um ângulo foram discutidos com os alunos, de modo que eles conseguissem visualizar e relacionar as características geométricas e trigonométricas nas estruturas civis da cidade onde residiam e na escola em que estudavam.

Figura 2 - Cartaz explicativo das duas primeiras situações



Fonte: Nogueis (2013).

Figura 3 - Cartaz explicativo da última situação



Fonte: Os autores.

Também foi discutido se as maneiras de estimar a altura do pinheiro da praça central, da torre da igreja matriz e da caixa d'água da escola poderiam ser as mesmas. Nos dois primeiros casos, o observador não tem a possibilidade de medir diretamente a distância entre ele e a base da estrutura, pois a construção da igreja e a plantação do pinheiro foram realizadas em cima de outra estrutura, que consideramos a base dos objetos. Para medir a altura da caixa d'água, os alunos conseguiriam averiguar a distância entre eles e a base da caixa, pois estariam em um mesmo plano.

Para estimar altura da Igreja Matriz e do pinheiro da Praça Central, os discentes poderiam usar fórmula $H = D + A$. Já para medir a altura da caixa d'água, foi disponibilizada a equação: $+ h$. Destacamos que, para determinar o valor do ângulo aplicado na relação trigonométrica da tangente (e) os alunos fizeram o uso de uma calculadora científica.

O terceiro momento da atividade consistiu na aula de campo. A turma foi organizada em grupos de 4 alunos. Primeiramente, eles foram conduzidos pelos bolsistas e pelo professor titular ao pátio da escola para estimar a altura da caixa d'água.

Cada participante dos grupos desempenhou uma função na coleta de dados das situações. Assim, ficaram acordados entre eles os seguintes papéis: o observado, responsável em encontrar a inclinação (α) do ângulo; o auxiliar do observador, que deveria medir a distância entre o pé do observador de posse do teodolito e a base do objeto; o secretário, que anotaria os dados coletados; e o integrante que auxiliaria os demais quando estes precisassem de apoio.

A importância dada para contextualizar e evidenciar a relação das fórmulas com as situações propostas, no momento da explicação e da demonstração destas, permitiu aos alunos observar que, para coletar os dados, ou seja, calcular as estimativas das alturas das estruturas, era preciso que eles realizassem os seguintes passos:

- Para a coleta dos dados para a estimativa da altura da caixa d'água, era preciso que, primeiramente, a uma certa distância da base do objeto, o aluno observador posicionasse o teodolito na direção do topo da altura da caixa d'água para obter o ângulo de inclinação (α); após

isso, seria necessário que o auxiliar do observador, com a ajuda de uma fita métrica, medisse a distância entre o pé do observador de posse do teodolito e a base do objeto; durante todo o processo, o secretário deveria anotar em uma folha todos os dados coletados.

- Para a recolha de informações para calcular a altura da igreja e do pinheiro, seria preciso que, *a priori*, o aluno observador se posicionasse a certa distância da igreja e depois do pinheiro; esse mesmo integrante deveria colocar o teodolito na direção do topo da altura das estruturas para obter o primeiro ângulo de inclinação (α); após isso, o auxiliar do observador, com a ajuda de uma fita métrica, mediria a distância entre o pé do observador e a base do objeto; dando continuidade, o observador deveria se distanciar um pouco mais do ponto onde se encontrava para obter o segundo ângulo de inclinação (β); logo, o auxiliar deveria medir a distância entre o antigo ponto no qual o aluno observador estava e o presente local em que se encontrava; e o secretário teria a responsabilidade de anotar os dois ângulos de inclinação obtidos e as distâncias entre o observador e a base nos pontos em que realizou as medidas de ângulos de inclinação.

Diante de tais orientações, os alunos fizeram a coleta de dados das três estruturas. Abaixo apresentamos uma fotografia de um aluno observador realizando um dos passos da coleta de dados.

Figura 4 - Aluno medindo altura da Igreja Matriz



Fonte: Os autores.

Os bolsistas e o professor acompanharam os alunos na realização de todas as situações. Posicionaram-se como

mediadores auxiliando os alunos quando necessário.

A estimativa das alturas das estruturas e a socialização das ideias foi calculada em um quarto momento, na última aula. Esse momento foi realizado na sala de aula. Cada grupo informou e registrou as medidas encontradas na lousa. A partir destas, os estudantes calcularam as alturas da caixa d'água, da torre da igreja e do pinheiro. Com as informações obtidas pelos grupos, calculamos a média das alturas das diferentes estruturas. Realizamos esses procedimentos para conseguirmos valores mais aproximados das alturas reais das estruturas.

No final da atividade, os discentes foram incentivados a realizar outras medidas juntamente com seus familiares e amigos. Também foram instigados a socializar a percepção e a curiosidade da aplicabilidade da Matemática em seu cotidiano.

4 Compreendendo a Trigonometria por meio do teodolito

A compreensão dos conceitos trigonométricos e geométricos pelos alunos foi observada nos registros escritos realizados na resolução dos cálculos para aferir as alturas das estruturas por meio dos diálogos estabelecidos durante a atividade. Pelos resultados e pela estruturação dos cálculos apresentados no registro escrito, observamos que a fórmula matemática foi utilizada para estimar as alturas desejadas e que os valores obtidos e substituídos na fórmula estavam corretos. Esse fato indica que os alunos entenderam as medidas, sua aplicabilidade na fórmula bem como as relações trigonométricas.

Figura 5 – Registro escrito de cálculo empregado para a estimativa da altura da Igreja Matriz

$$H = D \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + A$$

$$D = 21,4 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \operatorname{tg}(41^\circ) = 0,87$$

$$A = 3 \text{ m}$$

$$H = 21,4 \cdot (0,87) + 3 \text{ m}$$

$$H = 21,61$$

Fonte: Os autores.

Observamos que a articulação dos conceitos geométricos com os trigonométricos facilitou o entendimento da formulação da expressão demonstrada pelos bolsistas. A ilustração da situação no cartaz (Figura 4) permitiu que os alunos visualizassem a relação dos conceitos matemáticos com os aspectos da situação proposta, presentes em seu cotidiano. Tal fato vai ao encontro das recomendações da Orientações Curriculares Nacionais (Brasil, 2006) para o ensino de

Geometria e das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) (Brasil, 2002) para o ensino da Trigonometria.

As Orientações Curriculares destacam que uma das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos com o ensino da Geometria é “estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas” (Brasil, 2006, p. 75) para responder a problemas presentes em seu cotidiano. Percebemos que a atividade proposta contribuiu para o desenvolvimento das referidas habilidades.

Com relação à Trigonometria, consideramos que a atividade favoreceu a contextualização do ensino desse conteúdo, uma vez que, durante as etapas da atividade os alunos conseguiram fazer “aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis” (Brasil, 2002, p.122). Assim, observamos indícios de seu entendimento acerca da aplicação do modelo matemático.

Outro ponto notado na discussão das relações entre os vínculos trigonométricos com as situações propostas e a fórmula a ser utilizada foi a percepção dos alunos, antes mesmo de os bolsistas destacarem, da diferença entre os cálculos para estimar as alturas das estruturas. Alguns alunos constataram que, na estimativa da altura da igreja e do pinheiro, era preciso desconsiderar a base em que as estruturas estavam; diante disso, um dos estudantes questionou aos bolsistas como isso poderia ser feito. Isso demonstra que discentes conseguiram encontrar significações para a aplicação dos dados na fórmula, uma vez que buscaram encontrar como poderiam desconsiderar algumas informações.

Acreditamos também que a representação geométrica dos triângulos retângulos, presente nos modelos matemáticos, possa ter facilitado essa visualização dos alunos, bem como a interpretação das relações trigonométricas nas situações. A partir da representação geométrica, os alunos conseguiram identificar os catetos da figura e a relação do seno e do cosseno com a tangente na fórmula utilizada. Assim, em concordância com Silva e Neto (2006), confiamos que as representações geométricas podem favorecer a compreensão das relações trigonométricas na figura do triângulo retângulo.

A média das alturas encontradas pelos alunos foi bem próxima às alturas reais das estruturas. A altura real da igreja matriz é 22 metros; a mais próxima que os estudantes determinaram foi de 21,60 m. A altura do pinheiro da praça central, com sua base equivalente, a 18 metros; e a resposta mais semelhante foi de 18,20 m. A caixa d'água presente na escola tem 14 metros; e a altura mais parecida foi de 13,80 m; obteve-se uma medida com a diferença de apenas 2 centímetros.

Destacamos que, além dos conceitos geométricos e trigonométricos, na realização da atividade, os alunos fizeram uso de conceitos estatísticos, mais especificamente, da média aritmética. Esta é a soma total dos termos dividida pelo número total de termos; a partir dela, podemos encontrar a medida de tendência central de um conjunto, pois ela focaliza

valores médios dentre os maiores e os menores.

Com relação à utilização do material didático, observamos que o teodolito contribuiu para que os alunos medissem as distâncias que não seriam possíveis de mensurar com instrumentos de medidas comuns, como réguas, fitas métricas e trena. Colaborou também com o entendimento das relações trigonométricas necessárias para calcular distâncias e alturas de objetos no espaço. Por essa razão, concordamos com as afirmações de Canal et al. (2013) ao defender que o uso do material concreto no ensino matemático pode auxiliar o aluno a estabelecer relações entre as situações vivenciadas no cotidiano escolar e as características do objeto matemático estudado.

É importante destacar também que a confecção do teodolito pelos alunos despertou o interesse deles, a curiosidade em realizar a atividade de campo e a discussão de ideias. Os alunos, discutiram entre si fatores que poderiam influenciar negativamente na coleta dos dados na aula de campo, por exemplo, mencionaram que o objeto a ser utilizado como peso no teodolito não poderia ter grande quantidade de massa, pois, com isso, a inclinação do ângulo poderia sofrer alterações. Outro fator observado e discutido por eles foi a importância de posicionar o lápis exatamente no ângulo zero do transferidor para que, no momento da coleta dos dados, os ângulos recolhidos não sofressem variações incorretas, com acréscimo ou diminuição da inclinação do ângulo.

Como relatado, a atividade ocorreu no ambiente interno da escola e externo, na cidade. As atividades desenvolvidas na área externa despertaram mais o interesse dos alunos do que as ações no espaço interno. O entusiasmo, a participação e a interação entre eles durante a coleta de dados foi maior na medição da torre da igreja e do pinheiro, em comparação com a atividade feita com a caixa d'água. Acreditamos que isso aconteceu pelas poucas oportunidades de vivenciarem experiências de ensino com tais características.

5 Conclusão

Averiguamos, com o presente relato, que a experiência de ensino com o teodolito favorece a compreensão de conceitos geométricos e trigonométricos. Com esse instrumento de medição, conseguimos articular as relações trigonométricos do seno, do cosseno e da tangente com o conceito geométrico da semelhança de triângulos e associar a ideia de ângulos com as relações trigonométricas.

A proposta de medir alturas inacessíveis por meio da expressão trigonométrica e da modelagem de situação problema possibilitou que o ensino de Trigonometria e Geometria fosse contextualizado, ou seja, aplicado em uma situação real do cotidiano dos alunos. Esse fato indica que o estudo de conceitos por meio de modelagem matemática pode prover resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem dessas duas áreas.

A utilização da média aritmética para a interpretação dos resultados obtidos pelos alunos permitiu-nos observar que,

de uma forma geral, os resultados das alturas estimadas não tiveram uma grande discrepância. Isso porque a maioria das estimativas das alturas ficaram bem próximas à altura real das estruturas.

Didaticamente, entendemos que a atividade apresentada tornou o processo educativo dos referidos conceitos mais simples e dinâmico. Durante o desenvolvimento de todos os momentos, observamos a disposição e a curiosidade dos alunos em querer compreender melhor como os conceitos geométricos e trigonométricos se conectam com diferentes situações presentes em outros contextos de seu cotidiano.

Por fim, destacamos a importância do Pibid para a qualificação profissional dos professores de Matemática bem como para a Educação da Matemática Escolar. Consideramos que a oportunidade de desenvolver uma atividade como esta, propiciada pelo programa, permite aos bolsistas, futuros professores de Matemática, refletirem sobre sua prática docente, analisando em que aspectos esta precisa ser aprimorada.

A realização desta proposta possibilitou as bolsistas uma reflexão acerca da importância em contextualizar o ensino da Geometria e da Trigonometria, bem como a necessidade da utilização de materiais didáticos para o seu ensino. A importância de uma ação docente planejada, na qual o aluno tenha a oportunidade de vivenciar a situação de ensino para a significação de sua aprendizagem, também foi outro aspecto que observamos. Diante do exposto, concluímos que as atividades amparadas pelo Pibid podem contribuir de inúmeras maneiras tanto na formação inicial dos docentes quanto na qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática escolar.

Referências

- Bogdam, R., Biklen, Sari. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Departamento de Políticas de Ensino Médio. (2006). *Orientações Curriculares do Ensino Médio*. Brasília: MEC.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino de primeira à quarta série*. Brasília: MEC.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (2002). *PCN + Ensino médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC.
- Braz, F. (2009). *História da geometria hiperbólica*. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais.
- Canal, D., Cruz, L., Gostenski, H., Barbieri, M., & Camargo, E. (outubro, 2013). O ensino da matemática nos anos iniciais numa perspectiva ludopedagógica. *VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, Canoas*. Recuperado de <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/624/152>
- Dionizio, F., & Brandt, C. (2011). Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. *X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, Curitiba*, 4408-4421. Recuperado de <http://educere.bruc.com.br/>

- CD2011/pdf/4728_2885.pdf
- Dopp, C. Teodolito: uma forma de trabalhar as razões trigonométricas na prática. (2013). *Cadernos da Pedagogia*, 7(13), 101-109. Recuperado de <http://www.cadernosdapedagogia.ufscar.br/index.php/cp/article/view/577/229>.
- Duarte, A., Borges, R., Duarte, P., Silva, N., Silva, J. A. (2010). Metodologias alternativas para o ensino da geometria. X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador. Recuperado de http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T12_RE1445.pdf
- Guimarães, H. (2007). Por uma matemática nova nas escolas secundárias: Perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In J. M. Matos & W. R. Valente. *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: Primeiros estudos* (pp.21-45). São Paulo: Da Vinci / CAPES-GRICES.
- Lima, N. (2013). A aprendizagem significativa em trigonometria sob o ponto de vista de quem ensina e de quem aprende. *VI Congresso Internacional de Educação Matemática, Canoas*. Recuperado de <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/798/13%3E.%20Acesso%20em:%2010%20nov.%202015>
- Lorenzato, S. (1995). Porque não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista*, 3(4), 3-13.
- Lorenzato, S. (2006). Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. Em S. Lorenzato (Org.), *Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores* (pp. 3-38). Campinas: Autores Associados.
- Machado, I. (2010). *Ensinar e aprender geometria: Um estudo de caso em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental* (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Recuperado de <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/35701/000795051.pdf?sequence=1>
- Marques, R., & Moraes, M. (2016). Proposta de ensino de trigonometria através do uso de materiais concretos e jogos. *XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo*. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5425_4307_ID.pdf
- Nacarato, A., & Passos, C. (2003). *A geometria nas séries iniciais: Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores*. São Carlos: EdUFSCar.
- Nogues, C. (2013). *Conceitos de Trigonometria na Perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais* (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Recuperado de <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/88266/000912449.pdf;sequence=1>
- Pedrosa, L. (2012). *Uma proposta de ensino da trigonometria com o uso do Software GeoGebra* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Recuperado de <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/49284/000835576.pdf?sequence=1>
- Pereira, A., Batista, A., & Silva, I. (2017). A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra *Libros del Saber de Astronomía*. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 12(1), 173-191.
- Santos, E. (2014). *O ensino-aprendizagem da trigonometria no ensino médio: Um olhar para os livros didáticos* (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande. Recuperado de <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4653/1/PDF%20-%20Everton%20de%20Sousa%20Santos.pdf>
- Santos, M., Paz, L., Amancio, V., Silva, J., Neto, J., & Costa, C. (julho, 2016). Ensinando e aprendendo trigonometria no Ensino Médio. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 1-10.
- Silva, D., & Neto, M. (2006). Conhecimentos de estudantes do ensino médio sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo. *Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Recife*, 1-11. Recuperado de http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/artigo_silva_thomazneto.pdf
- Silva, O. (2013). *O ensino de trigonometria: Perspectivas do ensino fundamental ao médio* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro.