

As Manipulações em Tela Compoem a Dimensão Corporificada da Cognição Matemática

The Manipulations on Screen Composing the Embodiment Dimension of the Mathematical Cognition

Marcelo Almeida Bairral

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação e Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação em Ciências e Matemática. RJ, Brasil.

E-mail: mbairral@ufrj.br

Submetido em: mar. - 2017

Aceito em: ago. - 2017

Resumo

Dispositivos móveis com tela sensível ao toque estão nas mãos de todos. Ou, ainda, as mãos do homem da atualidade espelham *smartphone*. É difícil hoje imaginar o cotidiano sem um celular conectado e seus diferentes aplicativos. Do mesmo modo que o surgimento do compasso e de outros recursos de desenho mudou a forma de construir e entender conceitualmente determinado objeto matemático, os ambientes móveis de construção dinâmica também estão trazendo alterações ao aprendizado nos dias atuais. Este artigo traz ideias do campo da cognição, da linguagem e da neurociência para mostrar como elas podem orientar pesquisas com dispositivos com toques em tela; articula algumas dessas ideias a exemplos focados em formas de giro em uma tela ou com o próprio dispositivo; e ressalta as manipulações em tela como mais uma dimensão da cognição corporificada. Sublinha também a necessidade de incluir no pacote semiótico (escrita, fala, registros, construções em tela etc.) essa nova forma de interação e de manifestação e apropriação da linguagem.

Palavras-chave: Dispositivos Móveis. *Touchscreens*. *Tablets*. *Smartphones*. Isometrias

Abstract

Mobile devices with touchscreen are on the hands of all. Or rather, nowadays our hands mirror smartphone. It is difficult to imagine the daily lives without a connected cell phone and its different APP. In the same sense that the emergence of compass and other drawing resources changed the way we construct and conceptually understand a particular mathematical object, dynamic mobile environments are bringing for learning nowadays. In this article I bring ideas from the field of cognition, language, and neuroscience to show how they can guide researches with touchscreen devices. I articulate some of these ideas to examples focused on ways of turning on a screen or with the device itself. The article highlights the manipulations on screen as one more dimension of embodied cognition. It also emphasizes the need to include in the semiotic bundle (writing, speech, inscriptions, constructions on screen, etc.) this new form of interaction and manifestation and appropriation of language.

Keywords: *Mobile Devices*. *Touchscreens*. *Tablets*. *Smartphones*. *Isometries*.

1 Introdução

As tecnologias digitais móveis¹ vêm ganhando cada vez mais espaço na vida dos indivíduos. Se caracterizarmos essas tecnologias pelo aspecto da mobilidade, teremos um conjunto que inclui celulares, *smartphones*², *tablets*³, telefones sem fio, controle remoto de TV, *net/note/ultra-books* etc. Se, além da mobilidade, acrescentarmos as possibilidades de baixar e de compartilhar aplicativos variados e manuseá-los mediante toques em tela, esse conjunto ficará restrito aos *tablets* e *smartphones*. É com estes que estamos trabalhando e analisando suas contribuições aos processos de ensino e de aprendizagem matemática e, também, aos de pesquisa.

No Brasil o uso de dispositivos com tecnologia *touchscreen* está demandando investigações, principalmente devido ao

fato de que a interação nessas interfaces constitui um novo campo de produção corporificada de conhecimento. Estudos brasileiros atuais estão focados na apropriação que professores fazem dos *tablets*, particularmente, no Projeto UCA⁴ (Prado, Costa, & Campos, 2015, Scherer & Silva, 2014). Há ênfase na dimensão pedagógica (Freund, & Almeida, 2015, Oliveira, & Mercado, 2016) e ainda não há um olhar pormenorizado em mudanças de natureza cognitiva ou epistemológica. Pesquisas no campo da informática educativa ainda têm produzido material para os diversos dispositivos, sem uma atenção às suas especificidades. O *design*, a *performance* ou os seus aspectos estéticos parecem receber maior preocupação dos desenvolvedores.

Neste artigo discorro sobre aspectos teóricos que estão

1 As incursões teóricas feitas neste artigo sobre os dispositivos móveis são orientadas fundamentalmente para os *tablets* e *smartphones*.

2 Inclua aqui o *iPhone* e seus correlatos.

3 Inclua aqui o *iPad* e seus correlatos.

4 Um computador por aluno.

orientando os estudos no âmbito do projeto *Construindo e analisando práticas educativas em educação matemática com dispositivos touchscreen*⁵, com o qual temos gerado resultados⁶ de implicações didático-pedagógicas, cognitivas e epistemológicas. Os toques teóricos feitos neste artigo estarão mais circunscritos às duas últimas perspectivas. Finalmente, instigo o leitor, usando um exemplo voltado aos diferentes movimentos giratórios que realizamos com nossos *smartphones*.

2 Interação como Atividade Sociocognitivamente Corporificada

Conforme a perspectiva histórico-cultural, com a qual me oriento, as mudanças que ocorrem ao longo da trajetória do sujeito estão relacionadas às interações entre o indivíduo, a sociedade, a sua história de vida e o contexto cultural no qual está imerso. Do ponto de vista social, interação é qualquer intercâmbio comunicativo estabelecido entre os atuantes – sujeito(s)-sujeito(s), sujeito-dispositivo – de um certo contexto discursivo, seja a partir da dinâmica de trabalho proposta, seja de outro interesse do interlocutor. Portanto, a interação não é uma cena comunicativa estática, mas dinâmica. Ela não é acidental, isto é, não ocorre ao acaso. Tampouco constitui um intercâmbio unilateral ou unidirecional de mensagens ou outras manifestações discursivas. Os envolvidos no processo interativo possuem intencionalidades e modificam – colaborativamente ou não – constantemente as relações que se estabelecem no ambiente.

Analiso a mudança de discurso pela interpretação sistemática de interações, acreditando que essas potencializam a dinâmica constante de observações sobre objetos, sobre relações e sobre relações entre relações (Gattegno, 1987); pelas diferentes formas de manifestação do discurso (Bairral, & Powell, 2015); por meio de um ato educativo presente (Bairral, 2015), concreto, e que permita ao sujeito experienciar e incorporar o novo (Skliar, 2014), sempre como aprendiz e considerando as características discursivas do contexto de aprendizagem no qual participa (Bairral, 2013).

Quando toco a tela, interajo com ela. Portanto, se ocorre reação, há interação homem-dispositivo. A interação, na maioria das pesquisas que desenvolvo, é analisada tendo por base diferentes formas de manifestação e registros predominantemente escritos. Recentemente estou ampliando o espectro de análise e trazendo um olhar sobre a dimensão corporificada nessa/dessa interação. Esse estímulo vem não apenas de estudos sobre as manipulações em telas de dispositivos móveis (Arzarello, Bairral, & Dané, 2014, Bairral, Assis, & Silva, 2015), mas também da cognição corporificada em contextos com outras tecnologias, as calculadoras gráficas e sensores (Bolite Frant, 2011, Scheffer, 2002).

Tecnologia é uma criação humana. Entendo tecnologia como um artefato semiótico e uma extensão do nosso corpo (Bolite Frant, & Castro, 2009) em suas dimensões sensorial e emocional. Essa extensão traz implicações perceptivas, cognitivas e sociais. A evolução tecnológica e sua forma de apropriação está em constante interação com o ambiente, ou seja, a tecnologia influencia o meio, e este também reage com (ou sobre) ela (Maturana & Varela, 2001). Sendo, portanto, o *smartphone* uma prótese (Bolite Frant, & Castro, 2009) expansiva do nosso corpo, passamos a constituir com ele atividades que não faríamos sem ele. Essas atividades, sobretudo, têm nos instigado em nossas investigações em educação matemática.

Como sinaliza Damásio (2005, p.196), o cérebro é a audiência cativa do nosso corpo. As imagens (visuais, auditivas, olfativas, gustativas, somato-sensitivas) são construídas quando mobilizamos objetos – de pessoas e lugares a uma dor de dente – de fora do cérebro em direção ao seu interior, e também quando reconstruímos objetos a partir da memória, de dentro para fora (pp. 402-403).

Nosso organismo é constituído pela parceria cérebro-corpo. Ele interage com o ambiente como um conjunto, não sendo a interação só do corpo ou só do cérebro. Se o corpo e o cérebro interagem intensamente entre si, o organismo que eles formam interage de forma não menos intensa com o ambiente que o rodeia e suas relações são mediadas pelo movimento do organismo e pelos aparelhos sensoriais (Damásio, 2005, p. 97).

Vygotsky (2014) enriquece essa ideia, ao sublinhar a propriedade plástica do cérebro e ressaltar que a experiência vivenciada deixa uma marca; e, desse modo, não há somente a reprodução e a conservação, pois nosso cérebro, complementa Vygotsky, é capaz de realizar combinações e reelaborar elementos da experiência vivida anteriormente.

Damásio (2005) enfatiza que qualquer símbolo que possamos conceber é uma imagem. Ela é a moeda corrente de nossa mente, não é estática e não se refere apenas à imagem visual. Na visão de Damásio, “pensamento” é uma palavra aceitável para denotar esse fluxo pictórico, e o pensamento não é feito apenas dele, mas é composto também por palavras e por símbolos abstratos não imagéticos.

Muitas das vezes sentimos o mundo por meio da emoção e da linguagem (Bolite Frant, 2011). Linguagem não envolve somente palavras, ditas ou escritas. Tampouco implica apenas uma progressão linear de segmentos, sons e palavras, mas pode se compor também como instantânea, não linear, holística e imagética (McNeill, 1995). Imagens e fala constituem, igual e simultaneamente, processos da mente. Da mesma forma que o binóculo trouxe nova dimensão para nosso modo de ver, os gestos revelam uma nova dimensão da mente: a imagética da linguagem (McNeill, 1995).

5 Financiado pelo CNPq e pela Faperj.

6 Agradeço a Alexandre Rodrigues de Assis, Bárbara Caroline C. da Silva e Marcos Paulo Henrique pela parceria: os resultados de sua pesquisa (respectivamente, em 2016, 2017 e 2017) orientam algumas de minhas reflexões aqui tecidas.

3 As Manipulações em Tela Compoem a Cognição e a Linguagem

No Brasil, a cognição corporificada em cenários mediados por tecnologias tem sido objeto de atenção de Bolite Frant (2011) e Scheffer (2002). Essas educadoras matemáticas analisam, fundamentalmente, os gestos mais relacionados a movimentos e gráficos com o uso de sensores acoplados em calculadoras gráficas.

Os estudos em andamento em nosso grupo de pesquisa⁷ abrem uma agenda de investigação no âmbito da educação geométrica com dispositivos dinâmicos e que possuem manipulação *touchscreen* (Bairral *et al.*, 2015) – especificamente, os *smartphones* e os *tablets*. Não observamos apenas os movimentos matemáticos mais conhecidos (girar, transladar etc.). Estamos também interessados nos modos de manipulação *touchscreen* e na identificação de estratégias de raciocínio dos discentes que podem estar associadas aos diferentes modos de tocar em uma tela (Bairral, 2013).

Clicar em *mouse* e tocar em tela são formas de manipulação cada vez mais comuns em nosso cotidiano. Cada forma de manuseio nos remete a percepções sensoriais diferentes. Da mesma forma que usar *mouse* com fio não é a mesma coisa que utilizar a versão sem fio, tocar a tela de um caixa eletrônico não é como tocar a de um celular, em termos de sensibilidade e espacialidade. Embora os toques em tela não sejam recentes, essa possibilidade em nossos *smartphones* traz outros desafios a nossa cotidianidade.

A singularidade – da mobilidade com o toque – deve ser levada em consideração, até porque nosso cérebro vai se ajustando ao que lhe é oferecido (Damásio, 2010), e interfaces com toques em tela estão trazendo novas configurações ao cérebro. Portanto, nosso corpo deve ser visto como a mente que compreende o nosso pensar, o nosso sentir e o nosso agir.

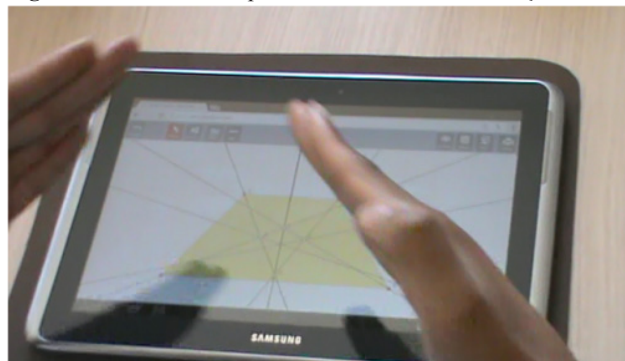
Nossa cognição sensorial deve ser vista como substrato da mente e de toda atividade psíquica e, desse modo, ela pode contribuir para a compreensão de como nossas descobertas e reflexões são culturalmente transformadas (Radford, 2014). Essa forma perceptiva de nossa cognição, complementa Luís Radford, tem capacidade de responder criativamente, atuar, sentir, imaginar, transformar e dar sentido ao mundo.

Com o avanço das tecnologias informáticas e da sua impregnação cada vez mais intensa na vida humana (e no corpo!), a interação amplia seu espectro e passa a ser uma ação comunicativa materializada em modos discursivos diversos entre humanos e humanos ou entre humanos e não humanos. Os dispositivos móveis passam a inserir em nossa *comucognição*⁸ um outro cenário imagético: as manipulações⁹ que realizamos na tela. Elas não necessariamente coexistem com gestos.

A seguir apresento um exemplo no qual o sujeito utiliza um tipo de gesto para expressar, juntamente com a construção

feita na tela, suas ideias matemáticas (Bairral, 2014) em fase de organização e convencimento.

Figura 1 - Gestos sendo produzidos com uma construção



Na tentativa de explicar uma das propriedades do trapézio isósceles, o licenciando utiliza as mãos para representar os lados não paralelos.

Fonte: Bairral, Arzarello & Assis (2015, p. 27)

Note que, na ilustração anterior, os movimentos não estão dissociados da produção de significado matemático e que, com suas mãos, o licenciando está referendando os lados não paralelos do trapézio que construiu. Os gestos (livres) feitos pelo aluno estão acompanhados de sua fala e da construção na tela; portanto, constituem um sistema linguístico único e sem predomínio da relevância cognitiva de um sobre o outro. A partir de McNeill (2002), admitimos que a conjunção *gesto+fala+construção_na_tela+toques+gesto+fala+registro* compõe o espectro cognitivo-linguístico desse sujeito. Entendo ser extremamente relevante considerar e valorizar essa produção conjuntiva, conforme sublinhado por Silva (2017).

No exemplo anterior o gesto, embora livre, esteve orientado pelos lados não paralelos. Essa orientação nem sempre existe e nem por isso deixa de ser importante. Há situações nas quais o sujeito se restringe apenas à fala, à escrita ou à manipulação na tela, por exemplo. Essa combinação deve ser vista em uma dialética inerentemente instável (McNeill, 2002). Instabilidade, sublinha o autor, implica repouso, mas esse repouso é, também, um recomeço. A dialética (instabilidade, repouso, recomeço) torna essencialmente prospectivo o aprendizado com dispositivo móvel.



Toques em telas constituem uma outra linguagem e, portanto, possuem particularidades e implicações em nosso pensamento. Do mesmo modo que os gestos que usamos para nos comunicar, as manipulações que fazemos na tela de um dispositivo móvel constituem uma forma de transparecer e materializar o pensamento no ato comunicativo, para favorecer uma interação. O Quadro 1 é ilustrativo desta afirmação.

⁷ Disponível em: www.gepeticem.ufrj.br

⁸ Termo (no original, *commungnition*) usado por Ana Sfard (2008) para ressaltar o imbricamento entre a comunicação e a cognição.

⁹ As manipulações constituem toques de diferentes modos (toques simples ou duplos, deslizamentos de tela, toque para fazer um *zoom* etc.).

Quadro 1 - Particularidades e semelhanças entre gestos e toques em tela

Gestos (McNeill, 1995, 2002)	Manipulações em Tela (Arzarello <i>et al.</i> , 2014; Assis, 2016; Bairral <i>et al.</i> , 2015; Silva, 2017)
	
<p>-São parte do discurso do qual o falante participa. -Não são acompanhantes externos da fala. -Não são fixos, mas livres, e revelam idiossincrasias do nosso pensamento imagético.</p>	<p>-Nem sempre vêm acompanhadas de fala. -São feitas <i>com a tela</i> ou <i>a partir dela</i>. -São movimentos variados, muitas vezes combinados, e constituem um sistema simbólico multifacetado.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • São imagéticos, simbólicos, não são meros movimentos. • São contextualmente situados e possuem intencionalidade. • <i>Gestos+manipulações+palavras+sentenças+frases+registros diversos+construções_em_software</i> constituem um sistema linguístico único. • Não podem ser totalmente expressos em termos cinestésicos. • Combinados com aspectos social e cognitivamente situados causam impacto no pensamento. 	

Fonte: Os autores.

A manipulação *touchscreen* é interpretada como um conjunto de *inputs* e *outputs* (entradas e saídas) com os dedos, que resultam em *feedbacks* imediatos na tela dos dispositivos (Arzarello *et al.*, 2014). Por conseguinte, manipulação *touchscreen* é uma ação humana, corporificada, simulada (Hostetter & Alibali, 2008), cultural e multimodal, que também pode revelar o pensamento dos aprendizes quando eles trabalham nas tarefas matemáticas (Arzarello & Robutti, 2010, Radford, 2014).

Os gestos ou os toques em tela que realizamos têm intenções comunicativas diversas, e essas também possuem especificidades do contexto cultural no qual são produzidas. Embora a *performance* (reação) de um toque tenha relação com a qualidade do dispositivo, o tipo de manipulação inicial (*input*) e a sua reação não variam em termos de intencionalidade e interpretação. Por exemplo, quando observo de longe um sujeito deslizando o seu dedo para a esquerda ou para a direita, posso interpretar que ele está mudando de tela, de conteúdo. Dito de outra forma, pelo

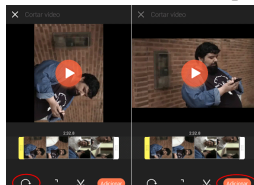
tipo de manuseio na tela, o observador pode inferir o tipo de reação que o usuário deseja.

Ao contrário de alguns gestos, manipulações em tela nem sempre são realizadas aleatoriamente. Elas podem constituir movimentos específicos e, assim, são situadas e intencionais. Certos tipos de manipulação na tela, como os ilustrados no quadro anterior, muitas vezes simulam (Hostetter & Alibali, 2008) certa *performance* e intencionalidade do usuário. E também instigam a uma interação observada.

Se há um tipo de manipulação que realizamos frequentemente com nossos *smartphones* é girar. Todo giro é orientado (Kruger, Carpendale, Scott, & Tang, 2005). Giramos a tela para visualizar melhor alguma imagem, vídeo etc. Giramos o aparelho para conectar o carregador, por exemplo. Algumas vezes, dentre outras ações giratórias que fazemos, giramos o corpo com o *smartphone* para compartilhar ou interagir com nosso interlocutor. Exemplos dessas ações são ilustrados na Figura 2.

Figura 2 - Algumas ações de giro que realizamos com *smartphone*

a) Girando o aparelho



b) Girando a tela



c) Jogando, girando



d) Giro para limpar, trocar bateria, capa etc.

Fonte: Os autores.

A ação de girar é acompanhada de orientação. Muitos dispositivos requerem constantemente objetos para serem rotacionados ou transladados. Estudos que analisam os movimentos cinestésicos mostram que ações de girar e transladar são inseparáveis no mundo real (Kruger *et al.*, 2005). Também o são nos dispositivos móveis com toques em tela. Pesquisas como as de Kruger *et al.* (2005) sublinham três vantagens da interação nessas ações: compreensão, coordenação e comunicação.

Embora os movimentos giratórios que realizamos em nosso cotidiano (giro com corpo ao praticar um esporte ou dançar, ao visualizar um mapa impresso, etc.), não necessariamente sejam os mesmos com os dispositivos com toques em tela, estes últimos passam a inserir uma nova reconfiguração espacial, sensorial e cognitiva em nossas ações atuais. Giro (rotação) e descolamento orientado¹⁰ (translação), com ou sem *smartphone*, são ações essencialmente corporificadas e frequentes em nosso cotidiano e, embora possam ser feitas sem uma cognição matemática explícita (ou consciente por parte do sujeito que o performa), esses movimentos também podem ser analisados do ponto de vista matemático. Vejamos.

3.1 Dispositivos móveis, movimentos giratórios e cognição matemática

Nossas implementações com a utilização de dispositivos móveis com toques em tela oportunizam ao sujeito a interação constante, seja com o dispositivo, seja com outro colega. Compartilhamos e observamos movimentos de um usuário. Surgem, portanto, novas interações. Essas interações constituem um campo de significação e produção do conhecimento com o uso de outro artefato mediador: a manipulação na tela.

Espero que você esteja convencido de que toques em tela constituem um novo campo de manifestação da linguagem e da cognição. São novos e diferentes movimentos que fazemos com nossas mãos ou dedos e que passam a compor e transformar nosso fluxo de imagens, de interação, de pensamento. Embora algumas manipulações *touchscreen* aparentem movimentos de clicar e arrastar (como fazemos em um *software* de geometria dinâmica como o *GeoGebra* ou em comandos de programas), elas possuem diferenças em termos de orientação, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 - Giro em imagem mediante comando em ícones



Fonte: Google Pictures

A possibilidade de manuseio com mais de um dedo tem nos instigado, pois acreditamos que o movimento simultâneo de vários elementos (ângulos, lados etc.) de uma figura – mediante toques isolados ou combinados – pode trazer mudanças na construção do conhecimento matemático. Além do mais, a manipulação em interfaces *touchscreen* implica em continuidade de ação, na espacialidade e na simultaneidade de *inputs* na tela, na combinação de movimentos, e, muitas vezes, ações na tela dependem da rapidez do *feedback* do dispositivo (Bairral *et al.*, 2015).

4 Quando os Dispositivos Entram em Sala de Aula

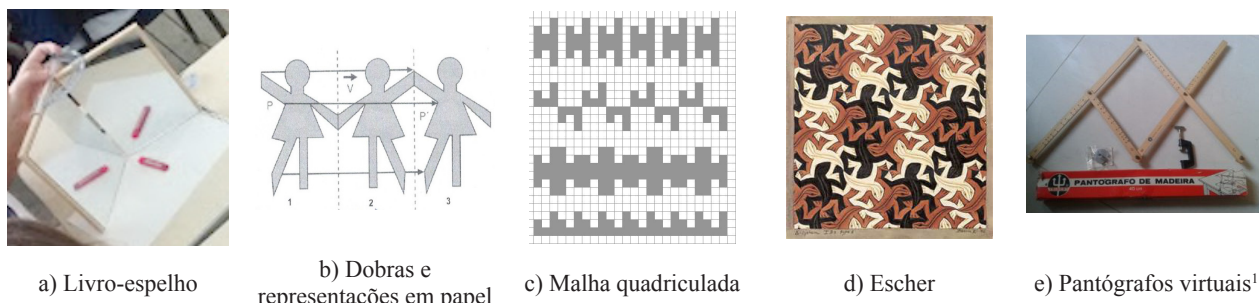
Os dispositivos com toques favorecem formas mais flexíveis de girar e transladar. Ao contrário de transformações que realizamos em atividades com papel, que geralmente sequenciamos, nos dispositivos elas são feitas concomitantemente.

Aulas dinâmicas de matemática podem ser desenvolvidas com recursos mais convencionais – papel e lápis, por exemplo. Todavia, é importante destacar que recursos diferentes geram descobertas e aprendizagens distintas. Portanto, os dispositivos móveis podem compor o cenário de aula como mais uma possibilidade de dinamizar o ensino e de promover novas explorações conceituais, procedimentais etc.

Temos diferentes e interessantes alternativas didáticas (uso de espelhos, dobraduras, malhas, obras de arte, pantógrafos físicos ou virtuais etc.) para trabalhar com as transformações planas (semelhança, homotetia, simetria, rotação, translação) no currículo¹¹. A Figura 4 traz alguns exemplos.

¹⁰ Por um segmento, um vetor.

¹¹ Duas grandes educadoras brasileiras, Estela Kaufman (Rio de Janeiro) e Marta de Souza Dantas (Bahia), defendiam o ensino de geometria a partir das transformações no plano.

Figura 4 - Recursos para trabalhar transformações no plano

a) Livro-espelho

b) Dobras e representações em papel

c) Malha quadriculada

d) Escher

e) Pantógrafos virtuais¹

Fonte: Os autores.

Tradicionalmente, as isometrias (simetria, rotação e translação) são ensinadas na seguinte ordem: simetria (axial), rotação e translação. Em alguns ensinamentos são exploradas as composições (produto) entre as isometrias. Na verdade, elas constituem um tópico praticamente inexistente no currículo atual da matemática escolar.

Um dos nossos focos tem sido capturar e analisar modos de rotacionar feitos pelos sujeitos na tela. Temos visto que essa modalidade pode ser desmembrada em quatro tipos de *performance*, conforme descritas a seguir, no Quadro 2.

Quadro 2 - Formas de girar em uma tela

Modos de rotacionar na tela	Usando apenas um dedo em movimento		Giro livre
			Giro para a esquerda ou direita, tendo um ponto como referência
	Dois dedos em movimento		Um dedo fixo e outro girando para a esquerda ou direita
			Dois dedos girando juntos em uma mesma direção

Fonte: Assis (2016), Bairral, Arzarello & Assis (2017)

Temos observado que a maior parte da manipulação dos participantes em nossas pesquisas usa um ou dois dedos (Tang, Pahud, Carpendale, & Buxton, 2010). Como eles trabalharam em pequenos grupos (de dois ou de três), em alguns casos eles também compartilharam dedos, mãos. Embora os dois primeiros modos de usar apenas um dedo pareçam semelhantes em termos matemáticos, penso que esse tipo de resultado pode propiciar novos *insights* cognitivos e epistemológicos em educação matemática.

Esse tipo de observação não seria possível nos recursos ilustrados na Figura 4. Os toques emergiram com a possibilidade de giros e movimentação em tela, usando dedos. Nos recursos com algum tipo de movimento (espelhos e pantógrafos), a observação tende a ficar mais restrita na forma; e, nas atividades em papel, nas medidas e eixos

(em maior ênfase) e na forma. Além do mais, a referência (ângulo de giro, eixo, vetor) é facilmente detectada quando o sujeito quer realizar a transformação. Conceitualmente, para rotacionar uma forma geométrica, geralmente determinamos previamente em que local (centro de rotação) o faremos. Com os dois dedos em movimento, como detectar a referência para a rotação? Que tipo (ou composição) de transformação geométrica estaremos efetuando na figura original?

Ao elaborarmos e implementarmos novas tarefas, visando depurar mais esta análise a partir de tarefas que exigem o uso de alguma isometria em sua resolução, encontramos mais um resultado instigante: os sujeitos aplicam, naturalmente, a composição de transformações (Bairral *et al.*, 2015). Qualquer isometria é um produto de reflexões. Análises feitas por Assis (2016) identificaram que alunos do Ensino Médio¹², inclusive com rendimento baixo em matemática e sem conhecimentos prévios no conteúdo das isometrias, têm aplicado algumas das propriedades do produto de duas reflexões distintas, como: é a própria reflexão, se elas são iguais; é uma translação, se elas têm eixos paralelos; e é uma rotação, se têm eixos não paralelos¹³.

5 Uns Toques para Finalizar

A história do homem é permeada de tecnologias. É difícil imaginar nossa vida e evolução¹⁴ sem algum tipo de tecnologia. Particularmente, os dispositivos móveis com toques em tela passaram a ser uma extensão espacial, sensorial e perceptiva do nosso corpo. Realizamos com eles um conjunto de atividades (compartilhamentos, orientação, registro etc.) que não conseguíamos, quando ainda era incipiente a evolução desta tecnologia, mesmo com um celular sem conexão e sem a possibilidade de toque em tela.

Atualmente é raro não encontrarmos uma significativa quantidade de alunos e professores com *smartphone*. Portanto, a possibilidade de uso em sala de aula, ainda que coletiva ou compartilhada, pode ser aproveitada. Inclusive, podemos compartilhar aplicativos¹⁵, o que dispensará necessidade de

¹² Veja exemplos de atividades em Assis (2017).

¹³ Acesse <https://drive.google.com/file/d/0B6zQPvF8JeJcbzNsU0dMbUh2bE0/view> e veja um aluno do Ensino Médio resolvendo uma tarefa e aplicando espontaneamente o produto de reflexões.

¹⁴ Embora o desenvolvimento tecnológico possa ter interesses capitalistas, de guerra etc., não vou aqui entrar nesse tipo de discussão.

¹⁵ Veja, por exemplo, o *MyAppSharer*.

conexões à Internet. As pesquisas de Silva (2017) e Henrique (2017) mostraram ser possível e produtivo esse uso em sala.

Considerando a dialética na tríade instabilidade, repouso e recomeço, quando um sujeito manuseia um dispositivo móvel em tarefas matemáticas, cabe ressaltar a importância de considerar a conjunção (*gestos+toques+escrita+construção_na_tela*) na construção do conhecimento matemático, sem priorizar uma delas, geralmente, a escrita. Haverá momento em que a fala ou a manipulação em tela serão mais propícias a descobertas e refinamentos conceituais. Em outras circunstâncias, as diferentes formas de registros, inclusive a escrita e as construções no *software*, poderão ser igualmente úteis.

Precisamos desenvolver experiências, de ensino e de pesquisa, que valorizem igualmente essas diferentes formas de manifestação do aprendizado. Nesse pacote semiótico (Arzarello *et al.*, 2011), as práticas também servirão ao ensino, ao planejamento docente. Identificar e mapear o tipo de manipulação interessa, prioritariamente, à pesquisa, de modo que ela possa fornecer elementos que contribuam com a natureza da prática pedagógica, por exemplo, mediante o tipo de tarefa a ser proposta, conforme ilustrado em Assis (2016).

Kruger *et al.* (2005) falam de uma sequência entre mover e girar, isto é, movemos primeiro e depois giramos. Estamos analisando como os sujeitos, com o uso de *tablets* e *smartphones*, ordenam suas estratégias de solução em tarefas que objetivam o uso de alguma isometria. Nossa intenção continua sendo potencializar nos aprendizes as suas habilidades de exploração, de elaboração de conjecturas e de construção de diferentes meios de justificá-las e materializá-las (Silva, 2017) mediante várias formas de comunicação (escrita, pictórica, gestual, na tela de um dispositivo móvel etc.).

Referências

- Arzarello, F., Bairral, M., & Dané, C. (2014). Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software. *Teaching Mathematics and its Applications*, 33(1), 39-51. doi: 10.1093/teamat/hru002
- Arzarello, F., Bazzini, L., Ferrara, F., Sabena, C., Andrà, C., Merlo, D., Villa, B. (2011). *Matematica: non è solo questione di testa*. Trento: Erickson.
- Arzarello, F., & Robutti, O. (2010). Multimodality in multi-representational environments. *ZDM – Int. J. Mathem. Educ.*, 42(7), 715-731.
- Assis, A. (2016). *Alunos do Ensino Médio trabalhando no GeoGebra e no Geometric Constructor: mãos e rotações em touchscreen*. (Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro), Seropédica.
- Assis, A. R. de (2017). Transformações isométricas com manipulações em tela. *Boletim Gepem*, (70), 186-197. doi:10.4322/gepem.2017.030
- Bairral, M. (2013). Do clique ao touchscreen: novas formas de interação e de aprendizado matemático. In *Reunião Anual da ANPED 36*, Goiânia.
- Bairral, M. (2014). Educação e matemática em dispositivos móveis: construindo uma agenda de pesquisas educacionais focadas no aprendizado em *tablets*. In *Colóquio de Pesquisas em Educação e Mídia 4*, Rio de Janeiro.
- Bairral, M. (2015). As tecnologias digitais potencializando a insubordinação criativa no currículo da formação inicial de professores de Matemática. In B. S. D'Ambrosio, & C. E. Lopes (Ed.), *Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática* (pp. 303-323). Campinas: Mercado de Letras.
- Bairral, M., Arzarello, F., & Assis, A. (2015). High School students rotating shapes in GeoGebra with touchscreen. *Quaderni di Ricerca in Didattica: Matematica 25* (suplemento 2), 103-108.
- Bairral, M., Arzarello, F., & Assis, A. (2017). Domains of manipulation in touchscreen devices and some didactic, cognitive and epistemological implications for improving geometric thinking. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, & U. Gellert (Ed.), *Mathematics and technology: a CIEAEM source book* (pp. 113-142). Berlin: Springer.
- Bairral, M., Assis, A. R., & Silva, B. C. D. (2015). *Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática*. Seropédica: Edur.
- Bairral, M., & Powell, A. (2015). Identificação e análise de objetos e relações em VMT. In A. Powell (Ed.), *Métodos de pesquisa em educação matemática usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras.
- Bolite Frant, J. (2011). Linguagem, tecnologia e corporeidade: produção de significados para o tempo em gráficos cartesianos. *Educar em Revista*, 1, 211-226.
- Bolite Frant, J., & Castro, M. R. (2009). Um modelo para analisar registros de professores em contextos interativos de aprendizagem. *Acta Scientiae*, 11(1), 31-49.
- Damásio, A. R. (1996). *O erro de Descartes: Emoção, razão e o cérebro humano*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Damásio, A. R. (2004). *Em busca de Espinosa: Prazer e dor na ciência dos sentimentos*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Damásio, A. R. (2005). *O mistério da consciência: Do corpo e das emoções ao conhecimento de si*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Damásio, A. R. (2010). *O livro da consciência: A construção do cérebro consciente*. Porto: Temas e Debates.
- Freund, C. S., & Almeida, R. M. (2015). Ganhei um tablet! E agora? *Pátio*, (73), 22-25.
- Gattegno, C. (1987). *The science of education: Part 1: Theoretical considerations*. New York: Educational Solutions.
- Henrique, M. P. (2017). *GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuições de uma dinâmica de aula para construção de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. PPGEDUCIMAT. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica.
- Hostetter, A. B., & Alibali, M. W. (2008). Visible embodiment: Gestures as simulated action. *Psychonomic Bulletin & Review*, 15(3), 495-514.
- Izar, S. B. (2016). Museu virtual: pantógrafos e homotetia em aulas de Matemática. *Boletim Gepem*, (69), 162-169. doi:10.4322/gepem.2017.013
- Izar, S. B., & Bairral, M. A. (2016). Aplicativos dinâmicos e cultura visual na exploração do conceito de homotetia. *RBEG*, 4(1), 1-19.

- Kruger, R., Carpendale, S., Scott, S. D., & Tang, A. (2005). Fluid integration of rotation and translation. In *Proceedings of the ACM Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI) '05*, Portland, Oregon, USA, pp. 601-610.
- McNeill, D. (1995). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago and London: The University of Chicago Press.
- McNeill, D. (2002). Gesture and language dialectic. *Acta Linguistica Hafnensia*, 34(1), 1-25.
- Oliveira, C. A., Mercado, L. P. L. (2016). Ensino de matemática utilizando o aplicativo QR code no contexto das tecnologias móveis. In E. Couto, C. Porto, & E. Santos (Ed.), *APP-Learning: Experiência de pesquisa e formação* (pp. 211-226). Salvador: EDUFBA.
- Prado, M. E. B., Costa, N. M. L., & Campos, T. M. M. (2015). Pedagogical use of tablet in Mathematics teachers continued education. In *Conferência da Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques-CIEAEM 67*, de 20 a 24 de julho de 2015. Aosta, Itália.
- Radford, L. (2014). Towards an embodied, cultural, and material conception of mathematics cognition. *ZDM –Int. J. Mathem. Educ.*, 46(3), 349-361. doi: 10.1007/s11858-014-0591-1.
- Scheffer, N. F. (2002). *Corpo-tecnologias-matemática: uma interação possível no Ensino Fundamental*. Erechim: EdiFAPES.
- Scherer, S., & Silva, L. Q. D. (2014). Formação de professores para o uso de laptops educacionais: reflexões sobre o ensino de geometria. *RIE Digital*, 66(2).
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Silva, B. C. C. (2017). *Justificativas e argumentações no aprendizado de quadriláteros: uma intervenção com papel, lápis e dispositivos móveis*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro).
- Skliar, C. (2014). *Desobedecer a linguagem: Educar*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Tang, A., Pahud M, Carpendale S, Buxtoin B. (2010). VisTACO: Visualizing tabletop collaboration. In *International Conference on Interactive Tabletops and Surfaces (ITS '10)*, 7 a 10 de novembro de 2010. Saarbrücken, Alemanha.
- Vygotsky, L. (2014). *Imaginação e criatividade na infância*. São Paulo: WMF Martins Fontes.

(Footnotes)

- 1 Veja Izar (2016) e Izar e Bairral (2016).