

Tecnologia e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos

Technology and Learning of Mathematical Concepts

José Aires de Castro-Filho^{a*}; Raquel Santiago Freire^b; Juscileide Braga de Castro^c;

^aUniversidade Federal do Ceará, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira. CE. Brasil.

^bUniversidade Federal do Ceará, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Virtual e PROATIVA. CE. Brasil.

^cUniversidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação e Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. CE. Brasil.

*E-mail: aires@virtual.ufc.br

Submetido em: maio - 2017

Aceito ago. - 2017

Resumo

Os avanços e a disseminação do uso das tecnologias de informação e comunicação (TIC) trouxeram novas perspectivas para a área da psicologia e da educação matemática. Este artigo pretende discutir as abordagens usuais das tecnologias para a educação matemática e a aprendizagem de conceitos matemáticos. Será abordado um histórico de como os primeiros softwares ligados à matemática contribuíram para o desenvolvimento de pesquisas na área da psicologia da educação matemática, depois como essas tecnologias avançaram para concepções de desenvolvimento de recursos que pudessem ser acessados pela Internet. Ainda será apresentada pesquisas que mostram novos rumos para a utilização destas tecnologias em processo educacional interativo que propicia a produção de conhecimento individual e grupal em processos colaborativos favorecidos pelo uso de ambientes digitais e interativos de aprendizagem.

Palavras-chave: Conceitos Matemáticos. Tecnologias da Informação e Comunicação. Psicologia da Educação Matemática.

Abstract

Advances and the spread of the use of information and communication technologies have brought new perspectives to psychology and mathematics education. This article is discussed as usual approaches to mathematical education technologies and mathematical learning concepts. A history of how mathematics software has contributed to the development of research in the field of mathematics education psychology has been discussed, as technologies have advanced to the conceptions of resource development that could be accessed through the Internet. Nevertheless, the results show that the new directions for the use of the technologies in interactive educational process that propitiates a production of individual and group knowledge in collaborative processes favored by the use of digital and interactive learning environments.

Keywords: *Mathematical Concepts. Information and Communication Technologies. Psychology of Mathematics Education.*

1 Introdução

A utilização das tecnologias na aprendizagem de conceitos matemáticos já vem sendo investigada por pesquisadores da área há algumas décadas (Papert, 1985, Laborde, 2002, Confrey & Maloney, 2008). *Softwares*, como *LOGO*, *Cabri Géomètre*, *Simcalc* e *Funcion Probe*, foram desenvolvidos para favorecer estudantes na resolução de problemas, no levantamento e teste de hipóteses, e na reflexão a partir dos resultados observados através de manipulações simbólicas.

O desenvolvimento de *softwares* possibilitou a realização de inúmeras pesquisas com foco nos processos cognitivos relacionados ao pensamento matemático (Kaput, 1992, Confrey, 1992, Borba, 1993, Dennis & Confrey, 1998). As pesquisas apontam a possibilidade das tecnologias em utilizar múltiplas representações e de realizar transformações dinâmicas.

Partindo deste contexto, o presente artigo tem por objetivo discutir a relação entre Tecnologia e a aprendizagem de conceitos Matemáticos. Primeiramente, será apresentado um panorama histórico dos estudos envolvendo a Psicologia da

Educação Matemática e o uso de tecnologias. Em seguida, serão discutidos trabalhos recentes e apontados tendências nas pesquisas sobre essa relação. A última seção traz as considerações finais, indicando os desafios e oportunidades que estão por vir.

2 Breve Histórico das Tecnologias na Educação Matemática

Os estudos sobre a relação entre tecnologia e a Psicologia da Educação Matemática remontam à década de 1970. Uma das primeiras linhas de investigação foi realizada com o uso da Linguagem de Programação LOGO, desenvolvida em 1968 pelo pesquisador Seymour Papert. O Logo é uma linguagem de programação em que o usuário comanda um objeto na tela do computador (uma tartaruga) através de comandos simples como andar, girar e desenhar. A proposta do LOGO trás em sua essência, uma influência da teoria Piagetiana, em especial, a ideia de que a ação de controlar um objeto (a tartaruga) por meio de comandos, leva os alunos a refletirem sobre ideias matemáticas (Papert, 1985).

Diversas pesquisas conduzidas com o LOGO buscaram

apontar conexões entre o aprendizado dessa linguagem e a compreensão de ideias matemáticas na Geometria e na Álgebra (Hoyles & Sutherland, 1992, Hoyles & Noss, 1992, Abelson & Disessa, 1987, Noss, 1987). Hoyles e Sutherland (1992) pesquisaram como o ambiente LOGO proporcionou um ambiente capaz de simular experiências que seriam difíceis se realizadas no lápis e papel. Além do mais, as atividades propostas envolviam professores e alunos em atividades colaborativas de pensamento. Hoyles e Noss (1992) abordaram como inserir conceitos do currículo da matemática através do uso da Linguagem. Abelson e DiSessa (1987) propuseram o estudo de uma geometria própria, denominada de Geometria da Tartaruga, uma versão da geometria computacional, usada para trabalhar com diversos assuntos desde polígonos simples até fractais complexas.

Estudos sobre o uso da Linguagem LOGO para o desenvolvimento de conceitos geométricos também foram desenvolvidos no Brasil. Magina (1988) investigou a aquisição do conceito de ângulo em crianças de 2ª série¹, em que diferentes grupos resolveram tarefas envolvendo ângulos usando ou não jogos com a linguagem LOGO. Os resultados indicaram que o grupo que participou do treinamento com jogos teve um desempenho superior nas tarefas de comparação e estimação de ângulo. Meira (1987) analisou a influência de LOGO sobre o desenvolvimento do conceito de ângulo, comparando-se sujeitos com e sem treino na linguagem. Os resultados apontaram uso de geometrias em ação, que atuam semelhantemente aos Teoremas-em-ação propostos por Vergnaud (1982) em sua teoria dos campos conceituais. Essas pesquisas mostram como a linguagem Logo auxilia o aluno a observar uma realidade e representá-la por meio da construção de sólidos comandando a tartaruga.

O aumento da capacidade de realizar transformações computacionais de forma dinâmica deu margem ao desenvolvimento de *softwares* de construção geométrica, tais como *Cabri-géomètre*² (Baulac, Belleiman & Laborde, 1990) e *Geometric Supposer*. O desenvolvimento desses *softwares* deu origem a uma área de estudos denominada de Geometria Dinâmica. Ao usar tais *softwares*, os alunos podem levantar e testar hipóteses sobre os desenhos construídos, a partir de regras pré-estabelecidas, sem se preocupar com a imprecisão de desenhos feitos a mão. Além disso, é possível que os estudantes verifiquem o que muda e o que permanece constante quando uma transformação acontece.

Segundo Dennis e Confrey (1998), a geometria dinâmica favorece o estabelecimento de relações entre geometria e álgebra, na medida em que compreendem que as representações geométricas de gráficos são consistentes com a experiência física geométrica. Hoyles e Jones (1988) defendem que a geometria dinâmica possibilita não apenas

o estudo de geometria nas figuras, mas principalmente o de levantamento e teste de conjecturas.

Trabalhos também foram desenvolvidos na Álgebra. Inicialmente foram realizados estudos com o uso de calculadoras gráficas. Estas permitiam a construção dinâmica de gráficos, a partir de equações. Os estudos envolvendo as calculadoras gráficas mostraram ganhos na compreensão de conceitos de função (Kaput, 1992, Schwarz & Hershkovitz, 1999). Esses estudos lançaram base para o desenvolvimento de *softwares* que permitem múltiplas representações de funções (principalmente equações, tabelas e gráficos), dentre os quais pode-se citar o *Function Probe* (Confrey, 1996, Confrey & Smith: 1992). Estudos apontaram diferentes abordagens utilizadas pelos alunos na resolução de problemas com o *Function Probe* que iam além do escopo inicial do *software* (Confrey, 1994, Borba, 1993, Confrey & Maloney, 2008, Borba & Villareal, 2005).

Outro *software* com ambiente dinâmico que explora as múltiplas representações é o *SimCalc*³, que utiliza o potencial das tecnologias como ferramenta de visualização interativa e simulações ligadas às representações matemáticas, tendo sido desenvolvido com o objetivo de democratizar ideias matemáticas, muitas vezes inacessíveis devido às dificuldades que os estudantes possuem com a álgebra (Kaput, 1994).

O *SimCalc* possui diversos cenários (*background*) e permite aos alunos interagir com objetos animados, cujo o movimento pode ser simulado e revisto pelo estudante conforme *feedback* gráfico mostrado na tela do *software*. Os resultados de estudos com o *SimCalc* apontaram que, ao utilizá-lo para criar animações, os estudantes passaram a compreender conceitos pré-algébricos, como localização de números em quadrantes e interpretação de gráficos (Roschelle & Kaput, 1996, Nickerson, Nydam & Bowers, 2000).

Esta seção mostrou como o desenvolvimento dos primeiros *softwares* proporcionou uma base para o conhecimento da contribuição da tecnologia no desenvolvimento de conceitos matemáticos, principalmente quando sua utilização permite a ligação entre múltiplas representações de um conceito e sua manipulação (Gomes *et al.*, 2002, 2003). Todos esses estudos contribuíram para respaldar estudos na área da educação matemática nos quais defendem que a aprendizagem de conceitos matemáticos deve envolver um conjunto de situações. Além disso, esses *softwares* podem trabalhar com diversas representações simbólicas que favorecem aos estudantes uma melhor compreensão das propriedades dos conceitos, estabelecendo diferenças entre significados envolvidos nas situações (Vergnaud, 1990).

Apesar dessas contribuições, muitos desses *softwares* são de difícil assimilação tanto por parte dos professores como por parte dos alunos. Além disso, sua utilização nas escolas

1 atual 3º ano do ensino fundamental.

2 <http://www.cabri.com/>

3 <http://www.simcalc.umassd.edu>

enfrentou dificuldades técnicas, como contratar licenças, instalar e utilizar esses programas. Ao final da década de 1990, verificam-se grandes transformações nas concepções de desenvolvimento de recursos que pudessem ser acessados pela internet, trabalhassem com conceitos específicos, contextualizados, de fácil utilização e com baixo custo de produção quando comparados a *softwares* educativos. Esses recursos receberam várias denominações até ficarem conhecidos como objetos de aprendizagem (OA) (Wiley, 2000). Na próxima seção serão discutidas a linha de pesquisas em torno da utilização desses recursos.

3 Objetos de Aprendizagem e Conceitos Matemáticos

Uma série de pesquisas tem sido conduzida para identificar a contribuição efetiva de OA na aprendizagem de conceitos matemáticos. Dentre estas pode-se citar o conjunto de estudos realizados com o OA Balança Interativa⁴, que visa introduzir conceitos algébricos como equação e incógnita (Freire, 2007, Castro-Filho *et al*, 2008, Castro-Filho, Freire, & Fernandes, 2010). O OA usa uma metáfora da balança de dois pratos com pesos conhecidos e desconhecidos para representar conceitos algébricos de forma icônica. O desafio é encontrar o valor dos pesos desconhecidos, através de comparações com os pesos conhecidos. As atividades favorecem um suporte representacional para o desenvolvimento de conceitos algébricos, como a noção de incógnita. Essas constatações também foram encontradas em outros estudos da área da psicologia da educação matemática, no entanto, sem o uso de tecnologias (Falcão, 2003, Lins & Gimenez, 2005). A grande diferença nos achados com o Balança Interativa é a possibilidade de integrar noções de equação e inequação em um mesmo contexto.

Os resultados das pesquisas com esse OA têm mostrado que os alunos desenvolvem diversas estratégias ao resolver as situações problemas propostas. Além disso, apresentam ganhos quando comparados com o uso de situações semelhantes usando uma balança de dois pratos real (Castro-Filho, Freire & Fernandes, 2010). Macêdo, Lautert & Castro-Filho (2011) mostraram que os estudantes possuem melhores desempenhos na resolução de problemas e equações algébricas quando submetidos a uma sequência didática baseada no OA quando comparados aos estudantes de um grupo controle que não usou o OA.

Barreto e Castro-Filho (2008) investigaram como o OA Desafio Funções⁵ auxilia na aprendizagem de conhecimentos sobre interpretação de gráficos. O OA trabalha com localização de pontos no plano cartesiano em situações envolvendo despesas, receitas e lucros de uma empresa. A partir desse contexto, os conceitos ligados a funções como crescimento e decréscimo puderam ser explorados em atividades de sala de aula.

Com o surgimento da internet, esses OA puderam ser armazenados em repositórios educacionais, os quais estão alinhados a uma perspectiva de aprendizagem aberta, colaborativa e de apoio para que o professor possa desenvolver práticas de utilização destes recursos (Silva, Café, & Catapan, 2010).

Inicialmente a *web* tinha características limitadas, já que devido a sua estrutura estática, a participação do usuário era reduzida, pois necessitava do domínio de linguagens de programação, estimulando o modelo emissor-meio-mensagem-receptor (Cormode, & Krishnamurthy, 2008). Atualmente, devido às evoluções que vêm passando, tem como característica principal os canais colaborativos, nos quais os usuários podem ser emissores e receptores, alimentando a interatividade e a socialização, requisitando a necessidade de compreender como as mudanças sociais e também as pedagógicas são também propiciadas pelo seu uso.

Por intermédio da internet, alunos e professores podem acessar e explorar diferentes recursos, acessar e publicar vídeos, construir páginas e *blogs* para registrar os resultados de projetos ou atividades desenvolvidas. Além do mais, a *web* social, permite que essas atividades sejam compartilhadas, apresentadas e comentadas para outros professores e alunos de qualquer lugar do mundo.

Essas mudanças na Internet estão retratadas na próxima seção que discute a tendência atual de utilização das tecnologias no ensino da matemática.

4 Panorama Atual da Tecnologia e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos

Na seção anterior, percebemos que a experimentação de OA pode permitir, aos alunos, reformular e rejeitar hipóteses, lançar novas questões e constatar dúvidas em situações não previstas pelo professor. Sendo assim, pode-se observar que, nos últimos anos, o computador tem favorecido o desenvolvimento e as experimentações matemáticas, potencializando formas de resolução de problemas e produção colaborativa. Tais recursos têm sido cada vez mais utilizados na escola para apoiar diferentes situações de aprendizagem. No entanto, é preciso avançar em pesquisas que tragam indícios de como a tecnologia pode contribuir na criação de ambientes de aprendizagem significativos e propícios para a produção coletiva.

Pesquisas como Castro (2012), Castro e Castro-Filho (2015) e Castro (2016), através desta cultura digital e dentro de uma linha sociocultural da aprendizagem, mostram como a exploração de ferramentas da *web* e de dispositivos móveis, por exemplo, contribuem para o desenvolvimento de atividades em que os sujeitos constroem conceitos, resolvem problemas e socializam soluções de forma conjunta.

Em pesquisa de intervenção realizada por Castro (2012)

4 Disponível em: <http://www.proativa.virtual.ufc.br/oa/balanca/balanca.html>.

5 O OA remodelado e denomina-se Desafio Empresarial -<http://www.proativa.vdl.ufc.br/oa/desafio/desafio.html>.

investigou-se como um conjunto de atividades baseada no uso de OA e outras ferramentas da *web*, como *blog*, pode contribuir na aprendizagem de conceitos envolvidos no tratamento da informação⁶ como construção e interpretação de gráficos de barras e de setores. Para isso, os conceitos matemáticos foram inseridos em situações vinculadas ao cotidiano, relacionando os gráficos (de barras e de setores) ao conhecimento diário, além da exploração de outros conhecimentos curriculares como Ciências, Língua Portuguesa, Geografia, História e Música.

Ao analisar o projeto *Um Mundo de Informações*⁷, desenvolvido por Castro (2012), verificou-se a combinação de diferentes linguagens e tecnologias integradas ao currículo escolar, favorecendo a construção e compreensão de gráficos. Castro & Castro Filho (2015), ao analisarem o processo de construção de notícias e o jornal digital produzido neste projeto, ainda constataram o desenvolvimento do pensamento estatístico a partir de situações de coleta de dados, de classificação, de escolha da amostra, de cruzamento de variáveis e da definição do gráfico; favorecidos pela mediação e a combinação de tecnologias. Podemos inferir que a forma como as tecnologias foram usadas enfatizou a exploração dos dados, as simulações, as investigações de problemas com dados reais e envolvimento dos alunos em ferramentas para o trabalho coletivo.

Castro (2016) realizou uma intervenção, explorando uma linha sociocultural de aprendizagem, por meio de um projeto intitulado *Pensar, Conectar e Fazer*⁸ com objetivo de investigar as contribuições de abordagens com o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento do conceito de covariação⁹ presente nas estruturas multiplicativas. Dentre as atividades mais relevantes, têm-se: (1) a construção e interpretação de gráficos com o *software Geogebra*; (2) a criação de infográficos com o aplicativo *Cacoo*¹⁰; (3) discussões no aplicativo de mensagens instantâneas *Whats.App*¹¹; e (4) produção de vídeos.

A combinação de tecnologias possibilitou a exploração de múltiplas representações de situações reais, criadas pelos alunos a partir de pesquisas em supermercados, mercados e outros contextos sociais. Os infográficos continham representações icônicas, tabulares e gráficas e, em alguns casos, textos; contribuindo para a interpretação e compreensão das relações de covariação.

Outra ferramenta que incentivou descobertas dentro e fora da escola, foi o *Whatsapp* que possibilitou o registro de

situações reais por meio de fotografias, textos, áudios, tabelas, gráficos, desenhos, dentre outras formas de representação. O referido aplicativo também foi utilizado para incentivar a interpretação de gráficos, sendo importante espaço para a socialização de diferentes estratégias utilizadas pelas crianças na interpretação. Segundo Castro (2016), as atividades propostas na intervenção com o uso do *Whats.App* contribuíram para a construção de significados e para a produção de conhecimento, proporcionando o engajamento dos estudantes às atividades, o que pode ser constatado pela mudança de postura e comportamento frente ao processo de aprendizagem.

A produção dos vídeos também contribuiu para a construção de significados e um melhor entendimento conceitual, já que durante o processo de produção, os grupos (re)definiam os temas; (re)construíam a história que seria contada no vídeo; escolhiam personagens, dentre outros elementos, de modo a contextualizar e dar sentido a situação criada por eles. Os grupos precisaram ter bem claro os aspectos matemáticos que estariam nas situações criadas.

Analisando estas atividades desenvolvidas por Castro (2016) durante intervenção, constata-se as possibilidades do uso de tecnologias digitais no contexto escolar, já que proporcionou diversificação de experiências concretas, propiciando a transposição dos conceitos estudados para contextos reais, ou seja, vivenciados diariamente. Fazer essa transposição significa explorar a matemática, não de forma superficial e artificial, mas permitindo que adaptem os conceitos aprendidos a novos cenários. Essas atividades trouxeram reflexões sobre o desenvolvimento de um conceito em um contexto sociocultural significativo similar ao que Vygotsky (1990) encontrou em seus estudos sobre conceitos espontâneos e conceitos científicos.

Estas pesquisas (Castro, 2012, 2016; Castro & Castro-Filho, 2015) apresentam indícios que extrapolam o uso da tecnologia para a visualização ou representação de situações em múltiplas representações, mas o entendimento do uso de tecnologia para possibilitar a produção de conteúdo pelos estudantes, ampliadas com as novas características da internet. Essa possibilidade de produção vai muito além da exploração de informações contidas em *sites* para a realização de um trabalho, pois as tecnologias amplificam as formas de comunicação; de produção, de representação e, principalmente, da integração de tecnologias que a *web* permite aos usuários. A exploração de ferramentas da *web* tem contribuído para o

6 Bloco de conteúdo dos Parâmetros Curriculares Nacionais que tem como um dos objetivos o desenvolvimento da transversalidade, do espírito científico e da formação cidadã dos estudantes.

7 <http://1mundodeinformacoes.blogspot.com.br>.

8 <http://pensar-conectar-fazer.blogspot.com.br/>

9 Conceito que possui vínculo com o raciocínio multiplicativo, já que está ligado ao estabelecimento de uma relação fixa entre duas quantidades de mesma natureza ou distinta e uma relação constante entre elas. Desta forma, a “covariação envolve a coordenação entre essas duas relações, funcionais e escalares, já que, para compreender como a relação entre duas grandezas varia em conjunto, é preciso entender que a relação entre elas permanece constante, ou seja, que a relação funcional é a mesma para esse conjunto de variáveis” (CASTRO, 2016, p. 209).

10 <https://cacoo.com/>

11 https://www.whatsapp.com/?l=pt_br

desenvolvimento de atividades em que os sujeitos constroem conceitos, resolvem problemas e socializam soluções de forma conjunta, permitindo a reflexão das diferentes situações que surgem em determinados contextos.

4 Conclusão

Os Estudos trazidos neste artigo apontam para um entendimento sobre como as tecnologias colaboram para um avanço na compreensão de conceitos matemáticos. Em conjunto, os dados discutidos apontam que as tecnologias devem estimular o raciocínio matemático e a resolução de problemas de uma forma que os alunos possam utilizar diversas representações, compreender processos e resultados matemáticos. Devem ainda permitir aos alunos a exploração de diversas vertentes como as orais e a escrita para interpretar, compreender e apresentar não somente suas ideias, mas também as ideias dos outros, participando de forma construtiva e colaborativa com seus pares.

O desenvolvimento da capacidade de comunicação e utilização de diversas ferramentas da *web* pode ser considerada um aspecto cognitivo importante para aprendizado de conceitos matemáticos, uma vez que a matemática escolar é um conjunto de iniciativas estruturadas e atividades matemáticas voltadas para a negociação, em contexto cultural específico, a sala de aula.

A aprendizagem é um fenômeno social, por isso atenta-se para a importância que pesquisadores da matemática escolar possam avançar em ideias que explorem todo o potencial das ferramentas da *web* como forma de trazer novos avanços e compreender a aprendizagem de conceitos matemáticos nesses contextos. De acordo com esta perspectiva, conceitos e representações matemáticas são construídos e comunicados em interações sociais e práticas culturais específicas, que são aspectos importantes para a aprendizagem matemática.

A utilização de diversas ferramentas da *web* oportuniza o que Britto (2011) chama atenção sobre a aprendizagem de conceitos matemáticos. Segundo a autora, o conhecimento deve ser construído pelo sujeito através de formas significativas próprias a partir do estabelecimento de elos significativos entre os materiais utilizados em sala de aula e os elementos já presentes na estrutura cognitiva. Além do mais, para a autora, investir no aprendizado de conceitos matemáticos significa que devemos oportunizar fatores ambientais como a cultura, a tecnologia e as práticas educacionais.

Este trabalho mostra ainda que apesar de todo avanço das tecnologias, as bases teóricas e experimentais da pesquisa em tecnologias na aprendizagem da matemática foram estabelecidas desde os pioneiros estudos comentados na introdução do artigo.

Referências

Abelson, H., Disessa, A. A. (1981). *Turtle geometry: the computer as a medium for exploring mathematics*. Cambridge: MIT.

- Barreto, A. L. O., & Castro Filho, J. A. *O estudo de funções mediado por um objeto de aprendizagem*. In: Anais do II Simpósio Internacional De Pesquisa E Educação Matemática – SIPEMAT. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2008.
- Baulac, Y., Belleiman, F., Laborde, J.-M. (1990). *Cabri-géomètre*© [Programa de Computador]. Berlin: Cornelsen.
- Borba, M. (1993). *Students' understanding of transformations of functions using multi-representational software*. Ithaca: Cornell University.
- Borba, M. C., Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. Springer Books.
- Britto, M. R. F. (2011). Psicologia da Educação Matemática: Um ponto de vista. *Educar em Revista*, 29-45.
- Castro Filho, J. A., & Freire, R. S. (2010) Fernandes, A. C. *Development of Early algebra concepts through the use of digital learning objects*. In: 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2010, Belo Horizonte. Proceedings of the 34th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Castro Filho, J. A., Freire, R. S., Fernandes, A. C. & Leite, M. A. (2008). *Quando objetos digitais são efetivamente para aprendizagem: o caso da matemática*. In: XIX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE), 2008, Fortaleza. Anais do XIX SBIE. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação (pp. 583-592).
- Castro Filho, J. A., Leite, M. A., Freire, R. S., & Macêdo, L. N. (2008). *O desenvolvimento de conceitos matemáticos e científicos com o auxílio de Objetos de Aprendizagem*. In: Lopes, C. R., & Fernandes, M. A. *Informática na educação: elaboração de objetos de aprendizagem*. Uberlândia: EDUFU.
- Castro, J. B. (2016). *Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais*. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- Castro, J. B. (2012). *A utilização de objetos de aprendizagem para a construção e compreensão de gráficos estatísticos*. Dissertação (Mestrado em Educação Universidade Federal do Ceará).
- Castro, J. B., & Castro Filho, J. A. (2015). *Desenvolvimento do pensamento estatístico com suporte computacional*. *Educ. Matem. Pesq.*, 17(5), 870-896.
- Confrey, J. (1992). Using computers to promote students' inventions on the function concept. In: L.R., Malcom, & K., Scheongold. *The year in school science*. (pp.141-174). Washington: American Association for the Advancement of Science.
- Confrey, J., & Maloney, A. (2008). Research-design interactions on building function probe software. In W., Glendon, M.K.H., Blume. (Org.). *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 2, Cases and perspectives*. Information Age Publishing.
- Confrey, J. (1996) *Function Probe*© [Computer Program]. Dept. of Education, Cornell University Research Foundation.
- Confrey, J., & Smith, E. (1992). *Function Probe: multi-representational software for learning about functions*.

- New York: Association for Computers and Technology in Education.
- Cormode, G., & Krishnamurthy, B. (2008). Key differences between Web 1.0 and Web 2.0 by. First Monday.
- Dennis, D., & Confrey, J. (1998). Geometric curve-drawing devices as an alternative approach to analytic geometry: an analysis of the methods, voice, and epistemology of a high school senior. In: R. Lehrer, & D. Chazan. *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, (pp. 297-318). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Falcão, J. T. R. (2003). *Psicologia da educação matemática: uma introdução*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Freire, R. S. (2007). *Ambientes computacionais para o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental*. (Dissertação de Mestrado Universidade Federal do Ceará).
- Gomes, A. S., Tedesco, P., & Castro-Filho, J. A. (2003). Ambientes de Aprendizagem em matemática e ciências. In E. Ramos, M. Rosatelli, & R. Wazlawick. *Informática na escola*. (pp.108-135). Fortaleza: UFC.
- Gomes, A.S., Castro-Filho, J.A., Gitirana, V., Spinillo, A., Alves, M., Melo, M., & Ximenes, J. (2002). Avaliação de software educativo para o ensino de matemática. In E. F. Ramos. *Convergências tecnológicas: Redesenhando as fronteiras da ciência e da educação*. Florianópolis.
- Hoyles, C., & Jones, K. (1998). *Proof in dynamic geometry contexts*. Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. London, GB, Springer.
- Hoyles, C., & Noss, R. (1992). A pedagogy for mathematical microworlds. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), 31-57.
- Hoyles, C., & Sutherland, R. (1992). *Logo mathematics in the classroom*. London: Routledge.
- Kaput, J. (1994). Democratizing access to calculus: New routes using old routes. In: A. Schoenfeld. *Mathematical thinking and problem solving*. (pp.77-156). Hillsdale: Erlbaum.
- Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. In D.A. Grouws. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp.515-556). New York: Macmillan.
- Laborde, C. (2002). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. *Int. J. Computers Mathem. Learn.*, 6, 283-317.
- Lins, R.C., & Gimenez, J. (2005). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. São Paulo: Papirus.
- Macedo, L. N., Lautert, S. L., & Castro-Filho, J. A. (2011). Sequência didática para desenvolver conceitos algébricos: um estudo de intervenção. Recife.
- Magina, S. M. P. (1988). *O computador como ferramenta na aquisição e desenvolvimento do conceito de ângulo em criança*. Recife: UFPE.
- Meira, L. (1996). *Práticas e conceitos matemáticos na sala de aula*. (pp.140). In: SIMPÓSIO DE PESQUISA E INTERCÂMBIO CIENTÍFICO DA ANPEPP, 6, Teresópolis.
- Meira, L. R. L. (1987). *Geometria em ação na programação em "LOGO"*. Teresina, Universidade Federal de Pernambuco.
- Nickerson, S. D., Nydam, C., & Bowers, J. S. (2000). Linking algebraic concepts and contexts: Every picture tells a story. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6 (2), 92-98.
- Noss, R. (1987). Children's learning of geometrical concepts through Logo. *J. Res. Mathem. Educ.*, 18(5), 343-362.
- Papert, S. (1985). *Logo: Computadores e educação*. São Paulo: Brasiliense.
- Roschelle, J., & Kaput, J. J. (1996). *SimCalc MathWorlds for the Mathematics of Change*. Communications- ACM, 39(8), 97-99.
- Schwarz, B. B., & Hershkovitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? *The role of computer tools*. *J. Res. Mathem. Educ.*, 30(4), 362-389.
- Silva, E. L. D., Café, L., & Catapan, A. H. (2010). Os objetos educacionais, os metadados e os repositórios na sociedade da informação. *Ciênc. Inform.*, 39, 93-104, 2010.
- Vergnaud, G. (1982). *A Classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems*. In: T. P., Carpenter, J. M., Moser, & T. A., Romberg, Addition and subtraction: a cognitive perspective. (pp.39-59) Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Vergnaud, G. (1990). La Théorie des champs conceptuels. *Res. Didactique Mathém.*, 10. Disponível em: <<http://rdm.penseesauvage.com/La-theorie-des-champs-conceptuels.html>>. Acesso em: 5 out. 2016.
- Wiley, D. A. (2000). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In D. A. Wiley. (Org.) *The Instructional use of learning objects*: Online version. Disponível em <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em maio 2017.