

# Concepções Errôneas de Alunos de Licenciatura em Matemática Sobre o Conceito de Função

## Misconceptions of Undergraduate Mathematics Students about the Concept of Function

Célia Barros Nunes<sup>a\*</sup>; Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidade do Estado da Bahia, Campus X. BA. Brasil.

<sup>b</sup>Universidade Estadual de Santa Cruz. SC. Brasil.

\*E-mail: celiabns@gmail.com

Submetido em: mar. - 2017

Aceito em: ago. - 2017

---

### Resumo

No âmbito da Educação Matemática, o erro tem sido objeto de relevantes estudos em todos os níveis de escolarização. Este artigo tem como objetivo analisar as concepções errôneas sobre o conceito de função apresentadas por alunos da Licenciatura em Matemática. Para alcançar esse objetivo foram analisadas as resoluções dadas por 40 alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, a um instrumento composto de nove tarefas. A análise das resoluções dadas tomou como referência as categorias de concepções errôneas elencadas na perspectiva epistemológica. Diante da análise realizada neste estudo é possível inferir que as concepções errôneas resultam de múltiplos fatores, sobretudo com os que estão relacionadas a conceitos, procedimentos ou princípios matemáticos.

**Palavras-chave:** Erros. Resolução de Problemas. Concepções Errôneas.

### Abstract

In the Mathematics Education field, the error has been the object of relevant studies in all of the education levels. This article aim to analyze how misconceptions about the concept of function presented by students of the Degree in Mathematics. In order to achieve this aim, we analyzed the resolutions given by 40 students of a Licenciatura Degree in Mathematics, to an instrument composed of nine tasks. An analysis of the given resolutions took as reference as categories of misconceptions listed in the epistemological perspective. In view of the analysis carried out in this study it is possible to infer that the misconceptions result from multiple factors, especially those related to mathematical concepts, procedures or principles.

**Keywords:** Error. Problem Solving. Misconceptions.

---

### 1 Introdução

Os estudos sobre erros estão presentes em áreas do conhecimento como a Psicologia da Educação, a Pedagogia e a Educação Matemática, sobretudo, em virtude da amplitude, do seu significado e da relevância nos contextos educacionais. No âmbito da Educação Matemática, o erro tem sido objeto de estudos em todos os níveis de escolarização e, vem se desenvolvendo de forma crescente e produtiva em artigos científicos publicadas no Brasil e no mundo, como se pode constatar nos trabalhos de Graeber e Johnson (1990), Pinto (1998, 2000), Torres (2007), Cury (2007), Bastos e Allevato (2011) e Spinillo, Gomes, & Cavalcanti (2014). Para esses autores, o erro não surge acidentalmente, mas em decorrência de estratégias e regras pessoais adquiridas de conhecimentos matemáticos anteriores. A análise de erros é mais uma ferramenta didática que pode auxiliar no processo ensino-aprendizagem, pois como afirma Torres (2007, p. 27) “não há aprendizagem isenta de erros” e o professor pode utilizá-lo didaticamente como situação de aprendizagem em sua prática de ensino no favorecimento à reflexão e à revisão de tarefas, tanto do professor como do aluno, bem como na interação

dialógica entre professor-aluno.

Tanto o erro quanto o acerto são elementos integrantes do processo ensino-aprendizagem. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1997), o erro é inevitável no processo de aprendizagem escolar, mas é uma maneira de formalizar o acerto pois, através da experimentação de diferentes alternativas para resolução de um problema, o aluno constrói uma lógica própria visando uma solução a esse problema. Na visão de Spinillo *et al.* (2014, p. 4), “os erros, assim como os acertos, são formas de raciocinar que revelam os limites e as possibilidades do pensamento frente a um dado objeto de conhecimento, no caso, os conceitos matemáticos”.

Uma boa forma de identificar os erros na construção do conhecimento de conteúdos matemáticos é propor aos estudantes situações problema e, durante a resolução, identificar possíveis obstáculos que estejam impedindo o aluno de avançar.

É através da análise e reflexão sobre os erros cometidos durante o processo de resolução de um problema realizado pelo estudante que se pode ter pistas de como este compreende os conhecimentos envolvidos, bem como o motivo que o impede de encontrar a solução (Sperafico & GolberT, 2012, p. 5).

Os registros feitos pelo aluno na resolução de um problema, mesmo que errôneos, possui informações essenciais à ação pedagógica e, também, revela os efeitos da ação pedagógica. A análise desses registros se torna fundamental para que o professor possa acompanhar e mediar o processo de aprendizagem do aluno.

No processo de análise e reflexão a respeito dos registros dos alunos é importante considerar a autonomia do aluno, pois estando os alunos preparados para trabalhar sobre um problema é importante que o professor o deixe caminhar sozinho, acreditamos que “quando se deixa o aluno caminhar sozinho significa também permitir que ele cometa erros, pois os alunos têm de aprender desde cedo que os erros lhes podem ser úteis no processo de aprendizagem” (Van De Walle, 2009, p. 58). É resolvendo problemas que o aluno constrói seu conhecimento matemático, e para que esse conhecimento tenha sentido, é necessário que estejam articulados entre si e que sejam significativos para o aluno (Pinto, 2000).

Uma perspectiva possível para o trabalho com o erro em sala de aula é resolução de problemas quando trabalhada como metodologia de ensino-aprendizagem proposta por Onuchic (1999, 2013), se mostra como um bom caminho para a construção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula, oportunizando um espaço para que o aluno exerça sua autonomia. Nela, o problema é o ponto de partida para a construção de conceitos ou conteúdos matemáticos de modo que os alunos se engajem no problema como co-construtor de um novo conceito matemático. A par disso, têm-se discussões e pesquisas tais como: Nunes (2010), Onuchic (2013), Allevato e Onuchic (2014), Allevato e Vieira (2016), que descrevem etapas metodológicas para se trabalhar em sala de aula com a resolução de problemas, utilizando-se da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas.

Nesse sentido, não há uma preocupação, a princípio, que a resolução do problema esteja certa ou errada e, durante a resolução do problema, o professor pode auxiliar o aluno a fim de identificar possíveis obstáculos que estejam impedindo-o de progredir. No momento da plenária, após discussões e reflexões entre alunos e professores, tenta-se chegar a um consenso sobre o correto. Esse é um momento rico para se fazer do erro uma oportunidade de aprendizagem, caracterizando-o como um momento para o aluno desenvolver novas hipóteses, reconstruir a resposta errada até chegar à correta. Cabe ao professor agir de forma consciente no momento da intervenção sobre o erro para que a aprendizagem se concretize qualitativamente.

Numa reflexão epistemológica, Pinto (1998) argumenta que o erro é decorrente de concepções adquiridas anteriormente pelo aluno e que o processo de ensino pode ser o gerador de

erros.

Em sintonia com a ideia de Pinto, no contexto da Álgebra, Lochhead e Mestre (1995) dizem que o foco dos erros está em concepções errôneas concernentes à estrutura e à interpretação de afirmações algébricas e nos processos pelos quais se faz a tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica.

É provável que tais concepções sejam advindas do modo como a Matemática é apresentada aos alunos, por isso, nos propomos a analisar as concepções errôneas sobre o conceito de função apresentadas por alunos da Licenciatura em Matemática. De modo que seja possível compreender que conceitos, procedimentos ou princípios matemáticos que estão relacionadas aos possíveis erros desses estudantes.

## 2 O Erro a partir de diferentes perspectivas

Há na literatura diferentes classificações para os erros trazidos pelos alunos. Pinto (2000) apresenta em seu trabalho as diferentes perspectivas teóricas que fundamentam o estudo do erro que ocorre em situações de ensino-aprendizagem: o erro numa perspectiva *psicogenética*, o erro numa *perspectiva sociológica* e o erro numa perspectiva *epistemológica*.

O erro na *perspectiva psicogenética*, de origem piagetiana, é considerado como elemento intrínseco no processo de construção do conhecimento e parte integrante do processo de aprendizagem, no qual os alunos constroem por si mesmos os conhecimentos e o sentido desses conhecimentos (Pinto, 2000). O importante nessa abordagem psicogenética é que o desafio central colocado pelo construtivismo à pedagogia é tornar o erro “um observável” para o aluno, o que não é tão simples de se realizar em sala de aula, exige-se uma boa dose de criatividade pedagógica por parte dos professores.

Pinto (2000) considera que o erro na perspectiva *sociológica* situa-se numa pedagogia do sucesso e não do fracasso escolar, levando em consideração que uma concepção construtivista do erro no processo de aprendizagem escolar não pode anular os fatores sociais e as influências culturais.

Ademais, segundo Pinto (2000), o erro na *perspectiva epistemológica* considera os problemas e as situações como fontes dos significados do conhecimento matemático. Essas fontes vão intervir no processo de aquisição dos conhecimentos e, conseqüentemente, na produção e superação dos erros dos alunos. Nessa abordagem é dada uma ênfase à teoria da “situação didática” que busca oferecer ao aluno uma nova compreensão do erro num contexto de ensino que ocorre em sala de aula. Pinto (2000) toma como referência nessa abordagem o pensamento de Bachelard<sup>1</sup> no que se refere, particularmente, ao conceito de “obstáculo epistemológico”, conceito este que deve ser compreendido como o efeito limitativo de um sistema de conceitos sobre o desenvolvimento do pensamento. Um obstáculo se caracteriza

<sup>1</sup> Ao colocar o conhecimento científico em termos de obstáculo, Bachelard centrou sua teoria no ensino da Física e apontou categorias de obstáculo que vão desde o conhecimento geral ao conhecimento pragmático. Negando a existência das primeiras verdades e afirmando a dos primeiros erros, contribuiu de forma significativa para que a escolar pudesse ter um olhar inovador sobre os erros praticados pelos alunos (Pinto, 1998, p. 37).

por ser reproduzível e por resistir a mudanças. Na visão de Pinto (1998, p. 39), “se um obstáculo epistemológico pode conduzir ao erro, não se deve descartá-lo, tratando-o como ‘falta de conhecimento’, ao contrário, deve-se tratá-lo como um conhecimento falso ou incompleto devendo ser reconhecido e superado”.

Existem algumas crenças arraigadas no ensino de matemática que podem ser produtoras de erros e muitas vezes resistentes a mudanças. Para discutir os tipos de erros e suas origens, na vertente da perspectiva epistemológica, aportamos nas categorias de concepções errôneas segundo a perspectiva de Graeber e Johnson (1990) no qual apresentam algumas situações problemas que evidenciam o erro, denominadas por: supergeneralização (*overgeneralization*), superespecialização (*overspecialization*), tradução errônea (*mistranslation*) e concepções limitadas (*limitedconception*). Nessas categorias estão explícitas as razões de sua ocorrência e os meios de corrigi-las de modo que possam ser conduzidas, a fim de justificar tais erros cometidos na execução de uma atividade matemática. Segundo Graeber e Johnson (1990, p. 4-6):

- Na **supergeneralização**, se um estudante toma um conceito, um princípio ou um procedimento que é verdadeiro para uma classe e o estende a outra classe, então ele está supergeneralizando. Por exemplo:

1) No conjunto dos números inteiros, o sinal negativo precedendo de um número natural designa uma quantidade menor do que zero, por exemplo: -7, -89, -2, -67 são números menores do que zero. Quando um sinal negativo é atribuído a um símbolo como “(-a)”, alguns estudantes continuam a ver o valor de “(-a)” como menor do que zero.

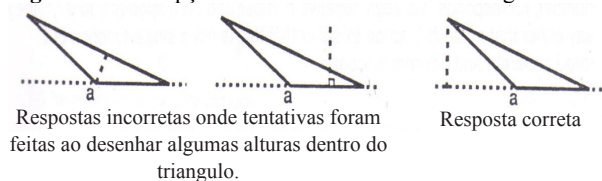
2) A expressão algébrica  $(x - 3)(x + 5) = 0$  implica que ou  $(x - 3) = 0$  ou  $(x + 5) = 0$ . Alguns estudantes continuam a aplicar esse teorema do produto zero em um modo semelhante a expressões que não se igualam a zero, pensando que se  $(x - 3)(x + 5) = 9$ , então  $(x - 3) = 9$  ou  $(x + 5) = 9$ .

3) O processo do produto cruzado  $7 \times 24 = 3 \times 56$  é um procedimento aritmético completo para checar a igualdade  $=$ . Em uma abordagem para resolver equações algébricas como  $+ = 9$ , no qual é preciso, primeiro encontrar a soma das frações do lado esquerdo, a fração foi encontrada por meio de um procedimento idêntico ao primeiro passo do produto cruzado. Isto é, aplicando erroneamente o procedimento do produto cruzado às frações da soma, sem perceberem que o que é pedido é uma adição de frações e não uma igualdade entre elas. E assim fizeram:  $7(2 - x) + 3(2 + x)$ . Alguns estudantes, aparentemente, querendo terminar o produto cruzado e tendo atingido um ponto de fechamento também veem esse cálculo como “completo”, escrevendo  $7(2 - x) + 3(2 + x) = 9$ .

- Na **categoria superespecialização** as concepções errôneas dos alunos impõem a uma classe toda uma propriedade de alguma subclasse. Ou, se um aluno adiciona alguma restrição a um conceito, a um princípio ou a um procedimento que não é uma característica da classe toda, então ele está superespecializando. Por exemplo:

(i) A maioria dos estudantes restringe a noção de altura de um triângulo apenas para segmentos contidos no triângulo. Quando apresentados como um triângulo obtusângulo ou um triângulo retângulo com uma ou mais alturas fora do triângulo, o percentual de respostas corretas para identificar uma das alturas cai dramaticamente.

**Figura 1**– Concepção errônea da altura de um triângulo



(i) A operação raiz quadrada se distribui sobre a multiplicação, mas não sobre a adição, isto é  $\sqrt{b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ , mas  $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ . Alguns estudantes ao aprenderem que  $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$  dizem também que  $\sqrt{b} \neq \sqrt{a} \times \sqrt{b}$  erroneamente, restringindo a propriedade distributiva para outras operações exceto para a operação raiz quadrada.

(iii) 
$$\frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{6}$$

Alguns estudantes acreditam que *operações com frações* estão restritas apenas àquelas com denominadores iguais. Assim, eles começam cada operação renomeando as frações correspondentemente.

- Sobre **traduções errôneas**: Muitos erros acontecem enquanto os estudantes traduzem determinadas formas tais como palavras, símbolos ou fórmulas, tabelas e gráficos. Tais traduções são frequentemente encontradas, e cada tipo de tradução (por exemplo, palavras para símbolos) tem dificuldades associadas a ela. Por exemplo, o erro da variável reversa: ao traduzir uma sentença em linguagem vernácula para uma linguagem matemática, os estudantes com frequência revertem o papel das variáveis na equação. Um exemplo clássico usado para lembrar esse erro, é o problema professor-aluno, como segue:

Escreva uma equação para a seguinte afirmação: “Numa universidade há seis vezes tantos estudantes quanto professores. Usando S para o número de estudantes e P para o número de professores”, escreva uma equação para essa afirmação.

Estudantes comentem o erro nessa tarefa frequentemente ao escreverem  $6S = P$ , ao invés de  $6P = S$ .

- Sobre **concepções limitadas**: Se a concepção errônea de um estudante é notada pela falta de um conceito, de um procedimento ou de um princípio ou, se o estudante tem apenas uma noção limitada daquele conceito, princípio ou procedimento, então o estudante está usando uma concepção limitada, consideradas “concepções fracas” (pontos de vista limitados) ou “concepções perdidas” (quando os estudantes são capazes apenas de recuperar pedaços e partes da concepção), ou ainda “conhecimento frágil” (conhecimento que cai quando a capacidade de processamento das pessoas é imposta). Por exemplo:

(i) Quando alguns estudantes não têm o conceito do significado de números decimais, eles podem estar supergeneralizando as observações feitas dentro do domínio dos números naturais. Por exemplo, quanto mais dígitos houver em um numeral, maior será o valor do número. Assim, eles acreditam que  $0,009 > 0,26$ .

(ii) Estudantes que não têm o conceito dos valores de frações tais como  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{2}{5}$ , não têm como reconhecer a inadequação da afirmação  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$

Dos exemplos acima apresentadas sobre concepções errôneas, na visão de Graeber e Johnson (1990), percebe-se que muitas dessas concepções que se têm da matemática estão profundamente arraigadas e não são fáceis de eliminá-las.

De fato, em nossa experiência enquanto professoras nos cursos de Licenciatura em Matemática, é notório, por meio

das concepções assumidas e carregadas pelo aluno durante toda a sua escolaridade, o seu envolvimento com uma série de obstáculos cognitivos, epistemológicos e didáticos, sobretudo, na construção de novos conceitos e de novos conteúdos. Tais concepções errôneas têm uma forte ligação a aspectos conceituais, procedimentais e de princípios matemáticos mas, que podem ser superadas.

As pessoas desenvolvem concepções sobre muitas coisas diferentes: sobre si mesmo, sobre outros e sobre a natureza do mundo ao seu redor. Então, não poderia ser diferente com os estudantes que desenvolvem também suas convicções sobre a escola, sobre as matérias que estudam e sobre suas próprias habilidades. O quê e como as pessoas aprendem é influenciado por suas concepções sobre si mesmas, sobre a sociedade em que vivem e sobre a matéria em questão. Algumas delas sobre a natureza da matemática, sobre seu papel na sociedade e, suas habilidades para obter sucesso em matemática parecem facilitar a aprendizagem e posterior sucesso, enquanto que outras parecem impedir essa aprendizagem e esse progresso (Graeber & Johnson, 1990, p. 12).

Ao falar de como essas concepções errôneas ocorrem, Graeber e Johnson (1990) dizem que elas parecem ser derivadas do modo como aos alunos é apresentada a matemática, das atitudes refletidas em uma ampla sociedade e da natureza das tarefas requeridas para alunos. Esse é um dos aspectos que o professor precisa levar em consideração, pois as concepções dos alunos sobre a Matemática influenciam como a aprendem.

### 3 Material e Métodos

Este estudo seguiu uma abordagem qualitativa de cunho descritivo e interpretativo (Bogdan, & Biklen, 1994), pois pretende-se descrever os erros cometidos pelos alunos, analisar de forma interpretativa as possíveis concepções errôneas que trazem do conceito de função, segundo Graeber e Johnson (1990).

A pesquisa foi orientada pela primeira autora deste trabalho e sua realização com 40 alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do Estado da Bahia, distribuídos entre quatro turmas do curso (segundo, quarto, sexto e oitavo período).

Foi utilizado dois instrumentos de coleta de dados. O primeiro consistiu de um questionário composto por seis perguntas. Com esse instrumento tinha-se como objetivo identificar o perfil escolar dos discentes na Educação Básica e sua relação com a formação do conceito de função.

A, seguir apresentamos a Parte I.

#### Parte I – Questionário

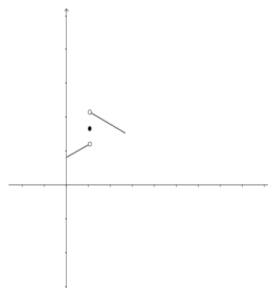
- Quando concluiu o Ensino médio?  
 Entre 1980 a 1990  Entre 1991 a 2000  Entre 2001 a 2011
- Cursou o Ensino Médio em escola?  
 Pública  Privada
- Em que serie estudou o conceito de função?  
 Ensino Fundamental 8º e 9º ano  Ensino Médio 1º ao 3º ano
- Como este conceito foi apresentado?  
 Geometricamente  
 Através de conjuntos

- Algebricamente
- Qual sua maior dificuldade no estudo de função?  
 Identificar uma função  
 Interpretação gráfica  
 Identificar os elementos de uma função  
 Interpretação algébrica  
 Passar da forma algébrica para a gráfica  
 Passar da forma gráfica para a algébrica
- Descreva o que entende por função.

O segundo instrumento nomeado como Parte II – Tarefas sobre o Conceito de Função, tinha como objetivo identificar as concepções dos estudantes no que diz respeito ao conceito de função. Esse instrumento composto de nove questões, voltadas para o conceito de função, foi elaborado com base na proposta de Markovits, Eylon, & Bruckheimer (1995). A, seguir, apresentamos a Parte II.

#### Parte II – Tarefas sobre o Conceito de Função

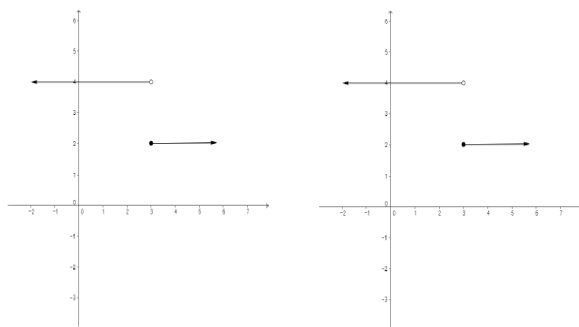
- De acordo com o gráfico abaixo, assinale a afirmação correta e justifique:  
 a) A relação é uma função.  
 A relação não é uma função.



Justificativa:

- DADA À FUNÇÃO  $F: R \rightarrow R$  DEFINIDA POR  $F(X) = -3X^2 + 3$ , PARA  $X \geq 0$ , E 5 PARA  $X < 0$ , ASSINALE A AFIRMAÇÃO CORRETA E JUSTIFIQUE:  
 (A) A RELAÇÃO É UMA FUNÇÃO  
 (B) A RELAÇÃO NÃO É UMA FUNÇÃO
- Dê o exemplo de uma relação que é uma função e um exemplo de uma relação que não é uma função.
- Dada à função  $f: N \rightarrow N$ ,  $f(x) = 4x + 6$   
 a) Dos números 2; -1; 11,5; 1267 quais são domínio de  $f$ ?  
 b) Dos números -2; 10; 8; 46; 23 quais são imagens por  $f$ ?  
 c) Dos seguintes pares ordenados (5; 26), (0,5; 8), (2, 10), quais são pares (domínio, imagem) de  $f$ ? Justifique suas respostas:
- Para a função  $g: R \rightarrow R$ ,  $g(x) = -7$   
 a)  $g(4) =$   $g(-7) =$   
 $g(0) =$   $g(3,5) =$   
 b) Existe algum número real  $x$  tal que  $g(x)=3$ ? Quantos? Justifique.  
 c) Existe algum número real  $x$  tal que  $g(-7)$ ? Quantos? Justifique.
- Ache a forma algébrica da função mostrada no gráfico, especificando o domínio e contradomínio.





7. Trace o gráfico da função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x - 2$ .
8. Assinale o gráfico que representa uma função de domínio  $\{x; 2 < x < 6\}$  e contradomínio  $\{y; -1 < y < 4\}$ .
9. No sistema de coordenadas dado, trace o gráfico de uma função tal que as coordenadas de cada um dos pontos A, B representem o domínio e imagem correspondente da função. O número de tais funções, diferentes entre si, que se podem traçar é:
  - 0
  - 1
  - 2
  - Maior que dois menos que dez.
  - Maior que dez, mas não infinito.
  - Infinito
 Justifique sua resposta

As respostas não corretas dadas pelos alunos em cada uma das questões, foram classificadas segundo a perspectiva epistemológica nas categorias de concepções errôneas: supergeneralização, superespecialização, tradução errônea e concepções limitadas.

#### 4 Resultados e Discussão

Em relação às questões apresentadas no questionário, parte I, analisamos as respostas dadas as questões que se referem as percepções iniciais para a formação do conceito de funções (3, 4, 5 e 6).

Durante sua escolaridade, 57% dos discentes disseram ter visto o conceito de função pela primeira vez no Ensino Médio, no qual lhes foi apresentado principalmente através de conjunto ou por uma expressão algébrica.

Perguntamos também qual era a maior dificuldade no estudo do conceito de função. Das dificuldades apresentadas, a maioria dos discentes se referem à interpretação de gráficos e a transformação da forma gráfica para algébrica.

Ao serem questionados sobre o que entendem por função, 40% responderam de modo coerente com o conceito de função, 30% responderam de modo incoerente com o conceito de função e, 30% não responderam. As respostas que apresentaram coerência com o conceito de função, relacionaram a descrição de função a ideia de conjuntos, conforme foi evidenciado nas respostas de três discentes:

Função é toda relação onde cada elemento a de um conjunto A, está ligada a um único correspondente em um conjunto B. Dados dois conjuntos A e B, não vazios, a relação é função quando  $\forall x \in A$ , existe um e apenas um elemento correspondente em B, por uma lei dada. Sejam A e B conjuntos de números reais. É função se cada

elemento de A estiver relacionado a um único elemento de B.

Dentre as respostas incoerentes, apontam dificuldades em identificar e relacionar os termos, talvez por possuírem apenas uma noção intuitiva de relação entre conjuntos:

É toda relação onde um elemento chamado de domínio tem apenas uma imagem.  
 A relação de um determinado conjunto com outro.  
 Uma forma de resolver problemas propostos por conjuntos.

As respostas, coerentes e incoerentes, apresentam uma concepção limitada, pois os discentes limitam as suas respostas à relação entre dois conjuntos. Esses tipos de resposta apresentam-se de maneira incompleta.

Relativamente à parte II do instrumento, que tratou de questões relacionadas ao conceito de função, tomamos como parâmetro de análise as caracterizações das concepções errôneas apresentadas por Graeber e Johnson (1990): supergeneralização, superespecialização, traduções errôneas e concepções limitadas.

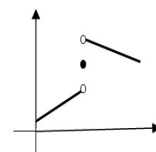
Com primeira questão tinha-se por objetivo, identificar as concepções dos discentes a respeito de uma representação gráfica de uma relação representar ou não uma função. Das respostas dadas pelos 40 alunos, para a primeira questão (Figura 2), 19 estavam erradas, sete em branco, cinco incompletas (responderam, mas não justificaram) e nove certas.

**Figura 2** – Questão relacionada ao conceito de função

1. De acordo com o gráfico abaixo, assinale a afirmação correta e justifique:

- a) A relação é uma função.
- b) A relação não é uma função.

Justificativa:|



Fonte: Os autores.

As respostas incorretas, que foram justificadas, argumentam o fato de o domínio possuir mais de uma imagem ou não possuí-la. Como pode ser verificado nas justificativas dadas pelos discentes:

A relação não é uma função, pois não associa cada elemento a uma única imagem. (Discente 5).  
 Não é função, pois alguns pontos do eixo x não estão associados em y. (Discente 32).

As justificativas dadas pelos discentes, evidenciam uma concepção limitada desse conceito, aquela em que o estudante só é capaz de recuperar pedaços e partes dela. Observa-se que os discentes afirmam não ser uma função ao relacionar que para ser uma função há uma determinada correspondência, pautando a sua justificativa em parte da definição de função.

A terceira questão da parte II da pesquisa, teve por finalidade verificar as concepções dos discentes a respeito de uma relação definir ou não uma função. Nesta questão

houve 19 acertos, 10 não responderam, 07 erradas e 04 incompletas. As respostas corretas, 47,5%, em sua maioria, foram representadas pelo Diagrama de Venn. Em uma dessas respostas, o aluno traz um exemplo prático, mas não deixa clara a relação de dependência, por exemplo:

Crescimento populacional natalidade e mortalidade (função)  
Crescimento populacional quantidade de casas (não estabelece relação de função).

Pode-se perceber, neste caso, uma caracterização da superespecialização, segundo Graeber e Johnson (1990), quando o estudante adicionou uma restrição, neste caso, a um procedimento de relação de dependência, que não é uma característica da classe toda.

Para a terceira questão foram classificadas como incompletas e erradas, resposta como:

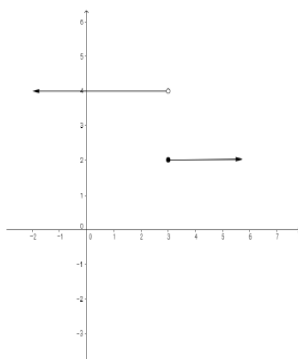
- (i) Função:  $f(x) = x + 2$  e Não função:  $f(x) = 5$  e  $f(x) = 2$   
 (ii) Função:  $f(x) = x + 1$  e Não função:  $f(x) =$   
 (iii)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \in \mathbb{C}$  (Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de função constante quando a cada elemento  $x \in \mathbb{R}$  associa sempre o mesmo elemento  $c \in \mathbb{R}$ ).  
 (iv)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \in \mathbb{R}$  (Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  de função identidade quando a cada elemento  $x \in \mathbb{R}$  associa o próprio).

Os estudantes não identificaram o domínio e contradomínio de uma dada função, sobretudo para funções racionais do tipo  $f(x) = \frac{a}{b}$ , quando dizem não se referir a uma função.

Podemos julgar, neste caso como um erro incompleto na perspectiva psicogenética (Pinto, 2000), que foi supergeneralizado a um conhecimento já existente para uma dada tarefa (Graeber & Johnson, 1990). Por não identificarem corretamente o domínio e contra domínio da função, supergeneralizam o princípio de que não existe raiz quadrada de número real negativo, o que não deixa de ser uma verdade, no entanto, esta lei pode ser uma função desde que se restrinja o domínio, ou seja, o domínio para  $f(x) = \sqrt{x}$  corresponde a todos os números inteiros não negativos.

A sexta questão da parte II tinha como objetivo de analisar as concepções dos discentes ao transformarem a representação gráfica de uma função para sua representação algébrica.

**Figura 3** – Representação gráfica



Fonte: Os Autores.

Das respostas dadas, três estavam corretas, ou seja, 97,5% não conseguiram encontrar a forma algébrica da função. A maioria dos estudantes não identificou o domínio, o contradomínio e a imagem da função, e quando o fizeram erraram ao escrever o domínio e o contradomínio, como se pode perceber nas respostas (iii), (iv) e (v), apresentadas, a seguir:

- (i)  $x = 3, 4$  e  $5; y = 2$   
 (ii)  $D = R(3); CD = (2,4)$   
 (iii)  $D = \{3x - 3\}; CD = \{2,4\}$   
 (iv)  $\{x; 0$   
 (v) Para  $x = 3$  temos  $y = 2$ ; para  $x = 4$ , temos  $y = 5$ .

Analisando as respostas listadas acima, há evidências de concepção limitada ou, até mesmo, uma tradução errônea do conceito de domínio e contradomínio de uma função. Restringem tal conceito a números e quando não a uma representação algébrica sem sentido.

## 5 Conclusão

Este estudo objetivou analisar as concepções errôneas sobre o conceito de função apresentadas por alunos da Licenciatura em Matemática. Os resultados indicam que há concepções errôneas que podem ser classificadas como limitadas ou de supergeneralização, tais como: concepção limitada ao identificar uma função em sua representação gráfica e justificar sua resposta pautada em parte da definição de função; concepção classificada como supergeneralização ao definir uma relação e uma função, indicando em suas respostas incompreensão do significado de campo de existência de uma função e, concepções limitadas ao representar o conjunto domínio, contradomínio e imagem de uma função.

As concepções errôneas identificadas nas respostas dos discentes, estão relacionadas a conceitos, procedimentos ou princípios matemáticos.

Ao analisar os resultados desse estudo, nos remetemos ao processo ensino-aprendizagem da Matemática. Torna-se crucial promover ações didáticas específicas que incidam sobre erros de um mesmo tipo ou que variem de um tipo de erro a outro.

Tais oportunidades podem ser incorporadas no curso de Licenciatura em Matemática em disciplinas didático-pedagógicas a fim oportunizar momentos de reflexão para futuros professores de Matemática, a repensarem suas concepções, bem como, auxiliá-los para que possam ampliar seus estudos no conhecimento específico da Matemática.

## Referências

- Allevato, N. S., & Vieira, G. (2016). Do ensino de resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: Possibilidades para aprendizagem. *Quadrante*, 25(1), 113-131.  
 Bastos, A. S. A.M., & Allevato, N. S. (2011). Análise de erros: perspectivas nos processos de ensino e aprendizagem de matemática. In C. E. Lopes, Allevato, N. S. (Org.). *Matemática e tecnologias*. (pp.17-38). São Paulo: Terracota, 2011, p.17-38.

- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, MEC/SEF.
- Brasil. Ministério da Educação. (2002). *Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- De la Torre, S. (2007). *Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança*. Porto Alegre: Artmed.
- Graeber, A. O. & Johnson, M. L. (1990). *Mathematical conception: A sourcebook*. Virginia: National Science Foundation.
- Lohead, J. & Mestre, J.P. (1995). Das palavras à Álgebra: corrigindo concepções erradas. In: Coxford, A. Shulte, A. P. (Org.) *As ideias da Álgebra*. (pp.144-154). São Paulo: Atual.
- Markovits, Z., Eylon, B. S., & Bruckheimer, M. (1995). Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In Coxford, A., & Shulte, A. P. (Org.) *As ideias da Álgebra*. (pp.49-69). São Paulo: Atual.
- Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação matemática: Concepções & perspectivas*. (pp.199-220). São Paulo: UNESP.
- Pinto N. B. (1998). *O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar*. São Paulo: Universidade São Paulo.
- Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino elementar*. Campinas: Papirus.
- Sperafico, Y. L. S. W., & Golbert, C. S. Análise de erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau. In: *Anais do IX ANPED SUL*, Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.
- Spinillo, A. G., Pacheco, A. B., Gomes, J. F., & Cavalcanti, L. (2014). O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? *Boletim GEPEN (Online)*, 64, p. 1-12.
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed.
- Verli, A. R., Bahia, C. L., Beié, E. D. (2013). *Dificuldades sobre o conceito de Função no Curso de Licenciatura em Matemática*. Salvador: Universidade do Estado da Bahia.