

Cálculo Diferencial e Integral e o Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação: uma Discussão de Pesquisas nos Últimos Onze Anos

Differential and Integral Calculus and Use of Digital Information and Communication Technologies: a Discussion of Research in Recent Years

Vanessa Rodrigues Lopes^{a*}; Suely Scherer^b

^aUniversidade Federal de Mato Grosso do Sul, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática. MS, Brasil.

^bUniversidade Federal de Mato Grosso do Sul. MS, Brasil.

*E-mail: vanufms@gmail.com

Submetido em: fev. 2018; Aceito em: jun. 2018

Resumo

Os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral são estudados em diversos cursos do Ensino Superior, como por exemplo, Engenharias, Química, Ciência da Computação, Administração, Biologia, Física, Matemática, dentre outros. Nos últimos onze anos, diversas pesquisas foram realizadas com foco nos processos de ensino e/ou de aprendizagem de Cálculo e em muitas se anuncia que foram motivadas pelos índices de reprovação nesta disciplina. Neste artigo, o objetivo é apresentar e analisar pesquisas desenvolvidas nos últimos onze anos, cujo objeto de investigação é o ensino e/ou a aprendizagem de Cálculo em espaço presencial e/ou virtual, no Ensino Superior, com uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e refletir sobre a problemática do ensino e da aprendizagem de Cálculo com uso de TDIC, em especial com momentos à distância, a partir do cenário evidenciado por essas pesquisas. O estudo foi realizado a partir de uma busca no banco de teses e dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de teses e dissertações, tendo como resultado final vinte pesquisas sobre o tema, que foram analisadas nesse artigo. Esse cenário de pesquisas evidencia que o uso de tecnologias digitais pode ser um caminho para a superação de algumas dificuldades na aprendizagem do Cálculo. É um desafio para pesquisas sobre essa temática/problemática é considerar a possibilidade da aprendizagem móvel, ou M-learning, da aprendizagem ubíqua, ou u-learning, afinal os alunos do Ensino Superior estão cada vez mais com a tecnologia digital em suas mãos, acessível a qualquer momento, em vários espaços.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral I. Tecnologia Digital de Informação e Comunicação. Espaço Presencial. Espaço Virtual.

Abstract

The concepts of Differential and Integral Calculus are studied in several courses of Higher Education, such as in Engineering, Chemistry, Computer Science, Administration, Biology, Physics, Mathematics, among others. In the last eleven years, several researches have been conducted focusing on the teaching and / or learning process of Calculus, and in many, it is announced that they were motivated by the failure rates in this discipline. In this article the objective is to present and analyze researches developed in the last eleven years whose object of research is the teaching and / or learning of Calculus in presence and / or virtual space in higher education, using Digital Information and Communication Technologies (TDIC), and to reflect on the teaching and learning of Calculus using TDIC, especially with moments at a distance, based on the scenario evidenced by these studies. The study was carried out from a search of the thesis and dissertation bank of Capes and the Brazilian Digital Library of theses and dissertations, with the result of twenty researches on the subject, which were analyzed in this article. This research scenario shows that the use of digital technologies can be a way to overcome some difficulties in learning Calculus. And a challenge for research on this issue / problem is to consider the possibility of mobile learning, or M-learning, ubiquitous learning, or u-learning, after all Higher Education students are increasingly with digital technology at their fingertips, Accessible at any time, in various spaces.

Keywords: *Differential and Integral Calculus I. Digital Information and Communication Technology. Face-to-Face Space. Virtual Space.*

1 Introdução

Em janeiro de 1986, na conferência de Tulane, realizada nos Estados Unidos, com o evento intitulado *Learn and Lively Calculus*, tem-se um marco inicial da preocupação com o ensino e a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Esse evento deu origem à conhecida reforma do Ensino de Cálculo. O foco das discussões propostas nessa conferência foram os métodos de ensino e dificuldades de aprendizagem de Cálculo. Porém, a direção da mudança não estava clara naquele momento, nem se haveria empenho e esforço dos departamentos para realizar alterações significativas na disciplina (Morelatti, 2001, p.6).

Durante a conferência, a problemática apresentada era de que os cursos de Cálculo não favoreciam a compreensão dos conceitos pelos estudantes, conforme afirmam Tucker e Leitzel (1995). Em 1988, o movimento ganhou força, pois passou a contar com o apoio financeiro do *The National Science Foundation's Calculus*, em ações que visavam a reforma do ensino de Cálculo dentro de muitas universidades.

Por esses movimentos, pode-se afirmar que o ensino e a aprendizagem de Cálculo é uma preocupação que se prolonga por décadas. Mas por que tanta preocupação? Para Boyer (1974), o Cálculo Diferencial e Integral foi criado no século XVII por Issac Newton (1642-1727) e Gottfried

Wilhelm Leibniz (1646-1716). Doravante, muitos estudiosos como Leonhard Euler (1707-1783), Augustin Louis Cauchy (1789-1857) e Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866) foram ampliando estudos nesta área, a ponto de hoje serem, os conhecimentos de Cálculo, importantes para o desenvolvimento científico em várias áreas. Fato que se justifica pela sua presença em diversos cursos de nível superior, como por exemplo, Engenharias, Química, Ciência da Computação, Biologia, Física, Matemática, Administração, dentre outros. Daí a importância de um ensino de Cálculo que oportunize ao aluno, e futuro profissional, construir conhecimentos de forma que ele possa compreender os conceitos e usá-los na prática e em pesquisas da área de sua futura profissão.

Nesse contexto, nos questionamos sobre o cenário de ensino e de aprendizagem de tal disciplina em diferentes cursos. Em poucas palavras, poderíamos caracterizá-lo como um cenário nada animador, justificado pelos altos índices de reprovação e evasão, resultado de diferentes dificuldades, apontados por alguns pesquisadores como Morelatti (2001), Cabral e Catapani (2003), Escher (2011), dentre outros.

Algumas pesquisas como as de Morelatti (2001) e de Sad (1999) apontam que uma dificuldade que compromete a aprendizagem dos alunos está relacionada com a forma como os conceitos do Cálculo são trabalhados na disciplina: geralmente a partir de uma apresentação formalizada, como verdades absolutas, sem proporcionar ao estudante um ambiente de discussão e produção que favoreça ações de reflexão. Morelatti (2001, p. 22) ressalta ainda que

Nas salas de aula de Cálculo Diferencial e Integral, a metodologia usada pela maioria dos professores prioriza exclusivamente a aula expositiva, centrada na fala do professor, com conteúdos apresentados como prontos e incontestáveis. Os alunos, após a aula, resolvem mecanicamente uma série de exercícios que enfatizam as técnicas de resolução em vez de conceitos e estratégias de resolução. Estes alunos não são envolvidos afetivamente com a disciplina e muitas vezes questionam a importância desta dentro do curso por não entenderem seus objetivos.

Note que a citação anterior é retirada de uma pesquisa de doutorado publicada em 2001. Passados hoje 16 anos, algumas questões podem ser levantadas: houve mudanças significativas em salas de aula de Cálculo neste período? Ou essa afirmação reflete também o cenário atual de tal disciplina em muitos cursos de Ensino Superior? Será que ainda há um predomínio de aulas expositivas, na qual o eco da voz que soa é sempre (ou pelo menos na maioria das vezes) do professor? Será que muitos alunos não estão exaustos de seguir o modelo de exercícios, resolvidos pelo professor e/ou autor de livros? Será que os conhecimentos sobre derivadas são compreendidos apenas a partir de técnicas e mais técnicas de derivação? Será que limite se resume em um turbilhão de épsilons e deltas sem sentido para tantos alunos? Será que o uso de TDIC tem favorecido a aprendizagem de conceitos de Cálculo? E as aulas desenvolvidas em processos de educação à distância, quais as novidades?

Essas e outras questões têm motivado, nos últimos onze anos, diversas pesquisas. Neste artigo, discutimos as desenvolvidas considerando o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) na disciplina Cálculo, em espaços presenciais e/ou virtuais, como por exemplo, as pesquisas de Olímpo Jr. (2006), Forster (2007), Barbosa (2009), Reis (2010), Alves (2010), Gonçalves (2012), Ricaldoni (2014), Martins Junior (2015), Lopes (2015), Almeida (2016), dentre outras. Isso porque consideramos que o uso de TDIC pode ser um caminho para a superação de algumas dificuldades no ensino e na aprendizagem do Cálculo.

Neste artigo, temos como objetivo apresentar e analisar pesquisas desenvolvidas nos últimos onze anos, cujo objeto de investigação foi o uso de TDIC no ensino e na aprendizagem de Cálculo, em espaços presenciais e/ou virtuais, em cursos do Ensino Superior, para compreendermos avanços no estudo da problemática apresentada e os desafios que ainda se fazem presentes neste campo de pesquisa.

No tópico a seguir, apresentamos o caminho metodológico percorrido para a seleção das pesquisas que serão discutidas nesse artigo.

2 Material e Métodos

O caminho metodológico da pesquisa apresentada, neste artigo, se desenhou a partir de escolhas. A primeira escolha que tivemos que fazer foi em relação às fontes de pesquisa. Há vários bancos de teses e dissertações, em diversas instituições brasileiras, com renomados programas de pós-graduação, em áreas em que pesquisas relacionadas com a problemática que investigamos poderiam ter sido realizadas. São programas nas áreas de Educação Matemática, Educação, Ensino de Ciência e outros. Pesquisar nos bancos de teses e dissertações de cada instituição se tornaria um árduo trabalho; então, a primeira escolha foi definir o banco de teses e dissertações da Capes e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações como locais para a realização da pesquisa, eliminando a duplicidade, quando fosse o caso.

Definidos os locais de pesquisa, fizemos a escolha de palavras-chave para a busca de informação: Cálculo Diferencial e Integral, Tecnologia, TDIC, aprendizagem, ensino. Na primeira busca, encontramos mais de cem pesquisas e então tivemos que aplicar um novo filtro, delimitando o período de realização das pesquisas. Optamos por selecionar as realizadas nos últimos onze anos, no período de 2006 a 2016.

O passo seguinte foi a leitura do resumo de todos os trabalhos e uma nova escolha, pois optamos por retirar pesquisas cujo objeto era o ensino e/ou aprendizagem de conceitos que associamos aos pré-requisitos da disciplina de Cálculo, como as funções de uma variável. Também foram excluídas pesquisas com foco em funções de mais de uma variável, derivada de funções de duas variáveis, integrais de funções de mais de uma variável e equações diferenciais.

Sendo assim, neste artigo, iremos considerar como conceitos estudados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I: limites, derivadas e integrais de funções de uma variável a valores reais.

Com este filtro, ainda estávamos com 38 pesquisas e decidimos nos restringir àquelas desenvolvidas no Ensino Superior. E vinculadas a programas de pós-graduação (Mestrado e Doutorado) em Educação Matemática, ou Educação, ou Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, informática e Educação, ou ensino de Ciências e Matemática.

Finalizado este filtro, não poderíamos nos esquecer que a aprendizagem de Cálculo na modalidade de educação

à distância também se constituía foco de interesse, então iniciamos outra busca. E as seguintes palavras chaves nos apresentavam novas possibilidades de compreensão desse cenário de investigação: Cálculo Diferencial e Integral, Tecnologia, TDIC, aprendizagem, Educação à distância, espaço virtual, M-learning¹, Educação Bimodal², semi presencial³, Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), U-Learning⁴, E-learning⁵, B-learning⁶.

Ao finalizar as buscas, havíamos selecionado um total de vinte pesquisas, sendo 15 dissertações e 5 teses de doutorado, desenvolvidas no período de 2006 a 2016. No Quadro 1, apresentamos uma síntese da seleção realizada.

Quadro 1 - Dados das pesquisas selecionadas

Continua...

Autor	Ano	Pesquisas, Títulos e orientação
Scucuglia, R.	2006	Uma investigação experimental com calculadoras gráficas sobre o Teorema Fundamental do Cálculo. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro Orientador: Prof. Dr. Marcelo De Carvalho Borba
Olimpio Junior, A.	2006	Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. Tese doutorado em Educação Matemática - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Orientador: Prof. Dr. Marcelo De Carvalho Borba
Forster, S.R.L.	2007	Ensino a Distância: Uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Orientadora: Profa. Dra. Janete Bolite Frant
Signorelli, S.F.	2007	Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real: designer e analise. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo Orientadora: Profa. Dra. Janete Bolite Frant
Rosa, M.	2008	A construção de identidades online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso a distância. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempo
Pinto, G.M.F.	2008	Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de cálculo semipresencial. Dissertação de mestrado em ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Orientadora: Prof ^a . Dr ^a . Claudia Segadas Coelho Vianna.
Barbosa, S.M.	2009	Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro Orientador: Prof. Dr. Marcelo De Carvalho Borba
Alves, D.O.	2010	Ensino de funções, limites e continuidade em ambientes educacionais informatizados: uma proposta para cursos de introdução ao cálculo. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.
Gouveia, C.A.A.	2010	Processos de visualização e representação de conceitos de cálculo diferencial e integral com um software tridimensional. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Orientador: Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

1 Aprendizagem Móvel, ou seja, com uso de alguma tecnologia móvel, como por exemplo, smartfone e tablet.

2 É um modelo de Educação que combina momentos a distância com momentos presenciais.

3 É um modelo de Educação que combina momentos a distância com momentos presenciais

4 Aprendizagem ubíqua

5 E-Learning (aprendizagem eletrônica) é um termo usado para referir-se ao uso de tecnologias de informações e comunicações, para possibilitar a aprendizagem em espaços virtuais.

6 Blended learning, também conhecida como B-learning, é a aprendizagem híbrida, ou seja, que combina momentos a distância com momentos presenciais

Autor	Ano	Pesquisas , Títulos e orientação
Reis, E.L.	2010	O processo de construção de objetos de aprendizagem em cálculo diferencial e integral durante uma atividade de design. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Orientadora: Prof. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
Costa, P.O.	2010	Educação on line na Universidade: o processo de ensinar e aprender Calculo na era das tecnologias digitais Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Federal de Uberlândia Orientador: prof. Dr.Arlindo José de Souza Junior
Rocha, M.D.	2010	Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina cálculo diferencial e integral I: estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro. Orientadora: Elizabeth Fialho Wanner
Luz, V.M.	2011	Introdução ao cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Orientadora: Profª. Dra. Ângela Rocha dos Santos.
Batista, S.C.F.	2011	M-LearnMat: Modelo Pedagógico para Atividades de Mlearning em Matemática. Tese (doutorado em Informática na Educação). Porto Alegre, RS, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Orientadora: Patricia Alejandra Behar
Gonçalves, D.C.	2012	Aplicações das Derivadas no Cálculo I: Atividades Investigativas utilizando o GeoGebra. Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.
Ricaldoni, M. A.G.	2014	Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.
Bezerra, W.L.	2015	O uso de ferramentas pedagógicas para o ensino de Cálculo de uma variável em cursos semipresenciais: o caso do instituto federal do Ceará. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de ciências e Matemática)- Universidade Federal do Ceará. Orientador: Prof. Dr. Francisco Gêvane Muniz Cunha
Lopes, V.R.	2015	Aprendizagem em um ambiente Construcionista: explorando conhecimentos de Cálculo I em espaços virtuais Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Orientadora: profa. Dra. Suely Scherer
Martins Júnior, J.C.	2015	Ensino de derivadas em cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Ouro Preto. Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.
Almeida, H.R. F.L.	2016	Polidocentes-com-Mídias e o Ensino de Cálculo I. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Orientador: Professor Dr. Marcelo de Carvalho Borba.

Fonte: Dados da pesquisa.

A seguir discutimos as pesquisas, apresentando os objetivos, metodologia, referencial teórico e resultados alcançados. Também iremos analisá-las com o objetivo de refletir sobre a problemática do ensino e da aprendizagem de Cálculo com uso de TDIC, em especial com momentos à distância.

3 Resultados e Discussão

3.1 Onze anos de Pesquisas: Aprendizagem de Cálculo e uso de Tecnologias Digitais em Espaços Virtuais e/ou Presenciais

Pesquisas cujo foco está nas contribuições do uso de TDIC para a aprendizagem de Cálculo são importantes para a Educação Matemática, pois o uso de tecnologias digitais pode ser um caminho a ser seguido na busca de superações ou amenização de dificuldades enfrentadas pelos alunos. O que se observou nas pesquisas selecionadas, no período investigado, é que são poucas as que abordam o ensino de Cálculo na modalidade Educação à Distância (EaD) e com o

uso de TDIC, se comparadas com as pesquisas na educação presencial. No que segue, apresentamos e analisamos as pesquisas citadas no Quadro 1, respeitando a cronologia.

Iniciamos com a pesquisa de mestrado de Scucuglia (2006), vinculada ao grupo GPIMEM- Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) e o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Júlio de Mesquita (UNESP) de Rio Claro, em São Paulo. Nessa pesquisa discute-se como quatro alunos, de um curso temático oferecido pelo GPIMEM e destinado a estudantes do primeiro ano da graduação em Matemática da UNESP/RC, investigaram o Teorema Fundamental do Cálculo, usando calculadoras gráficas. Os estudos teóricos que nortearam a pesquisa foram baseados na perspectiva Seres-Humanos-com-Mídias. Segundo Scucuglia (2006, p.100) a análise dos dados sinalizou que os alunos [...] “elaboraram conjecturas e entendimentos a partir da coordenação de múltiplas representações e a partir

de generalizações de padrões identificados com programas e comandos da calculadora gráfica na investigação de funções polinomiais”.

Dessa consideração feita por Scucuglia (2006), podemos destacar que o uso da tecnologia, nesse caso da calculadora TI83, favoreceu a aprendizagem de Cálculo, uma vez que oportunizou aos estudantes a elaboração de conjecturas e um espaço de investigação, no qual as conclusões se constituíram dos resultados das validações das conjecturas levantadas. Além disso, Scucuglia (2006, p.16) pontua que o uso de tecnologias condicionou a forma como os alunos desenvolveram a abordagem algébrica do Teorema Fundamental do Cálculo e que:

tal abordagem pode ser considerada um viés para que estudantes venham a apreciar um modo de se fazer matemática, tornando esta uma disciplina de caráter inclusivo ao invés de cada vez mais estudantes criarem aversão a ela.

A pesquisa de Scucuglia (2006) estudou o uso de apenas uma tecnologia, a calculadora gráfica, e apresentou alguns resultados em relação à aprendizagem de Cálculo com tecnologia; mas hoje podemos articular mais tecnologias, afinal atualmente tecnologias digitais estão cada vez mais presentes nas ações dos estudantes, seja uma calculadora gráfica ou um software em um laboratório de informática, ou aplicativos disponíveis em um telefone móvel, acessíveis em qualquer espaço: na rua, no ônibus, nas praças. As conversas com os colegas e professores podem ser realizadas a partir de um chat ou fórum em um grupo de WhatsApp, ou até mesmo compartilhando resultados com os colegas de turma com uma foto no Snapchat.

Ou seja, muitos estudantes usam tecnologia digital para diversas ações do seu cotidiano e estão participando de ações em diversos espaços. Por que não usar tecnologias digitais para aprendizagem de Cálculo em diferentes espaços? Por que aprender apenas confinados em uma sala de aula fechada, se podemos aprender também em outros espaços? Talvez esse seja um desafio a ser considerado.

Dando continuidade à apresentação das pesquisas, temos a tese de doutorado de Olímpio Jr. (2006), cujo foco de investigação estava nas compreensões de um grupo de alunos, em relação aos conceitos de função, limite, derivada, integrando oralidade, escrita e o CAS MAPLE (Sistema de Computação Algébrica MAPLE). Os participantes da pesquisa foram oito alunos voluntários regulares de uma disciplina Cálculo Diferencial e Integral, ingressantes no curso de Matemática de uma universidade pública do Estado de São Paulo. O referencial teórico se constituiu a partir da visão de Lèvy (1993) sobre tecnologias da inteligência e da de Marcelo Borba e Mônica Villarreal sobre o construto seres-humanos-com-mídias. E a metodologia foi de experimento de ensino.

O autor buscou realizar uma pesquisa interpretativa, com base em experimentos e questionários desenvolvidos com os

alunos, ora individualmente, ora em duplas, com o intuito de identificar as compreensões que os alunos fazem em relação aos conceitos de função, limite, continuidade e derivada.

Dentre os resultados apresentados nessa pesquisa, identificou-se que emergiram conflitos com relação a conceitos de derivada e limite e também na comparação de gráficos de uma função e de sua derivada. Segundo o autor, esses conflitos eram resultado de uma compreensão limitada acerca do conceito de função. Em relação ao uso da tecnologia, o autor mencionou que favoreceu a característica “dinâmica” do Cálculo. Nesse sentido, Olimpio Jr (2006, p.134) concluiu que:

As potencialidades das novas mídias, em particular dos sistemas de computação algébrica, não podem mais ser vistas como “complementos desejáveis”. Da mesma forma, a oralidade e a escrita em linguagem natural têm potencial para materializar muitas das compreensões do(s) aluno(a)s, que poderiam passar despercebidas se não lhes fossem solicitadas. Os experimentos mostraram algumas das potencialidades de uma tal integração. Claro que para isso há que se ter uma mudança de perspectiva e de abordagem.

Dando continuidade à análise, apresentamos a pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática de Forster (2007), da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que fez uma análise do design de uma disciplina Cálculo na modalidade de EaD, com um olhar no conteúdo limites e continuidade de funções de uma variável real. A pesquisa teve como objetivo apresentar o material didático⁷ elaborado para os conteúdos de continuidade e limite e analisar a produção e a metodologia realizadas na disciplina. A experimentação da pesquisa aconteceu em um curso de Licenciatura Plena em Matemática na modalidade à distância de uma Universidade em São Paulo. O referencial teórico adotado se constituiu a partir de duas teorias: a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval e a Teoria Interacionista, com base em raízes teóricas dos estudos de Piaget e Vygotsky.

A metodologia de pesquisa foi metodologia de design e com relação aos resultados a autora ressaltou que a metodologia e os materiais propostos tiveram grande aceitação pelos estudantes. A autora afirmou que as tecnologias de comunicação favoreceram processos de interação e por vezes oportunizaram a aprendizagem de Cálculo. Na pesquisa não se explicita o processo de aprendizagem dos alunos, apenas se analisa como esses materiais oportunizaram a aprendizagem e também se apontam algumas dificuldades.

Forster (2007) destaca que as atividades em que foram usadas registros de representação semiótica diferentes favoreceram a aprendizagem de conceitos de Cálculo. E segundo o autor, o uso de diferentes registros, favoreceu a evidencia de dificuldades enfrentadas pelos alunos e permitiu observar os conceitos que foram apreendidos pelo aluno. Ao trabalhar com diferentes tipos de registro, Forster (2007, p.140) identificou uma dificuldade:

⁷ O autor denomina materiais: apostilas elaboradas, aulas via satélites, aulas satélites comentadas, sites e links de software disponibilizados.

100% dos alunos, ao estudarem continuidade da função em um ponto, levaram em consideração a existência do limite, mas não consideraram que o valor da função no ponto tem que ser igual ao limite tendendo a esse ponto.

Os resultados apresentados na pesquisa de Forster (2007) nos remetem a discutir uma característica importante da aprendizagem na EaD, que é dos materiais didáticos. Forster (2007) ressalta que os materiais didáticos impressos foram elaborados favorecendo o uso de diferentes registros de Representação Semiótica, para assim possibilitar a aprendizagem matemática. A autora pontua ainda a importância da articulação entre vídeo aulas e materiais didáticos impressos e, durante a elaboração, levar em consideração as indagações que poderiam ser feitas pelos alunos no momento de estudo futuro, bem como as dificuldades de aprendizagem em relação ao Cálculo que possam emergir desse processo.

Nesse sentido, Scherer (2005) discute características de materiais didáticos para EaD e, segundo ela, seria importante que os materiais criados para cursos na modalidade EaD possuíssem uma linguagem dialógica, com um movimento de desafios e perguntas, que vai ao encontro da consideração de Forster (2007) sobre a importância de contemplação de indagações tendo como foco o aluno e leitor do material. Para Scherer (2005), a estética desses materiais didáticos deveria ter por objetivo a aprendizagem e a comunicação, que pode ser estabelecida pelo aluno que irá ler e interagir com tal material.

A ação de questionar o aluno no material didático tem como objetivo desafiá-lo e desequilibrá-lo cognitivamente para que possa agir a partir daquilo que leu. Por isso é importante que o material estabeleça uma comunicação entre professor/autor – aluno/leitor. “O charme da comunicação não é o que comunica frontalmente, mas o que faz pela metade, insinua, provoca, deixa em suspense”. (Demo, 2002, p.128).

Dentre os resultados apresentados na pesquisa de Forster (2007), um dado nos chamou a atenção, o questionamento feito aos alunos sobre a eficiência para a aprendizagem dos recursos usados para estudo durante a experimentação. E embora as aulas virtuais fossem as preferidas, a autora constatou que nenhum aluno conseguiu assistir todas as aulas por completo, por vezes esse impedimento se dava por problemas de conexão com a Internet. E, nesse sentido, os alunos pontuaram que o material didático impresso era mais eficiente, pois poderiam ser utilizados em qualquer ambiente e a qualquer hora.

Ter acesso à informação a qualquer tempo e em qualquer espaço ainda é um desafio para EaD. Claro que o ideal seria termos acesso à Internet sempre e em qualquer lugar, assim o aluno poderia navegar em diferentes espaços, assistir vídeos em tempo real, acessar sites, objetos de aprendizagem, etc. Diante disso, poderíamos questionar sobre as mudanças que o Brasil passou em relação ao uso de tecnologia digital nos últimos anos. Em 2007, os alunos da pesquisa de Forster

sinalizaram a eficiência do material impresso por poderem levá-lo consigo, em diferentes espaços e acessá-lo a qualquer tempo. Mas, e hoje? Hoje temos um aparelho que está no bolso da maioria de nossos alunos, os smartphones, que possuem diversos recursos a serem explorados e usados a favor da educação e da aprendizagem de Cálculo. Segundo dados da 28ª Pesquisa Anual de Administração e Uso de Tecnologia da Informação nas Empresas⁸, realizada pela Fundação Getúlio Vargas de São Paulo (FGV-SP), no ano de 2017 havia 198 milhões de smartphones em uso no Brasil e esse número tende a aumentar atingindo 236 milhões até 2019.

Por exemplo, o aluno pode acessar em qualquer espaço e tempo um livro digital a um toque dos dedos, ou analisar um limite de uma função usando um aplicativo em seu smartfone, ou ainda usar integrais para cálculo do volume de um sólido plotado em um aplicativo no celular, como o GeoGebra, ou ainda acessar agenda e postar tarefas no ambiente virtual de aprendizagem a partir da plataforma Moodle (versão mobile), dentre diversas outras ações possíveis. Por tudo isso, com certeza a tecnologia móvel é um campo fértil para as pesquisas em Educação Matemática e Educação à Distância.

Dando continuidade à apresentação das pesquisas do Quadro 1, do ano de 2007, selecionamos a pesquisa de Mestrado de Signorelli (2007), desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, cujo objetivo foi elaborar e implementar um ambiente virtual para uma disciplina semipresencial de Cálculo, o ambiente Blackboard. A carga horária total da disciplina era de 72 horas/aulas, sendo que 12 foram realizadas presencialmente e 60, virtualmente. Foram duas experiências realizadas na referida disciplina, sendo uma no 1º e outra no 2º semestre do ano de 2006 e os sujeitos da pesquisa foram alunos de Cálculo dos cursos de Bacharelado em Ciência da Computação (BCC) e Sistemas de Informação (BSI) de uma instituição particular de São Paulo (Capital). No primeiro semestre, participaram 10 alunos, sendo 8 de BCC e 2 BSI e no segundo, sete alunos, todos do BCC.

A análise de dados se configurou na viabilidade do uso de TDIC e nas interações que aconteceram no espaço virtual. A metodologia adotada foi Design Research e o referencial teórico se constituiu do Modelo de Estratégia Argumentativa. Segundo a autora, o estudo de funções foi privilegiado nos diversos espaços de interação, como por exemplo em fóruns e chats. A autora ressaltou que o problema que esses alunos enfrentaram para a aprendizagem de Cálculo foi em relação aos conceitos fundamentais de Matemática.

Signorelli (2007) alerta para um problema dos alunos de cursos ofertados à distância ou em formato Bimodal, que é a “falta de cultura de trabalho on-line”, ou a dificuldade do aluno desenvolver ações e interagir no espaço virtual com o professor e com os demais colegas. Assim, algumas questões vêm à tona em relação ao espaço virtual: que espaço é esse?

8 Divulgada em 09/04/2017

Como desenvolver uma disciplina de Cálculo nesse espaço, de forma a favorecer a aprendizagem e a interação entre os sujeitos?

Para Lévy (1998), um espaço virtual tem como principal característica a não presença física de quem o habita, ao caracterizá-lo como o espaço da desterritorialização, ou da “não-presença”. Não presença no sentido físico, pois no espaço virtual alunos e professores podem sim estar presentes e juntos, a depender de suas ações, envolvimento e movimentos.

O espaço virtual oferece uma nova caracterização para o “estar juntos”, podemos estar juntos em uma sala de aula em um prédio, como podemos estar juntos em uma “sala de aula virtual”. Para estarmos juntos na sala de aula de um prédio, [...] temos de nos locomover de nossas casas [...], em um determinado horário; para estarmos juntos em uma “sala de aula virtual” [...], podemos permanecer em diferentes lugares, distantes ou não (poucos metros ou milhões de quilômetros) e nos unirmos independente de horário. (Scherer, 2005, p. 52).

E possível superar a sensação de “estar só”, ou em outras palavras, é possível estar junto virtualmente? O que um espaço virtual precisa ter/oferecer para que os alunos queiram habitá-lo? “Um espaço para ensinar e aprender a distância deve constituir-se em um espaço acolhedor, convidativo, um espaço que todos queiram habitar” (Scherer, 2005, p.59-60).

Um ambiente virtual favorável à aprendizagem se constitui em um local de diálogo, de discussão, em que todos habitam e se comprometem com as ações realizadas no ambiente, independente das tecnologias de comunicação utilizadas (AVA, WhatsApp, Facebook, dentre outros). Assim, concordamos com Scherer (2005, p. 52),

São vários espaços, constituindo o espaço virtual, que pela inteligibilidade na comunicação privilegiam a proximidade entre os sujeitos, desses com os objetos cognoscíveis e o ambiente; são espaços que, pelo diálogo, garantem a leitura do grupo, das suas histórias, das suas curiosidades sejam elas ingênuas ou epistemológicas, dos seus “eus”.

Em um espaço virtual, os estudantes e professor têm oportunidade de encontrar outros estudantes, um ouvinte/leitor/espectador que esteja interessado em suas histórias, investigações, dúvidas e certezas (talvez provisórias). Desde que os participantes se sintam envolvidos com o grupo, um envolvimento capaz de dar uma sensação híbrida entre a solidão e o acompanhamento.

O sentimento de “estar só” se revela quando percebemos que não há expressões faciais ou palavras para “aprovar” ou “recriminar” o nosso posicionamento ao escrever/falar. É um “estar só” vigiado, mas acolhedor, temporário. O sentimento de “estar acompanhado” se revela ao percebermos que outros estão lá, em um espaço acessado a qualquer momento, que seremos “lidos/ouvidos”, que estamos sendo ao mesmo tempo em que constituímos os outros, o todo; criando, aprendendo, questionando, mudando... Estando só, em um diálogo com o “eu” e com os outros; estando acompanhado, em um diálogo com os outros e com o “eu”. (Scherer 2005, p. 52).

Como o assunto é espaço virtual, apresentamos nesse momento a pesquisa de Rosa (2008), em que se investigou aprendizagem de Cálculo com uso de tecnologia na

modalidade de Educação à Distância, vinculada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Paulista Júlio de Mesquita, em Rio Claro. Rosa (2008) investigou como a construção de identidades *online*, em um curso à distância, se mostra nos processos de ensino e de aprendizagem do conceito de integral definida.

O ambiente virtual do curso foi o RPG (*Role Playing Game*), um jogo que visa à interpretação e na qual os personagens possuem identidades próprias. Os personagens foram alunos de diversas universidades do Brasil. Foi ofertado um curso de extensão, coordenado pelo Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi, pelo Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação (DEMAC) da Unesp (Rio Claro) e vinculado ao GPIMEM. Foram disponibilizadas 8 vagas, a serem preenchidas por ordem de inscrição, satisfazendo simultaneamente duas condições: o participante deveria ser aluno regularmente matriculado em curso de Licenciatura em Matemática e não poderia ter cursado anteriormente disciplina cuja ementa contemplasse o estudo de integral de funções de uma variável.

A pesquisa teve como referencial teórico o constructo Seres-humanos-com-mídias e o Construcionismo de Seymour Papert. No que se refere aos resultados da pesquisa, o autor afirmou que cada personagem construiu suas identidades *online* na/a partir das ações que foram desenvolvidas e que tais ações por vezes implicaram em aprendizagem de integrais.

Entre as coisas que aprenderam, está o fato de compreender as relações existentes entre o problema que possuíam, o qual era proveniente de uma personagem conceitual, mas que se transformou em um problema coletivo de todos os personagens, e o plano em que habitavam. Ou seja, construíram pontes entre eles e o conhecimento matemático no decorrer de suas ações [...]. Discutiram matemática em relação às suas necessidades e frente à performance matemática de entender o conceito de integral definida na pele de outro. [...]. Há, assim, uma episteme diferenciada, pois a hiperrealidade possibilita perceber, imaginar e manipular objetos matemáticos de forma a relacionar personagens conceituais e planos de imanência, os quais são potencializados pelo ciberespaço, enquanto se constrói o conceito matemático. (Rosa, 2008, p. 237).

Para compor o cenário sobre aprendizagem de Cálculo com uso de TDIC, na modalidade de Educação à Distância, apresentamos também a pesquisa de Mestrado de Pinto (2008), cujo objetivo foi identificar que concepções os alunos têm sobre derivada. O referencial teórico se constituiu dos estudos de David Tall sobre a formação dos conceitos em Matemática. A metodologia da pesquisa se constituiu do desenvolvimento atividades, questionário e entrevistas, que foram aplicadas com alunos de Cálculo I matriculados no pólo CEDERJ da cidade de Angra dos Reis.

No que se refere aos resultados da pesquisa, em relação aos conceitos de cálculo, a autora identificou que os alunos

tem preferência nítida por procedimentos algébricos, demonstrando grande dificuldade em enfrentar situações gráficas, seja para análise ou construção de gráficos. Sua compreensão de derivada limita-se à determinação das leis algébricas de derivadas a partir de outras leis algébricas. Esta

preferência revela que na realidade a sua concepção de função é tão restrita quanto a de derivadas, o que significa que ele só percebe a função quando identifica sua lei algébrica. Quando se oferece ao aluno uma questão onde a função derivada está expressa por um gráfico e não por uma lei algébrica o aluno tem grandes dificuldades em resolver. Na verdade, todas as atividades que envolvem gráficos e derivadas, seja numa utilização instrumental, seja analisando ou construindo, se mostram particularmente difíceis para os alunos. (Pinto, 2008, p.124)

A compreensão de representações gráficas foi uma dificuldade de aprendizagem apontada pela pesquisa de Pinto (2008). Nesse sentido, uma questão nos vem à tona: será que a maior dificuldade não estaria em compreender a dinâmica do Cálculo? Por exemplo, compreender o conceito de variável podendo de fato variar o x , ou compreender o conceito de limite, fazendo x se aproximar de um valor tanto quanto se queira, ou ainda compreender o conceito de inclinação da reta tangente, movimentando a reta tangente sobre uma curva. Esses exemplos dão indícios da característica dinâmica do Cálculo e todos podem ser explorados com uso de softwares específicos, como por exemplo o GeoGebra.

Nesse sentido, Pinto (2008) reforçou a importância de diversidade de atividades e do uso de tecnologias de forma a favorecer a aprendizagem dos alunos, bem como a interação entre os sujeitos, pois segundo Pinto (2008), a abordagem computacional para estudo de Cálculo enriquece o ambiente de investigação, principalmente ao propor atividades aos alunos que possibilitam manipulação de objetos matemáticos, trazendo ganho em relação à construção do conhecimento matemático.

Outra problemática apontada pela autora diz respeito à pouca interação entre professor/tutor e aluno e entre alunos, pois segundo a pesquisadora esses alunos não tinham o hábito de utilizar ferramentas de interação à distância, como por exemplo fórum, chat, tutoria à distância.

A partir da pesquisa de Pinto (2008), comentamos sobre a problemática da pouca interação entre professor e aluno e entre alunos e que essa pode estar relacionada com a abordagem de EaD presente no curso. Nesse sentido, Valente (2005) discute três abordagens de EaD a partir da interação entre sujeitos: *Broadcast*, Virtualização da Escola Tradicional e “Estar Junto Virtual”.

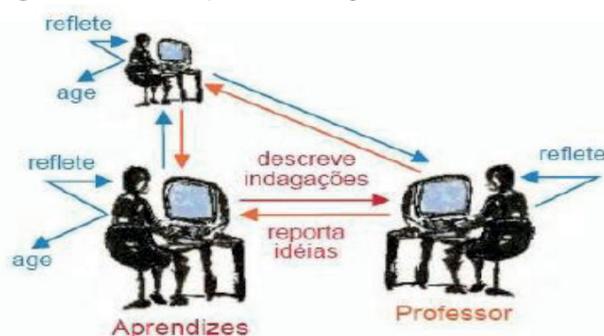
Broadcast é uma abordagem focada na transmissão da informação. O papel do professor se resume em preparar o material que será disponibilizado via Internet ao aluno “[...] O ponto principal nessa abordagem é que não existe nenhuma interação entre professor e aluno, e mesmo entre alunos” (Valente, 2011, p.27). Essa abordagem não possibilita ao professor conhecer e compreender as dúvidas e dificuldades de seus alunos. Pela ausência de interação, não é possível que o professor os desafie, os instigue, os questione, para que estes possam construir conhecimento sobre os conteúdos.

A *Escola Virtual* ou *Virtualização da Escola Tradicional* é um modelo de EaD, ou abordagem de interação, que reflete

a escola tradicional focada na transmissão de informação, com a diferença de ocorrer em ambiente virtual. “Assim, o professor passa a informação ao aluno que a recebe e pode simplesmente armazená-la ou processá-la, convertendo-a então em conhecimento” (Valente, 2005, p.85). Apesar dessa abordagem de EaD apresentar interação entre professor-aluno, ainda é um modelo de interação que não privilegia a construção do conhecimento.

A terceira abordagem de EaD apresentada por Valente (2005) é o “Estar Junto Virtual”, que é orientada pelos estudos sobre o construcionismo. Essa abordagem prevê um alto grau de interação entre professor-aprendizes e entre os aprendizes. Segundo Valente (2011), nesse modelo exploram-se as potencialidades da TDIC para que o professor possa “estar junto”, acompanhando, interagindo, questionando seus alunos, em ambiente virtual. “O ponto central é que essa aprendizagem está fundamentada na reflexão sobre a própria atividade que o aprendiz realiza no seu contexto de vida ou ambiente de trabalho” (Valente, 2005, p. 85). Na Figura 1, apresentamos o movimento proposto por Valente (2005) para o “Estar Junto Virtual”.

Figura 1 – Ciclo de ações na abordagem “Estar Junto Virtual”



Fonte: Valente (2005, p.86).

Podemos observar que quando o professor propõe uma atividade ou um problema ao grupo de alunos, estes podem reportar uma ideia ou questão ao professor e colegas. Ao receber esse registro, o professor e/ou aprendizes podem refletir e terão oportunidade de compreender melhor o problema proposto, podendo questionar ou reportar novas ideias ao grupo e possibilitar novas reflexões. As interações entre professor e aluno consideradas na abordagem “Estar Junto Virtual” oportunizam ao professor conhecer melhor os processos de aprendizagem dos alunos e conseqüentemente fazer inferências sobre o saber em construção.

E relacionando os diferentes modelos de EaD com a pesquisa de Pinto (2008), destacamos uma conclusão apresentada pela autora: os alunos participavam com grande frequência das sessões de tutoria, sempre solicitando que o tutor atuasse resolvendo todos os exercícios por eles trazidos. Nessa afirmação, identifica-se um movimento de perguntas e respostas, sendo o papel do tutor o de detentor do saber. Nesse sentido, Pinto (2008, p.34) ressalta preocupação de que “muitas vezes o aluno sequer tentou resolver as atividades propostas antes da sessão de tutoria, o que incentiva à memorização de processos de resolução e dificulta a aprendizagem dos conceitos”.

Dando continuidade ao panorama de pesquisas no ano de 2009, Barbosa (2009) desenvolveu uma pesquisa de Doutorado com o objetivo de analisar como os alunos-com-mídias produzem o conhecimento em relação ao conceito de função composta e regra da cadeia, a partir de uma abordagem gráfica.

O referencial teórico se constituiu no constructo seres-humanos-com-mídias e os participantes da pesquisa foram cinco duplas de alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Universidade Paulista Júlio de Mesquita-UNESP- Rio Claro. Para o desenvolvimento das atividades, foi usado o *software* Winplot. Com relação aos resultados da pesquisa, Barbosa (2009, p.6) ressalta que:

a produção do conhecimento dos alunos envolvidos, acerca de função composta e regra da cadeia, ocorreu por meio de elaborações de conjecturas, formuladas durante o processo de visualização potencializado pelas TIC. Tais conjecturas foram confirmadas ou refutadas levando-se em conta o entrelaçamento das representações múltiplas, que permearam todas as atividades, e um coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, no qual o ser humano transforma e é transformado pelas mídias em um processo interativo

Vinculada ao mesmo programa de pós-graduação, Gouveia (2010) desenvolveu uma pesquisa de Mestrado cujo objetivo foi apresentar as dimensões implícitas em processos de representação e nos processos de visualização de conceitos matemáticos, a partir de obras artísticas e do software K3DSurf, em uma perspectiva Semiótica. Com objetivo de compreender os processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos em Cálculo Diferencial e Integral, no contexto das Tecnologias de Informação e Comunicação. Os dados foram coletados por entrevistas e o desenvolvimento de atividades exploratório-investigativas realizadas com 4 alunos de graduação em Matemática da UNESP/Rio Claro.

A autora ressaltou que a pesquisa evidenciou que diversas metodologias para a aprendizagem por meio da visualização e da representação foram empregadas, destacando entre elas as relações nos processos de semelhança, os momentos de socialização entre alunos e professores e os aspectos de experimentação. Por fim, a autora ressaltou a importância dos conhecimentos prévios dos alunos em relação às Atividades Exploratório-Investigativas, pois por vezes esses conhecimentos possibilitaram que o aluno iniciasse o desenvolvimento da atividade proposta e oportunizaram a construção de novos conhecimentos.

A pesquisa de Mestrado de Reis (2010) buscou compreender características do processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design. O processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral ocorreu em um curso de extensão, oferecido a alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista (IGCE/UNESP), Campus de Rio Claro. Os procedimentos metodológicos foram pautados na metodologia de Design

Experiments e o referencial teórico se deu pelos estudos de aprendizagem por meio de designer e a teoria construcionista. Durante o Curso de Extensão, os alunos que participaram propuseram a construção de dois Objetos de Aprendizagem sobre os temas: “Pontos de Inflexão” e “Máximos e Mínimos de Funções”, a partir do uso do *software Adobe Flash*, que possui uma linguagem de programação, denominada *ActionScript*.

Após a elaboração de tais objetos de aprendizagem, os alunos (futuros professores de Matemática) elaboraram plano de aula, pautados na abordagem construcionista. O autor ressalta a importância do papel ativo do aluno ao desenvolver projetos em uma abordagem construcionista, principalmente quando o projeto nasce, ou mais especificamente, o tema do objeto de aprendizagem a ser criado parte do interesse do aluno. A pesquisa mostrou que as discussões e reflexões sobre Pontos de Inflexão e sobre Máximos e Mínimos de Funções possibilitaram aos alunos ressignificar esses conceitos durante a elaboração de atividades relacionadas aos objetos de aprendizagem.

a discussão sobre a existência ou não de Pontos de Inflexão em gráficos de enchimento de recipientes de diferentes formatos possibilitou a reflexão sobre perspectivas de diferentes autores sobre as definições de Ponto de Inflexão. [...] as alunas ao discutirem sobre as atividades que poderiam complementar o problema que deu origem ao OA, observaram outros conceitos que inicialmente não haviam considerado: relações entre os volumes do cone e do cilindro, limites laterais no gráfico.

Os resultados da pesquisa de Reis (2010) nos fizeram retomar algumas das questões propostas na introdução desse trabalho: Será que muitos alunos não estão exaustos de seguir o modelo de exercícios resolvidos pelo professor e/ ou autor de livros? Será que os conhecimentos sobre derivada são compreendidos apenas a partir de técnicas de derivação? Nos parece que Reis, com essa proposta diferenciada, apresenta uma forma de ensinar conceitos de derivada sem se prender a fórmulas. Nesse sentido, os alunos assumem um novo papel, passando de leitores passivos a autores de objetos de aprendizagem. Talvez o caminho seja esse, transformar nossos alunos também em autores.

Reis (2010) trouxe uma contribuição ao reforçar a perspectiva construcionista de aprendizagem ao criarem objetos de aprendizagem, reforçando o papel ativo do aluno, interesse e envolvimento com as ações propostas. Nesse sentido, Maltempi (2004) discute as cinco dimensões de um ambiente construcionista, sendo elas, a pragmática, a sintônica, a sintática, a semântica e a social.

A dimensão pragmática está relacionada à utilização ou aplicabilidade de conceitos explorados na atividade proposta no momento presente do aluno e não apenas em um futuro distante. A dimensão sintônica está relacionada ao desenvolvimento de projetos que sejam contextualizados e em sintonia com algo de importância para o aluno.

É importante dar ao aprendiz a oportunidade de participar da

escolha do tema do projeto a ser desenvolvido - o professor deve mediar o processo de escolha, a fim de se chegar a algo, ao mesmo tempo, factível e desafiador. (Maltempi, 2004, p.265).

A terceira dimensão é a sintática, que diz respeito ao fácil acesso e uso, pelo aluno, de elementos constituintes do ambiente construcionista de aprendizagem e a interação com esses elementos, de forma a favorecer a sua aprendizagem.

A quarta dimensão de um ambiente construcionista é a semântica, que diz respeito ao trabalho com atividades que façam sentido para o aluno, ou seja, que tenham significado.

Por fim, temos a quinta dimensão de um ambiente construcionista, a social, que

aborda a integração da atividade com as relações pessoais e com a cultura do ambiente no qual ela se encontra. O ideal é criar ambientes de aprendizagem que utilizem materiais valorizados culturalmente. Nesse sentido, a programação de computadores e o domínio da tecnologia em geral representam bons materiais a serem aproveitados, uma vez que são bem valorizados na sociedade atual. A questão é aproveitá-los de modo educacionalmente produtivo. (Maltempi, 2004, p.5).

Diante das pesquisas já apresentadas neste artigo, podemos considerar que a abordagem construcionista de aprendizagem se faz presente em duas das pesquisas, como pressuposto teórico que orienta ações e análises. Em relação ao referencial teórico, temos um número significativo de pesquisas que adotam como referencial o constructo seres-humanos-com-mídias, que até então está presente em quatro de um total de nove já apresentadas.

Na continuidade, apresentamos a pesquisa de Mestrado de Alves (2010) que teve como objetivo analisar a interação entre os alunos durante os processos de ensino e de aprendizagem de Funções, Limites e Continuidade, ao desenvolverem atividades exploratórias, com uso de tecnologias digitais. A experimentação foi realizada com alunos do 1º período de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, em uma disciplina de Introdução ao Cálculo. A experimentação se constituiu da elaboração e desenvolvimento de atividades exploratórias, com uso do software GeoGebra. A análise se deu a partir do estudo do constructo seres-humanos-com-mídias.

Segundo Alves (2010), as principais contribuições em relação ao uso de tecnologias no ensino de Cálculo, de forma a favorecer a aprendizagem, diz respeito às possibilidades que o aluno tem de, a partir de representações gráficas, realizar conjecturas e dinamizar o ambiente de sala de aula.

Concordamos com o autor, pois de fato o uso de alguns softwares de geometria dinâmica, como é o caso do GeoGebra, possibilita ao aluno conjecturar, explorar conceitos de Cálculo, a partir de representações geométricas, como por exemplo a representação da derivada como a inclinação da reta tangente a uma curva, porém o uso da TDIC apenas para visualização de uma representação de um objeto matemático e para contemplação de possibilidades tecnológicas não implica em levantamento de conjecturas, na aprendizagem dos

alunos. Nesse sentido, é importante que as ações pedagógicas estejam integradas às tecnológicas e focadas no objetivo de aprendizagem das aulas, bem como na interação entre os sujeitos (professor e alunos).

A interação entre professor e alunos e entre os alunos é importante para o processo de aprendizagem, pois “[...] se o sujeito não está aberto ao encontro com o outro, a se expor, a expor as suas proposições, ele não possibilita que o outro aprenda com ele” (Scherer, 2005, p.106). O aluno também aprende em interação com o professor e com os outros alunos. Nesse sentido, Kenski (2002, p.258) ressalta que:

Interagir com o conhecimento e com as pessoas para aprender é fundamental. Para a transformação de um determinado grupo de informações em conhecimentos é preciso que estes sejam trabalhados, discutidos, comunicados. As trocas entre colegas, os múltiplos posicionamentos diante das informações disponíveis, os debates e as análises críticas auxiliam a sua compreensão e elaboração cognitiva. As múltiplas interações e trocas comunicativas entre parceiros do ato de aprender possibilitam que estes conhecimentos sejam permanentemente reconstruídos e reelaborados.

Para discutir mais sobre a interação, apresentamos a pesquisa de Mestrado de Costa (2010), que analisou o desenvolvimento de um trabalho coletivo, envolvendo professores e alunos de Graduação e de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia, no que se refere à constituição de um Ambiente Virtual de Aprendizagem, aplicado aos processos de ensinar e de aprender a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I. Dentre os procedimentos metodológicos, a disciplina foi planejada a partir do desenvolvimento de atividades que possibilitassem uma integração dos momentos presenciais (em sala de aula), no laboratório de Informática e também em um Ambiente Virtual de Aprendizagem, a partir da plataforma Moodle. A autora concluiu que

o trabalho coletivo foi uma estratégia que permitiu o desenvolvimento dessa prática educativa complexa. Ao analisarmos a prática de constituição de Ambientes Virtuais de Aprendizagem no Ensino Superior, percebemos o desafio de se produzir saberes docentes relacionados aos processos de Interatividade e Interação. (Costa, 2010, p.10)

Destacamos da fala de Costa (2010) o desafio de se pensar ações que favoreçam as interações, entre computador (tecnologia) e aluno, aluno e professor e entre alunos. Nesse sentido, compreendemos que ao pensarmos em uma metodologia para a disciplina Cálculo, em uma proposta de Educação à distância ou Bimodal, precisamos levar em consideração as características do ambiente presencial e do virtual, explorando-os de forma a favorecer a construção de conhecimento e a interação entre os sujeitos. Além disso, esta metodologia depende também da concepção que se tem de aprendizagem e de uso de tecnologias.

Prosseguindo na composição do panorama de pesquisa, a investigação de Mestrado de Rocha (2010), desenvolvida no programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, buscou responder a seguinte questão: quais contribuições uma proposta de ensino

pautada na articulação entre a visualização e experimentação proporcionada pelo ambiente informatizado pode trazer para a compreensão dos conceitos de limite, derivada e integral em uma disciplina de Cálculo? Para responder a questão, o autor se pautou nos estudos teóricos do constructo seres-humanos-com-mídias.

O caminho metodológico da pesquisa se traçou pelo acompanhamento de uma turma de Cálculo da Universidade Federal de Ouro Preto, formada totalmente por 50 alunos dos seguintes cursos: Licenciatura em Química, Engenharia de Minas, Engenharia Geológica, Engenharia Metalúrgica, Engenharia Civil, Engenharia Ambiental, Bacharelado em Física e Ciência da Computação. Semanalmente, eram cedidas ao pesquisador duas aulas para que os alunos desenvolvessem as atividades propostas em laboratório de informática, usando o software GeoGebra.

Com relação aos resultados alcançados pela investigação, o autor destaca:

que um ambiente informatizado pode contribuir para que os alunos se tornem mais participativos e exploradores, e ajudar na criação de conjecturas e negociação de significados, facilitando a compreensão dos aspectos conceituais do Cálculo. A visualização e a experimentação foram potencializados com a presença do software no coletivo. A mídia informática[...] proporcionou um ambiente favorável para a negociação de significados [...] (Rocha, 2010, p.7).

Concordamos com o autor sobre uso do software GeoGebra de maneira coletiva, pois acreditamos que propor ações em que os alunos possam desenvolver de maneira coletiva oportuniza a aprendizagem na/e a partir da interação. Nesse sentido, um caminho para futuras pesquisas é o uso do software GeoGebra integrado ao Ambiente Virtual Math Team VMT- Chat. O Virtual Math Team (VMT) é uma plataforma virtual que possibilita o uso do GeoGebra de forma articulada com um *chat* entre os participantes, em processos à distância. Este software pode se caracterizar como um ambiente que possibilita uma produção coletiva e a interação entre os participantes.

A plataforma VMT faz parte de um projeto que tem como objetivo oportunizar discussões sobre Matemática a partir de salas de bate-papo. O projeto foi desenvolvido em 2003, financiado pela National Science Foundation (NSF). É um ambiente de aprendizagem que permite a conexão de várias pessoas em lugares distintos e a interação entre elas para desenvolver atividades matemáticas.

Podemos então discutir as pesquisas selecionadas que foram publicadas em 2011. A pesquisa de Luz (2011), desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, teve como objetivo investigar uma proposta de intervenção, em uma disciplina de Cálculo, em um curso de Bacharelado em Ciências Matemáticas e da Terra da UFRJ, sob a perspectiva da Resolução de Problemas em um ambiente computacional. Os problemas propostos envolviam os conceitos de derivada, máximos e mínimos e integral. Participaram da pesquisa

28 alunos, a metodologia usada foi um estudo de caso e o referencial teórico foi constituído das teorias de Imagem de Conceito, de Tall e Vinner, e os Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

No que se refere aos resultados da pesquisa, a autora ressaltou que o fato de proporcionar aos alunos um ambiente com interações constantes e mídias sendo usadas, favoreceu a visualização e a articulação das múltiplas representações do objeto matemático em estudo, no caso, objetos de Cálculo. Nesse sentido, Luz (2011, p.124) concluiu que o processo de visualização:

foi importante também ao ser empregado na análise da validade ou mesmo da correção de concepções que os alunos possuíam a respeito de determinados conceitos matemáticos ou conjecturas, contrariando, inclusive, em alguns momentos, as suas intuições. Desta forma, mostrou que os aspectos visuais, algébricos, tabulares (numéricos) e verbais se complementaram no processo de ensino e aprendizagem da disciplina [...] Somando-se ainda a estes fatores a atuação da professora na mediação, auxiliando os alunos a interpretar da melhor forma os gráficos projetados na tela do computador e a coordenar os diversos tipos de registros de representações semióticas, foi primordial para o enriquecimento dos conceitos envolvidos neste estudo.

A partir dos resultados da pesquisa de Luz (2011), podemos retomar questionamentos apresentados na introdução deste artigo: Será que os conhecimentos sobre derivada são compreendidos apenas a partir de técnicas de derivação? Será que limite se resume em um turbilhão de épsilons e deltas sem sentido para tantos alunos? Será que o uso de TDIC tem favorecido a aprendizagem de conceitos de Cálculo? Luz (2011) apresenta uma possibilidade de ensino de Cálculo com o uso de diferentes tipos de registro, explorando os aspectos visuais, gráfico, algébrico, numérico e verbal. E o uso de tecnologias pode favorecer essas diferentes representações, por exemplo, o estudo de derivada pode ser realizado em um software, explorando sua interpretação como inclinação da reta tangente, taxa de variação e como um limite, além de explorar os registros gráfico e algébrico.

Ainda no ano de 2011, destacamos o trabalho de Batista (2011) que desenvolveu uma pesquisa de Doutorado, junto à Universidade Federal do Rio Grande do Sul com o objetivo de propor um modelo pedagógico para atividades de M-learning de Cálculo. Tal modelo foi denominado M-LearnMat e teve por objetivo orientar práticas educativas que envolvessem o uso de dispositivos móveis e desenvolvidas a partir de fundamentos da Teoria da Atividade. A experimentação do modelo se deu a partir da organização de dois estudos de caso com alunos de Cálculo I, com a utilização dos celulares dos próprios alunos.

Em relação aos resultados alcançados, a autora ressaltou que:

Na Matemática em geral as tecnologias digitais possibilitam simulações, visualizações, experimentações, levantamento de hipóteses, entre outras ações. Com m-learning, adicionam-se possibilidades extras, tais como

praticidade, mobilidade, alcance de maior número de pessoas, aprendizagens em contextos reais, entre outras. Nesse sentido, o uso de dispositivos móveis pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne mais acessível e próximo da realidade do aluno. (Batista, 2011, p.198).

No M-learnMat foram considerados diversos aspectos relacionados ao uso de dispositivos móveis e os conceitos de Cálculo. E nesse sentido Batista (2011, p.198) ressaltou que o modelo elaborado contribuiu para a organização “de atividades, permitindo uma melhor estruturação de ações direcionadas ao desenvolvimento do pensamento teórico matemático”. Além disso, a autora ressaltou contribuições do modelo para o ensino de Cálculo:

Orientar a prática dessas ações, colaborando para que o foco na aprendizagem seja mantido, sem que o uso de instrumentos assumam o papel central; [...] favorecer a análise do que foi realizado, ao considerar a evolução da atividade e as contradições internas que ocorrem. (Batista, 2011, p.198).

A pesquisa de Batista (2011) apresenta possibilidade de ensino de Cálculo com tecnologia móvel. Mobile learning é o processo de aprendizagem que ocorre mediado pelo uso de alguma tecnologia móvel, como por exemplo, smartphones ou tablets. A aprendizagem móvel representa, hoje, um campo fértil a ser explorado para investigação em Educação, Educação Matemática e Educação à Distância, pois essa é uma tecnologia que cabe literalmente no bolso de nossos alunos. Nesse sentido, Carneiro (2013, p. 11) afirma que

atualmente a disponibilidade de telefones celulares, notebooks, palmtops, assistentes digitais pessoais, aparelhos de MP3 e MP5, assim como a facilidade de acesso a redes sem fio nos mais diversos locais, permitem que os usuários estejam conectados a todo momento e em qualquer lugar. Pode-se pensar então em uma computação pervasiva incentiva a ubíqua.

O uso de tecnologias digitais possibilita a um aluno estar, por exemplo, em um museu de arte, conhecer esculturas, pinturas e obras de artistas famosos, sem levantar do sofá de sua casa. Então seria plausível pensar em formas de explorar esse tipo de tecnologia, desenvolvendo ações que favorecem a aprendizagem de Cálculo, a qualquer tempo e lugar. Diante das tecnologias digitais móveis, temos que pensar em formas de uso para favorecer a aprendizagem de Cálculo na modalidade de Educação à Distância, possibilitando que professores e alunos estejam juntos virtualmente, mesmo que separados fisicamente por muitos quilômetros.

No ano de 2012, foi selecionado o trabalho de Gonçalves (2012) do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, que teve como objetivo apresentar contribuições das atividades investigativas com o uso das TIC para os processos de ensino e de aprendizagem do conceito de derivada e suas aplicações em Cálculo I.

A experimentação foi realizada com 9 alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro

Preto e dentre os procedimentos metodológicos foi elaborada e desenvolvida uma sequência de atividades investigativas utilizando o software GeoGebra. Segundo a autora os resultados obtidos

apontam que as atividades contribuíram para uma ressignificação dos conhecimentos dos alunos em relação às aplicações das derivadas, [...] a realização das atividades investigativas contribuiu para a criação de um ambiente de discussão, conjecturação e colaboração que nem sempre é possível de se ter na sala de aula tradicional, na qual o processo de aprendizagem é, quase sempre, totalmente guiado pelo professor. Isso foi percebido por todos os atores do cenário de pesquisa, ou seja, [...] que destacaram a importância para sua aprendizagem das discussões proporcionadas pela realização das atividades em grupos. (Gonçalves, 2012, p.6).

Embora a autora não apresente considerações específicas em relação aos conhecimentos de Cálculo que foram ressignificados, destacamos de seus resultados a importância das discussões que foram proporcionadas. E diante desses resultados retomamos a uma questão que foi proposta na introdução desse artigo: será que a única voz que soa nas aulas de Cálculo é a do professor? São pesquisas como essa de Gonçalves que mostra que não, pois a voz dos alunos é tão importante quanto a do professor. E criar esse espaço no qual o aluno tem direito a voz e a expor suas considerações é um caminho importante para a aprendizagem de Cálculo.

Na sequência de trabalhos do Quadro 1, do ano de 2014 foi selecionada a pesquisa de Ricaldoni (2014, p. 6), que teve como objetivo apresentar as contribuições da realização de atividades exploratórias com o uso do *software* GeoGebra para a formação de Imagens de Conceito relacionadas a diversos conteúdos e aplicações de derivada de funções reais, nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo I. Propondo assim a seguinte questão de pesquisa: Quais são as possíveis contribuições da utilização do *software* GeoGebra para a formação de imagens conceituais relacionadas ao conceito de Derivadas nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo I, a partir da realização de atividades de construção de gráficos?

Para responder tal questionamento, o autor apresentou como aporte teórico os trabalhos de Tall e Vinner que discutem noções de imagem de Conceito e Definição de Conceito. A experimentação da pesquisa foi desenvolvida com 17 alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto e se constituiu do desenvolvimento de atividades de construção e interpretação de gráficos de funções e derivadas.

Os resultados evidenciaram contribuições, pois a pesquisa mostrou que

a realização das atividades exploratórias com a utilização de um *software* contribuiu para a formação e a lapidação de várias imagens conceituais relacionadas às derivadas, com destaque para as imagens algébrica e geométrica da derivada como inclinação da reta tangente num ponto, além das suas propriedades fundamentais na construção do gráfico de uma função. (Ricaldoni, 2014, p.6).

No ano de 2015, identificamos três pesquisas, sendo elas a de Martins Junior (2015), Bezerra (2015) e Lopes (2015), todas de Mestrado. Martins Junior (2015) teve como objetivo discutir as contribuições do desenvolvimento de atividades exploratórias com o software GeoGebra para a aprendizagem de derivada. Segundo o autor, a pesquisa fundamentou-se teoricamente em estudos sobre a visualização proporcionada pelas Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática, a partir de discussões de trabalho de diversos autores como Conceição Costa, Mônica E. Villareal, *Cláudia Regina Flores, dentre outros*.

A experimentação se constituiu no desenvolvimento de atividades exploratórias de construção e interpretação de gráficos de funções e derivadas, com 4 professores de Matemática do Ensino Superior. E segundo Martins Junior (2015, p.7), os resultados mostraram que a “visualização proporcionada pelo *software* GeoGebra contribuiu para uma ressignificação de diversos conceitos e propriedades de derivadas que são requisitados na construção de gráficos de funções reais”.

A Dissertação de Mestrado de Bezerra (2015) foi realizada na Universidade Federal do Ceará. O objetivo da pesquisa foi analisar o uso de TDIC como possibilidade pedagógica na disciplina Cálculo I, oferecida a uma turma de Licenciatura em Matemática, na modalidade semipresencial do Instituto Federal do Ceará – IFCE, pela Universidade Aberta do Brasil, com uma carga horária de 100 horas.

O método utilizado nessa pesquisa constituiu-se de buscar na história a identificação de possíveis obstáculos epistemológicos da aprendizagem e, a partir disso, trabalhar a superação desses obstáculos com o uso de tecnologias e recursos de comunicação de EaD - Geogebra, fórum, chat e videoaula. O conteúdo contemplado foi: funções, Integração e Aplicações da Integral Definida. O referencial teórico fundamentou-se nos estudos de Ausubel sobre a Aprendizagem Significativa. E em relação às dificuldades identificadas e ao uso de tecnologia o autor destaca que

verificaram-se uma manifestação recorrente da dualidade discreto/contínuo, pois grande parte dos alunos não associam os campos da Álgebra e da Geometria trabalhados no ensino básico com o conteúdo que é ministrado na disciplina de Cálculo I. Percebe-se que a incidência dessa dualidade relaciona-se a não assimilação dos conceitos, definições e fórmulas que são trabalhadas na Matemática do Ensino Fundamental e Médio. [...] No chat [...] procurou-se minimizar essa discrepância (discreto/ contínuo) na medida, em que os alunos foram estimulados perceber, a fazer associações entre o conteúdo que foi visto no Ensino Médio e o conteúdo aplicado na disciplina de Cálculo (Bezerra, 2015, p. 6).

A pesquisa de Lopes (2015) teve por objetivo analisar processos de aprendizagem de Derivada de funções em um ambiente Construcionista. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma de alunos de Cálculo I, de uma universidade pública do estado de Mato Grosso do Sul, com parte da carga horária à distância. Para alcançar o objetivo, foi criado um ambiente Construcionista de aprendizagem, composto por uma proposta

de atividades desenvolvidas com o software GeoGebra: um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e materiais didáticos, dentre outros. Para analisar a aprendizagem dos alunos nos espaços virtuais (AVA, WhatsApp e Facebook), o referencial teórico adotado foi o Construcionismo e estudos sobre o “Estar Junto Virtual” de José Armando Valente.

Dentre os resultados da pesquisa, Lopes (2015, p.134) ressaltou que a “aprendizagem ocorreu a partir da/na interação entre professora e alunos e entre alunos em espaços virtuais de aprendizagem”. A pesquisa mostrou que o ensino de Cálculo na modalidade EaD, mais especificamente em espaço virtual, “é uma alternativa que pode favorecer a aprendizagem do aluno. Mas para que a aprendizagem na/a partir da interação seja vivenciada, se torna fundamental o habitar dos espaços virtuais, atuando em uma abordagem do Estar Junto Virtual”. (Lopes, 2015, p.130).

Por fim, apresentamos a pesquisa de Doutorado de Almeida (2016), cujo objetivo foi compreender o papel das TDIC no ensino de Cálculo I na modalidade EaD, em cursos de Licenciatura em Matemática da Universidade Aberta do Brasil (UAB). A metodologia adotada na investigação foi a Teoria Fundamentada nos Dados (TFD). Essa abordagem metodológica tem como pressuposto chave que o pesquisador construirá uma teoria a partir do desenvolvimento de conceitos, das propriedades, das categorias, características e dimensões da pesquisa. A produção dos dados se constituiu no acompanhamento da disciplina, em 4 cursos das seguintes instituições: o CEDERJ, a UFMS, a UFPel e a UNEB, no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), de entrevistas com professores, tutores e acadêmicos, análise dos documentos oficiais desses cursos e um diário de campo elaborado pelo pesquisador.

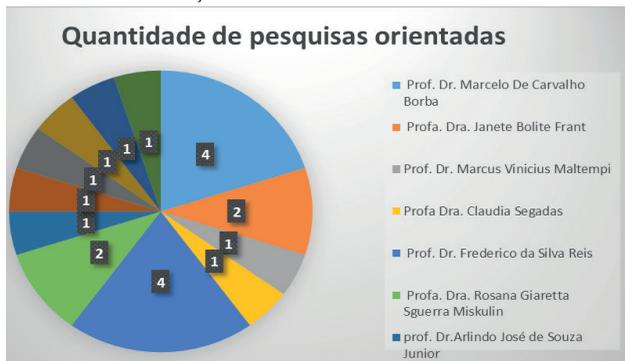
O referencial teórico da pesquisa foram as ideias de polidocência e o construto seres-humanos-com-mídias. Como resultado da pesquisa, Almeida (2016, p.8) apresentou um estudo teórico que defende a existência de um construto polidocentes-com-mídias e esse construto sugere que as tecnologias digitais “atuam no coletivo de trabalhadores da polidocência, alterando papéis e desvelando outros neste coletivo. Para isso, é necessário que o AVA seja um ambiente rico em interações colaborativas, nas quais o diálogo seja constantemente incentivado por professores e tutores”.

Ainda com relação ao papel desempenhado pelas tecnologias nos quatro cursos analisados, a autora conclui que:

A forma que essas tecnologias foram utilizadas influenciou na organização das disciplinas, até mesmo na sequência tradicional dos tópicos do Cálculo I, quebrando um pouco a tão engessada linearidade da disciplina. Ainda, houve indícios de que as próprias TD, mencionadas, principalmente pelos alunos, mas também por tutores e professores, atuaram como uma espécie de professor-formador, mesmo se aproximando de um “professor tradicional”, no sentido de se limitar a uma transmissão de conteúdos, algo semelhante ao que ocorrer nas diversas salas de aula de Cálculo I, independentemente da modalidade em questão. (Almeida, 2016, p. 192).

Ao finalizar a apresentação e análise das vinte pesquisas apresentadas no Quadro 1, cabe mencionar que dois programas de pesquisa tiveram destaque em termos de quantidade de produções selecionadas, sendo eles: o grupo GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, vinculado ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Júlio de Mesquita (UNESP) de Rio Claro-São Paulo e o Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto. Desses programas, dois professores doutores ganham destaque em termos de quantidade de pesquisas orientadas, sendo eles: o Professor Doutor Marcelo de Carvalho Borba, da Unesp-Rio Claro, com a orientação de três pesquisas de Doutorado e uma de Mestrado; e o Professor Doutor Frederico da Silva Reis da UFOP, com quatro pesquisas de Mestrado em Educação Matemática. Apresentamos a seguir a quantidade de pesquisas orientadas pelos seguintes pesquisadores.

Gráfico 1 - Orientações de trabalhos.



Fonte: Dados da pesquisa.

4 Conclusão

Neste artigo, tivemos como objetivo apresentar e analisar pesquisas desenvolvidas nos últimos onze anos e que possuem como objeto de investigação o ensino e/ou a aprendizagem de Cálculo em espaço presencial e/ou virtual, no Ensino Superior, com uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e refletir sobre a problemática do ensino e da aprendizagem de Cálculo com uso de TDIC, em especial com momentos à distância, a partir do cenário evidenciado por essas pesquisas. Ao analisarmos as vinte pesquisas selecionadas, observamos que há diversos caminhos metodológicos que foram trilhados, com diferentes usos de tecnologia, diferentes referenciais teóricos, com diferentes propostas de experimentação, diferentes alunos e contextos, porém todas apresentaram contribuições do uso de TDIC para a aprendizagem e/ou ensino de Cálculo.

Sendo assim, podemos concluir que esse cenário de pesquisas evidencia que o uso de TDIC pode ser um caminho para a superação de algumas dificuldades na aprendizagem de Cálculo, porém é importante ressaltar que o uso de TDIC pode simplesmente repetir as mesmas ações realizadas no

ensino convencional, ou seja, reproduzir atividades focadas na transmissão da informação. Nesse sentido, é muito importante atentar para a base epistemológica adotada nas pesquisas e, no caso das analisadas por nós, tivemos um predomínio de referenciais teóricos orientados pelo construcionismo, o construto-seres-humanos-com-mídias e a aprendizagem significativa. Ou seja, os resultados obtidos são oriundos de usos de TDIC orientados pela ressignificação de conceitos; (re)construção de conceitos; aprendizagem de conceitos a partir de constructos de seres-humanos-com-mídias.

Com relação às pesquisas relacionadas ao ensino de Cálculo na modalidade EaD, ou Bimodal, sinalizamos que temos um campo fértil de investigação na busca de ações e propostas que favoreçam a aprendizagem dos alunos e, mais especificamente, a aprendizagem de Cálculo. Justificamos a importância de se desenvolverem pesquisas sobre a aprendizagem de Cálculo na modalidade EaD e também em uma proposta de Educação Bimodal, pois os alunos que estão chegando ao Ensino Superior são nativos digitais e, em sua maioria, conectados à Internet, via telefone celular; portanto, a EaD possui características, potencialidades e limites que precisam ser levados em consideração na busca por uma educação de qualidade, em que se explorem espaços presenciais e virtuais e a dinâmica de comunicação que vivemos na sociedade de hoje.

Nesse sentido, consideramos que um caminho seja propor e investigar metodologias para a disciplina Cálculo, em uma proposta de Educação Bimodal, atentando para características do ambiente presencial e do virtual, explorando-os de forma a favorecer a construção de conhecimento e a interação entre os sujeitos e destes com TDIC. Outro desafio para pesquisas sobre essa temática/problemática é considerar a possibilidade da aprendizagem móvel, ou M-learning, da aprendizagem ubíqua, ou u-learning, afinal é uma tendência que os alunos do Ensino Superior estejam com essa tecnologia digital em mãos, acessível a qualquer momento, em vários espaços.

Referências

- Almeida, H. R. F. L. (2016). *Polidocentes-com-Mídias e o Ensino de Cálculo I*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista.
- Alves, D. O. (2010). *Ensino de funções, limites e continuidade em ambientes educacionais informatizados: uma proposta para cursos de introdução ao cálculo*. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto.
- Barbosa, S. M. (2009). *Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista.
- Batista, S. C. F. (2011). *M-LearnMat: Modelo Pedagógico para Atividades de Mlearning em Matemática*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Bezerra, W. L. (2015). *O uso de ferramentas pedagógicas para o ensino de Cálculo de uma variável em cursos semipresenciais: o caso do instituto federal do Ceará*. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará.
- Boyer, C.B. *História da matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São

- Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- Cabral, T. C., & Catapani, E. (2003). Imagens e olhares em uma disciplina de Cálculo em serviço. *Zetetiké Rev Educ Matem*, 11(19), 101-16.
- Carneiro, M. L. F. (2013). Educação a Distância: história e tecnologias. In: M. L. F., Carneiro, L.B. Turchiello, Educação a distância e Tutoria: considerações pedagógicas e práticas. Porto Alegre: Evangraf.
- Costa, P.O. (2010). *Educação on line na Universidade: o processo de ensinar e aprender Calculo na era das tecnologias digitais*. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia.
- Demo, P. (2002). Complexidade e aprendizagem: a dinâmica não linear do conhecimento. São Paulo: Atlas.
- Escher, M. A. (2011). *Dimensões Teórico-Metodológicas Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas históricas e de ensino e aprendizagem*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista.
- Forster, S. R. L. (2007). *Ensino a Distância: Uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real*. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, Brasil.
- Gonçalves, D. C. (2012). *Aplicações das Derivadas no Cálculo I: Atividades Investigativas utilizando o GeoGebra (dissertação de mestrado)*. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Gouveia, C. A. A. (2010). *Processos de visualização e representação de conceitos de cálculo diferencial e integral com um software tridimensional (dissertação de mestrado)*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Kenski, V. M. (2002). Processos de interação e comunicação no ensino mediados pelas tecnologias. In: D. Rosa, & V. Souza (Org.). *Didática e práticas de ensino: interfaces com diferentes saberes e lugares formativos*. Rio de Janeiro: DP&A.
- Lopes, V. R. (2015). *Aprendizagem em um ambiente Construcionista: explorando conhecimentos de Cálculo I em espaços virtuais (dissertação de Mestrado)*. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS, Brasil.
- Luz, V. M. (2011). *Introdução ao cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção. (Dissertação de Mestrado)*. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Maltempi, M. V. (2004). Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática. In: M.A.V., Bicudo, M.C., Borba (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Editora Cortez.
- Martins Junior, J. C. (2015). *Ensino de derivadas em cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. (Dissertação de Mestrado)*. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Morelatti, M. R. M. (2001). *Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I (Tese de Doutorado)* Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, Brasil.
- Olimpio Junior, A. (2006). *Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Papert, S. (2008). *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artmed.
- Levy, P. (1998). *A inteligência coletiva*. São Paulo: Edições Loyola.
- Pinto, G. M. F. (2008). *Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de cálculo semipresencial (Dissertação de mestrado)*. Universidade federal do rio de janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Reis, E. L. (2010). *O processo de construção de objetos de aprendizagem em cálculo diferencial e integral durante uma atividade de design (Dissertação de mestrado)*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Ricaldoni, M. A. G. (2014). *Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais. (Dissertação de Mestrado)*. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Rocha, M. D. (2010). *Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina cálculo diferencial e integral I: estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação (Dissertação de Mestrado)*. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Rosa, M. (2008). *A construção de identidades online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso a distância (tese de Doutorado)*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Sad, L. A. (1999). *Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos (Tese de Doutorado)*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Signorelli, S. F. (2007). *Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real: designer e análise. (Dissertação de Mestrado)*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Scucuglia, R. (2006). *A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas. (Dissertação de Mestrado)*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Scherer, S. (2005). *Uma Estética Possível para a Educação Bimodal: aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais (Tese de Doutorado)*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil.
- Tucker, A., & Leitzel, J. R.C. (1995). *Assessing Calculus Reform Efforts: A report to the community*. United States of America: The Mathematical Association of America.
- Valente, J. *A Espiral da Espiral de Aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. (Tese Livre Docência)*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Valente, J. (2011). *Educação a distância: criando abordagens educacionais que possibilitam a construção de conhecimento*.