Relação Entre Conhecimento e Olhar Profissional para o Ensino de Situações Envolvendo o Raciocínio Proporcional na Formação Inicial

Relation Between Knowledge and the Professional View for the Teaching of Situations Involving the Proportional Logic in the Initial Formation

Alexsandro Soares Cândido[a]; Angélica da Fontoura Garcia Silva[a]*

[a]Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática. SP, Brasil.
*E-mail: angelicafontoura@anhanguera.com

Resumo

Este artigo relata uma pesquisa com um grupo composto por 30 estudantes de pedagogia de uma instituição superior de ensino localizada na grande São Paulo. O propósito desse estudo foi identificar o conhecimento profissional e o olhar com sentido dessas futuras professoras para o ensino de situações-problema envolvendo raciocínio proporcional – sobretudo, situações de valor omisso –; e relacionar esse conhecimento das futuras professoras com esse seu olhar profissional. A coleta de dados incluiu a aplicação de um questionário – de caráter diagnóstico – e depoimentos coletados durante e depois de sua aplicação. O estudo fundamenta-se em teorias que discutem o conhecimento e a competência profissional de professores que ensinam Matemática – especialmente investigações de Ball, Thames e Llinares e seus respectivos colaboradores. Apoia-se também em pesquisas que investigam questões didáticas relativas ao raciocínio proporcional em situações de valor omisso. As respostas do grupo investigado indicaram que 80% das futuras professoras resolvem a situação apresentada de maneira acertada, com predominância da estratégia escalar, seguida da funcional e do produto cruzado. Observou-se também que as limitações de conhecimentos de estratégias para resolver situações envolvendo valor omisso comprometeram os conhecimentos pedagógicos e o olhar profissional para o ensino dos participantes.

Palavras-chave: Conhecimento Matemático para o Ensino. Raciocínio Proporcional. Situação de Valor Omisso. Professores dos Anos Iniciais. Formação Inicial de Professores.

Abstract

This article aims to identify and relate the knowledge and professional view of students of a pedagogy course for teaching problem situations involving proportional reasoning, above all, situations of negligible value. This research involves a group composed of 30 students from the pedagogy course of a higher education institution located in the greater São Paulo. Data collection included the application of a questionnaire - of a diagnostic character - and testimonies collected during and after its application. Theoretically, this study is based on theories that discuss the knowledge and professional competence of teachers who teach Mathematics especially, investigations of Ball, Thames and Llinares. In addition, it is also supported by studies that investigate didactic issues related to the theme: proportional reasoning in non-value situations. The responses of the investigated group indicated that the majority of future teachers - 80% of them - solves the presented situation correctly. There is predominance of the scalar strategy, followed by the functional and the cross product. It was observed that the limitations of knowledge of strategies to solve situations involving missing value, also compromised the pedagogical knowledge and the professional look for the teaching of the participants.

Keywords: *Mathematical Knowledge for Teaching. Proportional Reasoning. Situation of Value Omitted. Teachers from the Early Years. Initial Teacher Training.*

1 Introdução

Expomos aqui resultados parciais de um estudo em desenvolvimento, com o propósito de identificar o conhecimento profissional e o olhar com sentido de estudantes de pedagogia para o ensino de situações-problema envolvendo raciocínio proporcional – sobretudo, situações de valor omisso –; e relacionar esse conhecimento das futuras professoras com esse seu olhar profissional.

Trata-se de uma investigação de natureza qualitativa inserida na linha de pesquisa “Formação de Professores”, desenvolvida com 30 futuras professoras que frequentavam um curso de pedagogia.

Nesta apresentação do estudo, inicialmente destacaremos sua relevância, por meio da análise dos resultados de uma pesquisa na área de Educação Matemática que discutiu questões relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem em que os alunos se utilizam do raciocínio proporcional para a resolução de problemas. Em seguida exporemos a base teórica adotada para analisar os dados coletados e descreveremos os procedimentos metodológicos, a análise e a discussão das informações produzidas. E, finalmente, teceremos nossas considerações sobre essa investigação.

2 Relevância e Marco Teórico

Parece ser consenso considerar o raciocínio proporcional fundamental quando se trata de resolver problemas, e isso ocorre não só na área de matemática. Talvez por isso esse tema esteja sendo bastante investigado há várias décadas na Educação Matemática e em diversas áreas de conhecimento.

Entre o final da década de 80 e de 90, por exemplo, estudos norte-americanos, como os de Cramer, Post & Behr (1989), Lesh, Post & Behr (1988), e Post, Behr & Lesh (1995) chamavam a atenção da comunidade para sua importância. Lesh, Post & Behr (1988, p. 4), por exemplo, retratam a relevância desse raciocínio, por ser "... o culminar da aritmética elementar e o alicerce de tudo o que se segue [referindo-se aos estudos posteriores]".

Corroborando essas afirmações, há recomendações nos documentos curriculares oficiais brasileiros, como os *Parâmetros curriculares nacionais* (Brasil, 1997, 1998), para que o professor realize o ensino da proporcionalidade e promova o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos no decorrer da Educação Básica. Os PCN (Brasil, 1997) discutem com destaque o ensino da proporcionalidade para os anos iniciais e mostram temáticas que se utilizam dessa ideia. O documento assim caracteriza o raciocínio proporcional:

> [...] A proporcionalidade, por exemplo, está presente na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. O fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Ele está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos (Essa resposta faz sentido? Ela deveria ser maior ou menor?). Para raciocinar com proporções é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista [...]. (Brasil, 1997, p. 38)

Analisando essa citação, observamos que esse documento curricular que norteia a educação brasileira desde o final da década de 90 apresenta aos professores resultados de investigações anteriores.

Além disso, outros documentos oficiais estaduais, como as *Orientações curriculares* do estado de São Paulo e propostas curriculares estrangeiras, como a de Portugal (ME)[1] e a dos Estados Unidos (NCTM)[2], também orientam a exploração de conceitos de proporcionalidade e o desenvolvimento do raciocínio proporcional já nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Entretanto, resultados de avaliações externas apontam dificuldades de estudantes ao final da educação básica. Os alunos da terceira série do Ensino Médio, adolescentes com 16 ou 17 anos, têm certa dificuldade quando lhes é proposta a resolução de situações envolvendo a ideia de proporcionalidade. Por exemplo, no Saresp de 2013 foi apresentada aos estudantes uma questão que avaliava a habilidade de identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade, e apenas 33,2% das estudantes a resolveram com correção.

O raciocínio proporcional não é trivial: pesquisas como a de Lamon (2005), por exemplo, mostram que muitas pessoas não desenvolveram tal pensamento, pois em sala de aula se limitam à aplicação das regras de álgebra por meio de um algoritmo "produto cruzado". Porém, tais regras não suprem a falta de entendimento, conforme aponta Lamon (2005, p. 3, tradução nossa), pois os estudantes "não estão preparados para aplicações reais em Estatística, na Biologia, na Geografia e na Física – onde princípios importantes e fundamentais se apoiam na proporcionalidade"[3].

Além disso, percebemos ao longo de nossa trajetória educacional que, muitas vezes, a proporcionalidade na escola é restrita à algebrização, por ser esse um método eficiente. Entretanto, segundo Post, Behr & Lesh (1995, p. 93),

> os métodos mais eficientes são, com frequência, aqueles menos significativos, que devem, portanto, ser evitados nas fases de ensino iniciais. Infelizmente, muitas vezes confundimos eficiência com significação e, por descuido, embora com a melhor das intenções, introduzimos um conceito da maneira mais eficiente, porém menos significativa.

Lesh, Post, & Behr (1988) afirmam que nem todas as pessoas que resolvem problemas contendo relações de proporcionalidade utilizam raciocínio proporcional. Dessa forma, a ação pedagógica do professor é essencial para o desenvolvimento do raciocínio proporcional; todavia, pesquisas como as de Araujo (2003), Nürnberg (2008) e Rodrigues (2006) mostram que, no geral, os professores valorizam a resolução de problemas, mas o trabalho pedagógico é centrado na aplicação das operações, em detrimento do trabalho com o raciocínio proporcional. Tais constatações demonstram ser relevante o estudo aqui apresentado e, embora exista um vasto repertório de estudos sobre proporcionalidade, pesquisas sobre o raciocínio proporcional, sobretudo envolvendo o público alvo desta investigação, são escassas.

Optamos por utilizar tanto estudos que versam sobre os aspectos didáticos acerca do assunto proposto como teorias que abordam a formação de professores, sobretudo a habilidade de olhar profissionalmente para o ensino da proporcionalidade. Quanto ao primeiro enfoque, apoiamo-nos nos trabalhos de Lamon (1993, 2005), Lesh, Post, & Behr (1988, 1995). Tomaremos aqui a definição de raciocínio proporcional de Lesh, Post, & Behr (1988, p.1), que afirmam:

> O raciocínio proporcional é uma forma de raciocínio matemático que envolve o sentido de covariância e múltiplas comparações, assim como a aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação [pelo que] está relacionado com inferência e predição e envolve o pensamento qualitativo e quantitativo.

Esses pesquisadores destacam em seus estudos que, dentre os problemas mais utilizados no ensino, estão os de

1 Programa de Matemática do ensino básico de Portugal

2 National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

3 They are unprepared for real applications in statistics, biology, geography, or physics-where important, foundational principles rely on proportionality (Lamon, 2005, p. 3).

"valor omisso", que, para encontrar o valor desconhecido, $\left(\frac{A}{B}=\frac{x}{D}\right)$, $\left(\frac{A}{B}=\frac{C}{x}\right)$, $\left(\frac{A}{x}=\frac{C}{D}\right)$ e $\left(\frac{x}{B}=\frac{A}{D}\right)$ relacionam raciocínio proporcional dos tipos: , independente dos aspectos numéricos de um problema.

Eles chamam a atenção para o fato de que nem todas as pessoas resolvem problemas de proporcionalidade com a utilização do raciocínio proporcional e afirmam que a aplicação do algoritmo pode limitar o raciocínio proporcional nos estudantes, já que esse procedimento de cálculo geralmente não é compreendido por eles em sua plenitude.

Essa ideia é compartilhada por Lamon (2005), ao afirmar que o raciocínio proporcional não pode ser restrito à mecanização de estratégias formais de resolução de problemas. A autora analisa situações resolvidas por alunos em diferentes etapas escolares e discute a importância de explorar diversas estratégias para resolver problemas de proporcionalidade. Em seu estudo, ela identificou, nas resoluções dos participantes, estratégias multiplicativas e/ou aditivas, chamadas de *building up*[4].

Na visão da pesquisadora, as crianças usam "espontaneamente uma estratégia intuitiva que funciona em muitas situações"[5] (Lamon, 2005, p.100) – a estratégia *building up*. No entanto, nessa forma de resolução os alunos podem reconhecer relações multiplicativas ou apenas aplicam estratégias aditivas para obterem o resultado. Os estudantes que não relacionam as grandezas do problema e não percebem a sua covariação, provavelmente, poderão encontrar dificuldades com o raciocínio proporcional, uma vez que não há exploração de outras estratégias.

Outro estudo relevante que trata dessa tematica é o de Oliveira (2009), realizado com um grupo de 33 alunos do 3 º ciclo (alunos de 12 anos de idade) de uma escola de Montreal, na província do Quebec, no Canadá. A autora aplicou sete situações proporcionais e não proporcionais que envolviam o raciocínio proporcional, com o objetivo de verificar quais as estratégias mais executadas pelos alunos e quais dificuldades eles apresentavam antes do ensino formal. Ademais, ela pretendeu verificar se os resultados obtidos no Quebec se assemelham aos detectados por ela no Brasil no ano 2000. Os resultados obtidos no contexto quebequense, na visão da autora, evidenciaram que os alunos utilizaram diferentes estratégias para resolver problemas (estratégia escalar, linear, funcional, valor unitário, grandeza intermediária) antes do ensino formal da proporcionalidade. Afirma ainda que o contexto e os números escolhidos influenciam na escolha da estratégia, bem como na resolução, e destaca que é importante que os professores identifiquem os conhecimentos já dominados pelos estudantes, as dificuldades apresentadas por eles e, ainda, os procedimentos de resolução em situações de proporcionalidade.

Para nosso segundo enfoque – analisar o conhecimento e o olhar profissional das futuras professoras –, utilizaremos as ideias de Ball, Thames & Phelps (2008), Llinares (2013, 2015). Os estudos de Llinares (2015, p.271) apontam como o professor ou o estudante para professor aprende e como ele pode se apropriar desse aprendizado para seu trabalho docente. Llinares (2015, p. 7) discute que o processo formativo para a docência pressupõe preparar futuros professores para "olhar profissionalmente" para o ensino da matemática. Ele considera essa forma de "olhar" como uma componente da prática profissional do professor de matemática.

De acordo com o autor, "[...] 'olhar profissionalmente' o ensino se caracteriza pelo fato de que o professor é capaz de reconhecer os fatos que podem ser relevantes na sala de aula para explicar a aprendizagem da matemática [...]"[6] (Llinares, 2015, p.7). Esse "olhar profissionalmente", na visão do pesquisador, permite aos futuros professores enxergar de maneira particular – ou seja, de forma diferente de uma pessoa que não é um professor de matemática – situações de ensino e processos de aprendizagem de matemática.

Nessa perspectiva, os futuros professores precisam aprender a selecionar e preparar situações matemáticas adequadas – essa etapa deve se iniciar antes da sala de aula. Para desenvolver essa atividade docente, é importante que os futuros professores estejam em formação constante e tenham claras as potencialidades e as restrições das situações a serem propostas a seus alunos futuramente. Llinares (2013, p.124) identificou, na produção do grupo estudado por ele, "[...] que os futuros professores usaram os diferentes elementos matemáticos e características de demanda cognitiva para a análise dos diferentes níveis do desenvolvimento da competência docente 'olhar profissional'.[7]

O autor considera que os futuros profissionais, na realização de uma tarefa profissional, ao analisarem situações matemáticas, utilizam o conhecimento matemático para o ensino (Llinares, 2013, p. 124) assim afirmam:

> [...] a maneira pela qual os futuros professores "veem" situações matemáticas determina em que medida consideram que estas situações proporcionam oportunidades efetivas para aprenderem um conteúdo matemático relevante para seus

4 Em 1985 Tourniaire e Pulos já chamavam a atenção da comunidade científica para a estratégia denominada *building-up*. Para os autores ela é bastante elementar e consiste em estabelecer uma relação dentro de uma proporção e estendê-la à segunda razão por adição. Lamon (2005, p.76) afirma que as pesquisas em raciocínio proporcional documentam que as crianças se utilizam do "processo building up para resolver proporções muito antes de terem consciência da representação simbólica de uma proporção".

5 *Spontaneously and it is an intuitive strategy that works in many situations*.

6 Mirar profesionalmente la enseñanza se caracteriza por el hecho de que el profesor sea capaz de reconocer los hechos que pueden ser relevantes en el aula para explicar el aprendizaje de las matemáticas.

7 Que los estudiantes para profesor usaban los diferentes elementos matemáticos y las características de la demanda cognitiva para realizar el análisis pone de manifiesto diferentes grados de desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente.

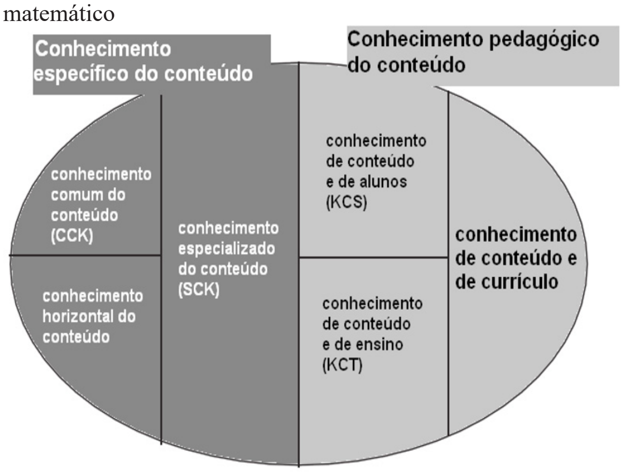
alunos.[8]

Com base nessas considerações, acreditamos que as situações matemáticas apresentadas neste estudo nos permitiram identificar o olhar profissional a respeito do raciocínio proporcional prévio dos participantes em problemas de valor omisso.

Associada a essa ideia, como já mencionado anteriomente, os futuros professores precisam adquirir conhecimentos necessários para o ensino, como os propostos por Ball, Thames, Phelps (2008). Isso lhes daria mais elementos para agir adequadamente nas situações profissionais. Em busca de entender os procedimentos didáticos das participantes, procuraremos investigar também seu conhecimento profissonal.

Ball e seu grupo sugerem um modelo multidimensional de domínio do conhecimento matemático, que consideram importante para a realização da atividade docente. Apresentam um esquema, aqui reproduzido na Figura 1, no qual categorizam os conhecimentos necessários para o ensino.

Figura 1 - Modelo multidimensional de domínio do conhecimento matemático



Fonte: Adaptado de Ball, Thames & Phelps (2008).

Parece importante discorrer brevemente sobre cada um desses domínios do conhecimento apontados na Figura 1.

Ball, Thames & Phelps (2008, p.399) relatam que o conhecimento do conteúdo comum – o conhecimento de certo conteúdo mobilizado para a resolução de determinada situação – pode ser usado por qualquer pessoa, não necessariamente um professor. Para a atividade profissional do professor isso é fundamental, mas não é o único conhecimento necessário para o ensino, pois, além dele, os profissionais devem ter condições de detectar possíveis erros (ou acertos) dos alunos e/ou de livros-textos e de compreender a natureza de tais erros e/ou acertos do ponto de vista tanto da matemática como pedagógico (ou do ensino).

O conhecimento especializado do conteúdo, segundo Ball, Thames & Phelps (2008, p.400), é destinado exclusivamente a quem ensina Matemática, ou seja, é necessário aos docentes e aos futuros professores, para exercerem seu ofício, pois extrapola o "conhecimento comum do conteúdo". Em sua ação profissional os professores precisam identificar as estratégias de resolução usadas pelos estudantes, perceber as mais – ou menos – privilegiadas por eles e compreender sua natureza, do ponto de vista da matemática. De acordo com esses pesquisadores, isso possibilitará realizar intervenção de maneira adequada.

Já o conhecimento horizontal do conteúdo, afirmam Ball, Thames & Phelps (2008, p. 403), implica o conhecimento do currículo de forma holística e suas potenciais articulações e está vinculado à identificação e ao reconhecimento, pelo professor, das relações existentes entre os conteúdos matemáticos. Isso é de vital importância para o professor, uma vez que possibilita a ele explorar as mais variadas potencialidades dos conteúdos a serem ensinados.

No modelo proposto pelo grupo de Ball consta ainda o conhecimento de conteúdo e de alunos, que apresenta as relações entre os alunos, os professores e o saber matemático. Ele se diferencia do conhecimento comum do conteúdo e do conhecimento especializado do conteúdo, pois, além de resolverem a atividade, os professores e futuros professores diagnosticam os erros, do ponto de vista pedagógico – do ensino da matemática –, e avaliam sua natureza.

Ball e seus colaboradores apontam ainda o conhecimento de conteúdo e de ensino, que está associado à compreensão de conteúdos específicos de Matemática, aliados à compreensão dos contextos pedagógicos: inicia-se na seleção de materiais e recursos pedagógicos, passa pela intervenção que o professor realiza em aula e finaliza no *feedback* feito pelo professor na avaliação.

Já o conhecimento curricular do conteúdo refere-se à compreensão dos pressupostos dos programas escolares e dos conteúdos que permeiam a trajetória escolar dos estudantes. Para o conteúdo de proporções e raciocínio proporcional, cabe ao futuro professor saber quais as etapas de ensino, quais as possibilidades de utilização de materiais e como é possível explorá-los de acordo com a respectiva série escolar de seu aluno.

3 Procedimentos Metodológicos

Para esta pesquisa, em particular, selecionamos uma situação de valor omisso, a qual, em um primeiro momento, deveria ser resolvida pelas participantes e, depois, analisada na perspectiva da atividade profissional para identificar as estratégias de resolução apresentadas por alunos fictícios. Para elaborar essa segunda questão, tomamos como referência resultados de pesquisas e elaboramos alguns questionamentos. Nossa finalidade inicial foi analisar as estratégias das futuras professoras ao resolverem a primeira

8 La manera en la que los estudiantes para profesor 'veían' las tareas matemáticas determina en qué medida consideran que estas tareas proporcionan oportunidades efectivas para aprender un contenido matemático relevante para sus alunos (Llinares, 2013, p. 124).

situação e, no segundo momento, buscamos perceber seu olhar profissional sobre o pensamento matemático de alunos fictícios.

A esse respeito, Llinares (2013, p. 128) afirma que a formação inicial precisa prever o desenvolvimento da competência – *"mirada profesional"*[9] sobre o ensino – como problematização da prática docente de quem lecionará matemática. O autor considera necessário preparar o futuro professor não somente para orientar a discussão matemática durante as aulas, mas também para analisar o pensamento matemático dos seus alunos para sua tomada de decisão.

Procuramos identificar suas competências relacionadas a esse "olhar profissional" e identificar suas propostas de intervenção para as situações apresentadas. Inicialmente solicitamos que a resolução fosse feita individualmente; entretanto, em alguns casos, orientamos as alunas toda vez que isso foi solicitado ou quando sentíamos que a estudante poderia ampliar sua reflexão. Em alguns desses casos (poucos), outras participantes também intervieram. Além disso, procuramos investigar como o conteúdo foi visto pelas "estudantes para professora"[10].

As participantes desta investigação frequentavam um curso de Pedagogia e cursavam a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática e Ciências. Foi feito o convite para participação nas atividades e todas aceitaram prontamente. Durante o período de, aproximadamente, uma hora desenvolvemos as atividades. Fizemos a coleta de dados por meio de um questionário de caráter diagnóstico e, para a análise dos resultados, utilizamos a produção escrita das futuras professoras e os registros das reações e das impressões das participantes.

Escolhemos investigar a mesma situação, embora com questionamentos diferentes: no primeiro momento, que denominamos S1, as participantes resolveriam a situação; e, na segunda, que nomeamos S2, analisariam a resolução de alunos fictícios.

3.1 Uma Situação de Valor Omisso Sob Dois Olhares: o Conhecimento e o Olhar Profissional para o Ensino

Escolhemos um problema de *valor omisso* por ser esse tipo de situação referenciado nos programas curriculares[11]; todavia, parece não ser frequente que tais situações sejam elaboradas por professores que lecionam Matemática para os anos iniciais, como revelam, por exemplo, investigações como as de Santos (2012) e Souza (2015).

A situação selecionada por nós para ser resolvida e analisada fornece três grandezas e solicita o valor da quarta. Optamos por um problema também utilizado por Almeida (2015), o qual envolvia a ideia de proporcionalidade, que torna difícil recorrer à taxa unitária.

Quadro 1 – Situação S1: Bombons de caramelos e de chocolate

Em uma caixa há 5 bombons de caramelo e 13 de chocolate. Uma outra caixa tem 100 bombons de caramelo. Quantos bombons de chocolate devemos colocar para que se tenha a mesma proporção da primeira?

Fonte: Almeida (2016, p.103).

Reafirmamos que, para elaborarmos a segunda situação, levamos em consideração o que Llinares (2015, p.7) discute: o processo de formação inicial para a docência pressupõe preparar os alunos para "olhar profissionalmente" para o ensino e para promover a aprendizagem da matemática. Dessa forma, utilizamos a mesma situação, em que as futuras professoras deveriam analisar as produções de quatro alunas fictícias – nomeadas no Quadro 2 e, em seguida, responder a quatro questionamentos sobre as estratégias apresentadas. Optamos pela resolução individual, para ser possível maior aproximação entre professor e alunas em situação de sala de aula.

Quadro 2 – Situação 2 (S2) - Tarefa profissional

Aluna	Resolução
Aline	$\frac{5}{13} = \frac{100}{x} = 5x \; 1300$ $x = \frac{1300}{5} = 260$
Bianca	100 |5 00 20 13 × 20 = 260
Cássia	5 caramelos 13 chocolates 18 bombons
Daiane	C CH 13 |5 2,6 2,6 x 100 = 260

Fonte: Os autores.

Esta situação foi acompanhada pelos questionamentos:

a) Qual(is) resposta(s) você acredita esteja(am) correta s)?

b) Identifique e analise as estratégias utilizadas pelas

9 *"Mirada profesional"* – expressão de Llinares que traduzimos como "olhar profissional".

10 Nomenclatura proposta por Llinares (2013) e que adotamos para nos referir às futuras professoras.

11 Este tipo de problema é citado nos PCN (Brasil,1998) como de comparação de razões, nele se propõe que o estudante encontre a constante de proporcionalidade. Os autores desse documento curricular afirmam que neste tipo de situação é comum que os estudantes desenvolvam procedimentos não convencionais de solução e resolvam o problema mesmo antes de aprender a utilizar procedimentos convencionais como a regra de três (Brasil, 1998, p.110).

alunas.

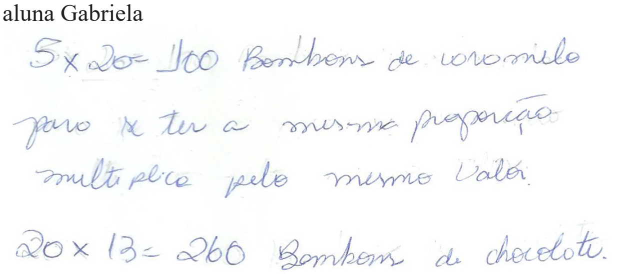
c) Em sua opinião, quais conhecimentos o professor precisa dominar em sala de aula para lecionar esse tema?

4 Resultados e Discussão

Para resolver a situação S1, as participantes hesitaram no início. O índice de acertos foi de 80%, ou seja, 24 futuras professoras resolveram com correção, e isso nos leva a concluir que, apesar das dificuldades iniciais, a maioria conseguiu estabelecer algum tipo de relação, embora certas estudantes tivessem precisado do auxílio de colegas e do professor-fomador para interpretar a situação.

Desse total de acertos, identificamos predominância da estratégia escalar[12] para resolver a situação: 58,33% das participantes a utilizaram. A Figura 2 expõe a resolução da aluna Gabriela.

Figura 2 - Resolução da situação (S1) pela estratégia escalar - aluna Gabriela



Fonte: Os autores.

É possível notar que Gabriela provavelmente dividiu mentalmente 100 bombons de caramelo da segunda caixa por 5 bombons de caramelo da primeira. Dessa forma, obteve o valor de 20 (constante de proporcionalidade da estratégia escalar), que seria a quantidade de vezes que os bombons de uma caixa aumentaram em relação à outra. Em seguida, a participante aplicou essa mesma constante de proporcionalidade na caixa com 13 bombons de chocolate e encontrou 260 bombons de chocolate da segunda caixa.

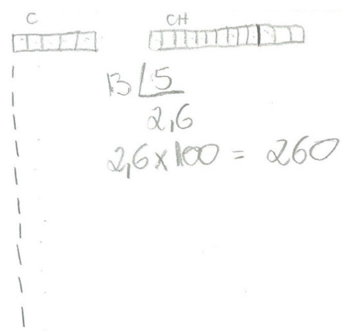
A maioria das futuras professoras resolveu essa situação por meio dessa estratégia, o que nos remete a estudos de Hart (1983) e Silvestre e Ponte (2009), que afirmam que tal forma de resolver situações como essa está presente no repertório das crianças, mas sua utilização está condicionada aos dados numéricos presentes na situação. No entanto, nem todas as participantes que utilizaram essa estratégia chegaram à resposta correta: pudemos notar equívocos na representação da razão: três participantes – Wellida, Pérola e Debora – representaram a razão 5/100 , mas, ao calcular o valor do quociente, dividiram 100 por 5 e compuseram a seguinte representação: 5/100 = 20.

A análise do ocorrido nos faz refletir sobre a importância de discutir outras situações como essa, com dados semelhantes e também com dados diferentes, para estimular e refletir acerca da realização desta e de outras estratégias de resolução. Com relação a outros tipos de dados, consideraremos estudos de Greer & Mangan (1984) e Vergnaud (1983, 2009). Vergnaud (2009, p.212) discute os resultados de suas investigações: "os números grandes ocasionam mais dificuldades que os números pequenos, os números decimais, mais dificuldades que os números inteiros." E acrescenta ainda: "[...] certos números impedem a utilização de certos procedimentos porque eles não se prestam a cálculos muito simples."

Ainda a esse respeito, esse mesmo autor e Greer e Mangan (1984), dentre outros, nos mostram que situações como essa, que utilizam números naturais, são consideradas "mais fáceis" do que as que envolvem números superiores a 1; e essas últimas, mais bem-sucedidas que as que contêm decimais inferiores a 1. Assim, para o futuro professor é importante que ele observe, além da classe de situações – no nosso caso, situação envolvendo valor omisso – e do grau de complexidade do cálculo no interior de uma mesma categoria, a complexidade do cálculo, o que também levaremos em conta durante o curso realizado na formação inicial.

A segunda estratégia mais referenciada foi a funcional. Seis particitantes – 25% do total de acertos – a utilizaram. Podemos ver a resolução da aluna Fernanda na Figura 3.

Figura 3 – Resolução da situação (S1) pela estratégia funcional - aluna Fernanda



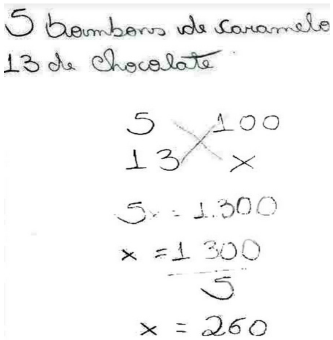
Fonte: Os autores.

Analisando a estratégia, percebemos que ela dividiu 13 bombons de caramelo da segunda caixa por 5 bombons de chocolate da primeira. Notamos, na figura anterior, que Fernanda chegou ao valor de 2,6 (constante de proporcionalidade da estratégia funcional); em seguida, multiplicou 100 bombons de caramelo por 2,6. Com isso, obteve o valor de 260 bombons de chocolate. Ela representou as quantidades por meio de figuras que poderiam gerar uma comparação de medidas, mas não encontramos indícios de que ela tivesse feito essa comparação.

Já as estudantes que recorreram ao produto cruzado foram 16,67% (4 alunos) do total. Aurea se utilizou desta estratégia: inseriu as razões $\frac{5}{100}=\frac{13}{x}$ $\frac{5}{100}=\frac{13}{x}$ e, em seguida, multiplicou os valores dos extremos pelos meios e chegou ao resultado de 260, como ilustra a Figura 4, apresentada a seguir.

12 A estratégia escalar consiste em estabelecer comparação entre as razões bombons de caramelo e bombons de chocolate. Dessa forma, encontra-se a constante de proporcionalidade e utiliza-se na mesma ideia de relação, para encontrar o valor omisso.

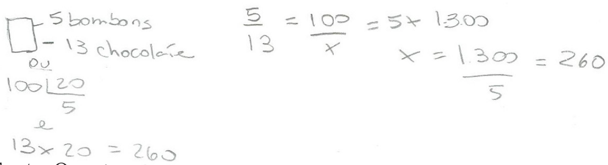
Figura 4 – Resolução da situação (S1) pela estratégia produto cruzado



Fonte: Os autores.

Analisando o ocorrido, observamos que a aluna utilizou os procedimentos de cálculo do produto cruzado, enquanto Mariana, cuja resolução está na Figura 5, usou duas estratégias: além do produto cruzado, a estratégia escalar. O produto cruzado foi utilizado posteriormente para ratificar sua resolução, pois informou ao professor-pesquisador que se lembrava das duas formas de fazer a situação e decidiu resolver das duas maneiras:

Figura 5 – Resolução da situação (S1) pela estratégia produto cruzado - aluna Mariana

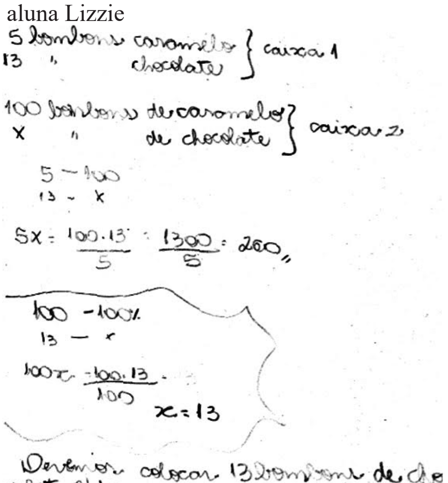


Fonte: Os autores.

Ao ser questionada, a aluna informou que havia aprendido a resolver esse tipo de problema por meio do produto cruzado na escola; e a segunda estratégia, com uma colega de curso. Ela afirma ainda que, embora fizesse os cálculos daquela forma (produto cruzado), não entendia muito bem o conceito, "apenas realizava as contas".

Outra estudante que tentou utilizar a estratégia do produto cruzado foi Lizzie, no entanto, a análise do seu protocolo revelou certa confusão.

Figura 6 – Resolução da situação (S1) pela estratégia produto cruzado - aluna Lizzie



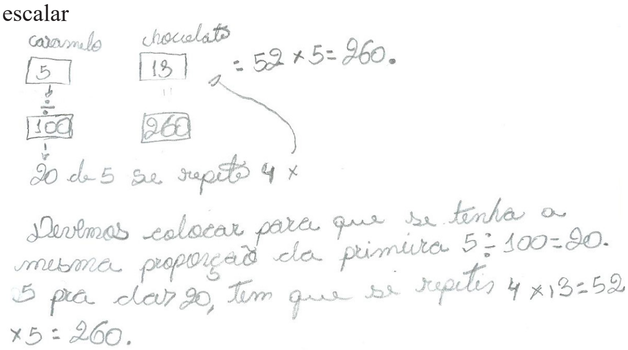
Fonte: Os autores.

A análise mostra que a aluna Lizzie fez corretamente a resolução, todavia não demonstra compreensão dos pressupostos que embasam o produto cruzado, visto que, na parte inferior de seu protocolo, Lizzie calcula a porcentagem de forma equivocada, estabelecendo relações entre grandezas diferentes: procura achar a relação entre 13 bombons de caramelo em um total de 100 bombons de chocolate. Quando questionada, a aluna relatou que tentou confirmar seu primeiro cálculo, uma vez que não tinha certeza de sua correção. Dessa forma, ela utilizou outra proporção e procurou calcular a porcentagem com a finalidade de comparar os resultados. Porém, ao encontrar valores diferentes, não conseguiu analisá-los e optar por uma ou outra resolução.

Os procedimentos e os resultados nessas situações estão em consonância com os resultados encontrados nos estudos de Lamon (2005), Lesh, Post, & Behr (1988) e de Silvestre e Ponte (2009). Eles observaram que a resolução de situações envolvendo a ideia de proporcionalidade por meio dessa estratégia – produto cruzado – nem sempre garante a total compreensão. O uso exclusivo desse procedimento pode ocorrer sem a compreensão das ideias relacionadas à proporcionalidade envolvida no esquema. Ao questionar Lizzie, verificamos que ela não obteve êxito completo na situação proposta por ter utilizado uma única estratégia – a que ela conhecia. Essa constatação indica que uma formação inicial que favoreça a vivência de outras ideias que permeiam o raciocínio proporcional poderá auxilar Lizzie e outros futuros professores a compreender tais conceitos.

A quarta estratégia – a ideia de escalar – foi usada por duas participantes, isto é, 8,33% do total, que dividiram 100 bombons de caramelo da segunda caixa por 5 bombons de caramelo da primeira e, por meio da estratégia escalar, chegaram ao constante de proporcionalidade 20, registrando que seriam 20 caixas contendo 5 bombons de caramelo. Para calcular a proporção, Raquel decompôs 20 em 4 vezes 5, indicando que o "5 se repete 4x". Em seguida calculou mentalmente o quádruplo de 13 e multiplicou por cinco, conforme podemos notar na Figura 7.

Figura 7 – Resolução da situação (S1) pela estratégia produto escalar



Fonte: Os autores.

Mesmo considerando que Raquel registrou os dados como se fosse resolver a situação por meio de produto cruzado, ela aproveitou a separação das duas grandezas para analisá-las em separado e, em seguida, compará-las.

Quanto aos erros apresentados, outras seis alunas não tiveram sucesso nesta atividade (S1), que representa 20% do total; duas delas usaram estratégias aditivas incorretas e duas, estratégias não identificadas. A Figura 8 aponta a resolução da aluna Marta, que usou a adição dos dados apresentados na situação.

Figura 8 – Resolução da situação (S1) pela estratégia aditiva

5 caramelos
13 chocolates
18 Bombons

Devemos colocar 13 de chocolates, para que se tenha a mesma proporção da primeira.

Fonte: Os autores.

Marta adicionou os 5 bombons de caramelos aos 13 de chocolate e encontrou o número 18, que afirmou ser o resultado. E, nem mesmo quando questionamos se a relação estava correta, os alunos que realizaram a situação (S1) mudaram de ideia. A Figura 9 ilustra a resolução da estudante Sabrina.

Figura 9 – Resolução da situação (S1) pela estratégia não identificada

Caixa 1
Bombons
Caramelo: 5
Chocolate: 13
Caixa 2
Caramelo: 100
Chocolate: 0

Para ficar com a mesma quantidade de bombons de chocolate que a primeira, deve-se acrescentar 13

Fonte: Os autores.

Perguntamos: *"O que vocês fizeram?"*, e elas relataram; *"Acrescemos treze bombons"*. Neste momento perguntamos as futuras professoras sobre o resultado apresentado e obtivemos como resposta que era só acrescentar, totalizando 113. Esta estratégia é a que Lamon (2005) e Tourniaire e Pulos (1985) categorizaram como *building-up*. Para Lamon (2005, p. 76), essa estratégia, bastante elementar, que consiste em estabelecer uma relação dentro de uma proporção e estendê-la à segunda razão por adição, é utilizada por crianças "... muito antes de terem consciência da representação simbólica de uma proporção".

A outra situação, S2, criada para verificar a análise que as participantes fariam em situações profissionais com base nas ideias de Llinares (2013, 2015) e Ball, Thames e Phelps (2008), buscou apresentar resoluções utilizando-se de diferentes estratégias. Cabe salientar que as participantes resolveram a situação em uma sessão, e a análise da resolução de alunos fictícios foi realizada em outra sessão, sem que nós discutíssemos a temática.

Nesta segunda situação (S2), 26 alunas, ou seja, aproximadamente 86,67%, responderam todos os quatro itens da questão, o que nos indica o interesse das participantes em apresentar uma resposta. Esta questão, reiteramos, tinha o propósito de analisar a habilidade de olhar profissionalmente para o ensino da proporcionalidade. A seguir exporemos as análises dos itens da situação S2.

Primeiramente, cabia às alunas responder a seguinte questão: qual(is) resposta(s) você acredita está(ão) correta(s)? Do total de 30 alunas, uma, Elioete, não respondeu a nenhuma das quatro questões apresentadas na situação. Dentre as demais participantes, Angelita e Núbia não reconheceram a correção de três das quatro respostas, ou seja, elas entenderam que somente Cássia estivesse correta. Conjecturamos que as quatro estudantes não desenvolveram plenamente o raciocínio proporcional, ou seja, 13,33% das alunas não conseguiram resolver a situação nem identificar todas as resoluções corretas de problemas de proporcionalidade simples.

Percebemos ainda que algumas alunas se identificaram com determinadas estratégias, possivelmente por serem as que se utilizam para resolver esse tipo de situação. Por exemplo, analisando o protocolo de Gabriela, pudemos perceber que ela considerou apenas a resposta da aluna fictícia Bianca como correta, porém, na Figura 3 sua resolução apresentou estratégia similar à que atribuímos a Bianca.

Alessandra também considerou somente a resolução de Bianca como válida, conforme a Figura 10 revela para a situação S1.

Figura 10 – Resolução da situação S1 - aluna Alessandra

$\frac{100}{20} = 5$

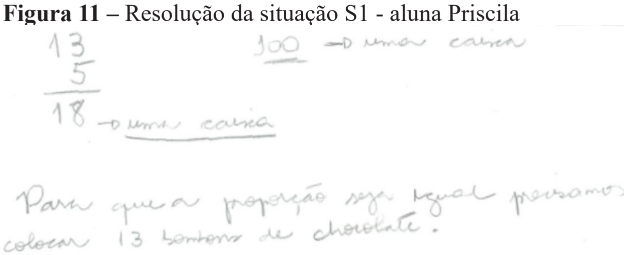
$20 \times 13 = 260$ chocolates

100 bombons de caramelo
260 bombons de chocolates

Fonte: Os autores.

Interessante notar ainda que essas duas participantes se identificaram com uma estratégia em especial, e isso nos leva a pensar que talvez tenham dificuldades no reconhecimento de outras. Essa afirmação se torna ainda mais evidente quando analisamos os protocolos da aluna Priscila, na primeira situação (S1): ela não conseguiu responder à questão corretamente, e provavelmente falte a ela o conhecimento comum do conteúdo proposto por Ball e seus seguidores, conforme podemos observar na Figura 11.

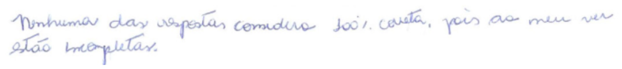
Figura 11 – Resolução da situação S1 - aluna Priscila


13
5
18 → uma caixa
100 → uma caixa
Para que a proporção seja igual precisamos colocar 13 bombons de chocolate.

Fonte: Os autores.

Ao comparar essa resolução com a da tarefa profissional (S2) – Figura 12 –, fica claro que a aluna não tem domínio de análise de tarefas profissionais (Llinares, 2015), visto que não conseguiu reconhecer nenhuma estratégia como válida, como deixa ver sua resposta a seguir.

Figura 12 – Descrição da análise apresentada na situação S2 - aluna Priscila

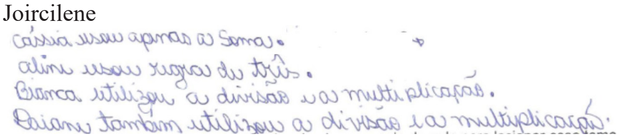

Nenhuma das respostas considero 100% certa, pois ao meu ver estão incompletas.

Fonte: Os autores.

Em nossa visão, a aluna Priscila possui lacunas relativas ao conhecimento comum do raciocínio proporcional, o que, possivelmente, compromete igualmente os conhecimentos pedagógicos e curriculares desse conteúdo. Por sua produção, podemos notar que essa estudante para professora apresenta certas dificuldades para "olhar profissionalmente o pensamento matemático de alunos fictícios" em decorrência das limitações que apresenta no conhecimento do conteúdo.

Nessa primeira tarefa, como já relatamos, 26 das 30 participantes descreveram estratégias de resolução. A maioria delas reconheceu o procedimento produzido por Aline, usando o termo regra de três. Na Figura 13 exemplificamos que as alunas, no geral, se referiam mais à operação do que à estratégia.

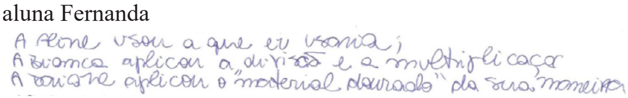
Figura 13 – Produção apresentada na situação S2 - aluna Joircilene


Cássia usou apenas a Soma.
Aline usou regra de três.
Bianca utilizou a divisão e a multiplicação.
Daiane também utilizou a divisão e a multiplicação.

Fonte: Os autores.

Provavelmente, isso se deve ao fato de ser essa a estratégia mais utilizada pela maioria das participantes na resolução de S1, o que pode ser percebido na resposta da aluna Fernanda: "Ela usaria a mesma que eu usaria". A futura professora, nessa produção – aqui reproduzida na Figura 14 –, referiu-se a sua estratégia de resolução para a S2.

Figura 14 – Descrição da análise apresentada na situação S2 - aluna Fernanda


A Aline usou a que eu usaria;
A Bianca aplicou a divisão e a multiplicação
A Daiane aplicou o "material dourado" da sua maneira

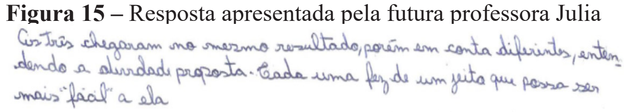
Fonte: Os autores.

A maioria das participantes apresentou como certas as respostas das alunas fictícias Aline, Bianca e Daiane. Isso nos leva a crer que possuam o conhecimento comum do conteúdo, como descrito por Ball, Thames e Phelps (2008). Na situação S2, relacionaríamos o olhar profissional aos conhecimentos necessários ao seu ensino. Assim, concordamos com Llinares (2013, 2015) que o conhecimento comum do conteúdo é primordial para que o futuro professor analise as produções de seus alunos.

A segunda proposta apresentada solicitava a identificação e a análise das estratégias utilizadas por alunos fictícios. Pudemos notar, pelas respostas analisadas, que as estudantes tentaram descrever, de alguma forma, as resoluções apresentadas. No entanto, duas alunas deixaram a questão em branco: Eliane e Elioete. Eliane respondeu corretamente S1, mas não conseguiu descrever as estratégias de resolução. Já Elioete, como mencionamos, não respondeu a nenhuma questão.

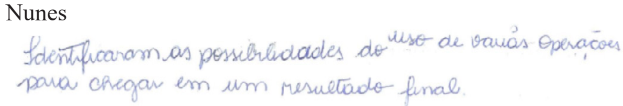
Nas respostas preenchidas, cinco participantes (Raquel, Fabiana Nunes, Núbia, Wellida e Angelita) não aprofundaram suas justificativas. A seguir expomos, nas Figuras 15 e 16, duas soluções que evidenciam tais afirmações.

Figura 15 – Resposta apresentada pela futura professora Julia


As três chegaram no mesmo resultado, porém em conta diferentes, entendendo a atividade proposta. Cada uma fez de um jeito que possa ser mais "fácil" a ela

Fonte: Os autores.

Figura 16 – Resposta apresentada pela futura professora Fabiana Nunes


Identificaram as possibilidades do uso de várias operações para chegar em um resultado final.

Fonte: Os autores.

Pelas produções é possível conjecturar que as participantes focam sua análise na descrição das operações. Consideramos, ao analisar o percentual das respostas em branco e as respostas anteriores, que parte das futuras professoras demonstra dificuldades em analisar diferentes estratégias utilizadas por alunos fictícios. Isso realça haver limitações do olhar profissional dessas participantes para a resolução de alunos. Ademais, analisando o ocorrido na situação S2, fica evidente que as futuras professoras não tinham desenvolvido plenamente o que Ball, Thames, & Phelps (2008) chamam de domínio do conhecimento especializado do conteúdo. Em nossa visão, se uma estudante para professora tem limitações relativas ao conhecimento do conteúdo[13], provavelmente terá, igualmente, dificuldades em reconhecer, do ponto de vista da matemática, a natureza das estratégias de resolução utilizadas (conhecimento especializado do conteúdo). Portanto, tais conhecimentos são fundamentais para um olhar profissional mais apurado e para a obtenção da chamada da competência docente apresentada por Llinares e seu grupo (2013, 2015),

13 Conhecimento comum do conteúdo - Ball, Thames, & Phelps (2008)

visto que faz parte das atribuições do professor verificar a correção e os caminhos escolhidos pelos alunos para resolver o que lhe foi proposto.

Além disso, não podemos afirmar com clareza que as demais participantes, que conseguiram identificar mais do que uma forma de resolução, possuam esse olhar profissional. Existem outras habilidades e conhecimentos em jogo, que conduzem a essa competência docente.

Na terceira questão: “Quais conhecimentos o professor precisa dominar em sala de aula para lecionar esse tema?” nenhuma resposta indicou raciocínio proporcional, 11 futuras professoras citaram conceitos específicos do conteúdo, como: multiplicação, divisão e fração, e dessas, 3 citaram proporção. Detectamos também que 18 indicaram ser necessário dominar conceitos pedagógicos do conteúdo, mas não citaram quais conteúdos estão relacionados a essa questão.

Para desenvolver o que LLinares denomina olhar profissional, é necessário dominar e estabelecer relações entre as diferentes categorias de conhecimentos profissionais descritas por Ball, Thames, & Phelps (2008). Consideramos, portanto, fundamental promover, durante a formação inicial, vivências que favoreçam às futuras professoras discutir e refletir sobre a necessidade de articular diferentes estratégias de resolução nos processos de ensino e aprendizagem de números racionais.

Ao analisarmos as produções escritas apresentadas pelas estudantes, verificamos que uma delas – Elioete – não respondeu a essa proposta e que as demais descreveram apenas as operações como conhecimentos necessários ao professor para ensinar o conteúdo.

E, finalizando, 26 das 30 estudantes responderam à quarta proposição: “Se tiver alguma resolução incorreta, identifique o erro e como você auxiliaria seu aluno a compreender esse conteúdo matemático”. Delas, 22 apontaram a resolução de Cássia como incorreta e as das quatro restantes, corretas. As outras 4 participantes não apontaram a resolução de Cássia como incorreta, e Raquel parece ter se equivocado quando apresentou o nome Bianca, pois sua análise é da resolução de Cássia. A Figura 17 traz essa análise:

Figura 17 – Análise da quarta proposta – Raquel

A conta que está incorreta, é a da Bianca. ela soma 5 bombons de caramelo com 13 bombons de chocolate, e esqueceu de somar o outro 100 bombons que a informação deu e assim chegar no resultado que se pede. Como um auxiliar deveria mostrar a menina o que se pede na atividade, e mostrar as diversas formas de chegar ao resultado para então tenta-la alunos no que não entendeu.

Fonte: Os autores.

Ao proceder à análise da argumentação da futura professora, notamos que ela descreve a resolução de Cássia, porém faz referência à necessidade de adicionar também os 100 bombons (*building up*). Quanto às sugestões para o ensino, ela propôs sugestões metodológicas mais gerais.

Priscila também apresentou análise incorreta: informou que todas as resoluções estavam incompletas. Já prevíamos tais dificuldades nessa proposta, que requer, dentre outros, os conhecimentos do conteúdo, dos estudantes e do ensino. Ademais, a estudante aponta que auxiliaria seus alunos por meio releitura e reinterpretação da questão. A Figura 18 expõe a resposta de Priscila.

Figura 18 – Resposta à quarta proposta – Priscila

Acredito que todas as respostas estão incompletas e não incorretas, eu auxiliaria meus alunos a repensarem, lerem a pergunta novamente afim de elaborar uma melhor resposta.

Fonte: Os autores.

Já havíamos detectado limitações do conhecimento comum do conteúdo na primeira questão que Priscila resolveu, e isso talvez tenha dificultado sua análise. Aqui temos uma evidência de que a limitação do conhecimento do conteúdo pode interferir igualmente na obtenção da habilidade de olhar profissionalmente para as estratégias de seus alunos.

Nossa observação ainda permitiu ver que a estudante Viviane não descreveu qual a resolução incorreta e Núbia – cuja opinião está na Figura 19 – entendeu não ter havido resolução errada, embora tenha mencionado, na questão 1, que a produção de Cássia estava incorreta.

Figura 19 - Análise da quarta questão - Núbia

Acredito que não há resolução incorreta, pois cada aluno tem uma interpretação, ler o problema com o aluno e tentar resolve-lo.

Fonte: Os autores.

Nossa análise revelou ainda que apenas 5 das 22 futuras professoras que detectaram a resolução de Cássia como a errada não descreveram de que forma a ajudariam a compreender esse conteúdo. As demais – 17 participantes – descreveram alguma forma de auxiliar as alunas fictícias. A maior parte delas citou, sobretudo, aspectos pedagógicos, como é possível visualizar no protocolo da aluna Débora, na Figura 20.

Figura 20 – Resolução da quarta proposta - Débora

A resolução incorreta é de Cássia, porque a criança somou somente as quantidades de bombons, e uma maneira de auxiliar essa aluna é a utilização de associações do seu cotidiano com a finalidade de auxiliá-la a evoluir na aprendizagem.

Fonte: Os autores

Outras futuras professoras citaram conteúdos matemáticos: proporcionalidade, multiplicação e divisão, conforme notamos na Figura 21, no seu protocolo de Fabiana Eirado.

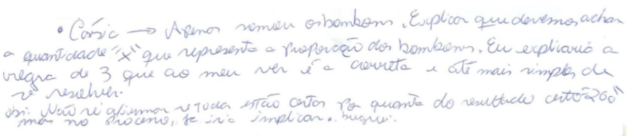
Figura 21 – Análise da quarta questão - Fabiana Eirado

A ALTERNATIVA INCORRETA É A DA ALUNA CÁSSIA ELA NÃO ENTENDEU A SITUAÇÃO PROBLEMA E REALIZOU UMA OPERAÇÃO DE ADIÇÃO. PARA COMPREENDER O RACIOCÍNIO DA PROPORCIONALIDADE, TEMOS QUE FORTALECER O CONTEÚDO DA DIVISÃO E MULTIPLICAÇÃO.

Fonte: Os autores

E, enfim, três participantes relataram que ajudariam os alunos que erraram a questão por meio da regra de três, como deixa ver a Figura 22, que traz a resposta apresentada por Aurea.

Figura 22 – Resposta da quarta questão - Aurea



Fonte: Os autores

Assim, essa análise permite afirmar que tal ação se deve ao fato de as futuras professoras terem se utilizado da estratégia do produto cruzado (regra de três) como forma de resolução de situações, por exemplo, S1, e como conhecimento para auxiliar suas alunas.

5 Conclusão

Nosso propósito com este estudo foi identificar a relação entre o olhar profissional do estudante de pedagogia e as estratégias por ele utilizada para resolver uma situação de valor omisso.

As respostas apresentadas pelo grupo de futuras professoras indicaram que 80% delas resolvem corretamente a situação de valor omisso apresentada – S1. Temos um resultado considerado, de certa forma, satisfatório – afinal, trata-se de uma investigação de caráter diagnóstico, com o propósito de analisar os conhecimentos profissionais prévios de futuras pedagogas, antes de participarem de uma formação com foco na temática raciocínio proporcional. Todavia, é preciso ressaltar que, fundamentados em Greer e Mangan (1984) e Vergnaud (1983, 2009), os números escolhidos podem ter influenciado esse índice de acertos, uma vez que todos os números eram inteiros.

Ainda nessa situação – S1 – identificamos que a estratégia escalar (58,33%) foi a mais usada pelas estudantes, ou seja, elas privilegiaram essa estratégia em detrimento de outras. Pudemos notar que 25% das alunas optaram pela estratégia funcional e que 16,67% aplicaram a regra de três. Dessa forma, seu raciocínio é restrito, até este momento, pois as participantes se limitaram a usar certas estratégias em detrimento de outras. Quanto a esse resultado, apoiados em Oliveira (2009), Post, Behr, & Lesh (1995) e Silvestre & Ponte (2009), podemos supor que a forma como o problema foi apresentado e os números escolhidos possam ter influenciado na predominância das estratégias de resolução das futuras professoras.

As produções apresentadas e a observação do ocorrido em sala nos levaram a concluir que o ambiente colaborativo favoreceu a ampliação do índice de acertos, pois foi possível conversar com as colegas.

Ficou claro neste estudo que seis alunas – o que equivale a 20% do total de participantes – não dominam a categoria chamada "conhecimento comum do conteúdo" descrita por Ball e seu grupo (2008). Analisando esse resultado sob o ponto de vista desses autores, a ausência de domínio desse conteúdo específico – resolução de situações envolvendo a ideia de valor omisso – implicaria na falta de domínio de outros conhecimentos para o seu ensino, como, por exemplo, a competência profissional, o olhar profissional para o ensino desse tipo de situação, como defendem Llinares (2013, 2015). O conhecimento matemático do racicínio proporcional é essencial para outras atividades no desenvolvimento dessa competência profissional.

Para tanto, entendemos que se faz necessário um processo de formação inicial que considere, além da discussão acerca do ensino de conteúdo, o desenvolvimento de diversas estratégias de resolução e o trabalho que estimule o olhar profissional para o desenvolvimento da competência docente proposta por Salvador Llinares.

Nossa proposta corrobora o que afirma Lamon (2005, p. 100) é importante que os professores incentivem seus alunos para o desenvolvimento do raciocínio proporcional e o uso de diferentes estratégias, só que, para isso, é preciso que os futuros professores vivenciem situações similares às que encontrarão em sala.

Para finalizar, é importante ressaltar que os resultados aqui destacados retratam o domínio desse grupo investigado sobre uma situação de valor omisso com números inteiros, no estágio inicial da nossa investigação. Tais resultados colocam em evidência a necessidade de que, durante o desenvolvimento do curso, se discutam com essas futuras pedagogas questões concernentes ao tema raciocínio proporcional; às dificuldades experimentadas pelos alunos tanto dos anos iniciais como dos demais segmentos; e ao olhar profissional para o ensino. Procuraremos também ampliar os conhecimentos do conteúdo, os pedagógicos e os conhecimentos curriculares relativos ao raciocínio profissional.

Dessa forma, procuraremos desenvolver um curso que priorize as reflexões compartilhadas sobre diferentes categorias de situações que envolvem o raciocínio proporcional, por meio de diferentes abordagens metodológicas, por acreditarmos que, assim, esse grupo poderá (re)significar seus conhecimentos e seu olhar profissional para o ensino desse tema.

Referências

Almeida, R. N. (2015). *Professores de matemática em início de carreira*: contribuições do Pibid. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo).

Araujo, A. M. (2003). *A passagem da 4.ª para 5.ª série:* o que pensam professores dessas séries sobre os conteúdos essenciais de Matemática. (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná).

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *J Teacher Educ*, 59(5), p. 389-407, 2008.

Brasil. Ministério da Educação. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Brasil. Ministério da Educação. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais.* Brasília: MEC/SEF8.

Cramer, K., Post, T., Behr, M. (1989). Interpreting proportional relationships. *Mathematics Teacher,* 82(6), p. 445-452.

Greer, B., Mangan, C. (1984). Understanding multiplication and division. In T. Carpenter, J. Moser, *Proceedings of the Wisconsin meeting of the PME-NA*. (pp. 27-32). Madison: University of Wisconsin.

Hart, K. (1983). I know what I believe; Do I believe what I know? J Res Mathem Educ, (14), p. 119-125.

Lamon, S. (1993). Ratio and proportions: Children's cognitive and metacognitive processes. In T. Carpenter, E. Fennema, T. Romberg, *Rational numbers: An integration of research.* (pp.131-156). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Lamon, S. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding:* Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. Proportional reasoning. In Hiebert, J., & Behr, *Number concepts and operations in the middle grades*. (pp.93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics

Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar em Revista* (50), p. 117-133.

Llinares, S. (2015). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente el aprendizaje de las matemáticas": algunas características en la formación inicial de profesores de matemáticas. In B., D' Amore, M. I, Fandiño Pinilha, *Didática de la matemática, una mirada internacional, empírica y teórica.* (pp.271-285). Colombia: Universidad de La Sabana.

NÜRNBERG, J. (2008). *Tabuada: significados e sentidos produzidos pelos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.* (Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Santa Catarina).

Oliveira, I. A. F. G. (2009). Proporcionalidade: estratégias utilizadas na resolução de problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. *Bolema*, *22(34), p. 57-80*.

Post, R. T., Behr, J. M., & Lesh, R. (1995). A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In A. F., Coxford., & A. P. Shulte, *As ideias da Álgebra*. (pp. 89-103). São Paulo: Atual..

Rodrigues, I. C. (2006). *Resolução de problemas em aulas de Matemática para alunos de 1.ª a 4.ª série do Ensino Fundamental e a atuação dos professores.* (Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo).

Santos, A. (2012). *Processos de formação colaborativa com foco no Campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes.* (Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo).

Silvestre, A., & Ponte, J. P. (2009). Resolução de problemas de valor omisso: análise das estratégias dos alunos. In *Encontro de Investigação em Educação*, 19., 2009, Vila Real. *Actas...* Vila Real.

Souza, E. I. R. (2015). *Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.* (Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Santa Catarina).

Tourniaire, F. & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educ Studies Mathem, 16(2), p. 181-204.*

Vergnaud, G. (1983). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berna: Peter Lang.

Vergnaud, G. (2009). A *criança, a matemática e a realidade*: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: UFPR.