

CONOCIMIENTO DE LA ESTADÍSTICA Y LOS ESTUDIANTES EN FUTUROS PROFESORES: UN ESTUDIO EXPLORATORIO

Pedro Arteaga¹

Universidad de Granada

Carmen Batanero²

Universidad de Granada

María M. Gea³

Universidad de Granada

J. Miguel Contreras⁴

Universidad de Granada

RESUMEM

El objetivo de este trabajo fue evaluar el conocimiento de la estadística y los estudiantes, que una muestra de 108 futuros profesores de Educación Primaria, pone en juego al analizar una unidad didáctica basada en un proyecto de análisis de datos. Para ello se proporcionó a los participantes la guía de análisis de la idoneidad cognitiva y afectiva propuesta por Godino (2009). El análisis cualitativo de las respuestas permitió definir unos niveles de aplicación de los distintos descriptores propuestos, mostrando los participantes mayor competencia para analizar la idoneidad cognitiva que la afectiva. Se concluye con la necesidad de mejorar el conocimiento de estadística y los estudiantes en los futuros profesores.

Palabras-clave: Conocimiento del Contenido de Estadística y los Estudiantes. Idoneidad Cognitiva. Idoneidad Afectiva. Formación de Profesores.

ABSTRACT

This work intend to analyze the knowledge of statistics and students in a sample of 108 pre-service primary school teachers when analyzing a teaching unit based on a

¹parteaga@ugr.es

²batanero@ugr.es

³mmgea@ugr.es

⁴jmcontreras@ugr.es

statistical project. We provide the participants with the guide to analyze the cognitive and affective suitability proposed by Godino (2009). The qualitative analysis of responses served to define levels in the application of the different descriptors with better performance as regards cognitive suitability than affective suitability. We conclude the need to improve the knowledge of statistics and students in prospective school teachers.

Keywords: Teachers' knowledge of Statistical Content and Students. Cognitive Suitability. Emotional Suitability. Teacher Education.

INTRODUCCIÓN

Hoy día es constante la presencia de la estadística en nuestra sociedad, donde se reconoce su utilidad como una herramienta metodológica que permite analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar estudios y experimentos y tomar decisiones adecuadas en situaciones de incertidumbre. El reconocimiento de esta utilidad por las autoridades educativas ha llevado a incorporar la enseñanza de la estadística, en forma generalizada en todos los niveles educativos.

Diferentes directrices curriculares (por ejemplo, NCTM, 2000; MEC 2006; ACARA, 2010; CAMPOS; CAZORLA; KATAOKA, 2011) proponen introducir ideas elementales de estadística desde el comienzo de la Educación Primaria. En el caso de España, y en este nivel educativo, se ha propuesto un bloque temático denominado *Tratamiento de la información, azar y probabilidad* en el currículo de Matemáticas. Para el primer ciclo de la Educación Primaria (niños de 6 y 7 años) se sugieren las técnicas elementales para la recogida de datos, los gráficos estadísticos, e introducción al lenguaje del azar. Se continúan estos contenidos en segundo ciclo (8-9 años), incluyendo las tablas de datos y de doble entrada. En tercer ciclo (10-11 años) se amplía el trabajo con gráficos, resaltando la importancia de analizarlos críticamente. Se introduce la media aritmética, moda y rango, y la estimación de la probabilidad de un suceso.

En los currículos citados, así como en el proyecto GAISE (FRANKLIN *et al.* 2007) se propone adicionalmente una metodología de enseñanza basada en el trabajo con proyectos, mediante los cuales se proporciona a los estudiantes oportunidad para experimentar el ciclo completo de trabajo estadístico. Para ello los estudiantes deben diseñar investigaciones, formulando preguntas de investigación, recoger datos que permitan responder estas preguntas, analizarlos y obtener algunas conclusiones o predicciones sobre las preguntas iniciales, que estén apoyadas en los resultados del análisis de los datos. La finalidad sería desarrollar el sentido estadístico de los estudiantes, que incluye el conocimiento, razonamiento y actitudes sobre esta materia (BATANERO; CONTRERAS; DÍAZ; ROA, 2013).

Una condición para asegurar que estas propuestas curriculares para la Educación Primaria se desarrollen adecuadamente es la formación de los profesores de esta etapa educativa, algunos de los cuáles podrían tener carencias formativas o sentirse inseguros al enseñar el tema (PIERCE; CHICK, 2011). La razón es que pocas Facultades de Educación proponen un curso completo de estadística y menos aún un curso completo de didáctica de la estadística en sus programas de formación de estos profesores.

La formación adecuada del profesor para enseñar matemáticas preocupa a nivel internacional y, como consecuencia, numerosos investigadores han tratado de conceptualizar la naturaleza del conocimiento profesional del profesor de matemática y describir sus componentes (véase, por ejemplo las síntesis de LLINARES; KRAINER, 2006; HILL; SLEEP; LEWIS; BALL, 2007; WOOD, 2008; EVEN; BALL, 2009; o DAWSON; JAWORSKI; WOOD, 2013).

Respecto a los trabajos centrados en la descripción o evaluación del conocimiento del profesor para enseñar estadística, destacamos los de Batanero, Godino y Roa (2004); Sorto (2004), Burgess (2006) y Pinto (2010). Sin embargo, la investigación relacionada ha sido escasa, hasta el reciente estudio organizado por la International Commission on Mathematical Instruction - ICMI y la International Association for Statistical Education - IASE (BATANERO; BURRILL; READING, 2011) que contribuyó a sintetizar la investigación disponible y propuso una extensa agenda de investigación que, progresivamente, está atrayendo a diferentes investigadores.

Uno de los puntos propuestos en dicha agenda, es la evaluación de los conocimientos de los profesores en formación sobre un tema específico de estadística o sobre componentes particulares de su conocimiento. Para responder a la necesidad planteada en este punto, en este trabajo presentamos un estudio de evaluación exploratorio de los conocimientos sobre la estadística elemental y los estudiantes que una muestra de 108 futuros profesores de Educación Primaria ponen en juego al analizar una experiencia de enseñanza de la estadística, basada en el trabajo con proyectos y experimentada por ellos mismos. El *conocimiento del contenido (en este caso estadística elemental) y los estudiantes* es uno de los componentes del modelo que Hill, Ball y Schilling (2008) proponen para analizar el conocimiento del profesor de matemáticas, que se describe en la siguiente sección.

El propósito es complementar nuestros trabajos anteriores (ARTEAGA; BATANERO; CAÑADAS, 2011) y ofrecer información de utilidad para los formadores de profesores. A continuación presentamos los fundamentos del estudio, se describe su metodología y se presentan los resultados.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Partimos del modelo del *Conocimiento Matemático para la Enseñanza* (MKT) (HILL; SCHILLING; BALL, 2004; BALL, 2005; BALL; THAMES; PHELPS, 2005; HILL *et al.*, 2007; HILL; BALL; SCHILLING, 2008). Los autores lo describen como “el conocimiento matemático que los profesores usan en sus clases para producir instrucción y crecimiento en los estudiantes” (HILL; BALL; SCHILLING, 2008, p.347) y lo caracterizan mediante componentes relacionadas con el conocimiento del contenido matemático o con el conocimiento didáctico del contenido. El conocimiento del contenido matemático está desglosado en tres subdivisiones:

- El *conocimiento común del contenido* (CCK), sería el conocimiento del tema que tiene cualquier estudiante o persona educada; es decir, el necesario por cualquier persona para resolver problemas de naturaleza matemática.
- El *conocimiento especializado del contenido* (SCK): es específico del profesor, que lo aplica para proponer tareas matemáticas en un tema particular y articularlas dentro de la enseñanza (BALL; THAMES; PHELPS, 2005). Incluye, por ejemplo, “la capacidad para analizar errores y evaluar ideas alternativas, dar explicaciones matemáticas y usar representaciones matemáticas, y ser explícito acerca del lenguaje y práctica matemática” (BALL, 2005, p.14).
- El *conocimiento en el horizonte matemático* se refiere a aspectos más avanzados que aportan perspectivas al profesor; tiene en cuenta aquellos componentes del tema, no incluidos en el currículo, por ejemplo, sobre la estructura de la disciplina, pero que son útiles para la enseñanza y proporcionan una comprensión más profunda del tema.

Por otro lado, el conocimiento didáctico del contenido está desglosado en tres componentes:

- El *conocimiento del contenido y los estudiantes* (KCS) es utilizado por el profesor para enseñar un contenido particular a estudiantes dados: “es el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden este contenido particular, [...] así como las dificultades y concepciones erróneas que podrían tener en el proceso” (HILL; BALL; SCHILLING, 2008, p.375). Este será el componente analizado en este trabajo.
- El *conocimiento del contenido y la enseñanza* (KCT), combina conocimiento con respecto a la enseñanza y conocimiento matemático. Es el conocimiento sobre procesos adecuados para enseñar y evaluar un tema teniendo en cuenta aspectos como elección de ejemplos, ventajas y desventajas de utilizar una u otra representación (BALL; THAMES; PHELPS, 2005).
- El *conocimiento del currículo* se refiere a las características del currículo en los diferentes ciclos formativos y le permite al profesor articular sus temas con los de otras asignaturas o áreas de la matemática (HILL; BALL; SCHILLING, 2008).

Este modelo ha sido adaptado por diversos investigadores para ser utilizado en investigaciones particulares. Para este trabajo, nosotros tomamos la interpretación ampliada de Godino (2009), que tienen en cuenta seis dimensiones: epistemológica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica, en el conocimiento del profesor de matemáticas. Cada una de estas dimensiones indica el conocimiento que permite al profesor analizar adecuadamente los correspondientes componentes de la *idoneidad didáctica* de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en relación a unos estudiantes y un contexto particular.

El concepto de *idoneidad didáctica*, junto con sus diferentes componentes e indicadores fue introducido por Godino, Contreras y Font (2006) como una guía de análisis que permite evaluar y mejorar la enseñanza de las matemáticas, pasando de una didáctica descriptiva a otra normativa. Incluye los siguientes componentes (GODINO, 2011):

- *Idoneidad epistémica*: Se trata de ver si un proceso de enseñanza refleja adecuadamente el contenido matemático que se pretende enseñar, o bien es incompleto o sesgado. Es decir, si existe una representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos) en el proceso de estudio, respecto

de un significado de referencia, que puede venir dado, por ejemplo, por las directrices curriculares. No se reduce a los componentes conceptual y procedimental considerados en otros marcos teóricos, sino tienen en cuenta asimismo los campos de problemas abordados, el lenguaje y la argumentación.

- *Idoneidad cognitiva*: Valora el grado en que los contenidos matemáticos pretendidos/ implementados son asequibles a los estudiantes a los que se dirigen, y también hasta qué punto se ha producido el aprendizaje pretendidos por el profesor. Godino (2009) indica que la idoneidad cognitiva de un proceso de estudio implica que los contenidos trabajados se encuentran en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes (en el sentido de VYGOTSKI, 1934).
- *Idoneidad afectiva*: Cualquier actividad propuesta a los estudiantes implica no sólo unos conocimientos puestos en juego, sino que moviliza algunas creencias, valores o actitudes en estos estudiantes que sin duda influyen en su aprendizaje y en la aplicación futura de lo aprendido. La idoneidad afectiva analiza si se ha conseguido el interés y motivación del alumnado a lo largo del proceso de estudio, tanto por el tema en sí mismo, como por realizar las actividades propuestas.
- *Idoneidad interaccional*: Grado en que la organización de la enseñanza permite identificar conflictos y dificultades en el aprendizaje y resolverlos durante el proceso de instrucción. También, de acuerdo a principios constructivistas, se analiza la existencia de momentos en el proceso de estudio en que se apoye la autonomía y responsabilidad del estudiante.
- *Idoneidad mediacional*: Disponibilidad y adecuación de los recursos necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos recursos pueden incluir la tecnología, materiales manipulativos, textos, tiempo dedicado al estudio, etc.
- *Idoneidad ecológica*: Se estudia si el proceso de estudio llevado a cabo es adecuado con respecto a los currículos oficiales, y el proyecto educativo. También la forma en que se relaciona con otros temas matemáticos o extra matemáticos y si permite introducir innovaciones educativas.

Godino (2009, 2011) desarrolla con más detalle estos distintos componentes de la idoneidad didáctica y propone una guía de indicadores como instrumento de

evaluación y formación de los profesores. Para ello se pediría a los profesores que analizaran algunos de los componentes de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio de un contenido matemático observado en un aula o bien previamente experimentado por ellos mismos. De acuerdo a Godino, el análisis de la idoneidad epistémica por parte de los profesores permite al formador o al investigador valorar su conocimiento del contenido; el análisis de las idoneidades cognitiva y afectiva sirve para evaluar su conocimiento del contenido y el estudiante; el de la idoneidad interaccional y mediacional y ecológica, su conocimiento del currículo. Además, como consecuencia de esta actividad de análisis, se desarrolla el componente correspondiente del conocimiento del profesor.

En este trabajo nos proponemos evaluar el conocimiento del contenido y los estudiantes en una muestra de futuros profesores. Para ello, siguiendo la propuesta de Godino (2009, 2011) les pedimos valorar la idoneidad cognitiva y afectiva de un proceso de estudio que previamente han experimentado ellos mismos. En lo que sigue se expone el método y resultados obtenidos.

MÉTODO

La muestra estuvo formada por 108 futuros profesores de Educación Primaria de la Universidad de Granada, España, distribuidos en 3 grupos de clase (30 - 40 sujetos por grupo). Los datos se tomaron a partir de los informes individuales escritos que estos futuros profesores realizaron, como parte de una actividad práctica en una asignatura de didáctica de la matemática. La actividad se llevó a cabo en dos sesiones de dos horas de duración cada una y separadas por un intervalo de una semana. En la primera sesión los participantes trabajaron en parejas para resolver el proyecto estadístico propuesto en el proceso de estudio. En la segunda, los participantes analizan la idoneidad afectiva y cognitiva del proceso de estudio vivido en la primera sesión, utilizando una guía de análisis (GODINO, 2009; 2011) proporcionada por el formador. Los protocolos escritos producidos por los participantes individualmente en la segunda sesión son los que se analizan en este trabajo. A continuación se describe con más detalle el método seguido.

Sesión 1: Proceso de estudio de la estadística a través de un proyecto

Como se ha indicado, la primera sesión consistió en un proceso de estudio de la estadística, en el cuál los participantes resolvieron un proyecto de análisis de datos, en que trabajaron los contenidos elementales de estadística recogidos en el currículo de Educación Primaria: aleatoriedad, probabilidad simple, datos, recogida y representación gráfica, media, mediana, moda y rango. También se ejercitaron en la comparación de distribuciones utilizando las medidas de tendencia central y dispersión citadas. La sesión comenzó por una pregunta de investigación planteada por el formador, que motiva la recogida y análisis de datos tomados en la clase por los mismos sujetos participantes; estos debían responder la pregunta basándose en los resultados del análisis de los datos y producir un informe escrito con sus conclusiones. La secuencia de actividades fue la siguiente:

- *Presentación del proyecto y realización del experimento:* El formador de profesores propuso a los estudiantes realizar un experimento para estudiar si el conjunto de estudiantes de la clase (los participantes) tenían o no buenas intuiciones sobre el azar. El experimento constó de dos partes: En la primera cada participante tuvo que inventar y escribir una secuencia de 20 lanzamientos de una moneda sin realmente lanzar dicha moneda, de tal modo que otra persona pudiera pensar que se trataba de una secuencia aleatoria (secuencia simulada). En la segunda parte (secuencia real) los participantes anotaron los resultados de lanzar 20 veces una moneda.
- *Recogida de datos:* Finalizado el experimento, el formador de profesores inició un debate pidiendo a los participantes sugerencias para comparar las secuencias simuladas y reales generadas en el experimento en el total del grupo. Se acordó comparar las siguientes variables estadísticas: número de caras, número de rachas y longitud de la racha mayor en las secuencias real y simulada. Cada estudiante anotó los valores de estas seis variables en su propio experimento en una hoja de registro proporcionada por el profesor.
- *Análisis de los datos:* El formador proporcionó a cada participante una copia de la hoja de registro con los datos obtenidos por el conjunto de la clase para las variables descritas en el punto anterior y les pidió analizarlas como tarea para la

siguiente semana. Los futuros profesores tuvieron que realizar un informe escrito con los resultados del análisis de los tres pares de variables estadísticas (número de caras, número de rachas y longitud de la racha más larga en las secuencias real y simulada de cada estudiante). Tuvieron libertad para el análisis de los datos; la mayoría realizaron tablas de frecuencia y diversos tipos de gráfico, como diagramas de barras o de líneas; la mayoría calculó también la media, moda y rango de cada variable. Debían finalizar el informe con una conclusión sobre la intuición de la aleatoriedad en el conjunto de estudiantes.

- *Conclusiones:* La conclusión que se dedujo del análisis de los datos fue que los estudiantes tuvieron muy buena intuición sobre el valor esperado en el número de caras, pues las secuencias simuladas por ellos tuvieron un número medio de caras cercano al valor teórico 10; en cambio su percepción de la variabilidad o del número de rachas fue mucho peor, ya que las secuencias eran poco variables y la longitud de las rachas muy cortas. Tanto el análisis como las conclusiones fueron presentadas y discutidas en la clase por los estudiantes hasta llegar a un consenso.

Sesión 2. Análisis de la idoneidad del proceso de estudio

En la segunda sesión, los participantes tuvieron que valorar la experiencia de enseñanza que ellos mismos vivieron durante el desarrollo del proyecto. Para ello se dio a los estudiantes una *pauta de análisis de la idoneidad didáctica* (GODINO, 2009, 2011), en la cual se sugieren una serie de descriptores para analizar y concluir sobre la idoneidad global del proceso. El concepto de idoneidad didáctica y el uso de la pauta habían sido estudiados por los participantes, como parte de la asignatura, usando ejemplos de aplicación de los diferentes descriptores a otros temas. Cada futuro profesor trabajó individualmente, entregando al finalizar la actividad un informe escrito con el análisis realizado y sus conclusiones sobre la idoneidad didáctica de la experiencia.

Tabla 1. Pauta de análisis de la idoneidad cognitiva de procesos de enseñanza y aprendizaje

Componentes	Descriptorios
Conocimientos previos	CP1. Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). CP2. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable para los estudiantes).
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	AC1. Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo para tener en cuenta la atención a la diversidad de estudiantes.
Aprendizaje	AP1. Los resultados de la evaluación indican que los estudiantes logran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidos.

En este trabajo resumimos la parte de los informes que se refiere a las idoneidades cognitiva y afectiva (ver componentes y descriptorios en las Tablas 1 y 2). Los participantes basaron su análisis en su experiencia personal al seguir el proceso de estudio de estadística consistente en la resolución del proyecto durante la Sesión 1 y a lo largo de la semana. Según Godino (2009), el análisis de estas dos componentes de la idoneidad didáctica por parte de profesores, les permite profundizar su *conocimiento del contenido y de los estudiantes* (en la terminología de BALL; LUBIENSKI; MEWBORN, 2001), ya que se han de reflexionar sobre los conocimientos previos de los estudiantes a los que va dirigida la enseñanza, así como las emociones, intereses y actitud de los mismos en relación al contenido particular, en este caso con respecto a la estadística elemental.

Tabla 2. Pauta de análisis de la idoneidad afectiva de procesos de enseñanza y aprendizaje

Componentes	Descriptorios
Intereses y necesidades	I1. Las tareas tienen interés para los estudiantes. I2. Se proponen actividades que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	ACT1. Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad. ACT2. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	E1. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. E2. Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Análisis de los datos

A partir de los informes entregados por los futuros profesores se analizaron los párrafos que hicieron referencia a cada uno de los descriptores y componentes de las idoneidades cognitiva y afectiva (Tablas 1 y 2). A cada uno de ellos se asignó un código que indica el nivel de análisis del futuro profesor de este descriptor. Se consideraron cuatro niveles:

0. No se hace referencia al descriptor. Se deja la respuesta en blanco, no habiendo comprendido el descriptor o no siendo capaz de aplicarlo en la situación propuesta.
1. El estudiante se limita a copiar literalmente o casi literalmente la descripción del descriptor como aparece en la pauta, sin vincularlo con el proceso didáctico analizado.
2. El estudiante aplica y hace referencia al descriptor, pero la aplicación es muy vaga y no refleja específicamente la situación particular de enseñanza que vivieron. Así, en el siguiente ejemplo, la alumna habla en general, sin especificar cuáles son los conocimientos aplicados en el proyecto que pueden resultar difíciles a los estudiantes: *“Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar pero no en su totalidad ya que algunos de ellos son muy complejos”* (EA, descriptor CP2). En otro ejemplo, el estudiante JM aplica de manera incompleta el descriptor, pues se centra únicamente en el lanzamiento de la moneda para obtener datos, aunque en el desarrollo del proyecto hay muchos momentos en los que se promueven debates y la participación del alumnado: *“Los estudiantes participan en el lanzamiento real de la moneda al aire”* (Estudiante JM, descriptor ACT1).
3. El estudiante hace referencia y aplica el descriptor relacionando los contenidos matemáticos trabajados por ellos mismos para resolver el proyecto a lo largo de la Sesión 1, como el siguiente ejemplo: *“Creo que para realizar la práctica, el estudiante debe tener unos conocimientos previos. Un ejemplo claro es la elaboración de gráficos estadísticos y el concepto de posición central y la dispersión. El cálculo de la media, mediana, moda y rango. Los conocimientos matemáticos necesarios para la realización de la práctica son de matemáticas de tercer ciclo de Educación Primaria”* (Estudiante EA; descriptores CP1 y CP2). En otro ejemplo, la futura profesora resalta la importancia de manejar contenidos estadísticos, como los gráficos, para la vida real: *“Podemos valorar la utilidad que*

tienen las matemáticas, en cuanto a este tema, para la vida cotidiana y profesional, porque es útil saber manejar datos, gráficos” (DB, descriptor I2).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez descritos los distintos niveles de aplicación de los descriptores, mostramos los resultados obtenidos, en primer lugar respecto a la idoneidad cognitiva y en segundo respecto a la afectiva. Ambas tienen relación con el conocimiento del contenido en relación con los estudiantes, en la terminología de Ball, Lubienski y Mewborn (2001),

Idoneidad Cognitiva

Sobre este componente de la idoneidad didáctica se entregó a los estudiantes los descriptores que aparecen en la Tabla 1, pidiéndoles que los valoraran en la situación analizada. El análisis de la idoneidad cognitiva del proyecto requiere de los futuros profesores valorar los conocimientos previos de los estudiantes a los que va dirigido el proyecto, la dificultad potencial de los nuevos conocimientos que se trabajan en el proyecto, la existencia de actividades de ampliación y refuerzo para atender a la diversidad de estudiantes y la evaluación del aprendizaje construidos por los estudiantes durante un proceso de estudio (GODINO, 2009).

Estos componentes y sus descriptores se analizan a continuación, junto con algunos ejemplos de respuestas en que los participantes los aplican a diferentes niveles.

Conocimientos previos y pretendidos

CP1. Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). Al analizar este descriptor se espera que el futuro profesor reconozca que, para trabajar el proyecto planteado en la Sesión 1, sólo se requiere conocer las tablas y gráficos estadísticos elementales o bien incluso simplemente calcular la moda,

media y rango. Todos estos conocimientos los poseen los estudiantes desde la escuela primaria, por lo cual, en los últimos años de primaria, secundaria o formación de maestros se podría trabajar con este proyecto, realizando las adaptaciones oportunas dependiendo del nivel al que estuviese dirigido. Un ejemplo donde se aplica el descriptor a nivel 3 es el siguiente; pues CC indica la importancia de considerar si el estudiante tiene o no los conocimientos previos necesarios para el desarrollo de la tarea, indicando que el profesor trata de valorarlos en la primera sesión.

Tienen que tener en cuenta los conocimientos de conteo, y las operaciones elementales aprendidas. Esto dependerá de cada estudiante. De todas formas, el tema de aleatoriedad será de las primeras veces que lo tratan y hará falta tratarlo con delicadeza y explicando todos los conceptos nuevos. En la primera actividad el profesor se da cuenta de qué conocimientos tienen, ya que formula preguntas sobre el tema que a continuación se van a abordar (CC, descriptor CP1).

CP2. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable para los estudiantes. Respecto a este descriptor, se espera que el futuro profesor señale que es posible alcanzar los contenidos pretendidos, ya que el proyecto es adecuado para estudiantes de últimos cursos de Educación Primaria, Educación Secundaria o formación de maestros; por ello, los contenidos necesarios en la realización del proyecto los estudiantes deberían poseerlos desde últimos cursos de Primaria. Más concretamente, en el desarrollo del proyecto se trató de trabajar los siguientes contenidos: Tratamiento de la información, aleatoriedad, experimentos y sucesos aleatorios, frecuencias, tablas, gráficos, medidas de posición central y dispersión.

En el siguiente ejemplo, la alumna aplica el descriptor a nivel 2 pues no hace referencia a contenidos específicos o a un nivel educativo dado. Su argumento puede ser válido si se refiere a estudiantes de Educación Primaria pero los contenidos citados no deberían ser un problema, cuando se trata de futuros profesores.

Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar pero no en su totalidad ya que algunos de ellos son muy complejos para poder ser alcanzados por niños de esa edad (EA, descriptor CP2).

En este otro ejemplo el estudiante EA aplica a nivel 3 estudiando conjuntamente los descriptores CP1 y CP2. Consideramos que su explicación es bastante completa,

ya que hace referencia explícita a conocimientos previos que deberían poseer los estudiantes para la correcta realización del proyecto y destaca que dichos conocimientos previos los deberían poseer estudiantes de tercer ciclo de Educación Primaria. Además basándose en la información proveniente de los documentos curriculares para la Educación Primaria (MEC, 2006), resalta que los contenidos pretendidos que se explicitan en la unidad didáctica pueden ser alcanzados en últimos cursos de Educación Primaria, teniendo estos, una “dificultad manejable”.

Creo que para realizar la práctica, el estudiante, debe tener unos conocimientos previos, ya que, se deben utilizar fórmulas y definiciones muy concretas que debe saber. Un ejemplo claro es la elaboración de gráficos estadísticos y el concepto de posición central y dispersión. El cálculo de la media, mediana, moda y rango. Los conocimientos necesarios para la realización de la práctica son de matemáticas de tercer ciclo de Educación Primaria. Los contenidos pretendidos deben de ser fácilmente accesibles para estudiantes de tercer ciclo, como bien nos explica el decreto de enseñanzas mínimas en Educación Primaria. Se puede decir que tiene una dificultad manejable (Estudiante EA, descriptores CP1 y CP2).

Atención a la diversidad

AC1. *Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo para tener en cuenta la atención a la diversidad de estudiantes.* Se espera que el futuro profesor, en su análisis, identifique las actividades de ampliación optativas que se incluyeron en el proyecto trabajado en la Sesión 1. En este sentido algunos participantes opinaron que las actividades eran insuficientes; otros consideran que la actividad propuesta es suficiente e idónea, mostrando esto la diversidad de opiniones que pueden aparecer ante una misma actividad de aprendizaje y enseñanza de la estadística.

Un ejemplo de respuestas en que el futuro profesor aplica este descriptor a nivel 2 se muestra a continuación. JMG considera que, una vez realizado el experimento y recogidos los datos (sobre las secuencias reales y simuladas), las actividades de realización de gráficos serían de ampliación. Este participante no comprende que los cálculos y gráficos realizados con estos datos son necesarios para comparar las distribuciones de distintas variables estadísticas, es decir, no se trata de actividades de ampliación, sino parte del proyecto.

Las actividades de ampliación han sido la realización de gráficos con los valores de las secuencias (Estudiante JMG, descriptor AC1).

Por el contrario, MEV, aplica el descriptor en un sentido más adecuado (nivel 3), observando la existencia de actividades de ampliación y refuerzo a lo largo de la unidad didáctica.

En esta unidad didáctica si se incluyen actividades de ampliación y refuerzo; para ello se ha dejado un apartado en la página 6, exclusivamente dedicado a actividades de ampliación y refuerzo. También tiene un apartado dedicado a las dificultades y errores previsibles, los que creo que son necesarios para complementar la información que tenemos de los estudiantes sobre la comprensión del tema de la unidad (MEV, descriptor AC1).

Evaluación del aprendizaje

AP1. Los resultados de la evaluación indican que los estudiantes logran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidos. En la primera parte de la segunda sesión se dedicó media hora a discutir las soluciones aportadas al proyecto por parte de los participantes en el informe escrito realizado en la primera sesión. Además, el formador de profesores dispuso de dichos informes escritos para evaluar individualmente a cada participante. Por tanto, se esperaba que los futuros profesores, al analizar este descriptor reconozcan que se hizo una evaluación y también personalmente reconozcan el aprendizaje que tuvieron como consecuencia de la realización del proyecto.

Consideramos que este descriptor se aplica a nivel 2 cuando el futuro profesor lo aplica, pero no se centra en los aprendizajes o en las tareas de evaluación, como ocurre en el siguiente ejemplo, donde el participante sólo tiene en cuenta el desarrollo de la primera sesión, pero no los informes escritos que permitirán a la formadora evaluar el aprendizaje de cada participante y no da su opinión sobre si este aprendizaje se alcanza o no:

No se hace una evaluación como tal, la profesora va anotando datos de los estudiantes durante la secuencia de actividades que le dará unas calificaciones de cada uno según su actitud y resolución ante la propuesta (Estudiante JA, descriptor AP1).

A nivel 3 el estudiante aplica el descriptor, destacando las correcciones llevadas a cabo por el formador de profesores durante el desarrollo de la práctica o comentando los métodos de evaluación propuestos, o bien realizando sugerencias de cambio de dichos métodos con el fin de fomentar un mejor aprendizaje por parte de los

estudiantes. Por ejemplo, la alumna MEF, comenta los instrumentos de evaluación propuestos en la unidad didáctica, proponiendo una mayor observación individualizada de los estudiantes.

En la práctica se han utilizado varios instrumentos de evaluación. Creo que los ejercicios realizados están bien pero yo lo ampliaría con varios ejercicios más, o si hubiese sido posible, hubiera observado a cada uno de los estudiantes, independientemente de poner o no ejercicios de evaluación, para completar la información que tenemos de los estudiantes sobre la comprensión del tema de la unidad” (MEF, descriptor AP1).

Síntesis de la evaluación de la idoneidad cognitiva

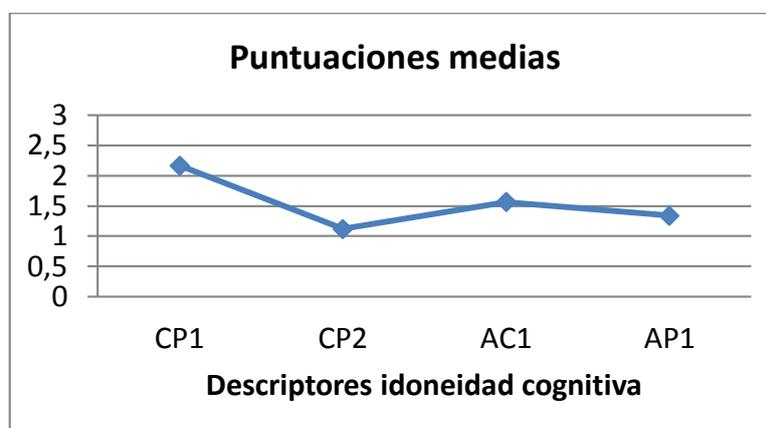
La mayoría de los participantes aplicaron los descriptores teniendo en cuenta la experiencia suya personal durante la Sesión 1, es decir, valoraron sus conocimientos previos y si el proyecto era adecuado para ellos como futuros profesores de Educación Primaria. En algunos casos, los participantes analizaron el proyecto considerando su aplicación en un aula de primaria, valorando si se adecuaba a las características cognitivas de estudiantes de Educación Primaria. Ambos casos son válidos para el objetivo de la práctica que era la adquisición de competencias para evaluar la idoneidad del proceso.

En la Tabla 3 se muestra la frecuencia de aplicación de los niveles en cada uno de los descriptores de la idoneidad cognitiva. El descriptor CP1 (conocimientos previos necesarios) fue el más fácil de aplicar, ya que un 81,48% de los futuros profesores lo aplican al menos a nivel 2. Pocos participantes aplican los descriptores CP2; si los contenidos pretendidos parecen alcanzables, AP1; si los resultados de la evaluación indica que se alcanzan; probablemente debido a que les resultó difícil relacionar dichos descriptores con la situación particular de enseñanza. En el descriptor AC1 que trataba valorar las adaptaciones a la diversidad, la mayoría de los participantes lo aplica a nivel 3, es decir, los futuros profesores valoraron adecuadamente las actividades de ampliación y refuerzo de la unidad didáctica.

Tabla 3. Frecuencia (porcentaje) de nivel de aplicación de descriptores de la idoneidad cognitiva

Aplicación del descriptor	CP1	CP2	AC1	AP1
Nivel 0	6(5,56)	54(50,00)	30 (27,78)	44 (40,74)
Nivel 1	14(12,96)	11(10,19)	22 (20,37)	10 (9,26)
Nivel 2	44(40,74)	19(17,59)	21 (19,44)	27 (25,00)
Nivel 3	44(40,74)	24(22,22)	35 (32,41)	27 (25,00)

Al estudiar la puntuación media obtenida para cada uno de los descriptores (Figura 1), destaca el nivel de aplicación del descriptor CP1 (2,17), que fue el más fácil de aplicar, debido a que los futuros profesores tuvieron más facilidad de reconocer los conocimientos previos necesarios al elaborar el proyecto, que el aprendizaje conseguido, debido a los problemas y dificultades que ellos mismos tuvieron en su resolución. La puntuación del resto de descriptores se sitúa entre 1 y 1,5, debido al alto porcentaje de estudiantes que no aplican dichos descriptores (CP2, AC1 y AP1).

Figura 1. Puntuaciones medias en los descriptores de la idoneidad cognitiva

Idoneidad Afectiva

Según Godino (2009) la idoneidad afectiva “está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como factores que dependen básicamente del alumnado y de su historia escolar previa” (GODINO, 2009, p.24). Al analizarla, los futuros profesores han de tener en cuenta el grado de implicación, interés y motivación que ellos mismos tuvieron con relación al desarrollo del proyecto estadístico. Se propusieron descriptores relacionados con el interés de la actividad para los estudiantes, las actitudes positivas que se promueven mediante el trabajo con el

proyecto y las posibles emociones que suscita; A continuación se analizan, junto con algunos ejemplos.

Interés para el estudiante

I1. Las tareas tienen interés para los estudiantes. Se esperaba que los futuros profesores se implicasen en la dinámica de la realización del proyecto y se sintiesen interesados en esta forma de trabajar la estadística. Se esperaba también que los futuros profesores aprecien que los proyectos aumentan la motivación de los estudiantes (HOLMES, 1997), puesto que los datos surgen de un problema relevante para ellos, les pueden dotar de significado y los resultados estadísticos tienen que ser interpretados y relacionados con la realidad. Por otro lado, el tema del proyecto, y la constatación de sus intuiciones incorrectas respecto al azar, podría resultarles de interés.

En el ejemplo siguiente, se aplica el descriptor a nivel 2 pues PC se centra en aspectos anecdóticos, ya que relaciona la estadística con los intereses de los estudiantes y la vida cotidiana, pero lo hace en general y no en particular para el proyecto que realizaron. Por ello esta respuesta no puede ser considerada dentro del nivel siguiente, ya que es imprecisa.

Dado que la estadística está relacionada con hechos de la vida cotidiana provoca un mayor grado de interés por parte del estudiante (PC, descriptor I1).

I2. Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional. En relación con este descriptor los participantes podrían valorar la utilidad de la estadística a la hora de resolver un proyecto que puede ser considerado como una pequeña investigación (MCGILLIWRAY; PEREIRA-MENDOZA, 2011). Además se espera constaten que el análisis de datos y el trabajo con representaciones gráficas puede ser de gran utilidad para formar ciudadanos cultos estadísticamente (RIDGWAY; NICHOLSON; MCCUSKER, 2008).

La alumna DB aplica el descriptor a nivel 3, pues resalta que en determinados trabajos puede ser de gran utilidad los conocimientos trabajados con el proyecto. En particular destaca el trabajo con gráficos estadísticos como útil para la vida real.

Podemos valorar la utilidad que tiene las matemáticas, en cuanto a este tema, para la vida cotidiana y profesional ya que en un futuro para diversos trabajos se pedirán lo que hemos elaborado en la tabla. Los niños en el colegio, al realizar esa actividad se darán cuenta de la importancia que tiene en la vida real porque es útil saber manejar datos, gráficos (DB, descriptor I2).

Actitudes

ACT1. Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se trata de evaluar si el proyecto propuesto facilita la participación en diversas actividades a lo largo de su realización. Se espera que los futuros profesores comenten distintas fases del proyecto, como por ejemplo, la realización del experimento, el cual participaron todos los estudiantes de la clase. Además, después de la recogida de datos, cada uno tuvo que realizar un informe individual para responder a una pregunta, por lo que tuvieron que ser responsables en la realización de la tarea pues se les dio una semana para que entregasen sus resultados.

En el siguiente ejemplo, EA, aplica el descriptor ACT1 a nivel 2, pues lo hace de una manera muy imprecisa, ya que es verdad que los estudiantes participaron en el lanzamiento real de la moneda, pero no hace referencia en ningún momento a si el proyecto fomenta o no la participación de los estudiantes.

Los estudiantes participan en el lanzamiento real de la moneda al aire (EA, descriptor ACT1).

ACT2. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice. En la implementación del proyecto se hicieron varios debates, en los cuales todos pudieron dar su opinión, respetándose las opiniones y argumentos que se pusieron en juego. Por tanto la actividad tiene fases en las que claramente los estudiantes pueden argumentar sus ideas delante de todos sus compañeros. Un ejemplo de aplicación a nivel 3 es el siguiente:

Aquí se ven claramente que se promueve la participación en las actividades de todos los compañeros al hacer preguntas del tipo: ¿cuántas veces hay que lanzarla? ¿Es normal que me salgan 4 caras seguidas? ... se anima a los estudiantes a estar atentos de los compañeros. Vemos esta actitud participativa en la página 5 en el ejercicio 4, al hablar de comparar resultados con los de tus compañeros, analizar los datos, ayudar al profesor a recoger datos.

Se favorece, como no, la responsabilidad al hacer que el estudiante esté pendiente de su moneda, de que haga los lanzamientos pedidos, los anote correctamente y también al hacerlo reflexionar sobre las soluciones obtenidas se hace que el estudiante se haga preguntas sobre ellas, se responsabilice de lo que le ha salido y lo comprenda para poder explicarlo (Estudiante JM, descriptor ACP1).

Emociones

E1. Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. Los futuros profesores han de valorar si el proyecto anima a los estudiantes a trabajar y reconozcan que el trabajo con proyectos estadísticos y la realización de experimentos aleatorios en el aula es un vehículo para que los estudiantes superen su posible miedo a enfrentarse a problemas de estadística (STARKINGS, 1997).

En el siguiente ejemplo AG aplica este descriptor a nivel 3; pues destaca que el hecho de que los estudiantes realicen un proyecto para responder a una pregunta de investigación y recojan sus propios datos, resulta de interés para los estudiantes. Por ello despierta su autoestima, evitando el rechazo a trabajar temas de estadística, viendo la utilidad de esta. Estas posibilidades del trabajo con proyectos estadísticos ya han sido mostradas en trabajos previos (DÍAZ; ARTEAGA, 2008; DÍAZ; ARTEAGA; BATANERO, 2007).

Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas, ya que las actividades se hacen a través de la práctica del lanzamiento de la moneda, y de este modo los estudiantes ven lo que ocurre, es algo real, no abstracto y les llama la atención (AG, descriptor E1).

E2. Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas. Durante la realización de la actividad, los estudiantes realizaron un informe escrito, en el que realizaron gráficos para resolver el problema planteado. La mayoría de los estudiantes se esforzaron en la claridad y presentación estética de dichos gráficos, utilizando colores y otros elementos visuales para diferenciar las variables y resaltar sus características. Esperamos que los futuros profesores valoren que, por medio de esta actividad, no sólo se resaltan las cualidades estéticas de los gráficos, sino en general de las matemáticas. Respecto al tema de la precisión, aunque la probabilidad es la parte de la matemática que modeliza la incertidumbre, esperamos que también

los estudiantes lo reconozcan, así como que las cualidades de precisión y aproximación se complementan en las matemáticas.

En el siguiente ejemplo, sin embargo, la alumna TA aplica el descriptor a nivel 2, llegando a la conclusión que la actividad no resalta ni la estética ni la precisión de las matemáticas y además contrapone probabilidad con precisión.

No se resaltan cualidades de estética y precisión ya que la probabilidad no es precisa ni exacta y existen distintas combinaciones (TA, descriptor E2).

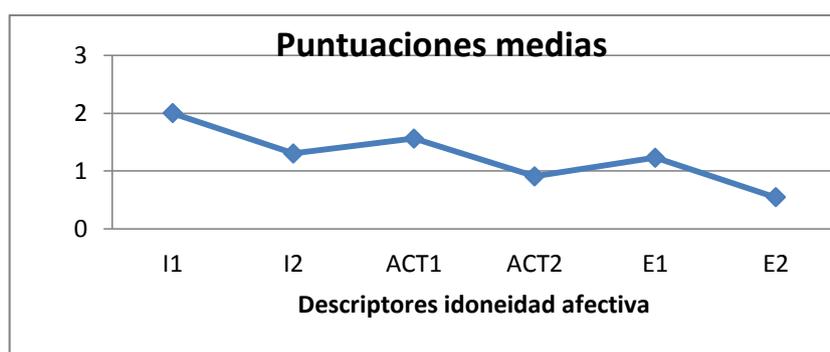
Síntesis de la evaluación de la idoneidad afectiva

En la Tabla 4 mostramos el porcentaje de futuros profesores que aplica los descriptores según los distintos niveles. El más sencillo de aplicar fue el descriptor I1 relacionado con el interés de los estudiantes, debido a que ellos mismos se interesaron mucho en el proyecto. El porcentaje de participantes que no aplica los descriptores crece mucho en los restantes descriptores, llegando al 58,33% en el descriptor ACT2 relacionado con las actitudes y un 69,44% en el descriptor E2 relacionado con las emociones y las cualidades estéticas de las matemáticas. El descriptor ACT1 tuvo un considerable porcentaje de aplicación a nivel 3 (35,19%), pues los futuros profesores valoraron positivamente el hecho que el proyecto contribuía a la responsabilidad y participación.

Tabla 4. Frecuencia (porcentaje) de nivel de aplicación de descriptores de la idoneidad afectiva

Aplicación del descriptor	I1	I2	ACT1	ACT2	E1	E2
Nivel 0	11(10,19)	40(37,04)	27(25,00)	63(58,33)	46(42,59)	75(69,44)
Nivel 1	27(25,00)	22(20,37)	31(28,70)	14(12,96)	17(15,74)	13(12,04)
Nivel 2	21(19,44)	19(17,59)	12(11,11)	9(8,33)	19(17,59)	14(12,96)
Nivel 3	49(45,37)	27(25,00)	38(35,19)	22(20,37)	26(24,07)	6(5,56)

Figura 2. Puntuación media en los descriptores de la idoneidad afectiva



En la Figura 2 se muestran los valores medios obtenidos por los futuros profesores de nuestra muestra al aplicar los distintos descriptores de la idoneidad afectiva. Observamos una variedad en los distintos niveles de aplicación, siendo el más fácil de aplicar el I1 (si el proyecto suscitaba el interés de los estudiantes) y el más difícil fue el E2 (cualidades estéticas y de precisión de las matemáticas en el caso particular del proyecto). La aplicación de los descriptores de la idoneidad afectiva resultó difícil a los futuros profesores, siendo el nivel promedio de aplicación menor de 2 en todos los descriptores salvo en el primero

CONCLUSIONES

En un estudio previo (ARTEAGA; BATANERO; CAÑADAS, 2011) se mostraban las dificultades que futuros profesores de Educación Primaria tenían al analizar la idoneidad epistémica de un determinado proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística, es decir que mostraban escaso conocimiento especializado de la estadística, que es necesario para la planificación de las clases por parte del profesor. En este nuevo estudio se complementa dicha información mostrando que aunque hay determinados descriptores que resultaron fáciles de aplicar, globalmente, los futuros profesores de nuestra muestra también tienen dificultades en evaluar las idoneidades cognitiva y afectiva, y por consecuencia muestran escaso conocimiento de la estadística y los estudiantes.

Estos resultados también complementan otras investigaciones previas, que muestran que el conocimiento común del contenido estadística es pobre en los futuros profesores de Educación Primaria (BRUNO; ESPINEL, 2005; ARTEAGA; BATANERO, 2010). Ello sin duda influye en nuestro caso en el escaso conocimiento del contenido y el estudiante mostrado por los participantes en nuestra investigación.

Como consecuencia de toda esta investigación, es evidente indican la necesidad de mejorar la formación de profesores de Educación Primaria, en lo que respecta a sus conocimientos para enseñar estadística; y en particular, con respecto al conocimiento previo sobre los estudiantes, es decir, cómo los estudiantes aprenden, las dificultades que tienen con un determinado contenido; así como sus actitudes,

intereses y emociones y el modo en que estos se relacionan con el trabajo con la estadística.

El reto de la preparación específica de los profesores para enseñar estadística fue reconocido por la International Comisión on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) que promovieron un Estudio Conjunto específicamente orientado a promover la investigación y reflexión a nivel internacional sobre la educación y desarrollo profesional del profesor para enseñar estadística (BATANERO; BURRILL; READING, 2011). Sus conclusiones señalan las carencias formativas, proponen diversas acciones para resolverlas e indican que sólo con una preparación suficiente será posible abordar con éxito la enseñanza de la estadística en la escuela.

Esperamos que dicho estudio, así como los resultados mostrados en este trabajo, ayuden a tomar conciencia de esta necesidad a todos los implicados en la formación de profesores: Escuelas de Formación del Profesorado, asociaciones de profesores y autoridades educativas. Creemos que es necesario también continuar con la investigación y reflexión didáctica para poder seguir construyendo la Educación Estadística y concretándola en cursos destinados a futuros profesores. Esperamos que este trabajo logre interesar a otros investigadores por esta problemática.

AGRADECIMIENTOS

Proyectos EDU2010-14947 (MCINN-FEDER) y EDU2013-41141-P (MEC), y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

REFERENCIAS

ACARA - Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority. **The Australian curriculum: Mathematics**. 2010. Disponible en: <http://www.australiancurriculum.edu.au/>.

ARTEAGA, P.; BATANERO, C. Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En: SIMPOSIO DE LAS SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 12. **Anais...** Lleida: SEIEM, 2010, p.211-221.

ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CAÑADAS, G. Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores en una tarea abierta. En: MARÍN, M. *et al.* (Ed.), **Investigación en Educación Matemática XV**. Ciudad Real: SEIEM, 2011, p.267-275.

BATANERO, C. *et al.* El sentido estadístico y su desarrollo. **Números**, v.83, p.7-18, 2013.

BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. **Teaching statistics in school mathematics. challenges for teaching and teacher education: a joint ICMI/IASE study**. New York: Springer, 2011.

BATANERO, C.; GODINO, J.D.; ROA, R. Training teachers to teach probability. **Journal of Statistics Education**, v.12, n.1, 2004. Disponible en: www.amstat.org/publications/jse/

BALL, D.L. **Mathematics teaching and learning to teach project**. En: AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION ANNUAL MEETING, Montreal. 2005. Disponible en: <http://www-personal.umich.edu/~dball/>

BALL, D.L.; LUBIENSKI, S.T.; MEWBORN, D.S. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En: RICHARDSON, V. (Ed.). **Handbook of research on teaching**. Washington: American Educational Research Association, 2001, p.433-456.

BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. **Articulating domains of mathematical knowledge for teaching**. 2005. Disponible en: www-personal.umich.edu/~dball/.

BRUNO, A.; ESPINEL, M.C. Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. **Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas**, v.7. p.57-85, 2005,

BURGESS, T. A framework for examining teacher knowledge as used in action while teaching statistics. En: PROCEEDINGS OF THE SEVENTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS. Salvador, Brazil: International Statistical Institute, 2006.

CAMPOS, T.; CAZORLA, I.; KATAOKA V. Statistics school curricula in Brazil. En: BATANERO, C; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.) **Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study**. New York: Springer, 2011, p.5-8.

DAWSON, A.J.; JAWORSKI, B.; WOOD, T. (Ed.). **Mathematics teacher education: critical international perspectives**. Routledge, 2013.

DIAZ, C.; ARTEAGA, P. *Developing general and data analysis competences through project work*. En: EUROPEAN CONGRESS OF METHODOLOGY, 3. Oviedo, 2008.

DÍAZ, C.; ARTEAGA, P.; BATANERO, C. Contribución del trabajo con proyectos estadísticos a la adquisición de competencias básicas. En: JORNADAS DE INVESTIGACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS. Granada: Sociedad Thales y Departamento de Didáctica de las Matemáticas, 2007.

EVEN, R.; BALL, D. **The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study**. New York: Springer, 2009.

FRANKLIN, C. *et al.* **Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a Pre-K-12 curriculum framework**. Alexandria: American Statistical Association. 2007.

GODINO, J.D. Categorías de análisis de conocimientos del profesor de matemáticas. **Unión**, v.20, p.13-31, 2009.

GODINO, J.D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En: CIAEM, 13. Recibe, 2011.

GODINO, J.D.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathematiques**, v.26, n.1, p.39-88, 2006.

HILL, H.C.; BALL, D.L.; SCHILLING, S.G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.39, p.372-400, 2008.

HILL, H.; SCHILLING, S.; BALL, D.L. Developing measures of teachers' mathematical knowledge for teaching. **Elementary School Journal**, v.105, n.1, p.11-30, 2004.

HILL, H.C. *et al.* Assessing teachers' mathematical knowledge. En: LESTER, F. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2007, p.111-155.

HOLMES, P. Assessing project work by external examiners. En: GAL, I.; GARFIELD, J.B. (Ed.). **The assesment challenge in statistics education**. Voorburg: IOS, 1997, p.153-164.

LLINARES, S.; KRAINER K. Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En: GUTIERREZ, A.; BOERO, P. (Ed.) **Handbook of research on the psychology of mathematics education**. Rotherdam: Sense Publishers, 2006, p.429-459.

MACGILLIVRAY, H.; PEREIRA MENDOZA, L. Teaching statistical thinking through investigative projects. En: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.) **Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study**. New York: Springer, 2011, p.109-120.

MEC. *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria, 2006.*

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

PIERCE. R.; CHICK, J. Teachers' beliefs about statistics education. En: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.) **Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study**. New York: Springer, 2011, p.151-162.

PINTO, J. **Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos**: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación. Tesis (Doctoral) - Universidad de Salamanca, 2010

RIDGWAY, J.; NICHOLSON, J.; MCCUSKER, S. Mapping new statistical Literacies and Illiteracies. *En: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICS EDUCATION*, 11. Monterrey, Mexico, 2008.

SORTO, M.A. **Prospective middle school teachers' knowledge about data analysis and its application to teaching**. Tesis (Doctoral) - Universidad del Estado de Michigan, 2004.

STARKINGS, S. Assessing students' projects. En: GAL, I.; GARFIELD, J.B. (Ed.). **The assesment challenge in statistics education**. Voorburg: IOS, 1997, p.139-152.

VYGOTSKI, L.S. **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**. Barcelona: Crítica-Grijalbo, 1934.

WOOD, T. (Ed.) **The international handbook of mathematics teacher education.**
Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

Submetido: Março de 2014

Aceito: julho de 2014