CONHECIMENTOS DE PROFESSORES PARA ENSINAR PROBABILIDADE NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ruy César Pietropaolo [1]
Universidade Anhanguera de São Paulo
Angélica da Fontoura Garcia Silva [2]
Universidade Anhanguera de São Paulo
Tânia Maria Mendonça Campos[3]
Universidade Anhanguera de São Paulo
José Ivanildo Felisberto de Carvalho[4]
Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO

Este artigo tem o propósito de apresentar um estudo cuja finalidade foi investigar os conhecimentos de um grupo de professores de Matemática para ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental e as concepções desses docentes sobre esse ensino. Esta investigação, que envolveu 23 professores da região metropolitana de São Paulo, precedeu uma formação continuada desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação – projeto de formação e pesquisa da UNIAN/Capes. Os dados foram obtidos por meio de questionários e entrevistas. Para a análise dos dados, relativamente aos conhecimentos que deveriam ser de domínio do professor, foram consideradas categorias discutidas por Shulman (1986). Em relação às concepções de professores sobre o ensino de probabilidade, adotou-se o significado de Concepção atribuído por Ponte (1992). As respostas dos professores revelaram certa inconsistência em relação ao domínio de conhecimentos de noções relativas à probabilidade. Quanto às concepções sobre o ensino desse tema, os docentes demonstraram certo ceticismo em relação à necessidade e inclusão da probabilidade nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental, devido, sobretudo, à extensão dos conteúdos que devem ensinar e a não-importância que atribuem a esse tema.

[1] rpietropaolo@gmail.com
[2] angelicafontoura@gmail.com
[3] taniammcampos@hotmail.com
[4] ivanfcar@hotmail.com

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Probabilidade. Formação de Professores. Conhecimento Matemático para o Ensino.

ABSTRACT

This article aims to present a study, which tried to investigate the knowledge of a group of Math teachers to teach probability in the final years of Primary School and these teachers conceptions regarding this subject. This research involved 23 teachers of São Paulo Metropolitan Area, and preceded a continuing formation course developed under Observatório da Educação – a project of research and formation by UNIAN/CAPES. The data was gathered by surveys and interviews. For data analysis related to knowledge that a teacher should have, categories by Shulman (1986) were discussed. Concerning teachers' conceptions about teaching probability, the meaning of Conception given by Ponte (1992) was adopted. The teachers' answers revealed an amount of inconsistency regarding to the knowledge of notions related to probability. As to conceptions about the teaching of that subject, teachers showed some skepticism towards the need to include probability in Math classes in Primary School, especially because of the contents extent and the little importance they give the subject.

Keywords: Mathematics Education. Probability Teaching. Teachers' Education. Mathematical Knowledge for Teaching.

CONTEXTO DA PESQUISA

Este artigo discute os resultados de uma pesquisa que integra um conjunto de investigações sobre conhecimentos e práticas de professores da Educação Básica que vêm sendo desenvolvidas por docentes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, no âmbito de um projeto financiado pela CAPES, denominado Observatório da Educação.

A finalidade desse projeto é a constituição de um grupo colaborativo de formação e pesquisas cujo propósito é o de promover e analisar o conhecimento e o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática quando estão inseridos em processos de implementação de inovações curriculares e de reflexão sobre concepções docentes. A partir de 2013, pesquisadores participantes desse grupo – três professores do Programa, dois doutorandos e três mestrandos – se propuseram a realizar pesquisas de modo a contribuir com propostas de apoio efetivo ao trabalho do professor da Educação Básica comum tema específico: os processos de ensino e aprendizagem de noções concernentes à probabilidade e estatística.

No que tange à presente pesquisa, foram envolvidos vinte e três professores de Matemática da rede pública estadual da região metropolitana de São Paulo que lecionavam em 2014, nos anos finais do Ensino Fundamental. Este estudo precedeu uma formação continuada com esse grupo, cuja finalidade foi discutir inovações curriculares para o ensino e a aprendizagem de probabilidade, sobretudo as propostas pelo atual currículo de São Paulo. Assim, para organizar esse processo formativo foi primeiro necessário identificar os conhecimentos e concepções desses professores para o ensino de conceitos e procedimentos relativos a esse campo da Matemática. Assim, neste artigo são discutidos os resultados dessa primeira fase da pesquisa que denominamos de *diagnóstica*.

Em síntese, este estudo tem por objetivo analisar a base de conhecimentos de um grupo de professores de Matemática para ensinar probabilidade no Ensino Fundamental e as concepções desses professores sobre esse ensino.

Cabe observar que, embora as noções da estatística também tenham sido objeto dessa investigação, optamos por apresentar neste texto apenas nossas interpretações referentes às reflexões sobre os conhecimentos e concepções do grupo no tocante ao ensino de probabilidade.

RELEVÂNCIA

Alguns pesquisadores, por exemplo, Gal (2005) e Batanero (2001, 2002), têm justificado a necessidade da inserção do estudo da probabilidade nas escolas apresentando razões diversas: papel instrumental para a compreensão de conceitos de outras disciplinas, utilidade para a vida cotidiana das pessoas, a necessidade de leitura e interpretação de dados estatísticos em muitas profissões e, consequentemente, o importante papel do raciocínio probabilístico na análise de riscos e na tomada de decisões.

Outros pesquisadores têm divulgado pesquisas que discutem a importância do ensino e aprendizagem da probabilidade (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005; GAL, 2005) já a partir dos anos iniciais da Educação Básica. Batanero e Díaz (2007) também consideram que as mudanças sugeridas pelos pesquisadores para os processos de ensino e de aprendizagem de probabilidade e estatística não estão restritas somente ao momento em que esse assunto deve ser iniciado na escola básica, mas, também e, sobretudo, no tocante às abordagens e estratégias em sala de aula.

Os currículos de Matemática de diversos países levam em conta esses resultados de pesquisas, pois indicam o ensino de probabilidade a partir dos anos iniciais da Educação Básica. O currículo de Matemática da Austrália, por exemplo, adota a Estatística e Probabilidade como um de seus três eixos temáticos para organizar conteúdos e objetivos de aprendizagem para cada um dos onze anos da escolaridade básica. Segue um trecho desse currículo:

> O Currículo Australiano: Matemática tem por objetivos garantir que os estudantes:
>
> • sejam usuários confiantes, criativos e comunicadores da matemática, capazes de investigar, representar e interpretar situações em suas vidas pessoais e de trabalho e como cidadãos ativos
>
> • desenvolvam uma compreensão crescentemente sofisticada dos conceitos matemáticos e fluência com processos, e sejam capazes de

> propor e resolver problemas e de raciocinar em **Números e Álgebra**, **Medida e Geometria** e **Estatística e Probabilidade**.
>
> •reconheçam a conexão entre as áreas da matemática e outras disciplinas, e apreciem a matemática como uma disciplina de estudo acessível e prazeroso. (O currículo australiano, ACARA[5], 2014, p.4).

No currículo da Austrália são apresentados inclusive os padrões do desempenho dos estudantes em cada um dos três grandes temas. Em relação à probabilidade espera-se que, por exemplo, ao final do

> ano 5, os estudantes listam resultados de experimentos aleatórios com resultados igualmente prováveis e associam a eles probabilidades entre 0 e 1. (O currículo australiano, ACARA, p. 59)
>
> ano 6 os estudantes comparam frequências observadas e esperadas. (O currículo australiano, ACARA, p. 65)
>
> ano 7, os estudantes determinam o espaço amostral para experimentos simples com resultados igualmente prováveis e associam probabilidades a esses resultados. Calculam média, moda, mediana e amplitude para conjuntos de dados. (O currículo australiano, ACARA, 2014, p. 73).

Os Currículos de Matemática para a Educação Básica de outros países, como de Cingapura (Primary MathematicsTeaching and Learning Syllabus, 2013), o dos Estados Unidos elaborado pelo NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) e Espanha (Real Decreto, 1513/2006), também propõem que as crianças aprendam probabilidade desde as séries iniciais da escolaridade.

Embora com uma ênfase bem menor que o currículo da Austrália, currículos prescritos de estados e municípios brasileiros indicam o ensino de probabilidade para anos escolares do Ensino fundamental e não apenas para o 2º ano do Ensino Médio, conforme nossa tradição. Os Parâmetros Curriculares Nacionais– PCN, por exemplo, com relação à probabilidade já defendiam em 1998 para essa etapa da Educação Básica que

> a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza

[5] O currículo australiano, ACARA –disponível em http://porvir.org/wp-content/uploads/2014/09/CurriculoAustraliano_Matematica.pdf, acesso em 07/06/2015)

> experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1998, p.52)

Cabe destacar que esse documento apresenta a organização dos objetivos, conceitos, procedimentos e atitudes referentes à probabilidade e estatística no bloco de conteúdos denominado de Tratamento da Informação:

> Associadas ao campo do tratamento da informação, que inclui estatística, probabilidades e combinatória, são cada vez mais relevantes questões relativas a dados da realidade física ou social, que precisam ser coletados, selecionados, organizados, apresentados e interpretados criticamente. Fazer inferências com base em informações qualitativas ou dados numéricos e saber lidar com a ideia de incerteza também são competências importantes. (BRASIL, 1998, p.14)

Outro ponto a ser destacado nos PCN (BRASIL, 1998) é a indicação de que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática devem levar em conta a necessidade do desenvolvimento do pensamento *probabilístico* dos alunos, não apenas pela sua larga aplicação no cotidiano e na estatística, mas, também, do ponto de vista cognitivo, uma vez que considera o desenvolvimento de uma forma específica de pensar.

A indicação de uma competência claramente relacionada à probabilidade nos anos finais Ensino Fundamental também está presente no guia do Plano Nacional de Livros Didáticos de Matemática do MEC – PNLD – de 2014: “utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de <u>raciocínio</u>: dedutivo, indutivo, <u>probabilístico</u>, por analogia, plausível, entre outros. (BRASIL, 2012, p. 16. Grifos nosso). Em relação a esse tema, o PNLD 2014 ainda considera que:

> Associadas ao campo da estatística e probabilidade são cada vez mais relevantes questões relativas a dados da realidade física ou social que precisam ser coletados, selecionados, organizados, apresentados e interpretados criticamente. Fazer inferências com base em informações qualitativas ou dados numéricos e saber lidar com os conceitos de <u>chance</u> e de <u>incerteza</u> também são competências de grande utilidade. (BRASIL, 2012, p. 17. Grifo nosso).

Devemos também ressaltar que o currículo do estado de São Paulo (2010) também faz considerações a respeito do ensino de probabilidade, embora em escala menor, comparativamente aos PCN. Esse documento destaca que a aprendizagem de noções relativas à probabilidade exige diversos aspectos cognitivos dos alunos e que esses devem ser desenvolvidos ao longo dos anos da Educação Básica e não apenas no 2º ano do Ensino Médio. Por exemplo, para o 7º ano, no currículo de São Paulo (2010) está indicado o desenvolvimento de competências e habilidades como:

> compreender o conceito de razão na Matemática; saber calculara razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de natureza distinta; conhecer os principais tipos de razão: escala, porcentagem, velocidade, <u>probabilidade</u>, etc. (São Paulo, 2010, p.23. Grifo nosso).

Outro ponto a ser destacado trata-se do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes – o PISA[6] – da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos que considera a Probabilidade como um dos temas a ser avaliado – OCDE[7]. Em um relatório da OCDE, publicado em 2003, está indicado que os conteúdos matemáticos do PISA estão organizados segundo os quatro grupos de área e conceitos: “quantidade; espaço e forma; mudanças e relações; *indeterminação”* (PISA, 2003, Aprendendo para o mundo de amanhã, p.39, grifo nosso). Assim, as tarefas propostas aos alunos são classificadas em competências segundo essas quatro áreas descritas. A respeito da indeterminação, esse relatório, apresenta, por exemplo, a seguinte afirmação:

> indeterminação envolve fenômenos e relações probabilísticas e estatística, que se tornam cada vez mais relevantes na sociedade da informação. Esses fenômenos constituem o objeto do estudo da matemática em estatística e probabilidades (PISA, 2003 p.39).

Em relação ao ensino de probabilidade destacamos que há também certo consenso dos pesquisadores em relação aos estudos realizados sobre esse tema (IVES, 2009; BATANERO; DÍAZ, 2012): a ênfase do ensino da probabilidade recai de maneira geral, em procedimentos mecanizados e muitos docentes apresentam fragilidades no raciocínio probabilístico. Kataoka *et al*. (2008), por exemplo, investigando o cenário do ensino de probabilidade no Brasil, constataram que os professores normalmente têm formação em Probabilidade e Estatística na graduação, mas não desenvolveram conhecimentos específicos para a sua prática profissional no ensino destes conceitos. Igualmente, autores de outros países também consideram

[6]Programme for International Student Assessment (PISA)
[7]Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)

que os professores não têm formação adequada para ensinar nem estatística nem probabilidade (ORTIZ; BATANERO; CONTRERAS, 2012).

Pietropaolo, Campos, Carvalho e Teixeira (2013, p.2) argumentam ainda que muitos docentes sequer

> estão convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvida no Ensino Médio; quanto ao Fundamental, têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária. (PIETROPAOLO, *et al.* (2013, p.2)

Segundo Campos e Pietropaolo (2013),

> [...] para promover a inclusão da probabilidade no Ensino Fundamental, primeiro seria necessário convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar. (CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013, p.59)

Outra pesquisa que discute os conhecimentos dos professores é a de Ortiz *et al.* (2012). Esses investigadores estudaram os conhecimentos de 167 futuros professores sobre probabilidade, e concluíram que é fundamental desenvolver os conhecimentos didáticos desses futuros docentes, além de os conhecimentos matemáticos.

Compartilhamos do pressuposto de que o estudo da probabilidade pode também favorecer o desenvolvimento do pensamento lógico de estudantes. Levando em conta nossas práticas e pesquisas, é possível defender o ponto de vista de que a aprendizagem de noções relativas a esse tema pode contribuir para que os alunos, já em series mais avançadas, reconheçam que o uso de uma linguagem mais formal (teoria dos conjuntos) e dos conetivos lógicos poderá auxiliar a resolução de situações mais complexas envolvendo o cálculo de probabilidades. Por exemplo, os alunos ao verificarem que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais de um experimento é igual a 1, poderão verificar a possibilidade do cálculo da probabilidade de um evento, conhecendo a de seu complementar.

Em relação à aprendizagem de noções relativas à probabilidade pelos estudantes, Bryant e Nunes (2012) e Kataoka *et al*. (2008), por exemplo, consideram que a probabilidade, envolve noções que, por não serem evidentes, são de difícil compreensão. De fato, não é intuitivo para o aluno que, após uma moeda honesta ter sido jogada seis vezes e ter saído coroa em todas as jogadas, a probabilidade de se obter coroa na jogada seguinte é exatamente a mesma de se obter cara. Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não-equiprobabilidade: os alunos tendem a conjecturar que todos os espaços amostrais são equiprováveis, dado a vivência – quase exclusiva – que tiveram com esse tipo de espaço.

Justificamos, assim, a relevância da escolha do tema probabilidade para nossa investigação. Considerando ainda que os docentes participantes desta pesquisa e do nosso processo formativo tinham como tarefa a implementação de um currículo em que noções de probabilidade devem ser ensinadas a partir dos anos iniciais da escola básica, pode-se considerar também como relevante a identificação sobre o que esses professores conhecem, pensam e sabem sobre esse tema e seu ensino.

Além disso, segundo Pietropaolo (2002),

> a formação profissional docente pressupõe, certamente, discutir os currículos de Matemática prescritos para a escola básica. Embora esses dois temas mantenham estreitas relações entre si, nem sempre eles têm sido discutidos de forma articulada, o que, em certo sentido, ajuda a explicar a dificuldade de implementação de propostas curriculares quando não se leva em conta que tipo de formação, que tipo de experiência têm os professores que vão colocá-las em prática. (PIETROPAOLO, 2002, p.34)

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresentamos e justificamos neste item os marcos teóricos adotados para elaborar os instrumentos de coleta de dados desta pesquisa e sua posterior análise: os trabalhos de Shulman (1986) e Ponte (1992).

Tendo em vista que este trabalho envolve conhecimentos de professores, optamos por Shulman (1986), por entender que as três categorias desse autor – conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo – nos daria elementos suficientes para a coleta e a discussão dos dados.

Em artigo de 1986, Shulman relata que os processos de seleção e avaliação de professores, as políticas públicas nos Estados Unidos e as pesquisas sobre o corpo de conhecimentos necessários à docência, não se ocupavam de questões fundamentais como: explicações dos docentes sobre determinados conceitos; fontes de analogias, metáforas, exemplos, reinterpretações e concepções dos professores em relação aos diversos objetos (no nosso caso sobre a probabilidade); conexões que os docentes fazem para abordar diversos assuntos, estabelecer a intra e a interdisciplinaridade; o comprometimento da estratégia pedagógica quando professores não apresentam domínio dos conteúdos que deve ensinar.

A não-ênfase nessas questões, que revelava a desconsideração da importância do conhecimento dos conteúdos específicos da disciplina que o professor vai ensinar, foi denominada por Shulman como "paradigma perdido" (SHULMAN, 1986, p.7). Para a superação desse paradigma, esse pesquisador propôs uma base de conhecimentos que, prioritariamente, fosse construída a partir do saber específico da disciplina – em nosso caso particular, a matemática e nomeadamente a probabilidade.

Para Shulman (1986) essa base de conhecimentos deveria ser composta, conforme já citado, do *conhecimento do conteúdo especializado*, do *conhecimento pedagógico do conteúdo* e do *conhecimento curricular.*

O conhecimento do conteúdo, segundo Shulman (1986), significa o conhecimento do conjunto de conceitos e procedimentos específicos da matéria que o professor deve lecionar. Esses conhecimentos têm, evidentemente, estreita relação com os saberes da ciência da qual se origina a disciplina e se constituem em objetos da cultura geral.

No caso particular da disciplina Matemática, esse conhecimento está relacionado à organização dos conhecimentos e inclui a compreensão de fatos, noções, conceitos, processos, procedimentos e algoritmos relacionados à Matemática como área do saber. Essa categoria inclui também a compreensão da forma pela qual ocorrem a construção, validação e comunicação de conhecimentos desse saber específico.

Se considerarmos essa categoria de Shulman (1996) – *conhecimento do conteúdo* – para ensinar conceitos e procedimentos concernentes à probabilidade nas etapas referentes aos anos finais do Ensino Fundamental e no Médio, um professor deveria, por exemplo, compreender os significados de eventos aleatórios e eventos determinísticos, determinar o espaço amostral, conhecer definições de probabilidade e propriedades, além de resolver situações envolvendo o cálculo de probabilidades, inclusive sobre probabilidade condicional.

Para os professores de Matemática da Educação Básica do estado de São Paulo podemos detalhar essa lista e acrescentar conteúdos, tendo em vista as tarefas sugeridas ou propostas aos alunos pelo Currículo e pelos livros didáticos aprovados pelo MEC. Nossa análise permite concluir que entre os conhecimentos necessários para o professor poderiam ser explicitados: descrever probabilidades usando frações, decimais e porcentagens; calcular frequências relativas para estimar probabilidades; comparar frequências observadas ao longo de experimentos com frequências esperadas; descrever os resultados de experimentos aleatórios de dois ou três "passos", com e sem reposição, associando probabilidades aos resultados; investigar o conceito de independência. Em São Paulo está previsto para o 3º ano do Ensino Médio que o aluno compreenda o cálculo de probabilidades associadas a faixas da curva normal. Evidentemente, há outros conhecimentos, não exclusivos da Probabilidade, que não estão nessa lista, mas necessários: a noção de equivalência de escritas de um número racional e o princípio multiplicativo, por exemplo.

Segundo Shulman (1986) a categoria *conhecimento pedagógico do conteúdo* trata do conhecimento da disciplina voltado para o ensino e dos aspectos do conteúdo e estratégias de abordagem mais adequadas. Essa categoria trata inequivocamente das estratégias para o desenvolvimento de um determinado conceito específico em sala de aula.

Assim, essa categoria envolve toda a pluralidade de significados de um conceito, bem como a sua exploração por meio de analogias, exemplos, justificativas convincentes e, ainda, por meio da conexão entre conteúdos e suas ideias com outros temas, dentro ou fora da Matemática. Ou seja, esse conhecimento refere-se às diferentes estratégias e trata das formas de abordar os conteúdos, fazendo com que compreensão dos conceitos e procedimentos seja a melhor possível para os alunos.

Esse tipo de conhecimento abarca também a capacidade de prever erros dos estudantes e de identificar suas prováveis causas, apresentando-lhes esclarecimentos precisos e convincentes, de modo a favorecer a superação das dificuldades concernentes às noções e procedimentos matemáticos estudados. Essa categoria inclui, igualmente, habilidades necessárias à proposição de trabalhos aos alunos, ao confronto de estratégias e soluções distintas e à identificação de linhas de raciocínio que seriam matematicamente corretas (ou não) ou que funcionariam sempre (ou não).

Assim, o *conhecimento pedagógico do conteúdo* relaciona a compreensão de conteúdos específicos da Matemática à compreensão de assuntos pedagógicos que podem interferir no processo de ensino e aprendizagem. Diz respeito à capacidade de organização da instrução, à avaliação das vantagens de utilizar determinadas representações e exemplos e à decisão e escolha de encaminhamentos para a abordagem de um conteúdo.

Podemos também incluir nessa categoria de Shulman (1986) – *conhecimento pedagógico do conteúdo* – o conhecimento que é demandado em situações nas quais o professor deverá decidir quando interromper ou até mesmo retroceder o trabalho com determinados conceitos, quando propor uma nova questão de modo a provocar conflitos (possíveis de superá-los) ou, ainda, quando propor uma nova atividade, ao suprimir atividades de um planejamento pré-estabelecido, etc.

No tocante à probabilidade podemos incluir um grande rol de competências que estão relacionadas a esse conhecimento: ter conhecimento que a utilização de diferentes registros, como tabelas de dupla entrada e diagramas de árvore, pode facilitar a determinação do espaço amostral pelos alunos, bem como o uso dos diagramas de Venn para compreender afirmativas condicionais. Outra habilidade referente a essa categoria de conhecimentos é a preparação de atividades que envolvem a realização experimentos aleatórios com pequeno ou grande número de tentativas, usando tecnologias digitais apropriadas, de modo a confrontar com as probabilidades teóricas previstas.

Ainda em relação ao *conhecimento pedagógico do conteúdo* consideramos conveniente destacar que,

> o professor deverá também ter conhecimento de estudos e pesquisas indicando que o ensino de probabilidade pode ocorrer, ainda que os alunos não tenham desenvolvido plenamente o raciocínio combinatório; portanto, é fundamental que o professor tenha ciência

> de que a própria probabilidade poderá ser um dos contextos e estratégias para esse desenvolvimento (CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013, p.65).

O *conhecimento do currículo* para Shulman (1986) inclui, certamente, o conhecimento de diferentes programas para o ensino dos temas e tópicos de um determinado período e nível. Nesta categoria, o autor distingue dois tipos de conhecimentos: o *conhecimento curricular vertical,* que permite a articulação entre o que foi estudado e o que será estudado futuramente na disciplina, e o *conhecimento curricular lateral (ou horizontal)*, que permite a articulação entre o que será estudado e tópicos que serão estudados concomitantemente em outras disciplinas ou áreas.

Esse conhecimento também favorece, por exemplo, que o professor planeje de forma adequada um determinado assunto não apenas no sentido de revisão, mas modificando os contextos e aprofundando o conceito trabalhado.

Nesse domínio estão os conhecimentos para lidar com situações e necessidades distintas, incluindo conhecimento de material instrucional, de textos paradidáticos, de aplicativos e programas, de materiais visuais, de demonstrações em laboratório e de atividades de investigação matemática a serem propostas aos alunos.

Assim, em relação à probabilidade o professor deveria, por exemplo, conhecer como o currículo propõe a distribuição das noções referentes a esse tema nos diferentes anos e etapas da escolaridade e como elas se articulariam entre si. Mais ainda: o professor também deveria conhecer os objetivos do ensino de probabilidade, desde os gerais aos mais específicos, além de justificativas que podem convencer os alunos sobre a importância do tema, como um meio para compreender e explicar a realidade e para desenvolver habilidades cognitivas importantes.

Em 1987, Shulman apresentou um refinamento de suas ideias descrevendo outras categorias do conhecimento necessário à docência, além das três descritas anteriormente. São elas: *conhecimento pedagógico em geral*; *conhecimento dos estudantes; conhecimento do contexto educacional; conhecimento das finalidades e propósitos educacionais*. Entretanto, não discutiremos essas ideias neste texto, pois elas não fazem parte do escopo do estudo.

Além de identificar a base de conhecimentos dos professores participantes desta pesquisa por meio das categorias de Shulman (1986), tivemos como objetivo analisar as concepções dos professores a respeito da probabilidade e de seu ensino.

Acreditamos que esse aspecto seja indispensável, sobretudo porque é possível que um professor possua uma base rica de conhecimentos para ensinar probabilidade, mas suas concepções, como a não-importância que atribui ao tema, o impeçam de desenvolver um trabalho consistente na sala de aula. Todavia, consideramos necessário indicar o significado que adotamos ao termo *Concepção*, tendo em vista certa multiplicidade de significados que diversos pesquisadores lhe atribuem.

Neste trabalho o sentido atribuído à *concepção* é o mesmo dado por Ponte (1992), sobretudo porque esse pesquisador discute concepções de professores de matemática. Essa nossa opção também se justifica, pois consideramos que o estudo das *concepções* pode favorecer a compreensão não apenas de determinadas justificativas apresentadas pelos professores relativamente ao ensino de probabilidade, mas também pela possibilidade de vislumbrar resistências a processos de mudanças para o ensino.

Assim, a noção de *concepção*, tal como considerada por Ponte (1992), pode dar elementos para a análise dessas justificativas nessa perspectiva. O sentido que Ponte atribui às concepções de professores pode ser identificado na citação:

> O interesse pelo estudo das concepções dos professores, tal como, aliás, pelo estudo das concepções de outros profissionais e de outros grupos humanos, baseia-se no pressuposto de que existe um substracto conceptual que joga um papel determinante no pensamento e na acção. Este substracto é de uma natureza diferente dos conceitos específicos – não diz respeito a objectos ou acções bem determinadas, mas antes constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar. Não se reduz aos aspectos mais imediatamente observáveis do comportamento e não se revela com facilidade – nem aos outros nem a nós mesmos. As concepções têm natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis, pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de acuação e compreensão (PONTE, 1992, p.1)

Segundo Ponte (1992), as concepções têm um caráter de filtro, pois fornece condições e limites para nosso conhecimento da realidade. Para ele, as concepções formam-se em um processo individual e social: seriam resultados de elaborações e reflexões sobre a nossa experiência e resultados do confronto dessas elaborações com as dos outros.

Entretanto, o significado dado por esse pesquisador à *concepção* pode ser compreendido como um substracto que tem um papel determinante no pensamento e na ação. Segundo Ponte (1992) o substrato concepção “não se reduz aos aspectos mais imediatamente observáveis do comportamento e não se revela com facilidade – nem aos outros nem a nós mesmos” (PONTE,1992, p.185).

Em síntese, compartilhamos do pressuposto de que os processos formativos de professores deveriam discutir concepções, métodos e processos para promover uma aprendizagem efetiva dos objetos que constituem um dado campo do saber (SHULMAN, 1986, 1987; BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Essa pressuposição não contradiz, pelo contrário, dá sustentação para que nos processos de formação continuada haja também espaço para a discussão de aspectos do conteúdo que os professores vão ensinar, ressignificando-os, inclusive. Trata-se, portanto, de aprender a ensinar Matemática e, para tanto, é importante o domínio do conteúdo que se vai ensinar e dispor de diferentes estratégias para esse ensino.

Portanto, para conceber o curso de formação, foi necessário investigarmos primeiro a base de conhecimentos e as concepções dos docentes para o ensino de noções concernentes à probabilidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo foi realizado com a colaboração de um grupo de 23 docentes que em 2014 atuavam nos anos finais do Ensino Fundamental de escolas públicas estaduais da região metropolitana da cidade de São Paulo. Todos esses professores participaram de uma formação continuada desenvolvida pelo programa de Pós-Graduação da Universidade Anhanguera de São Paulo no âmbito do Projeto Observatório da Educação – Obeduc/Capes e de Diretorias Estaduais de Ensino. Cabe ressaltar que cada professor obteve um certificado de extensão de participação no curso.

Foi acordado com os docentes participantes que antes de iniciar o curso eles deveriam responder individualmente às questões e problemas de dois questionários e que as respostas fariam parte dos dados de uma pesquisa sobre ensino de probabilidade a ser desenvolvida pelos docentes do Programa.

Os professores foram informados que os questionários seriam identificados pelos pesquisadores, mas eles teriam suas identidades protegidas. Todos aceitaram participar voluntariamente da pesquisa e da formação.

Assim, aplicamos os questionários de entrada ao grupo de 23 professores de Matemática no Ensino Fundamental, sendo 15 mulheres e 8 homens. As idades desses professores variavam no intervalo de 24 a 59 anos. A mediana e a média das idades desses professores eram respectivamente 44 e 42,4 anos, variando de 24 a 59 anos. No grupo havia 12 docentes que nunca tinham lecionado no Ensino Médio.

Os dados dos questionários – objetos deste estudo – foram coletados em março de 2015 em duas sessões de duas horas cada uma. É importante considerar que seis participantes foram entrevistados no decorrer do processo formativo para explicar suas respectivas respostas aos questionários que não foram totalmente compreendidas pelos pesquisadores.

A elaboração desses questionários para a coleta de dados e as questões das entrevistas foi norteada basicamente pelas seguintes questões: o que sabem esses professores sobre probabilidade, quais estratégias de ensino conhecem e quais as razões e a importância que atribuem ao ensino desse tema, particularmente no ensino fundamental? Assim, as questões propostas tiveram a finalidade de investigar conhecimentos dos docentes segundo as categorias de Shulman (1986) quais sejam: *conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular*.

Dessa forma, propusemos nos instrumentos de coleta de dados questões e problemas para identificar conhecimentos e concepções dos professores sobre probabilidade e seu ensino: diferentes definições de probabilidade; espaço amostral e quantificação de probabilidades; resolução de problemas; estratégias de ensino; objetivos do ensino de probabilidade; inclusão do tema já partir do Ensino Fundamental. Como não será possível apresentar neste texto a análise das respostas a todas as questões e problemas propostos, discutiremos aquelas que permitem fundamentar nossas conclusões.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Apresentamos, a seguir, nossa interpretação dos dados que permitiram, o delineamento das concepções e o repertório de conhecimentos, relativos à probabilidade e ao seu ensino, dos professores participantes de nosso estudo.

Conhecimento do Conteúdo Específico

Nesse processo de investigação do conhecimento do conteúdo específico (SHULMAN, 1986) dos docentes participantes foram propostas questões ou problemas sobre definições do cálculo de probabilidades, o significado e descrição do espaço amostral e o cálculo de probabilidades.

❖ **Sobre as definições de probabilidade**

Para investigar os conhecimentos dos professores a respeito das definições de probabilidade e aplicações desse tema, propusemos as seguintes questões:

- *Como você definiria probabilidade? Se você achar conveniente pode completar a definição por meio de exemplos. (Não precisa ser uma definição formal – você pode escrever com suas próprias palavras e não é necessário utilizar símbolos).*
- *Você conhece outra definição de probabilidade além da indicada na questão anterior? Em caso afirmativo, explicite-a.*
- *Você saberia indicar situações em que o conceito de probabilidade está presente?*

Em relação à primeira questão dezessete professores escreveram uma definição que pode ser associada à clássica[8], conforme mostram as falas a seguir:

> A probabilidade é indicada por uma fração, no numerador é o número de resultados esperados e no denominador é o total de resultados possíveis. Depois, podemos simplificar a fração, claro se for possível, mas não acho importante essa simplificação, pois a fração deixa de indicar os números reais das possibilidades. (prof. 14)
>
> Usamos a fração para dizer das chances de um resultado de um jogo. No denominador escrevemos o total de todas as possibilidades e no numerador o total do que se deseja. Digo que a probabilidade de sair um número ímpar quando jogo um dado é de três em seis e represento 3/6. (prof. 19)
>
> A probabilidade é escrita com dois números, o primeiro mostra a quantidade de resultados esperados e o segundo a quantidade total dos resultados possíveis. (prof. 22)

Consideramos importante destacar que muitos professores, mesmo indicando uma fração, pareciam não compreender que a probabilidade de um evento é um número, mas, sim, um código composto por dois números: um que informa a quantidade de casos desejáveis e o outro a quantidade total de resultados possíveis. Convém ressaltar que esse resultado é também apontado na pesquisa de Campos e Pietropaolo (2013) realizada com professores dos anos iniciais.

Essa conclusão traz à tona concepções inconsistentes relativas não apenas à probabilidade, mas também às representações dos números racionais e aos significados da fração.

Quanto aos demais professores, dois deixaram em branco, um apresentou como resposta apenas um problema "*qual a probabilidade de sair o seis no jogo do dado?*" (prof. 3) e outros três disseram que não se lembravam da definição seja porque não haviam aprendido em sua formação ou porque há tempos não trabalhavam no Ensino Médio.

Quanto à pergunta que fizemos para identificar se conheciam mais de uma definição de probabilidade, a *maioria* dos professores respondeu negativamente e alguns se mostraram surpresos pela questão: *"como assim, mais uma definição?"*

[8]A definição clássica de probabilidade esteve historicamente relacionada aos jogos de azar. Essa definição considera que a probabilidade de um evento A é a razão entre o número de resultados (ou casos) favoráveis à ocorrência de A e o número de resultados possíveis. (GUIMARÃES; CABRAL, 1997, p.75).

(prof. 6). Outros responderam que não se lembravam de outra definição. Apenas o prof. 17 afirmou que havia uma “definição matemática”:

> Sei que tem uma definição matemática, com postulados ou axiomas e que utiliza a teoria dos conjuntos, mas não me lembro, faz tanto tempo que terminei a licenciatura. (prof. 17)

Alguns professores, em lugar de responder à questão, preferiram tecer comentários a respeito de seus processos de aprendizagem da noção de probabilidade no Ensino Médio ou na Licenciatura, confundindo, inclusive, com análise combinatória.

> A probabilidade para mim sempre foi muito difícil. Eu nunca sabia diferenciar direito arranjo de combinação. (prof.11)
>
> Meus professores ensinaram a probabilidade assim meio intuitivo. Eu fazia os problemas e pronto, também nunca ensinei probabilidade, nunca dei aula no médio” (prof. 15)
>
> No ensino médio não me lembro de ter aprendido definição de probabilidade e na licenciatura não estudei probabilidade. (prof. 18)

❖ **Sobre o conhecimento dos professores a respeito do espaço amostral e cálculo de probabilidades**

Para investigar os conhecimentos dos professores a respeito do espaço amostral, propusemos as seguintes questões:

- *O que é espaço amostral? Dê exemplos.*
- *Se você jogar dois dados quantos resultados diferentes são possíveis? Explique sua resposta.*
- *Em uma caixa há três bolas; duas brancas e uma preta. Se você tirar duas bolas ao acaso, qual será a probabilidade maior: de sair duas brancas, ou de sair uma branca e a outra preta?*

Em relação à primeira questão, todos os professores associaram o espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de um evento.

Quanto ao problema dos dados, nossa expectativa era de que todos os professores respondessem corretamente, ou seja, 6 x 6 = 36 resultados, sobretudo porque esse problema pode ser considerado rotineiro em livros didáticos do 6º ano, nomeadamente nos capítulos que tratam dos significados da multiplicação. No entanto, apenas doze, dos vinte e três professores, encontraram a resposta correta. É importante destacar que quatro professores entenderam que a tarefa solicitada era indicar quantas somas diferentes podiam ser obtidas se fossem adicionados os números dos dois dados jogados. Esses professores responderam que eram possíveis 11 somas: de 2 (1 + 1) a 12 (6 + 6). Consideramos essa interpretação da questão como uma possibilidade, mediante a redação apresentada.

É fundamental ressaltar que pelo menos sete professores não dominavam o princípio multiplicativo, pois indicaram como resposta 12, justificando conforme as falas seguem:

> Como são dois dados, temos 6 + 6 = 12 resultados diferentes. (Prof. 1).
>
> Têm 12 resultados diferentes, porque os 6 resultados de um dado somo com 6 do outro dado. (Prof.20).
>
> Total igual a 12, são 2 dados e 6 resultados para cada um. (prof. 13)

Todos os que responderam 36 resultados, souberam justificar o valor encontrado de forma adequada: três esboçaram o diagrama de árvore, dois outros escreveram todos os 36 pares possíveis sem uso de diagramas, e alguns justificaram o resultado escrevendo que cada número de um dado deve ser associado com seis números do outro dado.

Quanto à terceira questão, é importante destacar que propositadamente não foi informado no texto se as duas bolas seriam retiradas de uma única vez, uma de cada vez sem reposição, ou, ainda, uma de cada vez com reposição. Pretendíamos inclusive verificar se os professores levantariam essa questão.

Do total, quinze professores responderam que a probabilidade maior era de sair duas brancas, pois havia mais bolinhas brancas. Nenhuma das justificativas foi baseada na nomeação de um espaço amostral. As afirmativas seguintes exemplificam as falas – equivocadas – desses docentes:

> Sair duas brancas a probabilidade é maior. Lógico, são duas bolas brancas e uma preta só. (Prof. 1).
>
> Tem duas bolas brancas e uma preta, logo a chance de sair duas brancas é maior. (prof. 20)

Dois docentes afirmaram que as probabilidades eram iguais, mas não justificaram suas respostas e seis responderam que a probabilidade maior era a de sair uma branca e uma preta.

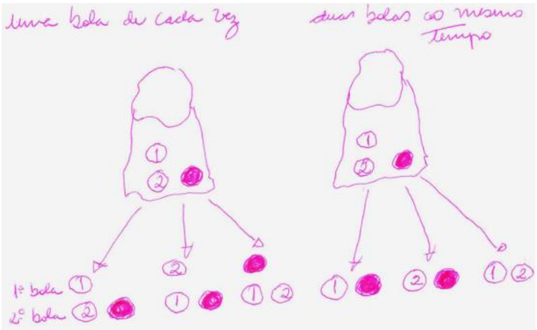
Desse último grupo de professores, quatro descreveram o espaço amostral do evento, e apenas um se apoiou em recurso gráfico. Por meio das descrições apresentadas foi possível identificar que esse grupo considerou que as bolas foram retiradas uma de cada vez sem reposição.

De fato, pelos registros do espaço amostral apresentados, esses professores justificaram que há duas vezes mais combinações branca-preta que combinações branca-branca: quatro modos de se obter branca-preta (B1-P; B2-P; P-B1; P-B2) e apenas dois de se obter branca-branca (B1-B2; B2-B1).

Entrevistamos esses seis professores que acertaram o problema. Quatro desses professores afirmaram que a razão do acerto foi o fato de terem descrito o espaço amostral e que não conseguiriam resolver o problema sem fazer essa descrição. Dois deles afirmaram que a resposta correta era óbvia e que não foi necessário descrever o espaço amostral para responderem.

Cabe, no entanto, observar que um dos professores (prof. 17) descreveu o espaço amostral também no caso de duas bolas serem retiradas ao mesmo tempo, conforme mostra o protocolo:

Figura 1. Protocolo prof. (17)



Fonte: Acervo do Observatório da Educação.

O prof. 17 explicou em sua entrevista como chegou a sua conclusão, afirmando, em síntese, que para sair uma bola de cada cor existem quatro possibilidades em seis possíveis, no caso de se tirar uma bola de cada vez (sem reposição) e duas possibilidades em três possíveis, no caso de as duas serem retiradas ao mesmo tempo. Assim, em ambos os casos, a probabilidade de sair uma bola de cada cor é o dobro de sair as duas da mesma cor. Esse professor também discutiu, na entrevista, que a redação do problema deveria informar se havia ou não reposição da primeira bola, caso fossem retiradas uma de cada vez, mas que ele optou por não apresentar o espaço amostral desse caso.

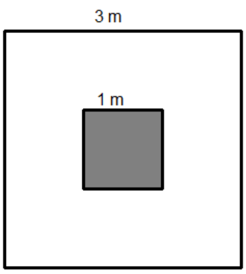
As respostas a esse problema vêm reiterar que o espaço amostral desempenha um papel fundamental na compreensão e cálculo de probabilidades, mesmo em situações mais simples. Segundo Bryant e Nunes (2012), o espaço amostral é muitas vezes subestimado pelas pessoas ao resolverem situações sobre probabilidade. Cabe reiterar, no entanto, que todos os professores responderam de forma adequada sobre o significado de espaço amostral.

Assim, a não-utilização pela grande maioria dos professores de procedimentos sistematizados, como o diagrama de árvore, para a nomeação e contagem dos agrupamentos de um espaço amostral é um ponto que deve ser destacado nesta investigação. Diversos pesquisadores, como Borba (2013), observaram que o uso de diagramas de árvore possibilita melhor compreensão de problemas combinatórios.

Para analisarmos os conhecimentos dos professores a respeito do cálculo de probabilidades, propusemos os seguintes problemas:

- *Uma moeda vai ser jogada três vezes. Qual é a probabilidade de sair apenas duas caras em qualquer ordem?*
- *A figura representa um alvo de dardos. Esse alvo é formado por dois quadrados cujos lados medem respectivamente 3 m e 1 m.*

Figura 2



Fonte: Acervo do Observatório da Educação

Uma pessoa atira um dardo e acerta no alvo. Qual é a probabilidade de ela ter acertado no interior do quadrado menor?

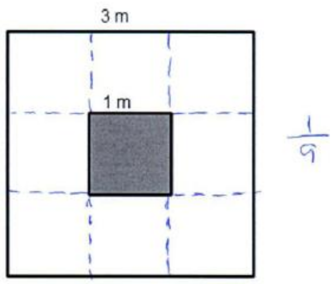
Em relação ao primeiro problema, quinze professores indicaram a resposta correta: $\frac{3}{8}$. Todos esses professores descreveram o espaço amostral. Desses, apenas três fizeram o diagrama de árvore das possibilidades, os demais enumeraram os agrupamentos segundo critérios diversos.

É importante assinalar que seis professores indicaram como resposta uma fração cujo denominador era o número 6, provavelmente por terem calculado o total de resultados possíveis por meio da soma 2 + 2+ 2 = 6 em vez de aplicar o princípio multiplicativo, 2 x 2 x 2 = 8. Esse fato mostra inequivocamente que esses professores não dominam esse princípio, ou seja, alguns dos sujeitos de nossa pesquisa ainda não haviam desenvolvido de forma satisfatória o raciocínio combinatório, conforme discutimos no problema dos dois dados.

Quanto ao segundo problema, que envolvia a noção de cálculo de probabilidade geométrica, apenas oito professores indicaram a resposta correta: $\frac{1}{9}$, que é a razão entre a área do quadrado menor e a área do quadrado maior. Os demais professores ou não resolveram (nove docentes) ou responderam que a probabilidade era de $\frac{1}{3}$ (seis docentes) por terem considerado apenas as medidas dos lados do quadrado.

É interessante notar que cinco dos oito professores que deram a resposta correta não calcularam diretamente as áreas dos quadrados como os outros o fizeram, mas verificaram quantas vezes o quadrado menor cabia no maior, conforme mostra o protocolo de um desses docentes:

Figura 3.Protocolo prof. 12



Fonte: Acervo do Observatório da Educação

É possível que esses professores não tenham considerado, nessa situação, explicitamente o espaço amostral como contínuo (espaço amostral infinito e não enumerável), e sim o seu caráter discreto: o espaço amostral foi obtido pela contagem dos nove quadradinhos de mesma área no interior do quadrado maior.

Conhecimento pedagógico do conteúdo

Para investigar o conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986) e as concepções dos professores a respeito do ensino de noções concernentes à probabilidade, propusemos, dentre outras, as questões que seguem.

- *Você já ensinou probabilidade? Em caso afirmativo, quais são as estratégias ou recursos que você utilizou ou utiliza? Elas são interessantes?*
- *Para você, quais são as maiores dificuldades dos alunos para aprender probabilidade?*
- *No ensino da probabilidade no EF, quais pontos você considera imprescindíveis?*
- *Nos PCN dos anos finais do EF estão indicados conceitos e procedimentos relativos à probabilidade que devem ser aprendidos, como: "Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas". Se você fosse tratar desse assunto em suas aulas como você faria?*

Em primeiro lugar queremos destacar que os professores foram bastante sucintos em suas respostas a todas essas questões. Para a primeira delas, os argumentos utilizados foram recorrentes do tipo:

> Eu nunca lecionei no EM. Faz tempo que fiz a licenciatura, não me lembro de quase nada. (prof. 21).
>
> Nunca ensinei probabilidade no Médio. No Fundamental eu falo de probabilidade quando ensino frações no 6º ano. No caderninho tem exercícios de aplicação de fração. (prof. 3)
>
> Eu dou aula de probabilidade apenas no segundo ano do Médio. Minha estratégia é trabalhar bem os conceitos da análise combinatória. No fundamental, no 6º ano, quando trabalho com frações, dou exemplos concretos da moeda, do dado, etc. (prof.23).

> Minha estratégia é pedir que eles depois de minha explicação resolvam os problemas do caderninho. Depois eu corrijo e passo outros. (prof. 7)

Cabe ressaltar que em relação às estratégias para ensinar diversos professores omitiram respostas ou apenas indicaram os tipos de problemas que propõem aos alunos: em geral, problemas envolvendo lançamentos de moedas e dados.

Quando entrevistamos os seis professores sobre o espaço amostral, também perguntamos sobre suas estratégias para o ensino de probabilidade: com exceção do prof. 17, todos reafirmaram o que haviam respondido ao questionário – ensinavam probabilidade apenas no Ensino Médio, logo após o trabalho com a análise combinatória, utilizando o “caderninho” (Caderno do Professor e Caderno do aluno da SEE-SP). No fundamental indicaram apenas a probabilidade para exemplificar o significado de razão das frações. Quando questionados se realizavam experimentos na sala de aula, trabalhando com a definição frequentista, eles responderam negativamente. Apenas o professor 17 informou que, vez ou outra, levava seus alunos à sala de informática para usar aplicativos simulando lançamento de moedas e dados, por exemplo.

O prof. 17 considerou que a probabilidade é importante como aplicação de conceitos relativos à análise combinatória seja no Fundamental, seja no Médio. Afirmou que é necessário utilizar recursos como diagrama de árvore e tabelas.

Quanto à questão que trata das dificuldades dos alunos na aprendizagem de probabilidade, nenhum deles especificou quais seriam elas, mas foram consensuais em relação à complexidade de aprender e ensinar noções relativas ao tema. A maioria (16 docentes) associou essas dificuldades à complexidade dos conceitos da análise combinatória.

Sobre o questionamento a respeito de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas, 14 professores omitiram suas posições, sete professores reafirmaram que não tratam desse tema no Ensino Fundamental e dois escreveram sobre o significado do referido procedimento como uma forma de desenvolver o conceito de probabilidade.

> Acho isso muito importante. Os alunos têm que perceber o que se faz é apenas previsão. Se lançarmos uma moeda 10 vezes a probabilidade prevista é de 5 caras e 5 coroas, assim 50% para cada.

> Mas na prática pode sair 2 caras e 8 coroas e se eu lançar mais 10 vezes pode dar 7 caras e 3 coroas. Se lançar muitas e muitas vezes, tipo 10000 vezes, o resultado deve aproximar de 50%. Por isso eu trabalho com os meus alunos alguns aplicativos para fazer essas simulações. (prof. 17).
>
> Devemos passar para o aluno que quando dividimos os resultados que queremos pelo número total de casos, estamos fazendo uma previsão. Mas na prática a probabilidade pode não bater com ela. Nos PCN tem uma explicação, tem uns exemplos a esse respeito. (prof. 23).

Conhecimento do Currículo

Para investigar o conhecimento curricular (SHULMAN, 1986) e as concepções dos professores a respeito da inclusão da probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental propusemos as seguintes questões:

- *No currículo de São Paulo está indicado o ensino da Probabilidade para o 6º ano do Ensino Fundamental. Você considera importante o desenvolvimento desse tema no Ensino Fundamental? Justifique sua resposta.*
- *Você concorda com a inclusão da probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental? Justifique sua resposta.*
- *Qual é a importância da probabilidade? Quais são os objetivos do ensino de Probabilidade na Educação Básica?*
- *Você concorda que o ensino dos conceitos de análise combinatória deve necessariamente preceder o ensino de probabilidade? Justifique.*

Consideramos necessário evidenciar que os professores não responderam essas questões uma a uma, isoladamente. Muitos as responderam conjuntamente.

Em relação ao início do estudo da Probabilidade ainda no Ensino Fundamental, pudemos identificar claramente a pouca importância que os docentes atribuem ao tema. Para muitos professores a probabilidade no Ensino Fundamental seria um contexto possível apenas para "*exemplificar um uso das frações e no Médio a probabilidade seria apenas contexto para aplicação da análise combinatória* ". (prof. 16).

Mediante as respostas apresentadas, é possível concluir que para a maioria desses docentes, a probabilidade seria um contexto pouco rico para desenvolver habilidades cognitivas importantes. A seguir, apresentamos algumas falas de professores representativas da grande maioria, quando indagados da importância da probabilidade e dos objetivos do ensino desse tema:

> Não vejo muito motivo para ensinar probabilidade no fundamental. Esse não é assunto do médio? Acho difícil ensinar probabilidade sem ensinar análise combinatória antes. (prof. 7)
>
> Não acho muito importante a probabilidade. Esse assunto é aplicação da análise combinatória. A combinatória sim que é importante. (prof.7)
>
> Se vocês vão dar um curso de probabilidade é porque ele deve ser importante, não é? Acho que vocês vão falar sobre isso. Mas eu não vejo ainda essa importância como em vejo a análise combinatória no médio (prof. 5)
>
> Penso que a probabilidade é um assunto relativamente importante, mas não tanto, é mais para o ensino médio. Porque ficar ensinando calcular as chances de ganhar um jogo? Os problemas de probabilidade dos livros e do caderno do professor são de jogos. Eles deveriam mostrar outros exemplos além dos jogos (prof. 19)
>
> Sei que é importante o aluno saber calcular a probabilidade de ganhar um jogo, que é mínima (mega sena), mas esse assunto não é prioritário no Fund II. Temos que ensinar tantas coisas importantes da álgebra e da geometria. (prof. 15)
>
> O assunto probabilidade é importante para desenvolver o raciocínio, pois é uma aplicação da análise combinatória. Ensinar probabilidade no fundamental é muita coisa. Quase não tenho tempo de trabalhar a geometria (prof. 10).
>
> Não sei muito bem os objetivos para ensinar probabilidade no fund. II. Não seria para mostrar um uso da fração? Os PCNs falam disso. No médio penso que é um tema para aplicar a análise combinatória para determinar o numerador e o denominador, utilizando, por exemplo, o princípio multiplicativo e a combinação. (prof. 14).
>
> Meus alunos do 2º ano do médio têm muitas dificuldades. Acho difícil ensinar. Agora como vou fazer com os alunos do Ensino Fundamental? Acho que vocês nos ensinarão isso nesse curso. (prof. 5)
>
> O que temos de ensinar já é muito. Como vai dar tempo de tratar a probabilidade no fundamental? O tempo é muito curto. (prof. 11)
>
> A probabilidade é excelente para o raciocínio, pois aplicamos os conceitos da análise combinatória. Acho que alguns assuntos da análise e da probabilidade podem ser trabalhados no fundamental, desde que sem o uso das fórmulas. (prof. 17).

Assim, pudemos perceber claramente que todos esses professores citados (com exceção do prof. 17) consideram o ensino da Probabilidade como não prioritário no Ensino Fundamental – alguns têm essa posição inclusive para o Médio.

Vale ressaltar que a maioria dos professores explicitou a concepção de que o ensino da análise combinatória deve sempre preceder o da probabilidade.

Outro ponto a ser destacado foi a total ausência dos termos aleatório e incerteza nas respostas aos questionários. Esperávamos que os docentes incluíssem entre os objetivos do ensino de probabilidade a necessidade de o aluno compreender que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar a chance acerca do resultado de um deles.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como síntese de nossa análise, os resultados indicaram que uma parte razoável dos professores participantes desta pesquisa tem domínio não-satisfatório de noções e procedimentos relativos à probabilidade como, por exemplo, a determinação do espaço amostral para calcular probabilidade de um evento. Foi possível também concluir que as estratégias utilizadas por essa parte de docentes para ensinar probabilidade não são muito diversificadas, possivelmente por não dominarem suficientemente tais noções. Ou seja, os professores demonstraram ter um repertório de estratégias insuficiente para a tarefa de ensinar as primeiras noções desse tema aos alunos do 6º ao 9º anos.

Assim, mediante a análise dos dados coletados na fase diagnóstica, interpretamos que as concepções da maioria dos docentes participantes de nosso estudo sobre os objetivos do ensino de probabilidade no Ensino Fundamental, estavam praticamente restritas à resolução de um campo de problemas cuja finalidade é discutir a razão como um dos significados da fração. Além dessa dimensão, a probabilidade nessa etapa escolar seria, quando muito, apenas um contexto para aplicar o princípio multiplicativo e nunca como um bom contexto que pode favorecer o desenvolvimento do raciocínio que envolve esse princípio.

Em nossa interpretação, as respostas dos professores não indicaram a presença de um exame crítico a respeito da indispensabilidade do ensino de noções de probabilidade ao longo do 6º ao 9º ano. Ou seja, parece que esses docentes, mesmo tendo conhecimento que fariam um curso sobre a Probabilidade no Ensino Fundamental, não utilizaram o tempo que tiveram para responder aos questionários e as questões propostas, para refletirem sobre as potencialidades do tema. Naquele momento, os professores apenas ponderaram que o ensino da probabilidade nos anos finais poderia ocorrer, desde que não prejudicasse o tempo a ser dedicado para o trabalho com a Álgebra e a Geometria.

Podemos dizer que as concepções desses professores podem ter agido, conforme Ponte (1992), como um filtro, estabelecendo limites para a reflexão que deveriam fazer.

Tais resultados colocam em destaque a necessidade de promover, nos cursos de formação inicial e/ou continuada, discussões sobre a relevância de noções e procedimentos concernentes à probabilidade, sobre as dificuldades vivenciadas pelos estudantes quando iniciam a construção desse conhecimento e sobre a importância de seu estudo nas diversas etapas da escolaridade. Além disso, há de se tomar decisões e traçar uma metodologia que promova a ressignificação dos conhecimentos do conteúdo específico, conhecimentos pedagógicos do conteúdo e conhecimentos curriculares relativos à temática.

REFERÊNCIAS

ACARA. **Australiun Curriculum Assesment and Reporting Authority**. Disponível em: <http://www.acara.edu.au/curriculum/curriculum.html. Acesso em: 10 jul. 2015.

ACARA. **O currículo australiano**. 2014. Disponível em: http://porvir.org/wp-content/uploads/2014/09/CurriculoAustraliano_Matematica.pdf. Acesso em: 7 jun. 2015.

BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v.59, n.5, p.389-407, 2008.

BATANERO, C.;DÍAZ, C. Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, v.3, n.1, p.3-13, 2012.

BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G.A. (Ed.). **Exploring probability in school**: challenges for teaching and learning. New York: Springer, 2005, p.16-42

BATANERO, C.; DIAZ, C. **Probabilidad, grado de creencia y proceso de aprendizaje**. In: JORNADAS NACIONALES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS, 13., Granada, Julio, 2007.

BORBA, R.E.S. **Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, 11. ***Anais...*** Curitiba, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Guia de livros didáticos*: PNLD 2013: Matemática e Alfabetização Matemática. Brasília, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental**: Matemática. Brasília: MEC, 1998.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. 2012. Disponível em www.nuffieldfoundation.org. Acesso em: 10 jul. 2013.

CAMPOS, T.M.M.; PIETROPAOLO, R.C. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. Recife: UFPE, 2013, p.55-61.

CURRICULUM PLANNING AND DEVELOPMENT DIVISION.PRIMARY MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING, SINGAPORE, 2013. Disponível em: http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-primary-2013.pdf Acesso em: 15 jul.2015.

FINI, M.I (Coord.) **Caderno do professor**: Matemática, Ensino Fundamental – 8ª série/9º ano, volume 4/Secretaria da Educação. São Paulo, SEE, 2010.

GUIMARÃES, R.C.; CABRAL, J.A.S. **Estatística**. Lisboa: Mac-Graw Hill, 1997.

IVES, S.E. **Learning to teach probability**: relation ships among preservice teachers 'beliefs and orientations, content knowledge, and pedagogical content knowledge of probability. 2009. Tese de (Doutorado) - Faculty of North Carolina Stat eUniversity. Disponível em: http://repository.lib.ncsu.edu/ir/handle/1840.16/4058.

KATAOKA, V.Y. *et al.* **Probability teaching in brazilian basic education**: evaluation and intervention. Monterrey. Anais… Monterrey, Mexico. 2008. Disponível em: http://tsg.icme11.org/tsg/show/14.

ESPANHA. Ministério da Educação. 2006. Real Decreto 1513/2006, de 7 de Diciembre, por el que se establecen lãs ensenanzas minimas de La educacion primaria. 2006. Disponível em: www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf. Acesso em: 25 jul. 2013.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. 2000. Disponível em: http://standards.nctm.org.

ORTIZ, J.; BATANERO, C.; CONTRERAS, C. Conocimiento de profesores em formación sobre la idea de juego equitativo. **Revista Latino Americana de Matemática Educativa**, v.15, n.1, p.64 -91, 2012.

PIETROPAOLO, R.C. *et al.* **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais**. In: SEMINÁRIO DO OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO DA CAPES, 4.. 2013. **Anais...** Disponível em: http://seminarios.capes.gov.br/observatorio-da-educacao/resumos/108-educacao-basica.

PIETROPAOLO. R.C. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v.9, n.11, p.34-38, 2002.

PONTE, J.P. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: BROWN, M. *et al*. (Org.). **Educação Matemática**. Portugal: Instituto de Inovação Educacional, 1992, p.185-247.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo**: Matemática/Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE, 2010.

SHULMAN, L.S. Those who understend: knowledge growth in teaching. **Education Researcher**, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

Submetido: março de 2015

Aceito: julho de 2015