DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2024v17n3p327-333

Raciocínio Proporcional no 5º Ano: Análise de Estratégias Resolução de Situações-Problema da OBMEP Mirim

Proportional Reasoning in the 5th Year: Analysis of Strategies for Solving Problem Situations of the Junior OBMEP

Vagner Campeão[a]; Angelica da Fontoura Garcia Silva[a]

[a]Universidade Unopar Anhanguera, Programa de Pós-Graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias. PR, Brasil. E-mail: vcampeao.vc@gmail.com

Resumo

Este estudo investiga as estratégias utilizadas por alunos do quinto ano do Ensino Fundamental na resolução de uma situação-problema da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) Mirim, focando no desenvolvimento do Raciocínio Proporcional (RP). A pesquisa adota uma abordagem qualitativa, baseada na observação das interações entre alunos durante atividades colaborativas. As estratégias dos estudantes foram analisadas à luz de Lesh, Post, & Behr (1988) sobre o RP e a promoção do trabalho colaborativo, promovendo o conhecimento colaborativo Dillenbourg (1999). As principais estratégias identificadas foram a "metade" e o "valor unitário", que se manifestaram por meio de registros figurais e cálculos mentais. Conforme a análise, as crianças demonstraram diferentes níveis de compreensão do RP, variando de estruturas aditivas e multiplicativas. Os resultados indicam que a utilização de representações visuais e a colaboração entre pares facilitaram a transição dos alunos do raciocínio aditivo para o proporcional, contribuindo para a construção do conhecimento a respeito desse tipo de raciocínio. As conclusões sugerem a importância de incluir atividades que promovam o uso de múltiplas estratégias, como as adotadas neste estudo, para desenvolver o RP nos anos iniciais. Além disso, recomenda-se que os professores proporcionem um ambiente de aprendizagem que valorize a exploração de situações-problema, favorecendo o pensamento crítico e a compreensão das ideias envolvidas no Raciocínio Proporcional.

Palavras-chave: Raciocínio Proporcional. Estrutura Multiplicativa. Situação-Problema. Estratégias de resolução.

Abstract

This study investigates the strategies used by 5th-grade students in solving a problem from the OBMEP Mirim, focusing on the development of Proportional Reasoning (PR). The research follows a qualitative approach, based on observing student interactions during collaborative activities. The students' strategies were analyzed using the framework of Lesh, , Post, & Behr (1988) on PR and Dillenbourg's (1999) concept of collaborative knowledge building. The main strategies identified were "halving" and "unit value," expressed through figural representations and mental calculations. The analysis revealed varying levels of PR understanding, from additive to multiplicative structures. The results suggest that visual representations and peer collaboration facilitated students' transition from additive to proportional reasoning, contributing to their knowledge construction. The findings highlight the importance of incorporating activities that promote multiple strategies to develop PR in early education and recommend that teachers create learning environments that encourage problem-solving exploration, critical thinking, and a deeper understanding of proportional reasoning concepts.

Keywords: Proportional Reasoning. Multiplicative Structure. Problem Situation. Resolution Strategies.

Introdução

A importância do Raciocínio Proporcional (RP) é amplamente destacada em documentos curriculares nacionais e internacionais, como o Curriculum Evaluation: Standards for School Mathematics, do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), do Ministério da Educação (2018). Esses documentos enfatizam que a compreensão das relações entre grandezas é essencial para o entendimento de diversos conceitos matemáticos, recomendando o uso de situações-problema variadas para promover essa habilidade. No contexto brasileiro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), também publicados pelo Ministério da Educação (1997) já indicavam a relevância do RP na interpretação de fenômenos do mundo real, e a BNCC reforça a necessidade de um desenvolvimento gradual dessas competências ao longo do Ensino Fundamental.

Dado o caráter complexo e, muitas vezes, não evidente do RP, torna-se fundamental investigá-lo em processos de aprendizagem de alunos. Segundo Lamon (2006), o RP desempenha um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, especialmente ao lidar com relações complexas entre quantidades. Embora as regras tradicionais para resolver proporções sejam amplamente difundidas, sua aplicação com foco exclusivo em procedimentos de cálculo pode limitar a compreensão mais profunda dos conceitos envolvidos. Assim, é essencial que os alunos desenvolvam não apenas as técnicas de resolução, mas também uma compreensão sólida das ideias conceituais que sustentam o RP.

Todavia, pesquisas nacionais e internacionais, como as de Ponte, & Costa (2008), Souza et al. (2016) e Martins, & Garcia Silva (2022), destacam os desafios enfrentados por alunos ao trabalhar com RP, assim como as dificuldades relatadas por professores, como visto nos estudos de Lopes (2017), Martins (2022) e Melara (2020). Tais investigações indicam a necessidade de aprofundar a análise de como os estudantes lidam com problemas de proporção.

Para isso, escolhemos usar questões da OBMEP Mirim, visto que oferece aos alunos acesso às situações-problema matemáticas desafiadoras, que normalmente não fazem parte do cotidiano dos alunos. Os desafios matemáticos disponíveis no portal da olimpíada, elaborados "por profissionais altamente qualificados" (OBMEP, 2022), forneceram um cenário adequado para o desenvolvimento da pesquisa, estimulando os alunos a se engajarem em desafios matemáticos mais complexos do que aqueles propostos em materiais didáticos convencionais.

Com base nesse contexto, este artigo tem como objetivo analisar as estratégias utilizadas por alunos do quinto ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos que envolvem RP, explorando o uso de representações visuais, cálculos de valores unitários e outras estratégias em um ambiente colaborativo, durante atividades da OBMEP Mirim. O estudo busca compreender de que forma essas estratégias contribuem para o desenvolvimento do pensamento proporcional.

2 Referencial Teórico

Lesh, Post, & Behr (1988) exploram a maneira como as crianças desenvolvem o RP, um conceito central para o entendimento de relações multiplicativas e fundamentais para a Matemática. Segundo os autores, a solução de situações-problema envolvendo o cálculo da divisão ou proporção passa por etapas, os estudantes começam utilizando estratégias mais intuitivas e aditivas, que, embora apropriadas para situações mais simples, podem falhar quando aplicadas a questões que envolvem proporcionalidade. A transição para o RP envolve o reconhecimento de que certos problemas exigem uma relação multiplicativa constante entre duas variáveis.

Dentre as estratégias bem-sucedidas descritas pelos autores, destaca-se o uso da taxa unitária. Nessa abordagem, os alunos resolvem problemas calculando o valor de uma unidade a partir de uma quantidade total e, em seguida, utilizam esse valor para determinar outras quantidades. Por exemplo, em problemas que envolvem o preço de múltiplos itens, os alunos podem dividir o custo total pelo número de unidades para encontrar o valor unitário, favorecendo a solução proporcional. Essa estratégia é descrita como particularmente intuitiva para as crianças e eficiente na resolução de problemas complexos de proporção.

Além disso, o estudo enfatiza a importância das representações visuais e simbólicas para o desenvolvimento do RP. As crianças frequentemente utilizam representações icônicas, como desenhos ou diagramas, para visualizar as relações entre as quantidades envolvidas. Essas representações ajudam os alunos a compreenderem melhor as proporções, facilitando o raciocínio antes de fazer a transição para representações algébricas mais abstratas. A combinação de operações matemáticas simbólicas e representações visuais permite que as crianças avancem no entendimento de problemas multiplicativos, estabelecendo uma base sólida para o aprendizado matemático mais avançado.

Complementando essa perspectiva, o uso do referencial de "metade" como uma estratégia de RP é amplamente discutido por Spinillo (1992). A autora argumenta que o conceito de "metade" atua como uma âncora cognitiva essencial para as crianças em julgamentos sobre proporção. De acordo com Spinillo (1992, p.309), "as crianças fazem julgamentos sobre proporção quando as comparações atravessam os limites de 'metade', ou explicitamente envolvem este referencial". Essa abordagem facilita o RP nas etapas iniciais do desenvolvimento, pois a "metade" oferece um ponto de referência intuitivo e acessível para as crianças compararem partes de um todo ou entre si.

Essa ideia foi ampliada por Cruz, & Spinillo (2004), que investigam como o referencial de "metade" pode ser utilizado na adição de frações. Os autores demonstram que crianças de 8 a 9 anos obtêm maior sucesso ao utilizar "metade" como ponto de ancoragem, pois tal estratégia facilita a compreensão de equivalências entre frações e o raciocínio proporcional mais complexo. Ao utilizar "metade", as crianças "adotaram estratégias mais elaboradas, expressando esquemas de equivalência relevantes para a compreensão de frações" (Cruz, & Spinillo, 2004, p. 2). De forma semelhante, Spinillo (2014) afirma que, quando o conceito de "inteiro" e "metade" estão bem desenvolvidos, os alunos conseguem melhores resultados em operações com frações.

Assim, o uso de representações visuais, como as destacadas por Lesh, Post, & Behr (1988), e o referencial de "metade", discutido por Spinillo (1992) e ampliado por Cruz & Spinillo (2004), mostram-se fundamentais para o desenvolvimento do RP. Ambos os recursos não apenas ajudam na transição do raciocínio aditivo para o proporcional, mas também oferecem às crianças ferramentas cognitivas poderosas para resolver problemas de proporção e frações.

3 Material e Métodos

Esta investigação foi autorizada pela Comissão de Ética em Pesquisa (CEP), vinculada à Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (Conep), sob o número CAEE: 43483721.1.0000.5493 e parecer: 4.657.800. A metodologia deste estudo seguiu uma abordagem qualitativa, centrada na observação direta das interações entre os alunos durante a realização das atividades. Como defendido por Lüdke, & André (1986), a pesquisa qualitativa permite uma análise aprofundada dos processos de ensino e aprendizagem, possibilitando a compreensão dos fenômenos em seu contexto natural. O foco na aprendizagem colaborativa, característica deste estudo, justifica-se pela busca de investigar as interações sociais e cognitivas que ocorrem durante a resolução de problemas matemáticos, conforme descrito por Bogdan & Biklen (1994).

Para este estudo, selecionamos uma sala de aula do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Ourinhos, São Paulo (SP). O grupo contém 18 alunos, com idades entre 10 e 11 anos, que moram no bairro (e também nos adjacentes) da comunidade escolar. Nesse grupo, há alunos em fase de alfabetização. A escola está situada em uma região periférica da cidade e inserida em uma comunidade com grande vulnerabilidade social. A sala teve sua participação confirmada na OBMEP - Mirim do ano de 2024.

Na pesquisa com os estudantes, usamos a aprendizagem colaborativa. Esta, de acordo com Dillenbourg (1999), promove a construção conjunta do conhecimento entre pares. Além disso, a situação-problema apresentada foi retirada do material disponível no portal dessa olimpíada.

A sala estudada pertence ao Sistema Municipal de Ensino de Ourinhos, cujo currículo está integrado ao programa “Currículo Paulista” do estado de São Paulo, incorporado ao sistema de ensino por meio da adesão do município. Especificamente, a disciplina de Matemática conta com o material Emai: Educação Matemática dos Anos Iniciais, que, dentre outras características, vale-se das Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA). Nelas, os conhecimentos são apresentados gradativamente, em formato espiral, ou seja, os conceitos estudados são retomados posteriormente e, então, aprofundados (São Paulo, 2023).

Nesse contexto, a proposta do currículo e deste material incentiva o trabalho colaborativo entre os alunos e a mediação dialógica do professor, que constrói e reconstrói seu planejamento a partir da observação do desempenho dos alunos a cada sequência do material (São Paulo, 2023). Logo, percebemos a importância de preservar o formato em que as aulas vinham acontecendo: o trabalho colaborativo. Escolhemos trabalhar com duplas, separando os alunos em pares produtivos, de forma que os diferentes níveis de aprendizagem e conhecimentos matemáticos fossem combinados, favorecendo o diálogo na solução dos problemas.

Selecionamos cinco questões de conhecimentos variados de Matemática, com níveis de dificuldades diversificados. As questões foram coladas em um grande cartaz de papel pardo distribuídas entre as duplas de alunos, que seguiam um roteiro proposto para a resolução:

a) Uso livre do espaço para resolução: Cada dupla podia usar o espaço em torno do problema sem restrições, utilizando desenhos, esquemas e cálculos como estratégia para alcançar a solução.
b) Rodízio de questões: Após resolverem uma questão, as duplas trocavam a situação ao nosso comando, participando de um rodízio.
c) Registros anteriores: As duplas tinham a opção de continuar ou refutar os registros deixados pela dupla anterior, promovendo um brainstorm matemático.

Essa dinâmica permitiu que todas as duplas passassem por cada uma das cinco situações selecionadas, estimulando tanto a interação colaborativa quanto o desenvolvimento de diferentes estratégias para resolver problemas. A Figura 1 registra a configuração inicial da atividade.

Figura 1 - Início da atividade

Fonte: os autores.

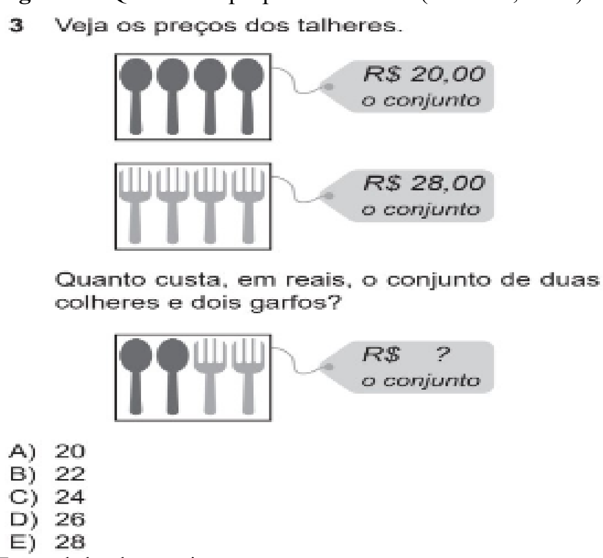
É possível identificar que os alunos analisam as situações em duplas. A configuração espacial permite que os participantes se movimentem e resolvam todas as situações.

Para garantir a preservação da identidade dos participantes, as duplas serão identificadas de forma anônima, utilizando uma nomenclatura padronizada. As duplas serão referidas como letras gregas Dupla Alfa, Dupla Beta, Dupla Gama, e assim por diante, até Dupla Kappa, totalizando nove duplas envolvidas no estudo. Essa abordagem assegura a privacidade dos participantes e, ao mesmo tempo, permite uma clara distinção entre os grupos ao longo da análise.

4 Resultados e Discussão

Durante a coleta de dados, realizada por meio da observação direta das duplas, selecionamos as hipóteses levantadas pelos alunos, bem como as tentativas de soluções que estavam diretamente ligadas ao pensamento proporcional. Para este evento, analisaremos as estratégias dos alunos para resolverem uma das situações. A questão representada na Figura 2 ilustra um exemplo que exigiu o uso do pensamento proporcional e divisão: os alunos precisavam calcular o preço de conjuntos de talheres vendidos em promoções com valores fixos. A problemática consistia em encontrar o preço final ao selecionar diferentes quantidades de cada item, o que levou os alunos a raciocinarem sobre valor unitário de cada item, requerendo um procedimento de divisão, ou a raciocinarem proporcionalmente de outras formas.

Figura 2 - Questão de proporcionalidade (OBMEP, 2022)



Fonte: dados da pesquisa.

Lesh, Post, & Behr (1988), apoiados nas ideias de Piaget, Grize, Szeminska, & Bang (1968), sugerem que o RP passa por fases, começando pelo uso de estratégias aditivas, progredindo para o de táticas multiplicativas ainda sem generalização, até alcançar a compreensão da lei das proporções.

Ao conferirmos o desempenho e as soluções apresentadas pelos alunos na questão, notamos evidências da teoria de Piaget, conforme descrito por Lesh et al. (1988), e vimos que oito das nove duplas conseguiram alcançar o resultado correto, enquanto uma apresentou os cálculos incorretos (Quadro 1).

Quadro 1 - Registro quantitativo da resolução do problema "Preço dos talheres"

Dupla	Resposta	Estratégia	Registro
Alfa	Correta	Taxa Unitária	Cálculo mental e Registro figural
Beta	Correta	Metade	Cálculo escrito e Registro figural
Gama	Correta	Metade	Cálculo escrito e Registro figural
Delta	Correta	Metade	Cálculo escrito
Épsilon	Correta	Metade	Cálculo escrito
Zeta	Correta	Metade	Cálculo mental
Eta	Correta	Metade	Cálculo mental
Iota	Correta	Metade	Cálculo mental
Kappa	Incorreta	Taxa Unitária	Cálculo mental

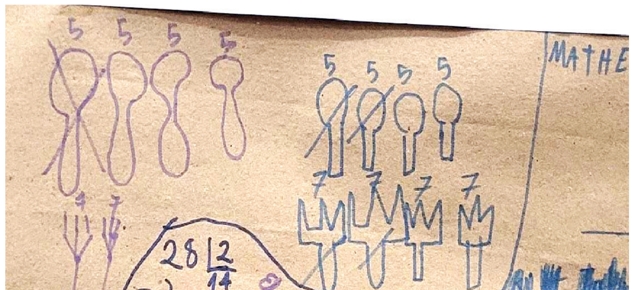
Fonte: dados da pesquisa.

Fundamentados em Piaget, Grize, Szeminska, & Bang (1968), Lesh, Post, & Behr (1988) definem como "proporções lógicas" a capacidade do estudante de fazer relações multiplicativas entre duas grandezas e, em seguida, aplicá-la para encontrar outros valores. Para os autores, esse é o segundo estágio da aquisição do raciocínio proporcional. As duplas Alfa, Beta e Gama valeram-se das relações multiplicativas usando relações diferentes, conforme mostraremos a seguir.

Uma das estratégias observadas foi a da Dupla Alfa, que resolveu a questão fazendo uso de registro figural em combinação com o cálculo dos valores unitários. Na Figura 3, podemos ver que a dupla desenhou quatro colheres e acima de cada uma delas registrou o valor 5 (o custo de cada colher). De forma semelhante, os quatro garfos foram desenhados com o número 7 (o valor de um garfo). As Duplas Beta e Gama também se utilizaram de registro figural e do valor unitário para resolver a situação. Analisando o registro das Duplas Zeta e Eta, é possível identificar que parte dos cálculos foi feita mentalmente (20 ÷ 4), uma vez que é parte com o registro da operação. Essa estratégia visual permitiu que os alunos associassem a quantidade de talheres a seu respectivo valor unitário, facilitando a resolução do problema.

O uso do desenho também evidencia uma simplificação visual: ao riscarem duas colheres e dois garfos, eles isolaram a quantidade solicitada na situação-problema, tornando a relação proporcional mais clara. Embora a dupla não tenha registrado explicitamente a solução final, o percurso do raciocínio fica evidente no desenho e na estruturação das informações, indicando que eles estavam no caminho certo para chegar à resposta correta.

Figura 3 - Estratégia da dupla Alfa. Uso de taxa unitária com registro figural



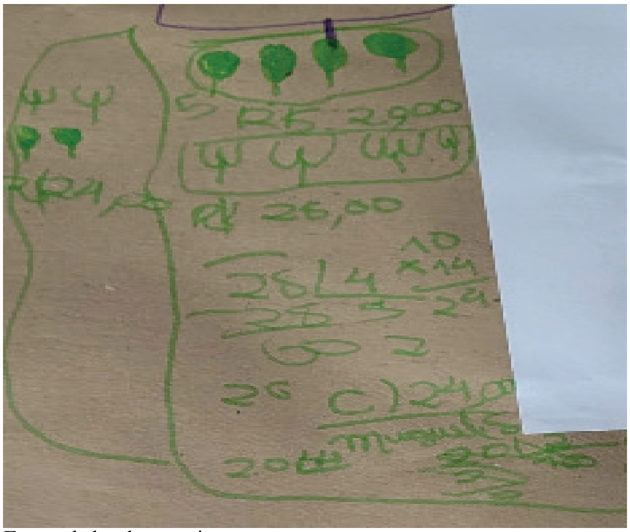
Fonte: dados da pesquisa.

Essa abordagem combina dois aspectos: a representação pictórica para visualizar a relação entre quantidade e valor, e o uso de valores unitários para calcular a solução de forma proporcional. O sucesso dessa estratégia sugere que a integração entre representações visuais e matemáticas pode ser uma ferramenta poderosa no desenvolvimento do RP dos alunos.

A dupla Alfa fez uso de uma relação multiplicativa, conforme descrito por Lesh, Post, & Behr (1988), alcançada por meio da divisão 28 ÷ 4, representada com figuras. Ao estabelecer o valor unitário de cada garfo e colher, ela foi capaz de determinar o valor de outras quantidades, como evidenciado pela exclusão de dois garfos e colheres com um "x". Com base nos referidos autores, influenciado pelos princípios de Piaget, podemos dizer que esse processo reflete uma compreensão progressiva do RP.

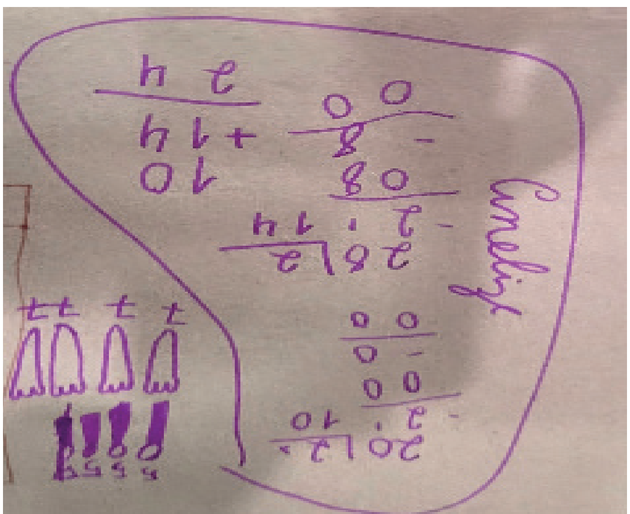
Da mesma forma, outras duplas também se utilizaram dessa estratégia para resolver a situação-problema. As Duplas Beta e Gama adotaram táticas semelhantes, utilizando tanto operações escritas quanto representações visuais para organizar seus pensamentos e chegar à solução. Ao analisar o registro da Dupla Beta, é possível observar que parte dos cálculos foi realizada mentalmente, como indicado pelo número 5 ao lado do desenho da colher, que representa o valor unitário obtido pela divisão de 20 por 4 (20 ÷ 4 = 5). Além disso, a dupla também registrou operações matemáticas, como a divisão 28 ÷ 4, para encontrar o valor de um garfo (7), e a adição final dos valores correspondentes a duas colheres (10) e dois garfos (14), resultando no total correto de 24, conforme apresentados nas Figuras 04 e 05.

Figura 4 - Estratégia da dupla Beta. Representação figural e cálculo escrito



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 5 - Estratégia da dupla Gama. Representação figural e cálculo escrito

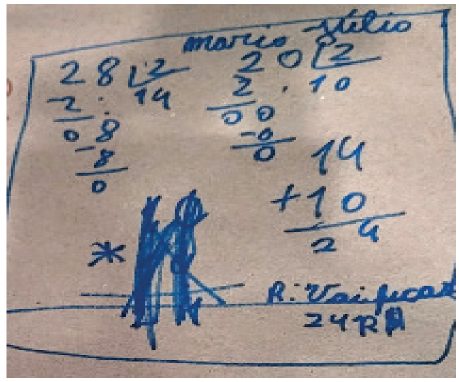


Fonte: dados da pesquisa.

As relações multiplicativas usadas pelos alunos das duplas Beta e Gama são apresentadas quando realizaram as divisões 28 ÷ 2 e 20 ÷ 2, ou seja, intencionalmente encontram a metade do valor (fração que não foi sugerida explicitamente no enunciado do problema) para, então, encontrar a metade do valor do conjunto de quatro colheres e garfos. Neste caso, diferentemente da Dupla Alfa, não foi necessário realizar a operação aplicando a proporcionalidade para determinar o valor de dois talheres (apesar de terem usado a representação figural), pois encontrar a metade já foi suficiente.

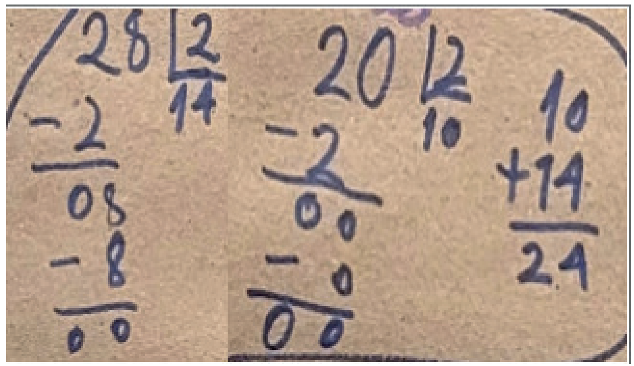
De maneira similar, as próximas duplas usaram o algoritmo da divisão para estabelecer a relação multiplicativa necessária para a solução, conforme as Figuras 6 e 7. As duplas Delta e Épsilon utilizaram somente os registros escritos. As duplas responderam corretamente à proposta e perceberam que a situação requer a identificação do preço da metade dos talheres.

Figura 6 - Estratégia da Dupla Delta. Uso da metade com cálculo escrito



Fonte: dados da pesquisa.

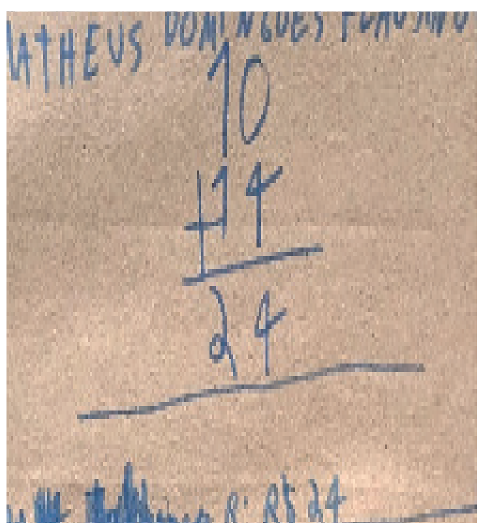
Figura 7 - Estratégia da Dupla Épsilon. Uso da metade com cálculo escrito



Fonte: dados da pesquisa.

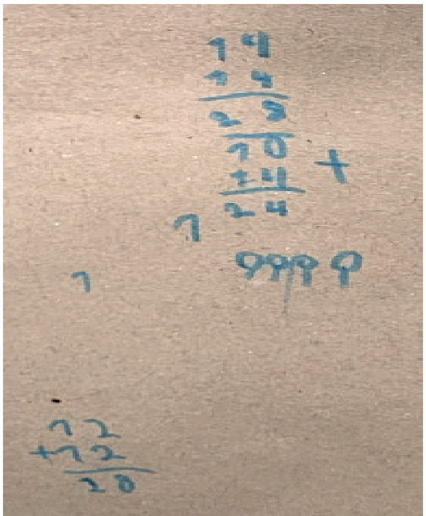
Utilizando essa mesma ideia, as duplas Zeta, Eta e Iota calcularam a metade do preço dos talheres mentalmente, por meio de uma adição, o valor a ser pago pelas duas colheres e dois garfos, conforme as Figuras 8 , 9 e 10.

Figura 8 - Estratégia da Dupla Zeta. Uso da metade com cálculo mental



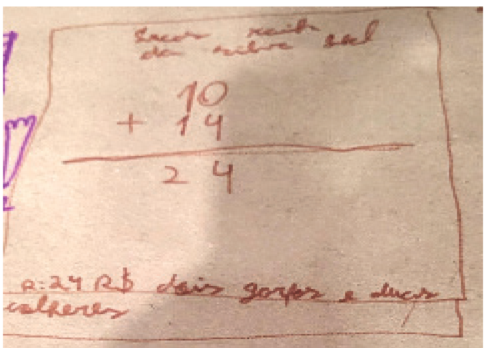
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 9 - Estratégia da Dupla Eta. Uso da metade com cálculo mental



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 10 - Estratégia da Dupla Iota. Uso da metade com cálculo mental

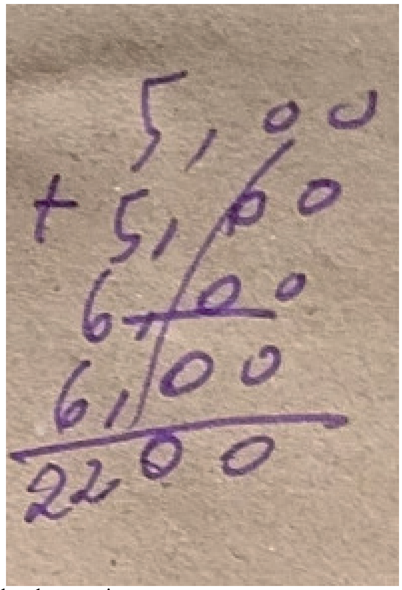


Fonte: dados da pesquisa.

Destacamos que a Dupla Eta é composta por dois alunos que não concluíram a alfabetização. Apresentam dificuldades significativas para o ano escolar em que se encontram, são capazes de fazer leituras de pequenas palavras; para que tivessem condições de realizar a atividade, apenas a leitura das situações-problema foi feita pelo professor da sala. Analisando a Figura 9, percebemos que a dupla fez o uso da estratégia da metade e facilmente encontraram que "duas colheres custam 10", não deixando registro desse raciocínio (somente oral). Entretanto, encontrar metade de R$ 28,00 não era trivial para eles. Ambos não dominam o algoritmo da divisão para realizar o cálculo "28 ÷ 2"; logo, valeram-se de outra estratégia: tentativa e erro, arriscando parcelas que se somavam 2 vezes a fim de encontrar o 28. Tentaram: 12 + 12 = 24, 13 + 13 = 26 e, enfim, 14 + 14 = 28.

A Dupla Kappa seguiu a ideia da Taxa Unitária, verificamos pela Figura 11 a presença de 4 parcelas na soma deixada em seu registro. Notamos que a dupla obteve sucesso ao representar os valores diferentes para os distintos talheres, bem como o valor unitário da colher, R$ 5,00. No entanto, o cálculo mental aplicado equivocou-se ao registrar que R$ 6,00 seria o valor unitário do garfo.

Figura 11 - Estratégia da Dupla Kappa. Uso da taxa unitária



Fonte: dados da pesquisa.

Com base em Lesh, Post, & Behr (1988), ponderamos que as soluções das duplas Eta e Kappa refletem o estágio "pré-proporcional", em que os alunos utilizam adições ou subtrações para resolver problemas que exigem raciocínio multiplicativo. Nesse momento, eles ainda não dominam completamente o conceito de proporcionalidade. Piaget, Grize, Szeminska, & Bang (1968) sugerem que, nesse ponto, os alunos não conseguem compensar mudanças em variáveis, preservando a proporção, o que indica que o RP ainda está em um estágio inicial de desenvolvimento.

5 Conclusão

Considerando que o RP é alicerce para a compreensão de conceitos matemáticos complexos, base para o desenvolvimento cognitivo e uma competência a ser alcançada na fase escolar, estudar como os alunos pensam, registram e procuram a solução de um problema de proporcionalidade é essencial para reconhecer essa trajetória em sua conquista. De fato, os alunos que participaram do estudo não se encontram no mesmo estágio de desenvolvimento do RP.

Alguns são pré-proporcionais, operam no campo aditivo por não compreenderem a multiplicação e divisão, e, logo, a proporcionalidade. Há pouca evidência de que compreendem relações de proporção e a aplicam em situações diversas. Embora alguns alunos obtenham sucesso usando essa técnica, é possível que falhem quando algum dos valores da proporção forem alterados.

O segundo estágio do RP é notável quando há a relação multiplicativa aplicada pelos alunos. Neste estudo, percebemos que a maior parte dos alunos utilizou a estratégia do cálculo do valor unitário ou da metade (respectivamente, dividindo por 4 e por 2) e, em seguida, encontraram as proporções desejadas para a solução do problema. Entendemos que estes alunos, além de conhecerem e aplicarem o algoritmo da divisão, mostraram compreender o sentido da proporção e relação com as quantidades exigidas pela situação-problema.

O desenvolvimento do RP ocorre gradualmente ao longo da escolaridade, à medida que os alunos vão adquirindo e refinando suas habilidades em resolver problemas que envolvem proporções e relações multiplicativas em diferentes contextos. Recomendamos aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os primeiros a oferecerem o contato com situações multiplicativas, que priorizem situações-problemas com o uso da proporcionalidade, além das que comumente usamos para ensinar aos estudantes o algoritmo da multiplicação e divisão. Convém adotar situações não triviais, como a usada neste estudo, que permitam o uso de diversas estratégias, tais como o valor unitário ou metade, por meio de representação figural, cálculo escrito ou cálculo mental.

Referências

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora.

Cruz, M.S.S., & Spinillo, A.G. (2004). Adição de frações por estimativa a partir do referencial de metade e de inteiro. Estudos de Psicologia, 19(4), 241-249.

Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by ‘collaborative learning? In P. Dillenbourg (Ed.), Collaborative-learning: Cognitive and Computational Approaches (pp. 1–15). Elsevier.

Lamon, S.J. (2006). Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), Number concepts and operations for the middle grades (pp.93-118). Lawrence Erlbaum.

Lopes, S.C. (2017). Comunidade de prática para o desenvolvimento de competências profissionais voltadas para a resolução de problemas matemáticos de relações contextuais. São Paulo: Universidade Anhanguera de São Paulo.

Lüdke, M., & André, M.E.D.A. (1986). Pesquisa em educação: abordagens qualitativas São Paulo: Atlas.

Martins, H.C. (2022). Ressignificação de conhecimentos profissionais de um grupo de professoras que ensinam Matemática sobre o Raciocínio Proporcional Sãso Paulo: Universidade Anhanguera.

Martins, H.C.B., & Garcia Silva, A.F. (2022). Divisão proporcional: Uma investigação sobre as estratégias utilizadas por alunos concluintes do Ensino Médio. REMAT 8(1).

Melara, J.F.T. (2020). Raciocínio proporcional e formação de professores: Um estudo sobre dissertações e teses. São Paul: Universidade Anhanguera de São Paulo.

Ministério da Educação. (1997). Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC

Ministério da Educação. (2018). Base nacional comum curricular. Brasília: MEC

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. NCTM.

OBMEP. OBMEP Mirim Apresentação. 2024. https://olimpiadamirim.obmep.org.br/apresentacao.

Piaget, J., Grize, Szeminska, A., & Bang, V. (1968). Epistemologie et psychologie de la fonction. Paris: Paris University Press.

Ponte, J. P., & Costa, S. (2008). Raciocínio proporcional dos alunos do 2.º ciclo do ensino básico. Revista da Educação, 16(2), 65–100..

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (2023). Currículo Paulista.

Souza, V.H.G., Galvão, M.E.E.L., & Poggio, A.M.P.P. (2016). O conceito de proporcionalidade direta de alunos brasileiros de 16-17 anos na perspectiva dos três mundos da matemática. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 9(1), 30–64.

Spinillo, A.G. (1992). A importância do referencial de ‘metade’ e o desenvolvimento do conceito de proporção. Psicologia: Teoria e Pesquisa, 8(3), 305–317.

Spinillo, A.G. (2014). Usos e funções do número em situações do cotidiano. In Secretaria de Educação Básica (Org.), Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Quantificação, Registros e Agrupamentos. (pp. 20-29). SEB.