

# Registros de Representação Semiótica: uma Análise da Abordagem de Limites em Livros Didáticos

## Records of Semiotic Representation: an Analysis of the Borders Approach in Textbooks

Leniedson Guedes dos Santos<sup>\*a</sup>; Karly Barbosa Alvarenga<sup>a</sup>; Geci José Pereira da Silva<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universidade Federal de Goiás. GO, Brasil.

\*E-mail: leniedson@hotmail.com

---

### Resumo

Os livros didáticos desempenham um papel fundamental como instrumentos de ensino e seu uso como objeto de pesquisa possibilita compreender dificuldades de aprendizagem, especialmente no que diz respeito ao ensino superior. Este artigo apresenta um trabalho bibliográfico, parte de uma pesquisa de doutorado, de natureza qualitativa com respaldo numérico, que se propõe a responder à questão sobre como os livros didáticos *Cálculo com geometria analítica*, de Louis Leithold e *Um curso de cálculo* de Hamilton Luiz Guidorizzi (2001), mobilizam os registros de representação semiótica, para abordar o conceito de limite. Assim, esta pesquisa tem como objetivo investigar a forma com que esses livros didáticos de Cálculo Diferencial utilizam os registros de representação semiótica para trabalhar o conceito de limite de funções de uma variável. A metodologia utilizada consistiu em identificar os tipos de representações de limites e de funções que aparecem nas obras, tanto no texto quanto nos exercícios, bem como suas transformações. Para o tratamento dos dados, foram realizadas uma codificação, uma categorização e uma construção de inventários e gráficos, utilizando a teoria dos registros de representação semiótica, de Duval, para subsidiar as análises. Como resultados, destacam-se o predomínio da linguagem algébrica nos dois livros analisados e a preferência por conversões que partem do registro algébrico para a construção de gráficos.

**Palavras-chave:** Livros de Cálculo. Limite de Função. Representações Semióticas.

### Abstract

*Textbooks play a fundamental role as teaching instruments and their use as a research object makes it possible to understand learning difficulties, especially with regard to higher education. This article presents a bibliographic work, part of a doctoral research, of a qualitative nature with numerical support, which proposes to answer the question about how the textbooks *Calculus with Analytical Geometry*, by Louis Leithold and *A Course in Calculus* by Hamilton Luiz Guidorizzi, mobilize records of semiotic representation, to address the concept of limit. Thus, this research aims to investigate the way in which these Differential Calculus textbooks use semiotic representation registers to work on the concept of limit of functions of one variable. The methodology used consisted of identifying the types of representations of limits and functions that appear in the text and in the exercises, as well as their transformations. For the treatment of the data, codification, categorization and construction of inventories and graphs were carried out, using Duval's theory of semiotic representation registers to support the analyses. As a result, the predominance of algebraic language in the two analyzed books and the preference for conversions that depart from the algebraic record for the construction of graphs stand out.*

**Keywords:** Calculus Books. Function Limit. Semiotic Representations.

---

### 1 Introdução

Os livros didáticos exercem importância fundamental para a promoção da aprendizagem em qualquer disciplina. Segundo Choppin (2004), têm quatro funções essenciais: a referencial, relacionada com a transmissão de conhecimentos que um grupo social julga necessário para futuras gerações; a instrumental, associada à proposição de exercícios e atividades que objetivam o desenvolvimento de habilidades e competências; a ideológica, que trata da propagação da língua, cultura e valores das classes dirigentes; a documental, que fornece um conjunto de registros que ajudam a desenvolver o espírito crítico do estudante.

Por conta das múltiplas funções pedagógicas que o livro didático exerce, esse instrumento de ensino também deve ser visto como importante objeto de pesquisas. Segundo Gomes

(2008, p.11):

(...) os livros didáticos constituem-se em importantes fontes de pesquisa, e todo o tipo de investigação que analisar a qualidade deste material e as ideologias por ele veiculadas estará analisando, de alguma forma, a qualidade e as ideologias que são mobilizadas no contexto institucional escolar. Em particular, o livro didático de matemática sempre divulga ideologias, principalmente as de seus autores.

As ideologias e os posicionamentos pedagógicos dos autores de livros ganham mais relevância no ensino superior, pois, diferentemente do que acontece na educação básica, não há um programa nacional de livros didáticos para essa modalidade de ensino. Isso faz que as concepções científicas e pedagógicas dos autores influenciem decisivamente a confecção de ementas de cursos, tendo em vista a ausência de requisitos oficiais a serem seguidos.

No caso da matemática do ensino superior, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral tem se destacado de forma negativa pelas elevadas taxas de evasão e reprovação, constatadas tanto no Brasil quanto no exterior (Rezende, 2003). Esse fenômeno evidencia a existência de problemas relativos ao ensino e à aprendizagem dos conceitos de Cálculo que precisam ser investigados e compreendidos em seus diversos aspectos. Assim, pesquisas que se ocupam de investigar a forma com que os livros didáticos trabalham os conceitos de cálculo tornam-se pertinentes.

Com relação ao conceito de limites, é perceptível que se trata de um tema fundamental para o estudo de Cálculo, tendo em vista que os principais itens dessa disciplina, a derivada e a integral, são definidos como tipos específicos de limites (Rezende, 2003). Além disso, outro aspecto que merece atenção dos pesquisadores em educação matemática é que o conceito de limites tem definição considerada complexa, como destaca Reis (2001, p.12), ao expor os questionamentos que se fazia quando era estudante de graduação em matemática: “do que realmente se tratava a “complexa” definição de limite envolvendo elementos tão “estranhos”, então chamados de *épsilon*s e *delta*s?”.

Assim, diante da importância do livro didático como recurso pedagógico, de seu potencial como fonte de pesquisa e das dificuldades relacionadas ao ensino e a aprendizagem dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, além da centralidade da ideia de limites nessa disciplina, resolvemos investigar sobre a forma com que tal conceito é apresentado nos livros didáticos. Para este trabalho, utilizamos como premissas, as que norteiam a teoria dos registros de representações semióticas - TRRS sobre a aprendizagem de objetos matemáticos, formulada por Raymond Duval (2009).

Segundo esse autor, os objetos matemáticos só podem ser contactados por meio de representações mentais ou semióticas. Assim, de acordo com Duval (2012, p.268), “(...), os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos”. É preciso, portanto, dar representantes”. Isso ocorre pela natureza abstrata dos entes matemáticos. De fato, objetos, como triângulos ou circunferências, por exemplo, não existem na realidade, o que há são objetos triangulares ou em formato circular.

Partindo desse pressuposto, temos de levar em conta que um objeto matemático pode ser representado de diversas formas. Uma função, por exemplo, pode ser escrita por meio de uma fórmula algébrica, uma tabela ou um gráfico. Esses diferentes meios de representar o mesmo objeto matemático são chamados de registros, que são definidos como “(...) um sistema dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto de saber” (Henriques e Almouloud, 2016, p.469).

É importante perceber que cada representação de um objeto matemático contém limitações quanto à fidedignidade

de seu representado. Dessa forma, podemos afirmar que a concepção de aprendizagem dos conceitos matemáticos da TRRS está relacionada à diversidade de registros utilizados para representá-los.

Sobre isso, D'Amore *et al.* (2015, p.111-112) afirmam que:

Não podemos pensar que com uma única representação semiótica seja possível representar todas as componentes conceituais de um determinado objeto matemático. Ao contrário, sabe-se hoje, que cada representação semiótica veicula somente alguns dos aspectos conceituais que são componentes do objeto considerado, no sentido de que um objeto matemático possui várias componentes conceituais ligadas, mescladas, uma com as outras.

Dessa forma, Duval (2012, p.282) estabelece que “a compreensão de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação”. Assim, podemos afirmar que a diversidade de registros é de grande importância para a ideia de aprendizagem na teoria de Duval.

Além disso, é importante ressaltar que a atividade semiótica mobiliza três ações cognitivas fundamentais: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão. Sobre essas atividades, D'Amore *et al.* (2015, p.155) explicam que:

Em diversas ocasiões, dissemos e demonstramos que a construção cognitiva dos objetos matemáticos é profundamente dependente da capacidade de utilizar *vários* registros de representação semiótica de tais objetos, a fim de: *Representar* os objetos em um dado registro; *Tratar* as representações dos objetos no interior de um mesmo registro; *Converter* tais representações de um dado registro para outro.

A atividade de formar uma representação identificável está relacionada ao respeito às regras próprias do registro escolhido, chamadas por Duval de regras de conformidade, que asseguram as condições de identificação e de reconhecimento da representação, viabilizando, assim, tanto a comunicação quanto as transformações da referida representação (Duval, 2012), as quais podem ser feitas no mesmo registro ou de um registro para outro. As transformações internas a um registro, ou seja, em que ocorrem mudanças na representação do objeto matemático, mas não há mudança de registro, são denominadas de tratamento. Um exemplo de tratamento é a resolução de uma equação, em que, a cada passo dado da resolução, há a substituição de uma expressão por outra, mas o registro continua sendo o algébrico (Duval, 2009).

Por sua vez, as transformações de um registro para outro são denominadas de conversões. Segundo Duval (2009, p. 58) converter seria “transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro”. Um exemplo dessa atividade seria a construção de um gráfico a partir da fórmula de uma função.

Assim, para a teoria de Duval, a coordenação de vários registros e os fatores que a favorecem, são questões fundamentais no que diz respeito à aprendizagem. Dessa forma, inferimos que a diversidade de registros e de transformações de representações, deve favorecer a aprendizagem do conceito de limite.

Diante desses pressupostos teóricos, nosso trabalho propõe-se a responder ao seguinte questionamento: como os livros didáticos mobilizam os registros de representação semiótica para abordar o conceito de limite? Assim, esta pesquisa tem como objetivo investigar a forma com que os livros didáticos sobre Cálculo Diferencial, de Leithold (1994) e de Guidorizzi (2001), utilizam os registros de representação semiótica, para trabalhar o conceito de limite de funções de uma variável. A seguir, apresentamos a metodologia do trabalho investigativo.

## 2 Material e Métodos

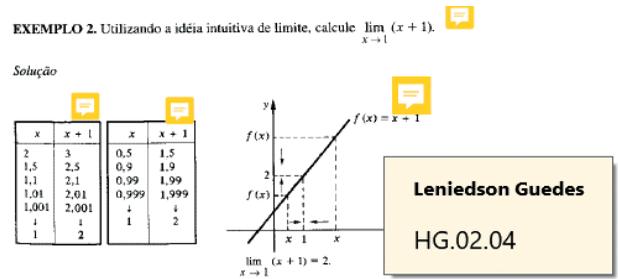
Para a seleção dos livros didáticos, foi realizado um levantamento de bibliografias entre as ementas das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, presentes em Projetos Pedagógicos de Curso – PPC de licenciaturas presenciais em matemática, disponíveis nos sites das universidades públicas e dos institutos federais de estados representantes de cada região geográfica do país, como Bahia (Nordeste), Goiás (Centro-Oeste), Tocantins (Norte), Minas Gerais (Sudeste) e Paraná (Sul). Em seguida, buscamos nos sites respectivos, o PPC do curso de licenciatura em matemática de cada instituição. Procuramos, nesses documentos, as bibliografias das ementas da disciplina de Cálculo I de 26 instituições. Os livros mais citados neste levantamento foram *Cálculo com geometria analítica*, de Louis Leithold, com 24 citações, e *Um curso de cálculo*, de Hamilton Guidorizzi, com 23 citações.

Depois, definimos como *corpus* de pesquisa os capítulos e as seções desses dois livros que tratam do conceito de limites. Como o interesse é sobre a forma com que o autor trabalha a transição entre a noção intuitiva de limite e sua definição, excluímos do material de análise as seções e os capítulos que trabalham o cálculo de limites por meio de suas propriedades operatórias.

A partir daí, foram identificadas as representações semióticas das funções utilizadas para abordar a ideia de limite e as do seu conceito. Utilizamos, para isso, um processo de codificação para identificar cada elemento do material analisado (Santana Filho, 2017).

O código foi composto de três partes separadas por um ponto. Na primeira, utilizamos duas letras maiúsculas, para representar o nome e o sobrenome do autor da obra. Tanto a segunda como a terceira partes foram compostas por dezenas. A primeira dezena indicou a ordem da seção em que a representação foi catalogada e a segunda expressou a ordem em que a representação aparece dentro da seção, conforme a Figura 1.

**Figura 1-** Codificação: Hamilton Guidorizzi, seção 2, representação 4



Fonte: Adaptado de Guidorizzi (2001, p.55).

Dessa forma, o código HG.02.04, que aparece na Figura 1, refere-se à segunda representação semiótica da primeira seção do livro de Hamilton Guidorizzi. Assim, o código identifica o documento (o livro de Guidorizzi), a ordem da seção (segunda) e a ordem da representação dentro da seção (quarta). Logo após ser identificada, cada representação semiótica foi etiquetada com uma nota adesiva, com o código descrito acima.

Em seguida construímos um inventário com todas as representações catalogadas. Ao mesmo tempo, iniciamos a etapa da categorização. Bardin (1977, p.177) define a categorização da seguinte forma:

A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com critérios previamente definidos. As categorias, são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efectuado em razão dos caracteres comuns destes elementos.

Nesse sentido, a categorização consiste na atividade de classificar as representações com características comuns, obedecendo a critérios definidos, em grupos ou categorias (Santos, 2016). As categorias utilizadas neste trabalho estão no Quadro 1.

**Quadro 1 -** Categorização.

Categoria	Subcategorias / Breve Descrição
Registro de representação	Com que frequência se utilizam os registros algébricos, geométricos, numéricos etc.
Tratamentos	Com que frequência se utilizam tratamentos nos registros algébricos, geométricos, numéricos etc.
Conversões	Com que frequência se utilizam conversões de um registro a outro.

Fonte: dados da pesquisa.

Por sua vez, as subcategorias utilizadas para classificar os registros de representação foram as mesmas usadas por Salgueiro (2011) e estão apresentadas no Quadro 2.

**Quadro 2 - Subcategorias**

Abreviatura	Registro	Descrição
A	Algébrico	Representado por fórmula matemática
GR	Gráfico	Se utiliza do plano cartesiano
LN	Língua Natural	Escrito em língua corrente
N	Numérico	Valores numéricos em tabelas ou ao longo do texto

Fonte: dados da pesquisa.

Para codificar as conversões e os tratamentos, foram utilizados os códigos e as abreviaturas dispostos no Quadro 3.

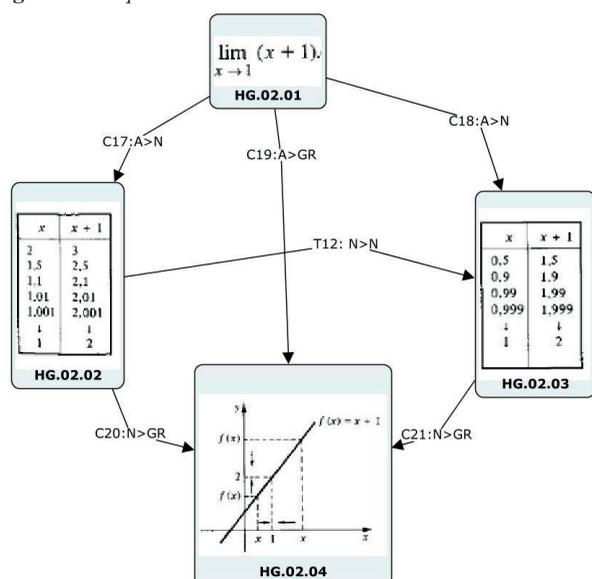
**Quadro 3 - Abreviaturas**

Abreviatura	Descrição
A>GR	Algébrico para Gráfico
A>LN	Algébrico para Língua Natural
A>T	Algébrico para Tabular
GR>A	Gráfico para Algébrico
GR>LN	Gráfico para Língua Natural
GR>T	Gráfico para Tabular
LN>A	Língua Natural para Algébrico
LN>GR	Língua Natural para Gráfico
LN>T	Língua Natural para Tabular
T>A	Tabular para Algébrico
T>GR	Tabular para Gráfico
T>LN	Tabular para Língua Natural

Fonte: dados da pesquisa.

Utilizamos esquemas de mapas conceituais construídos com a ajuda do *software* CmapTools para identificar as transformações. Tais recursos retrataram as transformações entre as representações por meio de setas que indicavam a origem e o final da transformação, como mostra a Figura 2.

**Figura 2 - Esquemas**



Fonte: Adaptado de Guidorizzi (2001, p.55).

Dessa maneira, conseguimos identificar as transformações entre as representações, dentro do mesmo registro ou de um registro para outro, por meio da letra inicial “C” para conversões e “T” para tratamentos, seguida de um número que indicava a ordem e da legenda que expõe o tipo de representação. Assim, o código “T12N>N” corresponde ao décimo segundo tratamento identificado no *corpus* da pesquisa e representa uma transformação dentro do registro numérico. Da mesma maneira, o código “C19: A>GR” indica a décima nona conversão encontrada no livro e corresponde a uma transformação do registro algébrico para o gráfico. Depois de identificadas as transformações entre as representações, fizemos a categorização, acrescentamos os dados no inventário, conforme o Quadro 4 e construímos os gráficos com a ajuda do *software* Excel.

**Quadro 4 - Inventário**

Conversões	Tratamentos	Registro	Código	Representação
C11:A>T	T1A	A	LL.01.01	$f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}$
C12:A>T	T4A			
C30:A>GR	T12A			
	T28A			

Fonte: Adaptado de Leithold (1994, p.56).

No Quadro 4, na primeira coluna, aparecem as conversões que envolvem a representação; na segunda, os tratamentos; na terceira, o registro ao qual pertence a representação; na quarta, o código e na última; a própria representação.

Com relação aos exercícios, procedemos de modo parecido, porém, nesse caso consideramos as representações que aparecem no enunciado e as conversões propostas pelas questões. Dessa maneira, conseguimos com esses procedimentos levantar dados sobre a forma com que os autores desses dois livros didáticos mobilizaram os registros de representação semiótica, para abordar o conceito de limites.

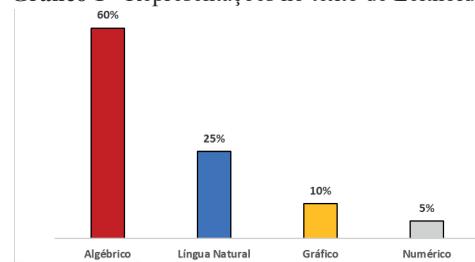
### 3 Resultados e Discussão

A seguir apresentamos os resultados de nossos levantamentos, a começar pelo livro de Louis Leithold, para, em seguida, expor os dados da obra de Hamilton Guidorizzi.

#### Livro de Louis Leithold

Identificamos, ao longo do texto das seções estudadas, 250 representações de funções utilizadas para abordar o conceito de limite ou do conceito. Classificamos essas representações de acordo com o registro considerado, conforme o gráfico 1 nos mostra.

**Gráfico 1 - Representações no texto de Leithold**



Fonte: dados da pesquisa.

O texto de Leithold utiliza os quatro registros considerados neste trabalho. Assim, não há negligência a nenhum deles, embora o desequilíbrio com relação à frequência de uso seja evidente.

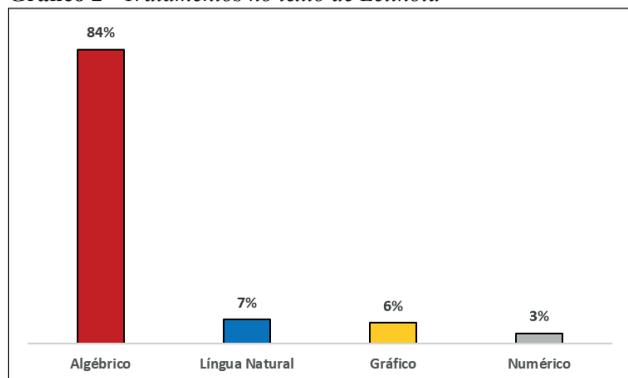
Outro ponto relevante é que o registro algébrico corresponde à grande maioria das representações identificadas (60%). Com relação a isso, Condillac (1981, *apud.* Duval, 2009) afirma que tal registro permite tratamentos de forma mais econômica e ágil, por isso não nos surpreende que a maioria das representações dos limites e das funções sejam algébricas. O próprio Duval (2012) afirma que “as relações entre objetos podem ser representadas de maneira mais rápida e mais simples de compreender por fórmulas literais do que por frases” (p. 268).

Outro aspecto importante é o fato de que um quarto das representações está representado em língua natural (25%). Isso pode ser explicado pela intenção didática do texto e indica uma preocupação pedagógica do autor que, como afirma no prefácio, considera a explicação “passo a passo” um dos aspectos mais relevantes de sua obra (Leithold, 1994).

Com relação aos registros gráficos e numéricos, o autor utiliza pequena quantidade de representações, 10% e 5%, respectivamente. No que diz respeito ao registro numérico, metade das representações foi tabular e outra metade, encontrada no meio do texto.

No que diz respeito aos tratamentos, foram identificadas 173 operações dessa natureza. O que mais chama a atenção com relação a isso é o absoluto predomínio do registro algébrico, 84%, como mostra o Gráfico 2.

**Gráfico 2 - Tratamentos no texto de Leithold**



Fonte: dados da pesquisa.

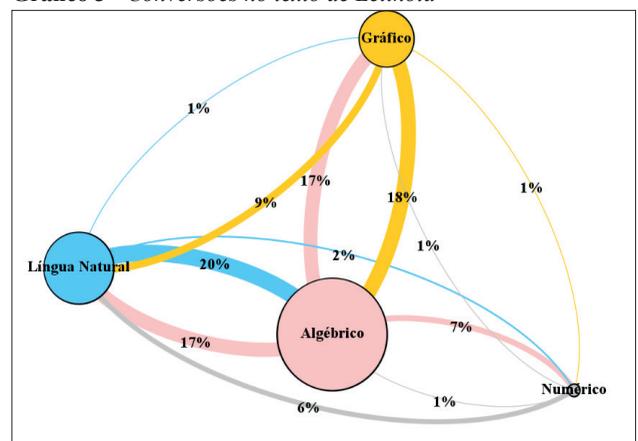
Outra explicação para o uso expressivo do registro algébrico é apresentada por Kamphorst e Nehring (2016), quando justificam a grande quantidade de conversões para o registro algébrico encontrada nos exercícios realizados por estudantes em sua pesquisa: “Acreditamos que este fato possa ser justificado pela ênfase na representação algébrica, ainda dada por parcela significativa dos professores de matemática de todos os níveis escolares”. Assim, podemos atribuir a preferência pelo registro algébrico tanto a questões práticas, ou seja, características naturais desse tipo de representação, quanto a questões culturais, no que tange ao hábito escolar de

privilegiar tal registro.

Embora o autor utilize uma quantidade relevante de representações de limites e funções em língua natural, observamos a pouca utilização de tratamentos desse registro: 7%. Com relação ao tratamento gráfico, 6%, nos chamou a atenção o fato de que eles foram utilizados no livro apenas para comparar os possíveis tamanhos entre épsilons e deltas na apresentação inicial do conceito de limites e para comparar os tipos de limites infinitos (pela esquerda, pela direita, infinito positivo e negativo). Sobre o registro numérico, 3%, suas representações também se concentraram na seção de apresentação do conceito de limite.

Para apresentar a classificação das 166 conversões identificadas no texto, apresentamos, no Gráfico 3, um mapa de rede, construído com a ajuda do software Gephi, em que, os nós (as circunferências) se referem aos registros, enquanto as arestas (curvas que ligam os nós) se referem às conversões entre os registros. A cor de cada uma das arestas é a mesma do registro (nó) de partida da conversão, e sua espessura é proporcional ao número de conversões. Por sua vez, o tamanho de cada nó é proporcional ao número de conversões que partem dele, somado ao número de conversões que ele recebe.

**Gráfico 3 - Conversões no texto de Leithold**



Fonte: os autores.

A primeira observação que podemos fazer é que Leithold utiliza todos os tipos de conversões possíveis em seu texto. Assim, não há nenhuma conversão com o percentual zerado no mapa. Com relação à importância das conversões, M. B. Santos (2013, p.203) pondera:

Mais uma vez defendemos que, sem as mudanças de quadros, sem o trabalho de conversão de registro, o aluno corre o risco de “aprender” a teoria que envolve o estudo de limite de uma função de forma compartimentada e nada significativa. Ter o domínio de um registro não implica no domínio de outro se não há o trabalho com essas mudanças.

Dessa forma, destacamos a importância de o texto de Leithold apresentar todos os tipos de conversões, embora haja um desequilíbrio muito grande com relação à frequência. Um exemplo disso é que 80% das conversões partem ou chegam ao registro algébrico, pois trata-se da soma das porcentagens

das arestas que ligam o nó do registro algébrico aos outros nós, por isso a circunferência de nome “algébrico” é a de maior área.

Entre as conversões mais frequentes, estão as que envolvem a língua natural e o registro algébrico, que somam 37%. Sobre esse tipo de conversão Alvarenga (2019, p.96) afirma:

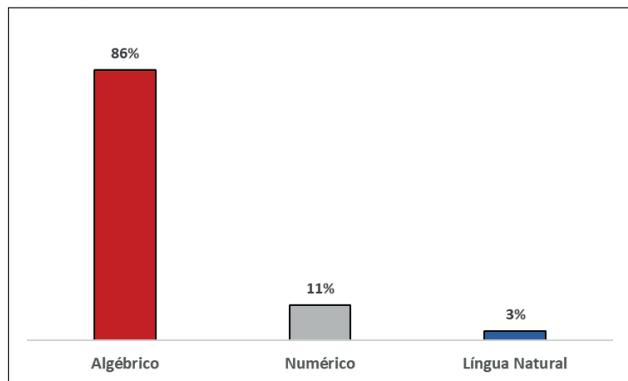
Destacamos que a expressão do indivíduo pela oralidade matemática colabora demasiadamente para o entendimento dessa e, além disso, essa ciência tem uma linguagem própria, inclusive uma abordagem dela via a escrita informal e, principalmente a formal promove uma melhor organização das estruturas cognitivas. Em várias atividades, é necessário traduzir da linguagem matemática para a língua materna e vice-versa.

As conversões que relacionam o registro gráfico com o algébrico também aparecem em quantidade razoável e somam 34%. Essa transição algébrico-gráfica aparece em algumas pesquisas com as quais os alunos têm maior dificuldade (Abreu, 2011).

Finalmente, embora o registro numérico tenha a importância de fazer o estudante perceber o que acontece nas proximidades de determinados pontos (M. B. Santos, 2013), registramos a pequena quantidade de conversões que envolvem este registro no texto de Leithold e que soma 18%.

Sobre os exercícios, identificamos 170 representações de limites e funções nos enunciados das 155 questões analisadas. Entre os quatro registros, apenas o gráfico não foi encontrado nos enunciados das atividades do livro de Leithold, como mostra o Gráfico 4.

**Gráfico 4** - Representações nos enunciados dos exercícios de Leithold



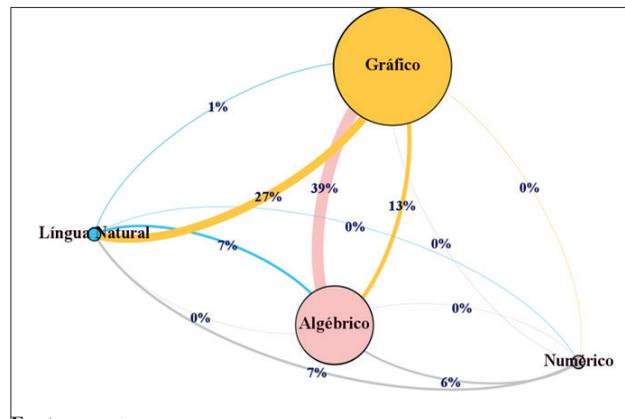
Fonte: os autores.

A maioria absoluta das representações de funções e limites presentes nos enunciados das questões, 86%, estão no registro algébrico. Todas as representações em registro numérico, 11%, foram utilizadas para indicar limites laterais, limites infinitos e limites no infinito, enquanto as representações em linguagem natural, 3%, foram encontradas em questões sobre limites laterais e continuidade.

Com relação às conversões sugeridas em exercícios, 181 foram identificadas nos enunciados das atividades. Dos 12 tipos de conversões possíveis, encontramos sete, como mostra

o Gráfico 5.

**Gráfico 5** - Conversões nos exercícios de Leithold.



Fonte: os autores.

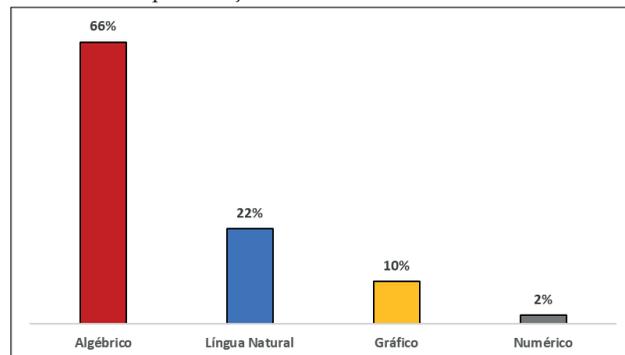
Assim, a maioria absoluta das conversões estão relacionadas ao registro gráfico, 80%, seguidas das que envolvem o registro algébrico, 65%. Inclusive, a conversão que parte do registro algébrico para o gráfico é a mais sugerida: 27%.

Embora não tenhamos encontrado gráficos nos enunciados das questões, existem conversões que partem do registro gráfico para a língua natural, 27%, por conta da existência de atividades que propõem a construção de gráficos para, em seguida, questionar alguma de suas propriedades. Outro ponto relevante é que, embora as conversões que envolvem o registro algébrico e a língua natural estejam no texto, em quantidade razoável, 37%, elas pouco aparecem nos exercícios: 7%.

### Livro de Hamilton Guidorizzi

Com relação ao livro de Guidorizzi, foram identificadas ao longo do texto 355 representações de limites e de funções utilizadas para abordar o conceito de limite. Os registros de tais representações estão expostos no Gráfico 6.

**Gráfico 6** - Representações no texto de Guidorizzi.



Fonte: os autores.

A primeira observação que podemos fazer sobre o livro do Guidorizzi é que ele utiliza os quatro registros considerados neste trabalho, ou seja, não deixa de utilizar nenhum dos tipos de representação, embora isso seja feito de forma bastante desequilibrada. Com relação ao uso de todos os registros D’ amore et al. (2015, p.112) destacam que cada representação

semiótica vincula apenas alguns aspectos conceituais do objeto matemático considerado e que:

Por esse motivo, sempre que é utilizada uma representação semiótica, é necessário pensar que o estudante, percebe, reconhece e se apropria de alguns aspectos do objeto, aqueles colocados em evidência, mas não de todos os que o professor tem em mente. Por isso, uma pluralidade de representações favorece a construção cognitiva do objeto representado, uma vez que cada uma contribui de maneira específica com alguns aspectos do objeto.

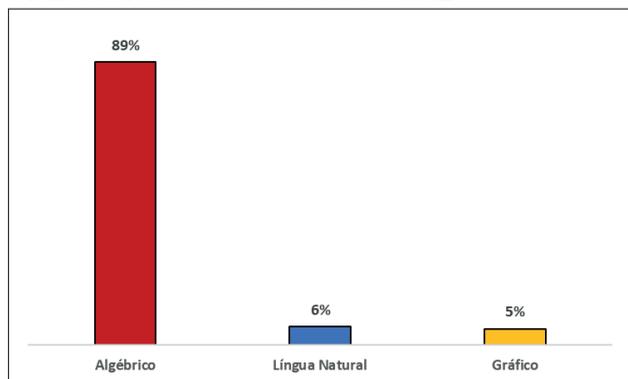
Assim, percebemos a importância da diversidade de registros para representar os conceitos matemáticos.

Outro aspecto importante está relacionado ao predomínio do registro algébrico (66%). Atribuímos novamente essa superioridade à cultura escolar, assim como, às características inerentes ao registro algébrico.

O uso relevante da língua natural, 22%, também não surpreende, pois, o autor precisa explicitar, em língua corrente, significados de representações apresentadas em outros registros. No que diz respeito ao registro gráfico, embora seu percentual de uso seja pequeno, 10%, esse tipo de representação tem grande importância, pois, o autor sempre utiliza motivações geométricas para apresentar os conceitos de limites (Guidorizzi, 2001).

Com relação aos tratamentos, foram identificadas 159 transformações internas a um registro. Sua classificação está representada no Gráfico 7.

**Gráfico 7 - Tratamentos no texto de Guidorizzi.**



Fonte: os autores.

Assim, dos quatro registros considerados, apenas o numérico não foi utilizado para tratamentos. Essa negligência leva-nos a inferir que esse tipo de representação é visto pelos professores e pelos autores apenas como um instrumento auxiliar para a construção de gráficos e, quando se supõe que o estudante já saiba fazer essa construção, pode ser dispensável. Santos (2013, p.216) alerta-nos sobre a importância do registro numérico para o estudo de limites:

Há também aquelas atividades em que a mudança de registro é importante para que o aluno entenda o que está acontecendo. É o caso dos limites infinitos e limites no infinito. Ao trabalharmos com os registros algébricos puramente não seremos capazes de determinar o valor do limite – principalmente quando lidamos com o infinito. Faz-se necessário, então, que o aluno construa tabelas para

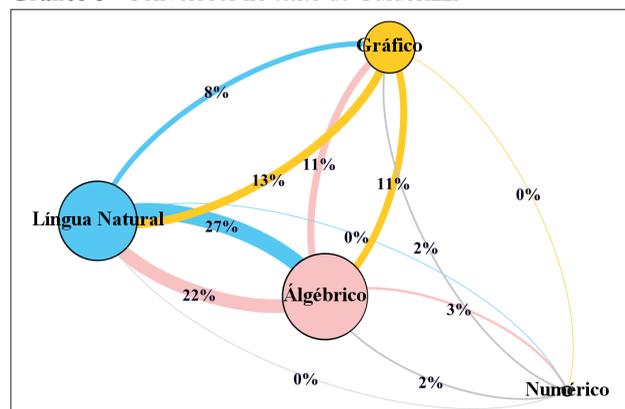
“enxergar” o que acontece nas proximidades de determinado ponto, ou que procure visualizar a tendência a certos valores através do gráfico da função.

Além da ausência do registro numérico, vemos, mais uma vez o predomínio do registro algébrico com relação aos tratamentos, 89%, seguindo o que parece ser uma tendência geral dos livros sobre Cálculo.

É importante destacar, também, a baixa frequência de tratamentos em língua natural, 6%, e em registro gráfico, 5%. No que diz respeito à língua natural, a maioria desses tratamentos são utilizados para elucidar o conceito de continuidade em um ponto. Com relação aos tratamentos gráficos, outro aspecto preocupante para a teoria de Duval (2012) é a ausência de tratamentos que incentivem a realização de correspondências entre as variações gráficas e as alterações da escrita algébrica.

Sobre as mudanças de registro, foram identificadas no texto de Guidorizzi 132 conversões. A classificação delas está no mapa de rede do Gráfico 8.

**Gráfico 8 - Conversões no texto de Guidorizzi**



Fonte: os autores.

Foram verificadas nove das 12 conversões possíveis. Assim, as conversões de língua natural para o registro numérico, de gráfico para o registro numérico e de numérico para língua natural não aparecem no texto. Além disso, verificamos, mais uma vez, a predominância do registro algébrico em 76% das conversões, um menor número de conversões relacionadas a língua natural e o registro gráfico, 70% e 45%, respectivamente, e o uso escasso do registro numérico: 7%.

Especificamente, percebemos que metade das conversões envolvem os registros algébricos e a língua natural, 49%, as conversões que partem da língua natural para o registro algébrico correspondem a 27% do total. Ademais, uma quantidade razoável de conversões envolve o registro gráfico: 45%. Sobre a importância do registro gráfico para os objetivos pedagógicos de Guidorizzi, M. B. Santos (2013, p.205) destaca:

O texto de Guidorizzi (2001) é denso porque trabalha essencialmente com a percepção mais formalizada dos conceitos. No entanto esse autor traz, em vários momentos, o registro gráfico próximo ao registro algébrico – o que pode

ajudar na compreensão e na conversão de um registro em outro.

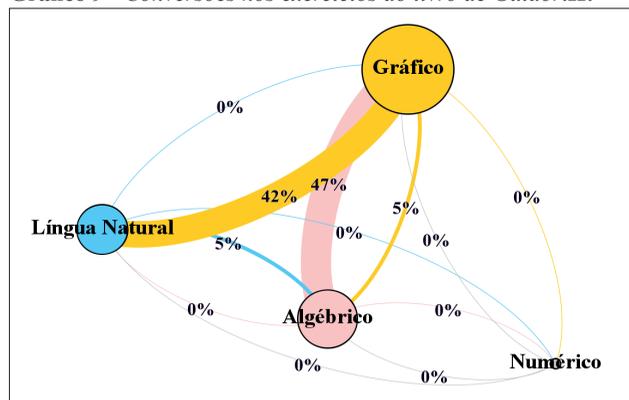
O registro gráfico é usado no livro para explicar geometricamente os conceitos matemáticos antes de formalizá-los por meio de definições (Lima, 2012). Dessa maneira, mesmo não sendo usado com grande frequência, o registro gráfico exerce um papel bastante relevante para a proposta do autor.

Com relação às conversões que envolvem o registro numérico, 9%, a maior parte da pequena quantidade de transformações ocorre nas seções do texto que tratam de seqüências, conteúdo que nem sempre é trabalhado pelos outros autores nos primeiros cursos de cálculo. No que diz respeito aos exercícios do livro de Guidorizzi, foram identificadas 81 representações de funções e limites nos enunciados das 85 questões analisadas. Todas elas estavam no registro algébrico. Ou seja, não identificamos nenhum gráfico, tabela ou descrição de conceito em língua natural nas questões analisadas.

A ausência de gráficos, e dos demais registros, nos exercícios é destacada por M. B. Santos (2013, p.232) que, embora tenha elogiado a frequência do uso de gráficos pelo autor no texto, critica a falta de diversidade de registros nos exercícios: “Novamente chamamos a atenção para o fato de o autor não explorar os gráficos. Acreditamos que a utilização de mais de um registro contribuiria para a melhor compreensão do que está sendo feito”.

Com relação à proposição de conversões, das 85 questões verificadas, apenas 19 sugeriam atividades que envolviam mudança de registro. A categorização dessas conversões é exposta no Gráfico 9.

**Gráfico 9 - Conversões nos exercícios do livro de Guidorizzi**



Fonte: os autores.

Podemos evidenciar, no Gráfico 9, a falta de diversidade de transformações, pois, das 12 conversões possíveis, identificamos apenas 4 tipos. Também podemos verificar que quase todas as conversões envolvem o registro gráfico, 95%, que o segundo registro predominante é o algébrico, 57%, e que a conversão de maior percentual, envolve, justamente, as representações algébricas e gráficas.

Outra conversão que chama a atenção é a do registro

gráfico para a língua natural: 42%. Nessas questões, geralmente, o autor pede ao estudante que esboce o gráfico, para, depois, solicitar alguma explicação sobre ele, o que evidencia a centralidade da representação gráfica no que diz respeito aos exercícios.

#### 4 Conclusão

Nossos resultados parecem estabelecer uma tendência com relação à utilização dos registros de representação nos textos de Cálculo: o uso dos quatro registros considerados, o predomínio das representações algébricas com, aproximadamente, 60% das representações, seguido da língua natural com cerca de 25%, com os gráficos ocupando o terceiro lugar com, aproximadamente, 10%, e o registro numérico em último, por volta de 5%. Também podemos inferir que o predomínio algébrico persiste com relação aos tratamentos e às conversões e nos enunciados dos exercícios.

Quanto às conversões propostas nas atividades, o registro de maior destaque nos dois livros é o gráfico. Isso parece ser uma tendência dos autores que, quando desejam propor atividades que envolvam conversões, pensem apenas na conversão do registro algébrico para o gráfico. O uso do registro em língua natural e do numérico aparecem quase sempre na esteira dessa conversão central.

No que tange às diferenças entre os dois livros, a obra de Leithold apresenta uma distribuição um pouco menos desequilibrada com relação à diversidade de registros e de conversões. Além disso, podemos destacar o uso da língua natural que reporta a um quarto das representações utilizadas e a 55% das conversões. Inferimos que isso se deva ao método “passo a passo” de exposição adotado pelo autor que valoriza esse tipo de representação, embora ele apresente poucos exercícios que estimulem conversões relacionadas à língua natural.

Sobre o livro de Guidorizzi podemos destacar que embora a diversidade de registros seja um ponto fraco da obra, levando em conta as premissas da TRRS, o uso do registro gráfico para motivar a introdução da maioria dos conceitos matemáticos e a iniciativa de explicar as diversas notações utilizadas indicam importantes preocupações pedagógicas por parte do autor.

Assim, com relação à forma como os livros didáticos mobilizam os registros de representação semiótica, para abordar o conceito de limite, podemos constatar que, nos dois livros, existe a evidente predominância do uso do registro algébrico, a preferência por exercícios que proponham conversões do registro algébrico para a construção de gráficos, além da falta de diversidade de registros, especialmente no que diz respeito a exercícios.

#### Referências

Abreu, O.H. (2011). *Discutindo algumas relações possíveis entre intuição e rigor e entre imagem conceitual e definição conceitual no ensino de limites e continuidade em cálculo I*. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática Universidade Federal de Ouro Preto.

- Alvarenga, K.B. (2018). Contribuições das neurociências para a educação matemática [Resumo]. *I Congresso Virtual Iberoamericano sobre Formación de Profesores de Matemática, Ciencias y Tecnología* (p. 16).
- Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Edições 70.
- Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa* 30(3), 549-566. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022004000300012>.
- D'amore, B. Pinilla, M.I., Iori, M. (2015). *Primeiros elementos de semiótica: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. Livraria da Física.
- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat.* 7(2), 266-297. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Livraria da Física.
- Santana Filho, L. (2017). *Uma análise textual: outro olhar sobre a análise de livros didáticos*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.
- Gomes, M.L. (2008). *As práticas culturais de mobilização de histórias da matemática em livros didáticos destinados ao ensino médio*. Dissertação de Mestrado em Educação Universidade Estadual de Campinas.
- Guidorizzi, H.L. (2001). *Um curso de cálculo*. Livros Técnicos e Científicos.
- Henriques, A., Almouloud, S.A. (2016) Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas em educação matemática no ensino superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. *Ciência e Educação* 22(2), 465-487. <https://doi.org/10.1590/1516-731320160020012>.
- Kamphorst, E.M., Nehring, C.M. (2016). Tratamento e conversão entre registros de representação semiótica dos conceitos de limite [ensaio teórico]. In *XXI Jornada de Pesquisa* (n.p.). Disponível em: <https://www.publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/salaoconhecimento>.
- Leithold, L. (1994). *O cálculo com geometria analítica*. Harbra.
- Lima, G.L. (2012). *A disciplina de cálculo I do curso de matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Reis, F.S. (2001). *A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese de Doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas.
- Rezende, W.M. (2003). *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. Tese de Doutorado em Educação. Universidade de São Paulo.
- Salgueiro, N.C.G. (2011). *Como estudantes do ensino médio lidam com registros de representação semiótica de funções*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina.
- Santos, D.M.N. (2016). *Análise de livros didáticos conforme as considerações do Programa Nacional do Livro Didático: estatística e probabilidade*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Sergipe.
- Santos, M.B. (2013). *Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre seu ensino e aprendizado*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica.