

# Análise da Conformidade de um Modelo Epistemológico de Referência: a Função Quadrática e um Percurso de Estudo e Pesquisa

## *Conformity Analysis of an Epistemological Reference Model: the Square Function and a Study and Research Path*

Talyta Sampaio Figueiredo<sup>a</sup>; Rochelande Felipe Rodrigues<sup>a</sup>; José Luiz Cavalcante<sup>b</sup>; Francineide Amorim Costa Santos<sup>\*a</sup>

<sup>a</sup>Universidade Federal do Cariri. CE, Brasil.

<sup>b</sup>Universidade Estadual da Paraíba. PB, Brasil.

\*E-mail: francineide.amorim@ufca.edu.br

### Resumo

O presente estudo trata de uma análise da conformidade de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para o ensino da função quadrática. Utilizamos um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), fundamentado pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), como elemento principal para desenvolver e verificar as nossas análises. O PEP foi desenvolvido com discentes no componente curricular de Princípios de Matemática no curso de Licenciatura em Matemática. Abordamos o conceito de função quadrática através da proposição de uma questão geratriz apresentada no dispositivo didático, tomando por base o MER para ensino de funções elementares proposto por Rodrigues (2019), em sua tese de doutorado. Para alcançarmos os objetivos de nossa pesquisa, realizamos uma análise preliminar para caracterizar as praxeologias dominantes no ensino do conceito de função quadrática. Elaboramos e aplicamos as fichas diagnósticas e de trabalho e, em seguida, a questão geratriz que tratava do clima da região e as suas consequências para saúde. Desse modo, foi possível desenvolver o PEP e observar as eventuais evoluções das organizações matemáticas (OM) e didáticas (OD). Percebe-se que a aplicação do PEP promoveu uma maior participação dos discentes que, juntamente com o professor formador, discutiram as técnicas apresentadas e as suas tecnologias. Ressaltamos, ainda, o potencial do dispositivo didático para que estudantes possam modificar seu equipamento praxeológico em relação ao ensino de funções.

**Palavras-chave:** Modelo Epistemológico de Referência. Percurso de Estudo e Pesquisa. Função Quadrática.

### Abstract

*The present study presents the analysis of the conformity of a reference epistemological model (REM) for teaching the quadratic function. We used the Study and Research Path (SRP) based on the Anthropological Theory of the Didactic (ATD) as the main element to develop and verify our analyses. The SRP was developed with students from the Mathematics Principles curriculum component in the Mathematics Degree course. We approach the concept of quadratic function by proposing a generative question presented in the didactic device, based on the REM for teaching elementary functions proposed by Rodrigues (2019). In order to reach the objectives of our research, we carried out a preliminary analysis to characterize the dominant praxeologies in teaching the concept of quadratic function, we developed and applied the diagnostic and work sheets, and then the generative question that dealt with the climate of the region and the its health consequences. In this way, it was possible to develop the SRP and observe the eventual evolutions of the mathematical organizations (MO) and didactic organizations (DO). It can be seen that the application of the SRP promoted a greater participation of the students, who together with the professors discussed the techniques presented and their technologies. We also emphasize the potential of the didactic device so that students can modify their praxeological equipment.*

**Keywords:** Reference Epistemological Model. Study and Research Path. Quadratic Function.

### 1 Introdução

No processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, professores e pesquisadores convergem na tentativa de promover situações de ensino que possam diminuir as dificuldades de compreensão dos estudantes. Essa preocupação também é latente na formação de professores de Matemática (Cavalcante, 2018; Rodrigues, 2019; Cavalcante; Rodrigues, 2022).

Recentemente, o processo de ensino na educação básica e no ensino superior se deparou com o cenário pandêmico ocasionado pela COVID-19<sup>1</sup>. Com esse cenário, a preocupação

com o ensino e a aprendizagem se tornou, também, um problema da garantia do acesso às escolas e universidades, que se encontravam fechadas por conta do isolamento social. A solução provisória foi o ensino remoto. Logo, além das dificuldades usuais, professores e estudantes nas instituições de ensino tiveram que se adaptar à nova realidade.

O Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) proposto em nossa investigação foi desenvolvido partindo desse panorama. Primeiramente, da nossa preocupação em promover um ensino de Matemática preocupado em explicitar os diferentes sentidos e significados dos conceitos matemáticos, mas

<sup>1</sup> Epidemia que atingiu praticamente todos os países. É uma doença transmissível que, até dezembro de 2019, não tinha afetado indivíduos de nossa espécie, o primeiro caso no Brasil ocorreu no mês de fevereiro de 2020.

também, que pudesse se adaptar à situação de ensino remoto.

Fundamentado na Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, o PEP se insere no paradigma do questionamento do mundo. Ele parte de uma dada questão geratriz que gera outras questões derivadas. Ao procurar respostas adequadas para essas questões é esperado o desenvolvimento do estudante no que tange a compreensão da complexidade crescente das organizações matemáticas, levando-o para uma autonomia no processo de compreensão dos conceitos estudados (Rodrigues, 2019).

A aplicação do PEP pode ser fundamentada por um Modelo Epistemológico de Referência (MER) que possibilita compreender as praxeologias dominantes (*práticas de ensino usuais de uma instituição*) e pode desenvolver os possíveis caminhos metodológicos alternativos de ensino dos conceitos matemáticos (Gascón, 2014, grifo nosso).

Rodrigues (2019), em sua tese de doutoramento, apresentou um MER para o ensino de funções. Na ocasião, o mesmo verificou que o PEP desenvolvido na Licenciatura em Matemática colaborou para mudanças no equipamento praxeológico de estudantes e do professor formador. Ele trabalhou com o conceito de função afim, deixando como problema em aberto a experimentação do PEP no ensino de funções quadráticas. Partindo desse ponto, idealizamos o presente estudo, cuja questão norteadora foi: quais as condições e restrições para a aplicação de um PEP para o ensino de funções quadráticas na formação de professores de Matemática, fundamentado no MER para o ensino de funções?

Dessa maneira, a pesquisa teve como principal objetivo analisar a conformidade do MER para o ensino de funções elementares, com enfoque para funções quadráticas. Tendo em vista que o referido MER teve sua validação de conformidade para o ensino do conceito de função e função afim, nossa intenção era contribuir para reflexão em torno do ensino de funções na formação de professores e na Educação Básica.

Nesse sentido, nas seções seguintes, iremos apresentar a trajetória de investigação e seus principais resultados. Para tanto, iniciamos com uma breve revisão da fundamentação teórica que trata da TAD e da função quadrática, seguida da metodologia e da discussão dos resultados.

## 2 A Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) tem seu berço na Didática da Matemática e pode ser considerada uma ampliação da Teoria da Transposição Didática (Chevallard, 1996). Enquanto a noção de transposição didática se preocupa, dentre outras coisas, com as transformações que os saberes sofrem no trânsito entre as instituições, a TAD permite ampliar a análise desse processo a partir de noções como análise praxeológica, escala de níveis de codeterminação didática e o próprio PEP. Para uma incursão mais detalhada da teoria, sugerimos a leitura de textos de Yves Chevallard (cf. Chevallard, 1992; 1996; 1999; 2002; 2006; 2011).

Partindo da noção de antropologia cognitiva, Chevallard (1992), apresenta, inicialmente, três conceitos primitivos: os objetos (O), as pessoas (X), as instituições (I). A dinâmica das relações entre esses entes e os saberes explica as práticas institucionais.

Cavalcante (2018) destacou em seu trabalho que as instituições agem como agentes da nossa cognição, logo as  $R(X,O)$  estabelecidas pelos sujeitos no seio das instituições são balizadas e influenciadas pelas  $R(I,O)$  que ali vivem. Mas, como observar essa dinâmica dessas relações? Em outras palavras, como conhecer e estudar as práticas das instituições?

A resposta está nos desenvolvimentos seguintes da própria TAD. A noção de praxeologias se apresenta como uma ferramenta que facilita a análise de todo processo didático e a complexidade crescente das organizações matemáticas. A análise de tipos de tarefas (T), técnicas para realizá-las ( $\tau$ ), tecnologias ( $\theta$ ), estas técnicas e teorias ( $\Theta$ ) que sustentam estas tecnologias compreendem a dinâmica da prática institucional, tanto matemática, quanto didática.

O Percurso de Estudo e Pesquisa (Chevallard, 2004, 2006, 2009a) se fundamenta na premissa de que o estudo é uma atividade de investigação. O PEP está relacionado a um estudo de uma questão viva ( $Q_0$ ) ou questão geratriz, isto é, uma problemática relevante que pode gerar outras problemáticas menores derivadas dela ( $Q_i$ ). Tal problemática ( $Q_0$ ) e suas derivações ( $Q_i$ ), conduzem a um número de saberes que possibilitará caminhos de resoluções diferentes ( $R_i$ ) e a verificação de suas limitações nas conduções desses caminhos.

Nessa cadeia de questões ( $Q_i$ ), são geradas cadeias de respostas ( $R_i$ ), que terão a seguinte representação ( $Q_i, R_i$ ). Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) comentam que o PEP surge a partir de questões problemáticas, as quais, em suas resoluções, necessitam de construções de várias praxeologias. Nesse caso, um conjunto de conhecimentos teóricos e práticos articulados entre si.

Desse modo, no PEP, a questão geratriz aparecerá como possibilidade de engajamento dos estudantes na resolução de um problema em sala. Esse problema, geralmente, parte de questões reais, logo podem envolver, além da Matemática, outras disciplinas, favorecendo a interdisciplinaridade. Nesse sentido, Rodrigues (2019) destaca que o PEP exige organização e preparação, do contrário, surge o risco de se trilhar um caminho que ficará fora do tópico estudado ou mesmo de estudar uma obra  $O$  que nos levará a trilhar um caminho no qual a resposta não terá sentido algum. Assim, uma preparação prévia torna-se necessária para que a condução do PEP promova um olhar amplo e consistente sobre o tema abordado.

Para organização e planejamento do PEP recomenda-se que sua construção seja alicerçada e direcionada por modelos de referência que orientam as conduções didáticas e matemáticas. Esses modelos vêm buscar uma emancipação

ante a epistemologia dominante<sup>2</sup> presente nas instituições de ensino, nas quais, o monumentalismo está presente de maneira marcante. Logo:

O objetivo é ir preparando uma transição efetiva do paradigma monumentalista ao paradigma de questionamento do mundo, a própria formação de professores necessita de dispositivos didáticos não fundamentados unicamente no paradigma monumentalista e, por isso, se deve recorrer de alguma forma a dispositivos com estrutura do tipo PEP (Estudo de questões, mídias, milieux) (ruiz-Olarria, 2015, p.136, tradução nossa).

No desenvolvimento do MER para ensino de funções elementares, foram considerados estudos preliminares que caracterizaram as praxeologias dominantes, tais como: alguns elementos históricos; a sua organização nos documentos oficiais educacionais brasileiros; as dificuldades e avanços do processo de ensino e aprendizagem tomando por base algumas pesquisas<sup>3</sup>; e elementos praxeológicos do livro utilizado costumeiramente nas licenciaturas em Matemática<sup>4</sup>.

A construção e análise de dispositivos didáticos como o PEP se fundamenta, principalmente, nos elementos teóricos da TAD, como a noção de relação pessoal, praxeologias, níveis de codeterminação didática, dialéticas do paradigma do questionamento do mundo, dentre outras. Em nosso estudo, utilizamos algumas dessas ferramentas, principalmente a noção de organizações praxeológicas e o movimento de mudanças na relação pessoal dos sujeitos envolvidos com as funções quadráticas. Por essa razão, trazemos breves considerações sobre estudos recentes acerca deste saber.

### 3 Função Quadrática

A Matemática tem uma vasta história que nos possibilita compreender como se originou a constituição dos seus conceitos, bem como o processo que os levou a se tornarem conteúdos que ensinamos em sala de aula. No caso das funções quadráticas, observamos que suas raízes remontam a matemática de povos antigos, como babilônicos. Há registros que a aritmética dos babilônios trazia o gene do que podemos chamar hoje de álgebra básica. No caso desses povos, especula-se que:

Não só se resolviam equações quadráticas, seja pelo método equivalente ao de substituição numa fórmula geral, seja pelo método de completar quadrados, como também se discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro). Encontrou-se uma tábua que fornece, além de uma tábua de quadrados e de cubos dos inteiros de 1 a 30, também a seqüência de valores de  $n^2 + n^3$  correspondente a esse intervalo. São dados muitos problemas que levam a cúbicas da forma  $x^3 + x^2 = b$ , os quais podem ser resolvidos usando-se a tábua de  $n^3 + n^2$ . (Eves, 2004, p.62)

Nesse sentido, compreender como esse conceito se

apresenta do ponto de vista das pesquisas em Educação Matemática foi importante tanto para a construção do PEP, quanto para a análise das interações entre estudantes e professor formador com este saber.

Para tanto, levando em consideração nossas necessidades, fizemos uma busca em repositórios de pesquisas disponíveis em âmbito nacional: Banco de Teses e Dissertações CAPES; IBICT; Scielo Brasil e utilizamos também o motor de busca *Google Scholar*. Fizemos um recorte temporal dos últimos cinco (05) anos a partir da palavra-chave “função quadrática” ou variações como “função do 2º grau”. O principal critério de inclusão foi o conceito ser tratado com foco central, sendo excluídos trabalhos que tratavam o conceito de forma secundária. A seguir, apresentamos alguns dos estudos que nos ajudaram na construção e análise do PEP.

Compreendemos que é importante entender os estudos que envolvem a função quadrática, pois ela é capaz de modelar situações do contexto escolar do estudante. Para compreender o conceito de função quadrática, se faz importante remeter ao conteúdo de função. Farias & Fernandes (2018) revelam, em seus estudos, a associação de fenômenos e elementos da incompletude do trabalho institucional, direcionado ao conteúdo de funções. Para embasamento da pesquisa, os autores utilizaram a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e, para a construção das problemáticas, foi abordado no seu contexto e construção, o Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Segundo os autores, “reconhecer as incompletudes do trabalho institucional conduz o olhar sobre aquilo que restringe o trabalho, portanto, a atividade dos sujeitos na mediação de objetos do saber, possibilitando o questionamento dos modelos praxeológicos dominante e de referência.” (Farias & Fernandes 2018, p.1). Vale considerar ainda que, quando se é realizada uma análise diversificada relacionada às funções quadráticas, apresenta-se a possibilidade de diferentes pesquisas com base nessa temática, as quais serão apresentadas em seguida.

Madruza & Santos (2019) apresentam, no seu trabalho, a análise das possíveis contribuições da Modelagem Matemática à aprendizagem de função quadrática. Percebemos, no texto, que tal prática proporcionou aos estudantes uma visão mais participativa e interativa, assimilando a temática dos esportes olímpicos, analisando individualmente alguns esportes, através da divisão de grupos. Tais análises foram realizadas buscando assimilar através da modelagem matemática o conteúdo sobre função quadrática, o que possibilitou um maior entendimento da temática exposta. Uma das dificuldades verificadas na pesquisa foi a dificuldade dos estudantes em concluir a etapa da modelagem e chegar à função quadrática, pois a análise do futebol (esporte olímpico) não correspondia

2 É a forma pela qual as universidades enquanto instituições docentes, mais concretamente, enquanto comunidade de agentes interfere nos processos de estudos das matemáticas, fazendo com que os professores universitários e os estudantes interpretem a matemática e a sua relação com a instituição (Barquero, Bosch e Gascón, 2010).

3 Espita, Cruz & Ochoa (2011); Lourenço e Oliveira (2014); Tenório, Penna & Tenório (2015); Neves & Resende (2016); Lima (2014).

4 Iezzi, G.; Murakami, C. Fundamentos de matemática elementar 1: conjuntos, funções. São Paulo: Atual, 2004

ao questionamento que foi investigado. Desse modo, as adaptações de novas propostas trouxeram como resultados, atividades que permitiram que os estudantes envolvidos construíssem o conceito de função quadrática partindo de sua própria compreensão, mesmo de modo informal.

Vieira, Alves & Catarino (2021) abordaram alguns conceitos matemáticos que estão ligados à função quadrática, desenvolvendo, nesta perspectiva, uma investigação com base na engenharia didática. Além disso, a pesquisa apresenta simulações através do PheT<sup>5</sup> Colorado, utilizado para mediar a compreensão dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem no que tange a aplicação do conteúdo de função quadrática. Partindo de algumas análises de situações de ensino da referida função, os autores perceberam dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, logo destacam que “a função quadrática, também conhecida como função do segundo grau, é muitas vezes utilizada em sala de aula na Educação Básica, somente por meio de livros didáticos adotados, ausentando o suporte a outros recursos oferecidos.” (Vieira, Alves & Catarino, 2021).

Já os autores Silva e Pinto (2019) direcionam a sua pesquisa para o estudo através da cooperação formada a partir de grupos de estudantes no ensino da função quadrática. Para a aplicação do conteúdo, foi utilizado o Software do *GeoGebra*. A escolha do *GeoGebra* se deu por conta da acessibilidade por parte dos estudantes, já que existe a possibilidade de ser utilizado no celular. Em relação ao estudo cooperativo, os autores ressaltam:

Dentro da sala de aula, quando os estudantes agem em conjunto nas atividades que incitam discussões e reflexões entre os mesmos, emerge a cooperação. Ela encontra-se implícita e a cada ideia posta a partir das ações entre esses indivíduos possivelmente ocorrem momentos de aprendizagem[...] (Silva & Pinto, 2019, p.7).

Momentos de estudos cooperativos fornecem uma maior aprendizagem para os estudantes que apresentam dificuldades na aprendizagem do conteúdo relacionado ao ensino de função quadrática, pois, estarão trabalhando de forma cooperativa e ainda utilizando ferramentas tecnológicas, como por exemplo o *GeoGebra*.

Silva & Teles (2021) analisaram algumas convergências e divergências presentes entre um determinado livro didático e o ensino em sala de aula da função quadrática aplicado por um professor de matemática do ensino médio. Tal análise teve seu embasamento sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Segundo os autores, a maioria das questões presentes no livro são de médio e alto grau de não congruência. Já nas aulas, de baixo e médio grau. Desse modo, deve-se levar em conta algumas considerações importantes, como por exemplo a falta de um suporte necessário nas coordenações entre registros para haver uma padronização,

pois caso isso não seja revisto, as consequências geradas podem causar dificuldades para aprendizagem.

Ghisleni & Battisti (2018) pesquisaram os entendimentos acerca da significação do conceito da função do segundo grau por uma turma de estudantes do 1º ano de ensino médio, trazendo uma abordagem que se direciona aos aspectos histórico-culturais. Segundo os autores, os estudos movem-se a partir da seguinte questão: “quais elementos/aspectos das aulas de matemática intervêm positivamente na significação do conceito de função quadrática?” O estudo se utilizou da noção de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vigotsky e destaca o papel do professor e das situações de ensino para aprendizagem dos estudantes:

O presente estudo possibilitou a ampliação de entendimentos sobre o ensino e a aprendizagem, uma vez que todo conceito se desenvolve em dois planos: interpsicológicos e intrapsicológicos. Por isso, o professor tem parte da responsabilidade da aprendizagem, pois consegue interferir no plano interpsicológico a partir da organização de um ensino que conduz à aprendizagem e, assim, ao desenvolvimento mental de seus alunos. (Ghisleni & Battisti, 2018, p.257)

Analisando o breve panorama dos estudos, notamos que predominam as dificuldades no processo de ensino da função quadrática como, por exemplo, na interpretação da resolução das atividades e na assimilação deste conteúdo com o cotidiano. Ao passo que percebemos dificuldades, também, no processo de transposição didática interna, como mostrou Silva e Teles (2021). Nesse sentido, destacamos a necessidade de estudos que aprofundem as reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem da função quadrática como objeto do currículo da Educação Básica.

#### 4 Material e Métodos

A nossa pesquisa seguiu uma abordagem qualitativa, partindo para um olhar específico do ensino da função quadrática a partir do PEP. Nossa intenção foi analisar e observar tanto as praxeologias do professor, como também dos estudantes possibilitando uma compreensão e classificação dos níveis de problematização, obtendo um panorama das práticas desenvolvidas no contexto em que se deu a pesquisa. Para tanto, seguimos os passos metodológicos sugeridos por Rodrigues (2019) que também promoveu o estudo do PEP, em sua tese de doutoramento. De forma resumida, o método partiu dos seguintes passos: 1) estudos preliminares para definição da problemática de pesquisa; 2) aprofundamento das leituras de fundamentação; 3) estudo das praxeologias dominantes; 4) estudo/adaptação do MER para funções e definição a priori da questão geratriz; 5) aplicação do PEP e análise dos dados.

Os passos elencados foram agrupados em duas fases, sendo a primeira destinada ao estudo bibliográfico da temática, que envolve a pesquisa e análise praxeológica do livro didático

5 O PhET *Interactive Simulations*, um projeto da Universidade do Colorado Boulder, é um projeto de recursos educacionais abertos sem fins lucrativos que cria e hospeda explicações exploráveis e oferece simulações de matemática e ciências divertidas, interativas, de forma gratuita, baseadas em pesquisas.

utilizado na disciplina de Princípios da Matemática, com foco no capítulo sobre função quadrática e na elaboração da questão geratriz com suas possíveis questões derivadas. Estabelecemos como critério para elaboração, a vinculação da questão geratriz com uma questão do cotidiano dos estudantes.

Para o desenvolvimento dos percursos matemáticos (PM)<sup>6</sup> tomamos por base o Modelo Epistemológico de Referência (MER) proposto por Rodrigues (2019). O MER é um modelo cuja organização matemática, seguida de uma organização didática, apresenta-se como alternativa frente à epistemologia dominante presente na instituição de ensino. Dessa maneira, utilizamos o MER como apoio na análise e na resolução da questão geratriz e suas questões derivadas. Assim, segundo Fonseca, Casas, Bosch e Gascón (2009, p. 2), o “[...] O PEP vem recuperar a genuína relação entre perguntas e respostas que está na origem da construção do conhecimento científico em geral e das atividades de modelação em particular”. Tomando por base os fundamentos teóricos do PEP, elaboramos a seguinte questão geratriz na pesquisa:

#### Quadro 1 – Questão Geratriz

A umidade relativa do ar (UR) e a temperatura são dados meteorológicos importantes que podem afetar o organismo dos seres vivos. A variação destes dados pode trazer um nível de desconforto para os seres humanos, necessitando de cuidados para evitar danos à saúde. A Organização Mundial de Saúde (OMS) afirma que o nível ideal da UR para o organismo humano deve estar entre 40% e 70%. Valores acima deixam o ar saturado de vapor d'água interferindo no controle da temperatura corporal, ficando mais lenta a evaporação do suor que ajuda a dissipar o calor e resfriar o corpo. Já no caso de valores abaixo do mínimo, o tempo seco causa danos maiores à saúde com problemas que ocasionam ressecamento das mucosas e das vias aéreas, crises de asma, infecções virais e bacterianas, entre outros problemas. A temperatura e a umidade relativa do ar da cidade de Brejo Santo – CE sofre uma considerável variação em determinadas épocas do ano, apresentando períodos críticos durante o dia, despertando a necessidade de uma atenção maior e cuidados à saúde. Essa variação ocorre pelo fato da cidade estar localizada no Cariri cearense que prevalece o clima semiárido, ocasionando em períodos longos de estiagem que interferem diretamente na temperatura e na umidade do ar.  
Fonte: <https://drauziovarella.uol.com.br/otorrinolaringologia/veja-dicas-para-amenizar-efeitos-da-baixa-umidade-do-ar/> (texto adaptado)  
Q<sub>0</sub>: Como podemos representar matematicamente a variação diária da umidade do ar e da temperatura da cidade de Brejo Santo – CE, para identificar os períodos críticos que podem causar danos à saúde e, consequentemente, estudar e levantar as prevenções necessárias?

Fonte: Os autores.

Na apresentação de O<sub>0</sub>, a contextualização torna-se necessária para o estudante compreender a situação na qual a questão está inserida. Os estudantes, divididos em grupos, de maneira conjunta, são levados a pesquisar e levantar hipóteses

iniciais que poderão levar a formulação de novas questões. As questões derivadas de O<sub>0</sub> foram sugeridas pelo professor, em colaboração com os estudantes, a partir de uma discussão do tema.

O *GeoGebra* foi utilizado como recurso didático para o desenvolvimento das questões, como, por exemplo, na construção dos gráficos. O PEP foi desenvolvido em uma disciplina que aborda conteúdos de Matemática básica na Licenciatura em Matemática, tomando como referência o conceito de função quadrática e fundamentado pelo MER para o ensino de funções elementares na licenciatura em Matemática (Rodrigues, 2019).

Após a execução da primeira fase, o segundo momento da pesquisa foi direcionado para a aplicação em si. Assim, para a escolha do local da pesquisa, bem como dos participantes, foram tomados por base dois critérios: o primeiro foi a modalidade do curso de matemática, no caso, licenciatura; o segundo foi a existência de uma disciplina direcionada para ensino dos fundamentos da matemática e que abordasse o conteúdo de função quadrática. A finalidade da escolha do curso de Matemática na modalidade de licenciatura se deu porque estava diretamente ligada aos nossos objetivos de pesquisa e também pelo MER proposto, isto é, desenhado para o ensino do conceito de funções elementares no curso de licenciatura em Matemática.

Ao todo foram 21 participantes, sendo um professor formador, e 20 estudantes matriculados no componente curricular Princípios de Matemática<sup>7</sup> da Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior do Ceará. Esse componente é ofertado no primeiro semestre com carga horária de 60h, ou seja, quatro aulas semanais. Vale lembrar que o percurso de pesquisa foi se deu no contexto da pandemia e os encontros foram gravados pela plataforma do *Google meeting*. Para preservar as identidades dos participantes, os estudantes serão nominados através de números, como, por exemplo, “Estudante 1, Estudante 2” e assim sucessivamente. Os grupos também foram codificados com números.

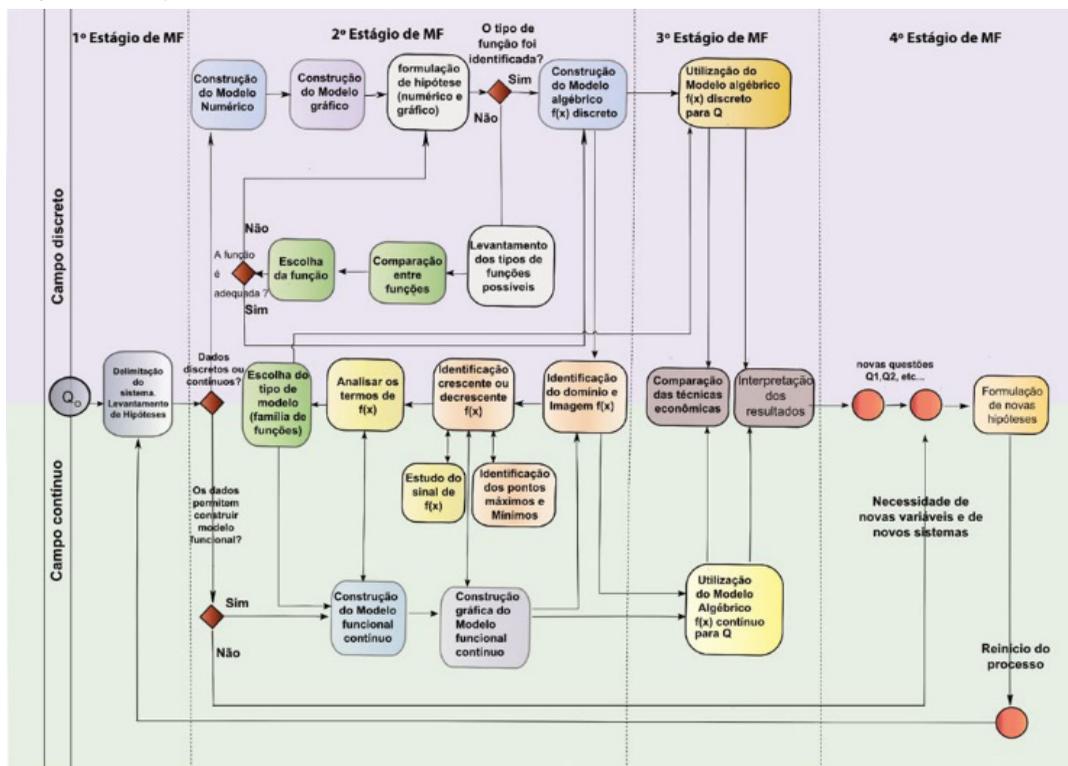
#### 4.1 Considerações sobre o MER e o desenvolvimento do PEP

O diagrama da Figura 1 foi proposto por Rodrigues (2019) e traz, em suas informações, uma proposta de ensino que tenta diminuir as dificuldades na compreensão da noção de função na Licenciatura em Matemática como uma alternativa de ensino. Desse modo, o diagrama faz parte do Modelo Epistemológico de Referência proposto, tendo em vista que tal modelo é provisório.

6 Os Percursos Matemáticos (PM) fundamentam as organizações matemáticas utilizadas para a resolução da questão geratriz na busca de construir uma resposta adequada ao problema. Os PM propõem um aumento gradual do uso dos tipos de praxeologias, levando ao aluno utilizar técnicas conhecidas e mobilizando duas ou mais na busca da resposta (Rodrigues, 2019).

7 No início da aplicação da pesquisa, foi explicada aos estudantes a finalidade da participação, como também solicitamos que todos os participantes assinassem um termo de consentimento.

Figura 1 – Diagrama de Atividades da Noção de Funções Elementares



Fonte: Rodrigues (2019, p.156)

O diagrama está estruturado em dois principais campos: o contínuo e o discreto. Segundo Rodrigues (2019) os “retângulos” são as possíveis tarefas que os estudantes deverão utilizar durante o processo; estão identificadas com as ações e agrupadas por cores, como por exemplo: as que possuem a cor azul estão ligadas às tarefas que têm como objetivo a construção de modelos. Os losangos representam decisões a serem tomadas pelos estudantes no decorrer do processo, os círculos são questões desenvolvidas e suas questões derivadas.

Rodrigues (2019) ainda destaca que para a construção do MER proposto foi importante contextualizar a história do conceito de função, como também a sua apresentação nos documentos educacionais brasileiros, pesquisando e analisando as praxeologias presentes no livro didático utilizado em muitas licenciaturas em Matemática e o estudo das principais dificuldades na compreensão no conceito de função, com o intuito de compreender as possíveis restrições para criar as condições no seu processo de ensino.

## 5 Resultados e Discussão

Apresentamos os principais resultados do desenvolvimento do PEP sobre funções quadráticas. Para situar o leitor, iremos inicialmente trazer elementos do modelo epistemológico dominante, a partir do recorte das praxeologias matemáticas presentes na obra de referência.

A principal obra de referência utilizada no componente curricular é o volume 1 do livro “Fundamentos da matemática elementar” de Gelson Iezzi e Carlos Murakami. Como etapa do estudo, fizemos a análise praxeológica para entender alguns

aspectos do modelo epistemológico dominante. Tendo em vista o objetivo e o formato deste trabalho, não apresentamos a análise praxeológica aqui, porém apontamos algumas características da obra utilizada como referência.

Seguindo o modelo de análise praxeológica destacado por Cavalcante (2018), percebemos que a organização didática do livro segue o modelo tradicional, apresentando as definições, técnicas, vestígios tecnológicos e exercícios. Isso pode indicar, nas praxeologias, a presença de fenômenos com a rigidez e incompletude praxeológicas.

De fato, observou-se, durante a apresentação da unidade sobre funções quadrática, a ênfase nas técnicas canonizadas como a fórmula resolvente para encontrar os zeros da função, o que indica a rigidez, conforme Lucas *et al* (2014), ou seja, uma organização praxeológica que privilegia o uso de uma técnica em detrimento de outras. Do mesmo modo, observamos que há poucos gráficos na representação da função quadrática, indicando incompletude de praxeologias.

Sobre a incompletude, vale ressaltar que Farias e Fernandes (2018) destacam ser essa uma característica do modelo epistemológico dominante para o ensino de funções quadráticas.

Ainda sobre a obra de referência, destacamos que os exemplos, ou seja, o encontro com as técnicas, são apresentados de forma sucinta, não abordam qual o percurso que o estudante irá utilizar para chegar até a construção final do gráfico ou a solução completa da questão. Isso reflete nos tipos de tarefas que são, em sua maioria, apresentados no contexto puramente matemático:

## Figura 2 – Tipo de tarefa

225. Construa os gráficos das funções definidas em  $\mathbb{R}$ :

a)  $y = x^2$

d)  $y = -2x^2$

g)  $y = -3x^2 - 3$

b)  $y = -x^2$

e)  $y = x^2 - 2x$

h)  $y = x^2 - 2x + 4$

c)  $y = 2x^2$

f)  $y = -2x^2 - 4x$

Fonte: Iezzi e Murakami (2004, p.139)

Assim, podemos verificar que a organização praxeológica no modelo dominante se baseia em uma compreensão mais técnica da matemática, conforme destaca Cavalcante (2018, p. 134) ao dizer que “as OD clássicas tendem a pormenorizar as atividades de resolução de problemas, já que o seu foco está nos blocos saber e saber-fazer.

A partir desse cenário e tendo em vista o paradigma do questionamento do mundo, nossa intenção era construir um percurso de estudo que pudesse, de alguma forma, ser uma alternativa ao modelo dominante. Na seção a seguir apresentamos o relato dos principais momentos utilizados para nossa análise.

### 5.1 Análise dos encontros

Para aplicação do PEP, foram destinados cinco encontros síncronos e assíncronos com os estudantes. Para estes momentos assíncronos, foram criados três grupos através de um aplicativo de mensagens, facilitando a comunicação no processo de construção das resoluções propostas pelo professor. No último encontro realizado, o professor analisou, juntamente com os estudantes, os resultados obtidos durante a aplicação da atividade. Foi um momento aberto para que os estudantes pudessem explicar a conclusão do trabalho e mostrar as técnicas que foram utilizadas para o procedimento do percurso.

Para as análises, utilizamos as praxeologias presentes no percurso de cada grupo para responder à questão geratriz. Essas praxeologias facilitam a análise de todo processo didático e a complexidade crescente das organizações matemáticas. De fato, as praxeologias produzidas pelos estudantes, sejam elas conformes ou não, podem relevar aspectos importantes sobre o processo de ensino e aprendizagem, como destacam Chaachoua & Bittar (2019). Esse procedimento foi também realizado por pesquisadores que inauguraram o que os autores chamam de terceira fase dos estudos fundamentados na TAD.

Segundo Cavalcante (2018), é durante esse processo em grupo que os estudantes tendem a participar, o que ocasiona um maior engajamento, pois a relação pessoal entre os sujeitos envolvidos é modificada frente aos objetos que vivem em determinada instituição. Desse modo, iniciamos a discussão dos dados a partir da descrição dos grupos formados.

#### Grupo 1:

O grupo 1 foi composto, inicialmente, por 5 integrantes que trabalharam de maneira assíncrona e síncrona. Geralmente, nos encontros síncronos, não era possível a participação de todos os membros da equipe devido a alguns problemas técnicos, como por exemplo a falha na conexão com a rede

de internet que dificultava o uso do aplicativo de mensagens para discutir ideias e para desenvolver o percurso de estudo que foi apresentado. Vale destacar que, o intuito de tal divisão foi para que os estudantes pudessem se ajudar mutuamente, compartilhando saberes e ideias de forma conjunta, para que assim chegassem, de maneira conjunta, ao objetivo proposto. Pensamos que essa estratégia cumpre bem seu papel como mostra o diálogo no grupo quando foram apresentados à questão geratriz:

Estudante 3: Gente a resposta, a gente pode trazer matematicamente? Tipo assim, através de gráficos, essas coisas?

Estudante 1: Acredito que sim, o problema é que só temos os dados da variação do corpo humano de 40% a 70% mais se a gente fosse analisar a temperatura a gente teria que fazer outras pesquisas pra ver a variação da temperatura aqui de Brejo Santo.

Estudante 3: É verdade...

Estudante 1: Na questão também fala como podemos representar a variação diária da umidade do ar da temperatura de Brejo Santo, então é a variação diária... Só que ele também pede para identificar os períodos críticos que podem causar danos à saúde esses períodos, acredito que sejam os meses mais quentes...

Estudante 1: (Manda um link no chat do Meet). Nesse link que mandei para vocês ele mostra a umidade relativa do ar e também relacionada a temperatura em chuvas, só que quando eu estava aqui escrevendo a questão eu vi que...ela fala do ideal do ponto R, acho que a umidade relativa do ar, que fala que segundo a OMS como o organismo humano deve ter temperatura entre 40% e 70% ... Ai ele também fala que abaixo disso pode ocorrer problemas de infecções virais e acima disso, pode ocorrer outros problemas... Acho que vamos ter que incluir isso também.

(Diálogo entre os estudantes, 2021).

Notou-se, a partir o diálogo entre os estudantes, vários questionamentos relevantes para o desenvolvimento da compreensão da questão que estava sendo exposta. Foram utilizadas as praxeologias para resolução, além da busca de outras fontes que contribuíssem para o entendimento do conceito.

Nesse ponto, vemos a manifestação das duas primeiras dialéticas propostas por Chevallard (2013). A primeira delas é a dialética de *estudo e pesquisa* que tem como consequência a dialética das *perguntas e respostas*. Na primeira, a questão geratriz promove a necessidade de comunicação com outras áreas do saber para compreensão e elaboração da resposta. O percurso dos estudantes caminha nessa direção, inicialmente, no contexto da própria matemática “através de gráficos”. Depois, abrange o contexto de outras áreas. a citar o papel da umidade relativa do ar na nossa saúde. Esse processo se concretiza com os *gestos de pesquisa* como a busca de outras fontes, links pesquisados e disponibilizados no *chat* e construção de novas perguntas a partir da pergunta inicial.

Vale destacar que o professor formador não interrompeu, em nenhum momento, os questionamentos levantados pelos estudantes. Com isso puderam ter um protagonismo na modelação dos problemas e na construção das novas perguntas.

Durante as conversas entre os grupos, o professor formador deixava em aberto para que eles pudessem conversar e trocar ideias entre si e, caso necessário, chamava-se o professor para sanar eventuais dúvidas. A técnica utilizada nesse primeiro momento de resolução foi a observação com a finalidade de elaborar a representação matemática da variação diária da umidade do ar e da temperatura<sup>8</sup>, da cidade de Brejo Santo. No último encontro síncrono, a Estudante 1 representante do grupo, abordou os seguintes questionamentos sobre a resolução do percurso:

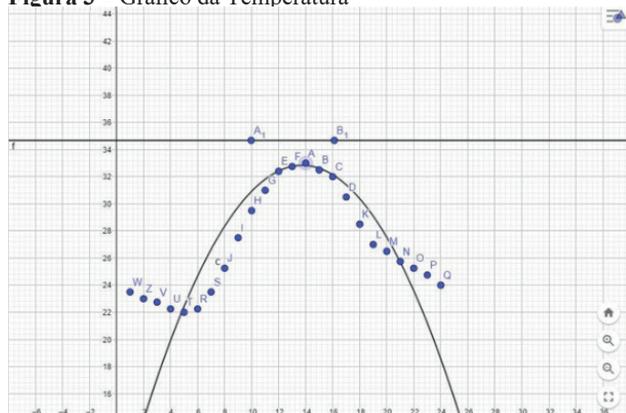
**Estudante 1:** Nessa imagem mostra a umidade do ar, mostra basicamente a porcentagem de umidade do dia 23 de abril ela por cor, onde a cor cinza significa seco, verde agradável, amarelo úmido, laranja abafado, rosa opressivo. Então de acordo com a umidade do ar que foi coletada nesse dia o horário mais provável a atividade física, seria de 5:00 horas até as 7:00 no mínimo. Durante esse horário a umidade do ar está de 88% até 90% o que não é uma umidade baixa e não torna o ambiente desagradável para a atividade física, ou seja além da temperatura não está alta nesse horário, a umidade do ar está agradável...A temperatura baixa também de 16:00h a 21:00h, só que nem todos os dias a umidade do ar vai estar estável e agradável.

(Relato da Estudante 1, 2021).

No relato anterior, a Estudante 1 apresenta a resposta acerca do que se foi exposto para resolução, porém para chegar à conclusão, todos os membros do grupo realizaram uma discussão para que assim, juntos, pudessem chegar a um consenso. Essa disposição ao debate também é prevista no PEP, por meio da dialética do indivíduo e do coletivo, que pressupõe a necessidade da colaboração dos sujeitos para que a resposta da questão geratriz (R<sup>▼</sup>) seja encontrada. Para isto, os gestos de estudo envolvem a tomada de decisão do grupo, a distribuição de tarefas ou mesmo a concordância.

Foi a partir do debate que a equipe concluiu que o melhor horário para se praticar exercícios era no período da manhã. No gráfico da imagem 3, no qual se apresenta a temperatura, podemos notar que as técnicas utilizadas envolvem a identificação do vértice, bem como das coordenadas de x e y.

**Figura 3** – Gráfico da Temperatura

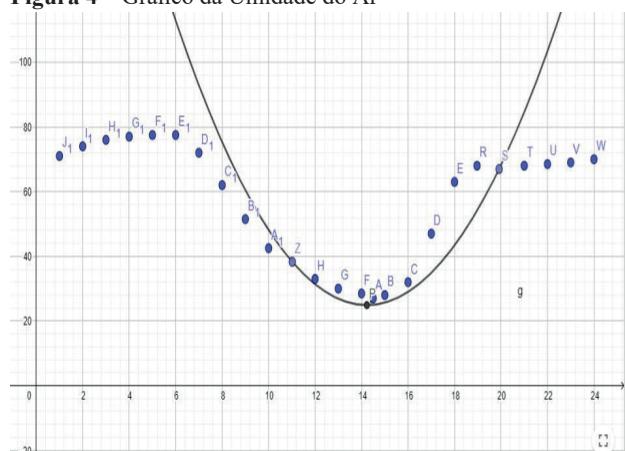


Fonte: Grupo 1

Desse modo, é preciso que seja traçada a parábola que irá representar a situação estudada, logo percebe-se que a Estudante 1 encontrou, no início da sua resolução, um possível caminho de solução, evitando passos desnecessários no desenvolvimento da questão.

A técnica utilizada pelo grupo para apresentar a questão pode ser considerada válida, pois os mesmos utilizam o cálculo do vértice. Em concordância com Rodrigues (2019, p.173) “o objetivo está em utilizar técnicas diferentes para um mesmo problema, necessitando da interação de outras técnicas”. A seguir, observamos, na imagem 4, a resolução desenvolvida pela Estudante 1 para a umidade do ar:

**Figura 4** – Gráfico da Umidade do Ar



Fonte: Grupo 1.

A Estudante 1, juntamente com o grupo, retratou a representação gráfica tanto da temperatura como da umidade do ar através dos pontos que foram verificados nas tabelas utilizadas. Percebeu-se a diferença entre os dois gráficos devido a concavidade das parábolas o que demonstra que os estudantes utilizaram várias técnicas para a resolução da tarefa. O grupo, portanto, chegou a uma resolução considerada correta. A formação das parábolas foi apresentada tanto com índices positivos como também negativos, pois os pontos são formados por valores estimados através do dia escolhido para a verificação de cada etapa apresentada no percurso. Nesse ponto, vale destacar o papel de duas dialéticas, a *dialética da análise* e a *dialética das mídias e meios*. Na primeira, o grupo precisou verificar o papel do parâmetro “a” na construção das parábolas. Por que gráficos distintos podem promover respostas corretas? De onde vêm as praxeologias que legitimam essas respostas? Essas são questões presentes no processo de análise se o que os estudantes estão produzindo é satisfatório. Do mesmo modo, o *GeoGebra* foi um tipo de mídia que provocou segurança ao plotar gráficos e permitir suas modificações, mas também incertezas, quanto a razão de não se conseguir chegar a parábolas que coincidisse exatamente com os pontos descritos, tanto para “a” negativo,

<sup>8</sup> Site de pesquisa: Condições meteorológicas em Brejo Santo. 2021. Disponível em: <https://pt.weatherspark.com/td/31093/Condi%C3%A7%C3%B5es-meteorol%C3%B3gicas-m%C3%A9dias-em-Brejo-Santo-Brasil- hoje>.

quanto para “a” positivo. Para nós, esse é um fato positivo, pois permite a discussão sobre o que é um modelo matemático e sua falibilidade na tentativa de representar a realidade na íntegra.

Ressaltando Silva e Pinto (2019, p.7) quando os estudantes agem em conjunto nas atividades que incitam discussões e reflexões entre os mesmos, emerge a cooperação. Assim, em relação às técnicas utilizadas, foram exploradas a definição da concavidade da parábola, o encontro da diretriz, do eixo de simetria e do vértice.

## Grupo 2:

Nas discussões do grupo 2, foi visível a tentativa de resolução do problema exposto de forma coletiva. Na ocasião, os estudantes interagiram entre si procurando dividir papeis para que conseguissem chegar a um consenso, atendendo novamente à dialética do indivíduo e do coletivo. De início, os integrantes não estavam participando de maneira conjunta. Mostrou-se necessário que o professor formador fizesse uma breve intervenção para que assim os estudantes pudessem desenvolver o raciocínio de maneira coletiva.

**Professor:** Vocês podem já iniciar a discussão entre si... Pensem assim, como eu vou poder iniciar a questão? Quais serão os primeiros passos a serem utilizados para encontrar a solução?

**Estudante 6:** Primeiro seria bom, nós fazermos uma pesquisa sobre a predominância da humidade do ar na região do cariri, aí a gente vê sobre brejo.

**Estudante 6:** Esse representar matematicamente é por meio de uma equação?

**Estudante 4:** Eu pensei em uma equação, mas quando o professor consultou o gráfico eu achava mais coerente, porque o tempo varia pelo que eu vi também a umidade tem tempo que vai tá baixa e tem tempo que vai tá alta

**Estudante 6:** Então no gráfico dá para representar colocando os picos e etc...

**Estudante 4:** Como vamos representar lá no gráfico esses números?

**Estudante 6:** pelo que li aqui aluna 4, na região do cariri a humidade ela varia de baixa a alta, aumentando e diminuindo tendo seus picos então talvez um gráfico possa representar bem.

Percebe-se, no diálogo anterior, uma troca de ideias entre os estudantes que gerou um debate sobre como desenvolver o que estava sendo solicitado inicialmente na questão proposta. Notou-se a presença do contrato didático<sup>9</sup> quando o professor formador necessitou estimular os estudantes para que iniciassem a discussão. Assim, notamos o que Rodrigues (2019, p.70) ressalta ao dizer que a “organização matemática é desenvolvida e a relação entre o professor, o estudante e o saber são estabelecidas a partir do contrato didático, graças ao qual renegociações podem acontecer naturalmente.” Além disso, para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 205), “o Contrato Didático é acionado quando, sob a coordenação do professor, o estudante entra, verdadeiramente, em contato

com uma obra concreta para estudá-la e a aprende”.

O trabalho em grupo foi importante, pois promoveu ocasiões como estas, que trazem discussões acerca das possibilidades para a resolução das questões propostas. Ademais, apresentamos um diálogo entre os estudantes e o professor formador.

**Estudante 6:** A gente pegou o dia 10 de abril, a conclusão foi que a melhor hora para praticar atividade física ou para sair de casa é de 5:00 até as 7:00 da manhã e a partir de 8:00 as 13:00 é a hora de se hidratar mais, por causa da temperatura e humidade.

**Professor:** Acho que deu trabalho para vocês a construção do gráfico da umidade do ar né? Porque ele não tem uma regularidade com o do gráfico da função quadrática né?

**Estudante 4:** Quando eu tentei fazer o da umidade ele ficou muito espalhado os pontinhos não ficaram juntos, aí a aluna 6 me ajudou e ficou assim juntinho.

**Professor:** É isso mesmo, a função de se trabalhar em grupo é justamente isso, vocês ir fazendo e tentando se adequar. Essa questão de um fazer os pontos mais abertos, mais próximos, isso também vai depender do valor que é colocado tanto na abcissa como na ordenada.

(Diálogo entre os estudantes e professor, 2021).

A fala inicial da Estudante 6 mostra o dia escolhido e a conclusão abordada, direcionando ao questionamento do dia melhor para se praticar exercícios físicos. Notamos, quando o professor questiona os estudantes acerca das dificuldades sofridas para a construção do gráfico relacionado à umidade do ar, que a Estudante 4 responde da seguinte forma: “Quando eu tentei fazer o da umidade ele ficou muito espalhado os pontinhos não ficaram juntos, aí a Estudante 6 me ajudou e ficou assim juntinho”. Novamente, o *GeoGebra* cumpriu um papel importante na construção das respostas, como no grupo 1. Durante a discussão dos grupos, o professor formador os acompanhou e retirou pequenas dúvidas relacionadas à questão derivada estudada e promoveu discussões acerca da temática exposta.

Percebemos, também, que os estudantes utilizaram várias técnicas para a resolução da tarefa. Segundo Chevallard (1999), as diferentes praxeologias são utilizadas para facilitar a análise do processo didático, verificando a complexidade crescente das organizações matemáticas. Assim, durante a aplicação do percurso, percebemos uma evolução nas praxeologias, ou seja, passou-se de uma organização matemática pontual (OMP) para uma organização matemática local (OML). As primeiras são centradas em um único tipo de tarefa e uma técnica para resolvê-la. A segunda é mais completa, pois é composta pela interação de várias OMP, validadas e justificadas por uma tecnologia.

A partir dessa ação, podemos refletir quanto à atitude de alguns estudantes em responderem ao item individualmente, mesmo compondo um grupo. Essas práticas, são características do modelo didático vigente e que estão presentes nas práticas institucionais, por isso, “o PEP tenta enfrentar a atitude

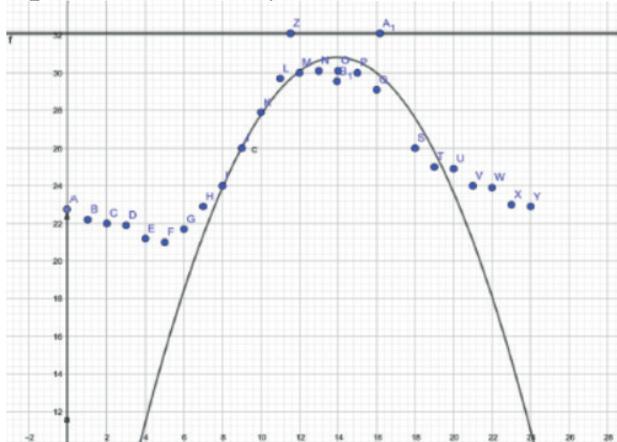
9 A noção do contrato didático (Brousseau, 1996) emerge como elemento importante a ser analisado em um sistema didático no qual o professor, o aluno e o saber se relacionem entre si.

individualista presente nas aulas de Matemática, buscando redirecionar as ações para um trabalho coletivo.” (Rodríguez; Bosch; Gascón, 2007).

### Grupo 3:

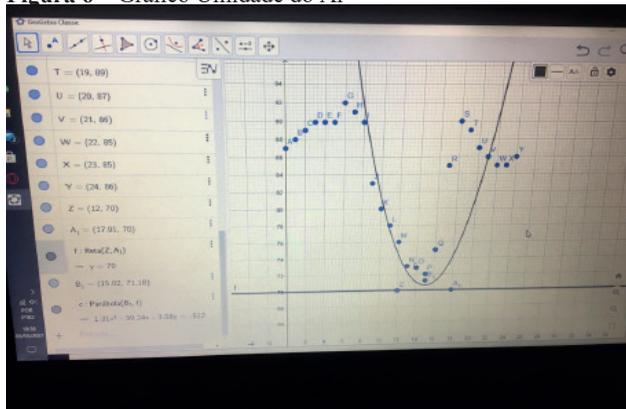
O grupo 3 também chegou nos seus estudos a uma relação gráfica que possibilitou a construção, de forma conjunta, dos resultados obtidos. Assim, as técnicas utilizadas levaram à identificação do foco da parábola, sendo seu ponto fixo utilizado para a definição da curva em si. Percebemos, também, a formação da reta fixa que foi considerada a diretriz. O grupo seguiu um passo a passo considerado importante, pois retrataram a solução do problema para compreender cada etapa e assim fazer a construção gráfica da umidade do ar, através da definição do eixo de simetria na linha vertical e o vértice. Notamos a utilização das mesmas técnicas adotadas pelos estudantes na resolução da questão exposta, porém o que difere é o dia escolhido por cada grupo, tornando a construção gráfica diferenciada. Observou-se na apresentação do grupo os seguintes gráficos, como mostra as Figuras 5 e 6.

Figura 5 – Gráfico da Temperatura



Fonte: Grupo 3

Figura 6 – Gráfico Umidade do Ar



Fonte: Grupo 3

Percebe-se que o gráfico da umidade (imagem 6) tem a concavidade voltada para cima. As técnicas utilizadas para a construção do gráfico deram-se a partir da formação dos pontos que são os pares ordenados, assim como a noção de

domínio e imagem da função. Notamos que, quando a hora vai passando, a umidade do ar vai caindo até chegar em um ponto mínimo. À medida que as horas continuam a passar, a umidade começa a subir. O dia escolhido pelos membros do grupo foi o dia 19 de abril, portanto, nesse dia não se apresentou uma umidade do ar baixa.

De maneira geral, notou-se nos três grupos que, na parte que tange a construção gráfica, ocorreu uma certa dificuldade por parte dos estudantes, visto que no início eles não tinham afinidade com o software *GeoGebra*, porém, ao longo dos encontros, essas dificuldades foram sanadas. Ademais, na proposta realizada a partir da atividade, foi possível que os estudantes pudessem aprender como manusear tal ferramenta. Percebemos que as possíveis problemáticas que surgiram no decorrer dos encontros da aplicação da pesquisa já eram esperadas, pois, devido ao cenário pandêmico, tivemos que modificar a aplicação do percurso da forma presencial, na sala de aula, para o método de ensino remoto ao qual as universidades aderiram. Mesmo assim, as dialéticas previstas por Chevallard (2013) se manifestaram em alguma medida.

Assim, dificuldades como a falta de acesso à internet por parte de alguns estudantes foram identificadas, visto que é uma problemática que poderia ocorrer. A participação síncrona também foi considerada uma das dificuldades, pois nem todos os estudantes que iniciaram o percurso continuaram até o final da aplicação. Outro ponto importante é a questão das praxeologias utilizadas para a resolução do percurso apresentado. Pudemos observar o desenvolvimento de cada grupo no compartilhamento de técnicas entre os envolvidos, o que favoreceu a resolução da questão geratriz. O principal recurso tecnológico envolvido nesse processo foi o *GeoGebra* que facilitou a aplicação e o desenvolvimento.

A proposta em questão acrescentou de maneira significativa no conhecimento de todos os integrantes envolvidos, pois, a partir dela, os estudantes aprenderam a manusear com mais precisão o software *GeoGebra*, além de se familiarizarem com as funções quadráticas e seus esboços gráficos contextualizados com questões do cotidiano. Percebeu-se ainda que, nos resultados do trabalho realizado em grupo, houve um avanço necessário para a resolução da questão geratriz, gerando uma discussão do que estava sendo exposto.

Em relação à questão geratriz aplicada, Rodrigues (2019, p. 68) destaca que “a questão geratriz proposta pelo professor de Matemática tem a função de desenvolver, nos estudantes, a intenção de buscar uma resposta através de pesquisas e estudos, e isso gera relações implícitas e explícitas entre o professor, estudante e o saber”. Vale salientar que, as eventuais problemáticas que surgiram ao decorrer do percurso podem servir como apoio para buscar mudanças necessárias no ensino e aprendizagem dos discentes, e serão consideradas também como incentivo para uma autoanálise que proporcione mudanças em uma futura aplicação semelhante.

## 6 Conclusão

A presente proposta de aplicação teve sua vertente direcionada para uma aplicação inicialmente presencial com os discentes público alvo, porém, mediante a continuação do cenário pandêmico, foi necessária uma adaptação para aplicação de forma remota. Notamos que nem todos os discentes em sua realidade cotidiana tem um acesso devido às ferramentas necessárias para participarem e assistirem às aulas remotas. Em alguns casos, percebeu-se dificuldades relacionadas à qualidade da internet, o que atrapalhava no acesso direto aos encontros e se revelou como umas das dificuldades enfrentadas durante a aplicação da pesquisa.

Percebemos que, mediante a aplicação do percurso, inicialmente proposto com direcionamento à conformidade do MER para o ensino de função quadrática, os discentes seguiram e desenvolveram o modelo que foi apresentado, desenvolvendo as resoluções das tarefas, seguidas pelas técnicas que auxiliaram no desempenho de todo o percurso de estudos. Assim, foi possível criar um ambiente interativo e participativo, resultando em uma possível compreensão acerca do que se estava sendo abordado durante os encontros.

Desse modo, o PEP promoveu discussões das tarefas, bem como das técnicas utilizadas por parte dos estudantes e professores. Tais técnicas foram bastante exploradas durante a aplicação do dispositivo didático e promoveram um engajamento, favorecendo algumas dialéticas próprias do PEP que foram vivenciadas pelos estudantes e pelo professor formador. Essa vivência resultou em uma possível mudança na relação pessoal desses sujeitos com os temas matemáticos abordados, porém esse é um problema em aberto ainda.

O trabalho em grupo também foi uma importante proposta para o andamento do percurso, pois, de maneira conjunta, os estudantes conseguiram desenvolver a cooperação para atingir um bom desempenho da equipe. Foi primordial estabelecer metas e objetivos durante os encontros para que, assim, todos participassem e contribuíssem para a obtenção dos resultados propostos.

Além disso, um ponto de destaque que vale ser salientado é a necessidade de utilização dos softwares de geometria dinâmica, a exemplo do *GeoGebra*, que nos mostrou que os estudantes sofrem uma certa dificuldade no seu manuseio, fazendo-se necessário buscar uma formação que aborde temas tecnológicos para o ensino da Matemática.

## Referências

- Almouloud, S., & Da Silva, M.J. (2012). Engenharia didática: evolução e diversidade Didactic engineering: evolution and diversity. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 22-52.
- Bohrer, A., & Da Silva Tinti, D. (2021). Mapeamento de pesquisas que investigaram a Função Quadrática em contextos de ensino e/ou aprendizagem da Matemática Matemática Pesquisa: *Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 23(1), 201-230.
- Cavalcante, J.L. (2018). A dimensão cognitiva na teoria antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática. Tese de Doutorado. Tese de Doutorado. PPGEC–Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências e Matemática. UFRPE. Recife.
- Cavalcante, J.L., & Rodrigues, R.F. (2022). Percurso de Estudo e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática: da necessidade ao desafio de sua efetivação. In S.A., Almouloud, R.B., Guerra, L.M.S., Farias, A., Henriques, & J.M.V., Nunes. *Percurso de Estudo e Pesquisa à luz da teoria antropológica do didático*. (pp.315-382). Curitiba: CRV.
- Chaachoua, H., & Bittar, M. (2019). A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, 9(1).
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1).
- Chevallard, Y. (1996). Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In J., Brun. *Didáctica das matemáticas*, (pp.115-153). Lisboa: Instituto Piaget, p. 115-153.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Grenoble, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas em la Sociedad del Mañana: alegato a favor de un contraparádigma emergente. *Redimat*, 2(2), 161-18.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude 3: Ecologie et Regulation. Disponível em: <[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id\\_article=53](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=53)>.
- Chevallard, Y., & Grenier, D. (1997). Le topos de l'élève. *Actes de la IX école d'été de Didactique des Mathématiques*. Houlgate:
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In: *Anais do Congress of the European Society for research in Mathematics Education*, 4. Barcelona: FUNDEMI-IQS.
- Chevallard, Y., & Wozniak, F. (2011) Un cas d'infrastructure manquante: statistique et probabilités en classe de troisième. In M. Bosch, et al. *Un panorama de la TAD*, (pp.831-853). Barcelona: CRM.
- Da Silva, Andreza S.; De M Teles, Rosinalda A. (2020). Convergências entre o livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob os registros de representação semiótica. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(2).
- De Paula Ghisleni, L., & BattistI, I.K. (2018). A significação do conceito função quadrática por estudantes do 1º ano do ensino médio: uma abordagem histórico-cultural. *Alexandria*, 11(1), 237-259.
- Do Lago Mendes, H. (2015). Análise Praxeológica de livro didático de matemática referente ao estudo de números binários. *Revemat*, 10(1), 199-219.
- Eves, H. (2004). Introdução à história da matemática/Howard Eves. Campinas: Unicamp.
- Estepa, A., & García, F.J. (2007). Sociedad, escuela y matemáticas: aportaciones de la teoría antropológica de la didáctica. Jaén: Universidad de Jaén.
- Iezzi, G., & Murakami, C. (2004). *Fundamentos de matemática elementar 1: conjuntos, funções*. São Paulo: Atual.

- Lucas, C.O. et al. (2014). Aspectos da rigidez e atomização da matemática escolar nos sistemas de ensino de Portugal e da Espanha: análise de um questionário. *Educação Matemática e Pesquisa*, 16(1), 1-24.
- Oliveira, S.L. (2002). *Tratado de metodologia científica: projetos de pesquisas, TGI, TCC, monografias, dissertações e teses*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.
- Paula de Avelar Brito Menezes, A.P. (2006). *Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental*.
- Rodrigues, R.F., De Menezes, M.B., & Dos Santos, M.C. (2017). Licenciatura em matemática e o percurso de estudo e pesquisa: uma proposta do modelo epistemológico de referência para o ensino e aprendizagem do conceito de função. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 13(27), 36-50.
- Rodríguez, E., Bosch, B., & Gascón, E. (2007). Los recorridos de estudio investigación em La reformulación didáctica del problema de la metacognición.
- Rodrigues, R.F. (2019). *Percurso de Estudo e Pesquisa no Conceito de Função: Analisando o Processo de Ensino e Aprendizagem e as Influências na Formação do Professor de Matemática*. Tese de doutorado. Programa de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco.
- Ruiz-Olarría, A. (2015). *La Formación Matemático-Didáctica del Profesorado de Secundario. De las Matemáticas por Enseñar a las Matemáticas para la Enseñanza*. Tesis de Doctoral. Universidad Autónoma de Madrid. Madrid/ES.
- Santos Farias, L.M., Fernandes Carvalho, E.D.M.O. & Fernandes Teixeira, B. (2018). O trabalho com funções à luz da incompletude do trabalho institucional: uma análise teórica. *Educação Matemática Pesquisa*, 20(3).
- Silva, S.C., De Freitas Madruga, Z.E., & Dos Santos Silva, F. (2019). Modelagem Matemática como apoio ao ensino e aprendizagem de função quadrática. *Revista de Educação Matemática*, 16,(21), 101-118.
- Silva, R.S.; Pinto, S.R. (2019). Funções quadráticas e tecnologías móveis: ações cooperativas em um experimento no ensino médio. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*. Góndola, *Ens Aprend Cienc*. 14. Colombia, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 14(1), 108-125.
- Vieira, R.P.M., Alves, F.R.V., Catarino, P.M.M.C. (2021). O ensino da função quadrática por meio do PheT Colorado e da Engenharia Didática. *Revista de Educação Matemática*, 18 e021018-e021018