

Conhecimentos Profissionais do Professor Mobilizados na Resolução de Tarefas Sobre Transformações Geométricas: Relações com a Prática Reflexiva

Teacher Professional Knowledge Mobilized in the Resolution of Geometric Transformations Tasks: Relations with Reflective Practice

Natalia Nascimben Delmondi Munhoz^a; Vinícius Pazuch^{*a}

^aUniversidade Federal do ABC. SP, Brasil

*E-mail: vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo *identificar e discutir quais conhecimentos do professor emergem na interação com tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas*. Para tal, três professores que integram um grupo de estudos responderam a uma entrevista, acompanhada da resolução de uma tarefa matemática, cujos apontamentos foram discutidos em dois encontros em modo remoto. Os eventos críticos identificados foram analisados com o uso da ferramenta *Knowledge Quartet (KQ)*, que por sua vez mostrou ser uma ferramenta adequada para tal. Como resultados, destacam-se lacunas na dimensão *Fundamento* do KQ relacionadas principalmente à definição de tarefas investigativas concebida pelos professores, e a resistência em incorporar tal tipo de tarefa na prática docente dos profissionais. Com relação ao conteúdo de transformações geométricas, destaca-se a necessidade de prosseguir enfatizando a sua importância, por meio de processos de formação continuada e tarefas, já que outros conteúdos matemáticos permanecem sendo priorizados mediante as mais variadas intercorrências, neste caso, a pandemia de Covid – 19. Sendo assim, evidencia-se a necessidade de continuar fornecendo aos professores oportunidades de desenvolverem a prática reflexiva, a fim de que ela possa ser efetivamente incorporada na atuação docente, já que se trata de uma ação que só pode ser identificada na atuação desses profissionais a longo prazo.

Palavras-chave: Conhecimento Profissional. Ensino de Geometria. Formação Continuada. Educação Matemática.

Abstract

This article aims to identify and discuss what teacher knowledges emerges in the interaction with tasks about the mathematical content of geometric transformations. For this, three teachers who are part of a study group answered an interview accompanied by the resolution of a mathematical task, whose notes were discussed in two meetings in remote mode. The critical events identified were analyzed using the Knowledge Quartet (KQ) tool, which in turn proved to be an appropriate tool for this. As results, are highlighted gaps in the KQ Foundation dimension related to the definition of investigative tasks conceived by the teachers, and the resistance to incorporate this type of task into their teaching practice. Regarding the content of geometric transformations, is highlighted the need to continue emphasizing the importance of this content, through continuous training processes and tasks, since other mathematical contents continue to be prioritized through the most varied complications, in this case, the Covid-19 pandemic. Thus, it is evident the need to continue providing teachers with opportunities to develop the reflective practice, so that it can be effectively incorporated into the teaching practice, since it is an action that can only be identified in the performance of these professionals in the long term.

Keywords: Professional Knowledge. Geometry Teaching. Continuing Education. Mathematics Education.

1 Introdução

As transformações geométricas consistem em um conteúdo matemático que apresenta inúmeras potencialidades quando trabalhado em sala de aula, que auxilia no desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico, abstração, elaboração de conjecturas e antecipação de eventos, essenciais não só para outros conteúdos matemáticos como também para outras disciplinas (Hollebrands, 2003, & Lage, 2008). Indo além do conteúdo escolar, tais habilidades também são fundamentais para ações cotidianas de qualquer indivíduo, e por isso devem ser exploradas durante a formação acadêmica. Este tópico também é necessário para fundamentar a aprendizagem de conteúdos matemáticos nos diferentes níveis de ensino, em conceitos de geometria, funções, matrizes e teoria de grupos

(Yao, 2020). No entanto, observa-se que esse conteúdo é subestimado, e sua abordagem não deve se limitar à relação com outros conteúdos matemáticos, com pouco enfoque para a abordagem das transformações geométricas em si.

Para potencializar o ensino e a aprendizagem desse conteúdo matemático considera-se importante pensar em dois aspectos: de um lado, as tarefas utilizadas para ensiná-lo ou consolidá-lo, e do outro, os conhecimentos do professor (sejam eles com relação ao conteúdo, às abordagens didáticas ou às experiências constituídas ao longo da prática docente) necessários para manipular tais tarefas adequadamente, a fim de que sejam aproveitadas em sua amplitude. Assim, entende-se que é preciso abordar com os professores não só a seleção de tarefas adequadas para seus propósitos de ensino

(claros e bem definidos), mas também, quando necessária, a adequação de tais tarefas para o contexto em questão. Para tal, estabeleceu-se o seguinte objetivo: *identificar e discutir quais conhecimentos do professor emergem na interação com tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas*, e para contemplá-lo foram elaboradas as seguintes questões de pesquisa: 1) Quais conhecimentos o professor mobiliza ao solucionar tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas? 2) Quais atributos da prática reflexiva podem ser evidenciados pelo professor e para ele ao solucionar tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas?

Para atingir o objetivo anteriormente citado, este artigo apresenta a elaboração de uma tarefa investigativa, com o uso do *software* de geometria dinâmica GeoGebra, para o ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas. Por meio de um grupo de estudos, foram realizadas com três professores entrevistas baseadas na tarefa elaborada, simultaneamente à sua resolução. Dessa maneira, buscou-se despertar no professor uma reflexão sobre sua própria prática, e identificar, com a ajuda dos pesquisadores, se necessário e quando o fosse, quais os pontos fortes dessa prática e quais poderiam ser aprimorados. Assim, ao apresentar uma das potencialidades e das possibilidades de abordagem desse conteúdo matemático, aspira-se contribuir tanto com o refinamento da prática do professor que ensina matemática, em especial no que diz respeito à maneira como ele seleciona e manipula as tarefas utilizadas em suas aulas, quanto com o ensino das transformações geométricas. O referencial teórico utilizado para tal, bem como a metodologia e os resultados obtidos, são descritos a seguir.

2 Referencial Teórico

Os principais conceitos que compõem e embasam a intervenção apresentada e discutida neste artigo consistem no conteúdo matemático de transformações geométricas, em tarefas matemáticas investigativas e nas concepções de conhecimento profissional docente e de prática reflexiva. A seguir, são explicitados cada um desses pressupostos.

2.1 Transformações geométricas

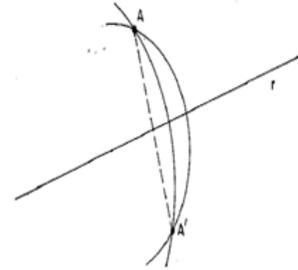
Wagner (2007)¹ conceitua uma transformação geométrica como a obtenção de uma figura² F' a partir de uma figura F por meio de funções bijetoras, nas quais para todo ponto da figura F existe um único ponto correspondente em F' . Logo, $F' = T(F)$, sendo essa o conjunto das imagens dos pontos de F .

As transformações geométricas podem ser classificadas em:

1. Isometrias: são transformações que geram figuras F' *congruentes* à figura inicial F . Figuras isométricas podem ser obtidas por meio de:

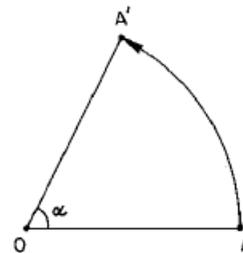
- *Reflexões* S_r a partir de uma reta r (também chamada de eixo de simetria), na qual para cada ponto A do plano há um ponto $A' = S_r(A)$ correspondente, ou seja, simétrico de A em relação a r . Na reflexão a figura F' apresenta orientação invertida no plano em relação à figura inicial F , analogamente ao princípio de um espelho;

Figura 1 - Reflexão $S_r(A) = A'$ (Wagner, 2007, p.73)



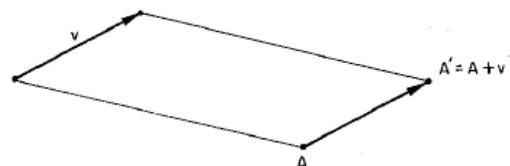
- *Rotações* R_α a partir de um centro O e de um ângulo α , na qual para cada ponto A do plano há um ponto $A' = R_\alpha(A)$, de modo que $OA = OA'$, e $\angle OA'A = \alpha$;

Figura 2 - Rotação $R_\alpha(A) = A'$ (Wagner, 2007, p. 76)



- *Translações* $T_v: \Pi \rightarrow \Pi$ a partir de um vetor v , na qual cada ponto A do plano Π é levado ao ponto $A' = A + v$ desse plano.

Figura 3 - Translação $T_v(A) = A'$ (Wagner, 2007, p. 71)



2. Homotetias: diferentemente das isometrias, as homotetias não preservam as distâncias, mas preservam os ângulos. Portanto, são transformações que geram figuras F' *semelhantes* à figura inicial F . Salienta-se que nem todas as figuras semelhantes são homotetias, pois em uma homotetia os pontos O , A , e A' devem ser colineares. No entanto, toda homotetia é uma semelhança (Oliveira & Lima, 2018).

Figura 4 - Homotetia $H_{o,\alpha}(A) = A'$ (Wagner, 2007, p. 80)



1 Outros autores podem utilizar concepções ou notações distintas para descrever as concepções aqui apresentadas.

2 O autor ainda define como "figura" um conjunto de pontos em um plano Π .

Neste artigo, as transformações geométricas trabalhadas foram as isometrias, ou seja, reflexões em relação a uma reta, rotações e translações.

2.2 Tarefas matemáticas investigativas

A abordagem das transformações geométricas supracitadas foi realizada por meio de tarefas matemáticas investigativas. Entende-se que tarefas são

ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma *tarefa* [ênfase no original] pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a *atividades* [ênfase no original] diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior. (Ponte, 2014, p.16).

Elas são um recurso amplamente utilizado pelos professores para o ensino e a aprendizagem dos mais variados conteúdos matemáticos, e responsáveis por nortear uma parcela considerável das aulas ministradas (Gafanhoto & Canavarro, 2014). Segundo Ponte (2014), podem ser de quatro tipos, de acordo com a sua estrutura e seu grau de desafio: exercício (sem várias possibilidades de soluções, pouco desafiante), problema (também com apenas uma possibilidade de solução, mas mais desafiante), exploração (pouco desafiante, mas com várias possibilidades de solução) e investigação (de desafio elevado, e com várias possibilidades de solução). O autor ainda indica que todas as tarefas possuem seu papel e sua importância para a aprendizagem dos estudantes, e cabe ao professor selecionar quais desses tipos se enquadram nos seus objetivos de ensino.

Segundo Ponte et al. (2016), uma tarefa investigativa se caracteriza por possuir um ponto de partida comum, porém sujeito a distintas formulações de conjecturas, e até a diversas interpretações do enunciado proposto, o que conseqüentemente tem resultados variados. Para tal, os autores indicam que uma tarefa investigativa é composta pela formulação de questões e elaboração de conjecturas, realização de testes e experimentações e obtenção de resultados, que devem ser construídos sobre uma argumentação. Ainda salientam que esse processo, embora mediado pelo professor, deve ser conduzido pelos estudantes, requerendo o envolvimento ativo deles e assim proporcionar uma aprendizagem pautada também no processo, não só no resultado. Dessa forma, o conceito desejado é internalizado, o que implica uma aprendizagem mais efetiva do conteúdo em questão.

Ponte et al. (2016) também indicam as fases que devem compor uma tarefa investigativa:

– Introdução da tarefa pelo professor: quando ele deve informar aos estudantes todas as etapas de realização da tarefa, bem como esclarecer possíveis dúvidas sobre o enunciado, porém sem conduzir os estudantes para um determinado caminho.

– Resolução da tarefa em pequenos grupos: quando os

estudantes irão formular as hipóteses e conjecturas, e testá-las. O professor deve observar o trabalho realizado nesses grupos, não só para mediar o desenvolvimento da tarefa pelos estudantes, mas também para estruturar a etapa seguinte da aula.

– Discussão da tarefa em grandes grupos: quando um representante de cada pequeno grupo irá apresentar as hipóteses e as conjecturas elaboradas, os resultados obtidos e as argumentações para tal. Essa discussão não deve ocorrer de maneira aleatória, mas sim organizada pelo professor de acordo com as observações realizadas na etapa anterior e com os objetivos pretendidos por ele. Dessa forma, os demais estudantes conhecerão as diversas resoluções realizadas pelas colegas, refletirão e discutirão sobre elas; o objetivo é mostrar que uma tarefa não possui apenas uma resposta correta, e ampliar assim o repertório de todos para a sua resolução. Também podem surgir discussões acerca de conceitos dúbios, que nessa etapa devem ser esclarecidos pelo professor, o que salienta a importância de ele ter um domínio profundo do conteúdo para a aplicação de uma tarefa investigativa. Por fim, o professor deve agrupar e sistematizar as ideias discutidas, para realizar um fechamento do conteúdo abordado durante a resolução da tarefa.

Diante de tais colocações, destaca-se a necessidade de que o professor possua plena consciência de tais etapas, bem como da maneira como elas devem ser conduzidas a fim de que os propósitos almejados sejam alcançados. Ponte et al. (2016) salientam que embora o estudante possua o protagonismo na resolução de tarefas investigativas, a atuação docente é o elemento-chave para que ocorra a investigação na atividade discente. Os autores ainda destacam que o professor é o responsável por determinar o tempo dedicado a cada etapa da tarefa, por equilibrar as interferências realizadas de modo que a dificuldade da tarefa seja adequada ao nível e propósitos desejados, por identificar as conjecturas e resoluções elaboradas pelos estudantes, a fim de organizá-las para que a discussão em plenária possa ocorrer da maneira mais efetiva possível. Portanto, a implementação de tarefas investigativas em sala de aula não será bem-sucedida se o professor não dominar as fases componentes da tarefa, e principalmente, como conduzi-las adequadamente. Ou seja, demanda conhecimentos docentes que se expandem para além do conteúdo a ser ministrado. Tais conhecimentos serão apresentados a seguir.

2.3 Conhecimento profissional docente

Neto & Costa (2016) apresentaram uma revisão de literatura acerca de autores que realizaram estudos referentes aos saberes necessários para a docência, com o objetivo de estabelecê-los. Nela, se destacaram os trabalhos de Tardif, Gauthier, Pimenta, Shulman, Saviani e Altet. Embora existam algumas diferenças, é possível encontrar alguns pontos de convergência entre tais autores, e os principais conhecimentos necessários para a prática profissional docente podem ser

categorizados em três blocos:

– *Saberes/conhecimentos³ do conteúdo e curriculares*: dizem respeito ao conhecimento teórico necessário ao professor sobre o conteúdo a ser ministrado, bem como a conhecimentos relativos aos documentos e estruturas curriculares, que podem ser particulares ou não de um determinado contexto escolar.

– *Saberes/conhecimentos pedagógicos e didáticos*: são conhecimentos, assim como os do conteúdo, adquiridos na formação inicial do professor, no entanto, tratam de características específicas da docência, bem como de conteúdos pedagógicos e didáticos do ensino.

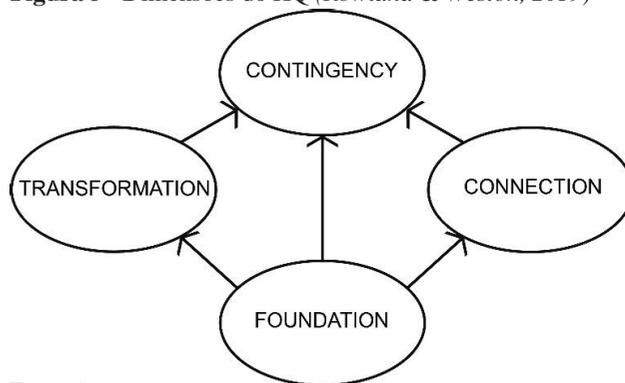
– *Saberes/conhecimentos atitudinais ou da experiência*: relativos aos conhecimentos que o professor constrói por meio de suas experiências e concepções prévias, bem como da prática docente (Neto & Costa, 2016).

Embora apresentados separadamente, tais saberes se entrelaçam, pois são dependentes um do outro e estão em um mesmo patamar de importância – compõem assim o saber docente. No entanto, nem todos esses conhecimentos são trabalhados na formação dos professores de maneira equilibrada. Frequentemente o enfoque sobre o conteúdo é predominante em relação aos aspectos pedagógicos, mas isso não resulta necessariamente em um conhecimento do conteúdo que seja suficiente e adequado para ensiná-lo. O conhecimento acadêmico difere do conhecimento a ser ensinado, ou seja, ele deve passar por uma adequação, e o professor deve aprender em algum momento de sua formação como realizar esse processo (Carvalho & Gil-Pérez, 2011).

Ball et al. (2008) direcionaram seus estudos para o conhecimento profissional do professor que ensina especificamente a disciplina de matemática, o que justifica que ela requer, além dos conhecimentos necessários para o ensino de qualquer disciplina, conhecimentos específicos. Ampliando os estudos de Shulman (1987) sobre o *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), Ball et al. (2008) propuseram o *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), e adicionaram ao trabalho desenvolvido por Shulman uma categoria que trata do conhecimento específico *para* o ensino do conteúdo matemático (*Subject Matter Knowledge* – SMK).

Também no âmbito da educação matemática, Rowland (2013) propôs uma nova ferramenta, que nomeou de *Knowledge Quartet* (KQ). No entanto, o diferencial do KQ com relação ao MKT é que o primeiro é uma ferramenta em que as situações de ensino são mais importantes do que os domínios do conhecimento matemático no ensino. O KQ foi estruturado a partir de ações recorrentes e conhecimentos mobilizados identificados durante a atuação dos professores (Gumiero & Pazuch, 2020). Essas ações foram categorizadas em 18 códigos (posteriormente foram adicionados outros 3 códigos, totalizando atualmente 21), distribuídos, de acordo com características comuns, em 4 dimensões, representadas na Figura 5:

Figura 5 - Dimensões do KQ (Rowland & Weston, 2019)



Fonte: Os autores.

A dimensão *Fundamento* (*Foundation*), como o nome indica, embasa as demais dimensões, e consiste na fundamentação no alicerce teórico necessário ao professor para a docência, seja ele relacionado ao conteúdo, às metodologias ou aos propósitos do ensino da matemática. Contempla sete códigos: *consciência de propósitos, identificação de erros, conhecimento notório do conteúdo, fundamentos subjacentes da pedagogia, uso da terminologia matemática, uso de livros didáticos e dependência dos procedimentos*. Dessa maneira, contempla conhecimentos do conteúdo e curriculares, e pedagógicos e didáticos.

Também relacionada aos conhecimentos pedagógicos e didáticos, a dimensão *Transformação* (*Transformation*) consiste nas adequações realizadas pelo professor no conteúdo teórico a fim de que ele seja compreensível para os estudantes, bem como nas ferramentas que o docente utiliza para tal, e é composta pelos códigos *demonstrações feitas pelos professores, (des)uso de materiais instrucionais, escolha de representações e escolha de exemplos*. A dimensão *Conexão* (*Connection*) contempla a maneira como o professor estrutura a aula, bem como a relação dessa aula com conteúdos prévios e posteriores, o que é feito de acordo com os seus objetivos e com as necessidades cognitivas específicas de seus estudantes. Tais ações podem ser identificadas por meio de seis códigos: *conexões entre os processos, conexões entre os conceitos, conexões entre representações, antecipação da complexidade, decisões sobre sequências e reconhecimento da adequação do conceito*. Logo, ressaltam-se nessa dimensão os conhecimentos pedagógicos e didáticos, e atitudinais e experienciais do professor.

Por fim, a dimensão *Contingência* (*Contingency*) refere-se às habilidades docentes de administrar eventos não planejados em sala de aula, e correspondem, portanto, a conhecimentos atitudinais e experienciais do professor. Tais eventos podem ser evidenciados por meio de quatro códigos: *resposta às ideias dos estudantes, desvio da agenda planejada, insight dos professores e (in)disponibilidade de ferramentas e recursos* (Rowland & Turner, 2017).

3 Estes termos não serão diferenciados neste artigo, pois estamos tratando de conhecimentos/saberes profissionais de professores.

2.4 Prática reflexiva

Além do aprimoramento do Conhecimento Profissional Docente, outro elemento que pode contribuir com a atuação docente é a incorporação dos conceitos contidos na concepção da Prática Reflexiva. Entre algumas possíveis definições da palavra “Reflexão”, podemos destacar:

- Ato de pensar o próprio pensamento; ato do conhecimento que se volta sobre si mesmo, tendo como objeto seu próprio ato.
- Observação atenta e profunda, oral ou escrita, sobre alguma coisa, resultado de intensa meditação e entendimento.
- Ação de pensar demorada e ponderadamente para melhor compreender as causas ou razões de um fato, evitando juízo precipitado e comportamento impulsivo. (Michaelis, 2015).

Dessa maneira, a concepção de uma prática reflexiva na atuação docente implica não só que o professor pense sobre suas ações em sala de aula, mas que ele realize uma análise metódica e meticulosa desses acontecimentos, com o intuito de que tal análise não se limite à identificação de tais acontecimentos, mas que resulte em uma ação que os modifique (Peres et al., 2013, & Perrenoud, 2002).

Para tal, a reflexão requer um distanciamento e deve ser realizada não só durante a ação, já que nesse caso, na maioria das vezes, há pouco tempo para se buscar uma solução para o problema enfrentado e, conseqüentemente, para que seja realizada uma reflexão adequada. Logo, faz-se necessário realizá-la também antes da ação, com o intuito de minimizar a ocorrência desses eventos, e após a ação, a fim de compreender os fatos ocorridos, atuar sobre esses fatos e sistematizá-los, com o intuito de não só buscar soluções para eles, mas também de minimizar sua ocorrência novamente no futuro. Assim, mesmo em contextos distintos, o professor vai construindo e ampliando seu repertório de possíveis ações a serem tomadas mediante situações de contingência, o que torna sua prática cada vez mais consolidada, e ele adquire segurança e consistência em sua atuação (Peres et al., 2013, & Perrenoud, 2002).

Um dos pressupostos da prática reflexiva apresentado por Perrenoud (2002) está relacionado com as particularidades e com a história de vida de cada um dos professores. O autor indica que alguns indivíduos já podem ter tido uma vivência reflexiva desde a infância, dessa maneira, uma postura reflexiva na sua atuação profissional será desenvolvida com maior facilidade. No entanto, outras pessoas podem não ter tido uma vivência pessoal reflexiva, ou ela pode não ter sido abordada em nenhum momento de sua formação profissional.

Ainda há um fator delicado a ser considerado, que é a necessidade de o professor se admitir como parte do problema e sair da sua zona de conforto. Perrenoud (2002) descreve essa ação como crucial para a realização de uma prática efetivamente reflexiva. Todavia,

ninguém aceita com gratidão “fazer parte do problema” Quando um professor não está satisfeito com sua prática, em

geral, alega que seus alunos não reagem como ele desejaria. Eles não escutam, não participam, não trabalham, agitam-se, não se interessam muito pela maioria das atividades e distraem-se com qualquer bobagem. O profissional pode dar um passo importante e admitir que seus alunos “são o que são” e que é mais oportuno trabalhar com “variáveis que podem mudar”: sua própria atitude, o dispositivo e o contrato didáticos, a gestão de classe, os conteúdos, as tarefas, etc. Entretanto, é bem mais difícil aceitar-se como *causa* [ênfase no original] de parte desses comportamentos deploráveis e considerá-los como uma resposta adequada à estratégia aplicada, de forma consciente ou inconsciente. (Perrenoud, 2002, p.136).

O autor complementa que as causas para a resistência à mudança são diversas. Em primeiro lugar, é natural que qualquer ser humano se mantenha em uma condição que lhe seja confortável e que possa dominar. Mudar suas ações implica desprender esforços para novas aprendizagens e uma possível acomodação nas ações até que os novos conhecimentos proporcionados pela experiência sejam sistematizados, assimilados e incorporados na prática docente. Além disso, existe um receio por julgamentos externos, sejam eles da comunidade acadêmica, dos colegas de trabalho, dos pais ou dos estudantes. Logo, tais mudanças não se limitam a ações superficiais, mas incluem renúncias profundas – que nem todos estão dispostos a enfrentar – que podem reverberar não só na atuação docente, mas também em outras esferas da vida daqueles que optam por encará-las.

Portanto, atingir esse patamar de reflexão não é uma tarefa simples. Para tal, é necessário que a prática reflexiva seja trabalhada desde a formação inicial, não como uma disciplina extra, mas com a formação do profissional de maneira reflexiva. Mesmo assim, ela requer experiência, que só será adquirida quando esse profissional estiver atuando em sala de aula. Assim, a reflexão docente também pode e deve ser abordada em processos de formação continuada, tanto para aprimorar características reflexivas de professores que já tiveram contato com elas em sua formação inicial quanto para promovê-las em docentes que ainda não experimentaram ou não tomaram consciência de tais preceitos.

3 Procedimentos Metodológicos

A pesquisa descrita neste artigo foi realizada com professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio da rede pública do estado de São Paulo, com o objetivo de investigar os conhecimentos e as características da prática reflexiva mobilizados por esses professores ao ministrar o conteúdo matemático de transformações geométricas, sem o intuito de mensurá-los, mas sim de compreender as suas qualidades. Posto ainda que tais aspectos estão vinculados a aspectos interpessoais, ao contexto educacional, político e social de tais professores, mensurar tais relações torna-se inviável, o que justifica a escolha de uma abordagem qualitativa para a referida pesquisa (Bicudo, 2012). Essa abordagem metodológica também propicia uma relação horizontal, de igual para igual,

entre pesquisador e pesquisado, bem como a incorporação de aspectos subjetivos relativos aos sujeitos da pesquisa, às discussões e aos resultados dela (Moraes, 2018).

A coleta de dados foi realizada em outubro de 2021, por meio de um grupo de estudos sobre geometria dinâmica vinculado à uma universidade, que vigorou no ano de 2021. Faziam parte desse grupo três pesquisadores (dois deles os autores deste artigo), um aluno licenciando em matemática, dois bolsistas, também licenciandos em matemática, e três professores da rede pública do estado de São Paulo⁴. Os *Professores A, B e C* são licenciados em matemática e atuam como professores há ao menos 20 anos. Atualmente, os *Professores A e C* ministram aulas de matemática para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, e o *Professor B* apenas para alunos do Ensino Médio, todos na rede estadual de São Paulo. Participam de projetos de formação continuada para aprimorar seus conhecimentos como professores e também incorporar novas ferramentas e possibilidades ao ensino da matemática, para que as aulas sejam mais dinâmicas e atrativas para os estudantes. Nesse grupo de estudos foram abordadas e discutidas com os professores tarefas e objetos de aprendizagem para o ensino de geometria que utilizassem o *software* GeoGebra como ferramenta de auxílio na aprendizagem dos conteúdos em questão. Para tal foram realizados quatro encontros, por meio remoto em virtude da pandemia de Covid-19. No presente artigo, aborda-se uma das tarefas discutidas no grupo de estudos, objeto de discussão de dois dos encontros remotos.

A tarefa foi elaborada por um dos pesquisadores, e consistia em uma proposta investigativa para abordar uma aplicação – interdisciplinarmente à disciplina de artes – do conteúdo de transformações geométricas, com enfoque para as transformações isométricas (reflexão, rotação e translação). Tal elaboração foi pautada no conteúdo proposto pelo Currículo do Estado de São Paulo, em consonância com o conteúdo de transformações geométricas abordado no 8.º ano do Ensino Fundamental, e em complemento ao material didático fornecido pelo governo e amplamente utilizado pelos professores que atuam na rede estadual de São Paulo (Delmondi, & Pazuch, 2019a). A escolha por uma tarefa investigativa se deu pela escassez de tarefas nesse formato para o ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas, tanto nos materiais fornecidos pelo estado de São Paulo quanto em outros materiais didáticos (Delmondi & Pazuch, 2019a, 2019b, 2020). E ainda, tanto a proposta interdisciplinar quanto as competências, os objetos de conhecimento e as habilidades trabalhadas na tarefa em questão vão ao encontro das indicações gerais e específicas para a Área da Matemática, propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). Ressalta-se ainda que tal tarefa foi estruturada sem que tenham sido levadas em

conta as eventuais intercorrências ocasionadas pela pandemia de Covid-19, como a necessidade de aulas remotas e de reestruturação do conteúdo ministrado aos estudantes.

A tarefa elaborada foi fornecida aos professores em conjunto com questões que deveriam ser respondidas simultaneamente à sua resolução. Goldin (2000) nomeia essa prática de entrevista baseada em tarefas, pois envolve um sujeito de pesquisa e um entrevistador, e a relação entre ambos é realizada por meio de um ambiente de tarefas. Essa abordagem tem a finalidade de potencializar as reflexões realizadas ao solucionar a tarefa em questão, bem como facilitar a identificação, pelos pesquisadores, dos aspectos relacionados os objetivos de pesquisa (Goldin, 2000). Dessa maneira, as questões elaboradas visaram evidenciar as ações docentes relacionadas aos códigos e às dimensões do KQ, sendo esta a ferramenta escolhida para as análises referentes aos conhecimentos docentes; e instigar os professores a refletirem sobre sua prática, de acordo com as ideias apresentadas por Perrenoud (2002).

Para contribuir com as reflexões e objetivos pretendidos pelos pesquisadores, foi indicada aos integrantes a leitura do texto de Oliveira e Lima (2018). A tarefa, em conjunto com a entrevista, foi fornecida previamente aos professores, que tiveram um prazo para solucioná-la e enviar suas considerações aos pesquisadores. Propositamente, não foram fornecidas aos professores informações sobre os objetivos pretendidos com a tarefa, bem como sobre os objetivos da pesquisa, a fim de não os direcionar em suas resoluções, e de verificar quais conhecimentos seriam mobilizados e quais conjecturas seriam elaboradas pelos integrantes do grupo. A tarefa elaborada, acompanhada da entrevista⁵, é apresentada a seguir:

Tarefa: Construindo Arte por Meio de Processos Geométricos

Agora que vocês já conhecem algumas transformações geométricas, como a reflexão em relação a uma reta, a rotação e a translação, vamos explorar um pouco uma de suas aplicações, utilizando-as para construir as mais variadas imagens. Siga as instruções e use a sua criatividade! Vamos lá!

- 1 – Como você considera que é o seu conhecimento sobre o conteúdo matemático abordado? Você acredita que ele é suficiente para que possa ser ensinado adequadamente para seus estudantes?
- 2 – Como você costuma abordar o conteúdo de transformações geométricas com os seus estudantes?
- 3 – Que tópicos sobre o conteúdo de transformações geométricas devem ser trabalhados previamente com os estudantes, para que eles tenham conhecimento suficiente para realizar a tarefa?

A. Construção de imagens a partir da reflexão em relação a uma reta

- 1 – Escolha uma forma geométrica qualquer. Desenhe-a, utilizando a ferramenta “Polígonos”, ou de outra maneira que preferir.

4 Os docentes autorizaram a divulgação das informações presentes nas discussões das tarefas matemáticas.

5 O texto em preto corresponde à tarefa, enquanto o texto em azul consiste nas questões da entrevista.

- 2 – Escolha ao menos um ponto da figura desenhada no item 1, pelo qual passará um eixo de simetria, e trace-o utilizando a ferramenta “Reta”.
- 3 – Realize a reflexão da figura em relação ao eixo traçado, utilizando a ferramenta “Reflexão em relação a um eixo”, selecionando primeiramente a figura a ser refletida, e posteriormente, o eixo de reflexão.
- 4 – Escolha outro ponto, que pode ser da figura de origem, ou da figura obtida no item 3, e trace outro eixo de simetria.
- 5 – Realize a reflexão da figura em relação ao eixo de simetria traçado no item 4.
- 6 – Repita os passos dos itens 4 e 5 quantas vezes achar necessário, até obter a imagem desejada.

B. Construção de imagens a partir da rotação em torno de um ponto

- 1 – Escolha uma forma geométrica qualquer, apenas que seja diferente da utilizada no item A. Desenhe-a, utilizando a ferramenta “Polígonos”, ou de outra maneira que preferir.
- 2 – Realize a rotação da figura, selecionando a ferramenta “Rotação”, um ponto da figura sobre o qual a rotação irá ocorrer, a figura a ser rotacionada, um ângulo de rotação e o sentido da rotação.
- 3 – Repita os passos do item 2, quantas vezes achar necessário, até obter a imagem desejada.

C. Construção de imagens a partir da translação

- 1 – Escolha uma forma geométrica qualquer, apenas que seja diferente das utilizadas nos itens A e B. Desenhe-a, utilizando a ferramenta “Polígonos”, ou de outra maneira que preferir.
- 2 – Selecione a ferramenta “Translação por um vetor”, a figura desenhada, e um vetor, para deslocar a figura.
- 3 – Repita os passos do item 2, em relação à figura original ou a que foi imediatamente construída, quantas vezes achar necessário, até obter a imagem desejada.
- 4 – As questões estão elaboradas de maneira que serão compreendidas pelos seus estudantes?
- 5 – Você considera que a tarefa proposta está adequada para o contexto no qual atua?
- 6 – Se forem necessárias, quais reformulações você faria em relação ao contexto no qual atua?
- 7 – Que adaptações na tarefa poderiam ser feitas para que ela potencialize a aprendizagem dos seus estudantes sobre o conteúdo matemático em questão?
- 8 – Que dificuldades seus estudantes podem ter ao realizar essa tarefa? O que você poderia fazer para auxiliá-los, mas ainda mantendo o caráter investigativo da tarefa proposta?

Agora que você já tem suas imagens construídas, vamos pensar:

- a) A imagem do item A poderia ser obtida por outra transformação geométrica que não fosse a reflexão? Se sim, qual ou quais? Se não, por quê?
- b) A imagem do item B poderia ser obtida por outra transformação geométrica que não fosse a rotação? Se sim, qual ou quais? Se não, por quê?
- c) A imagem do item C poderia ser obtida por outra transformação geométrica que não fosse a translação? Se sim, qual ou quais? Se não, por quê?
- d) Alguma imagem obtida foi diferente da que você imaginou antes de realizar a tarefa? Se sim, por que você acha que isso aconteceu?
- e) Em algum dos itens, você não conseguiu chegar a uma imagem final? O que seria necessário modificar na sua construção para chegar à imagem desejada?

Para finalizar, vamos colorir as imagens obtidas. Procure

explorar não só as formas geométricas utilizadas para originar a imagem, mas também outras formas que possam ter surgido ao finalizar a construção. Mais uma vez, utilize a sua criatividade!

- 9 – Que possibilidades de discussão sobre o conteúdo matemático abordado podem ser exploradas com seus estudantes?
- 10 – Em que momento da aula você acredita que essa tarefa deva ser utilizada? Devem ser realizadas tarefas prévias ou posteriores a ela? Como poderiam ser essas tarefas?
- 11 – Podem ser utilizadas outras estratégias didáticas para potencializar a aprendizagem dos estudantes do conteúdo proposto? Quais?
- 12 – Durante a resolução da tarefa foi observado algum outro evento, não contemplado pelas demais questões? Qual?
- 13 – Como a resolução dessa tarefa pôde contribuir para a sua prática como professor(a)?

Após a resolução da tarefa, foi realizado o primeiro encontro remoto, no qual os professores apresentaram suas impressões sobre o texto e sobre a tarefa e a viabilidade de sua utilização com seus estudantes. Posteriormente à discussão, foi proposto que os professores modificassem a tarefa, a fim de adequá-la ao contexto e às necessidades para as quais eles lecionam. No segundo encontro, os professores apresentaram as respectivas adaptações e foi finalizada a discussão sobre a tarefa.

Ambos os encontros foram gravados e analisados de acordo com os critérios estabelecidos por Powell et al. (2004, p.97), que são:

1. Observar atentamente aos dados do vídeo.
2. Descrever os dados do vídeo.
3. Identificar eventos críticos.
4. Transcrever.
5. Codificar.
6. Construir o enredo.
7. Compor a narrativa.

Os autores ainda salientam que alguns critérios podem ser utilizados com maior ênfase que outros, a depender dos objetivos da pesquisa, e que não há a obrigatoriedade de utilização de todos eles. Tampouco é imposto que os critérios sejam seguidos na sequência apresentada, podem ser empregados da maneira mais conveniente à pesquisa e aos pesquisadores.

4 Resultados e Discussão

A análise e transcrição dos encontros remotos resultou na identificação e codificação de 18 eventos críticos que, em conjunto com as respostas fornecidas pelos professores às 13 questões que integraram a entrevista baseada na tarefa, compuseram os dados coletados para a realização desta pesquisa. Com base nas questões de pesquisa foram estabelecidas duas unidades de análise, sendo elas: Conhecimento Profissional Docente e Prática Reflexiva. A análise dos dados coletados evidenciou a predominância de algumas temáticas relacionadas a tais unidades, que resultaram na seleção de cinco episódios, nos quais tais temáticas se destacaram, discutidos neste artigo, sendo eles: Dimensão *Fundamento* do KQ, Dimensão *Transformação* do KQ, Dimensão *Conexão* do KQ (relacionados ao Conhecimento Profissional Docente),

Reflexões sobre a tarefa e Reflexões sobre a prática (relacionados à Prática Reflexiva). Assumimos “Episódios de análise” como momentos que fornecem evidência para assuntos analíticos ou

teóricos relativos às questões de pesquisa (Powell et al., 2004). Para essa discussão foram utilizados seis eventos críticos e as respostas obtidas para seis questões da entrevista (Quadro 1).

Quadro 1 - Panorama de Descrição e Análise dos Dados

Unidade de Análise	Episódios de Análise	Instrumento de Coleta de Dados	Participantes Respondentes
Conhecimento Profissional Docente	1 – Dimensão <i>Fundamento</i> do KQ	Questão 3	Professores A, B e C
	2 – Dimensão <i>Transformação</i> do KQ	Questão 2	Professores A, B e C
		Evento Crítico 16	Professor A
		Questões 4, 5 e 6	Professores A, B e C
	3 – Dimensão <i>Conexão</i> do KQ	Eventos Críticos 2 e 7	Professor A
		Evento Crítico 4	Professor C
Prática Reflexiva	4 – Reflexões sobre a tarefa	Questão 11	Professores A, B e C
	5 – Reflexões sobre a prática	Evento Crítico 11	Professor C
		Evento Crítico 15	Professor A

4.1 Conhecimento Profissional Docente

A presente unidade de análise é composta por três episódios, que serão apresentados a seguir.

Episódio 1 – Dimensão *Fundamento* do KQ

As questões 1 e 3 da entrevista foram direcionadas para identificar aspectos relacionados ao *conhecimento notório do conteúdo* e ao *uso da terminologia matemática*, códigos pertencentes à dimensão *Fundamento* do KQ. A questão 3 também visou contemplar a dimensão *Conexão*, por meio da *conexão entre conceitos*, e as respostas apresentadas pelos professores para ela foram as seguintes:

3 – Que tópicos sobre o conteúdo de transformações geométricas devem ser trabalhados previamente com os estudantes, para que eles tenham conhecimento suficiente para realizar a tarefa?

Professores A e B⁶: Conceitos: Reta. Ponto, Polígono. Vértice, Centro da figura, Translação, Rotação e principalmente como usar a ferramenta GeoGebra.

Professor C: Acredito que as translações horizontais e as translações verticais, com figuras representadas no plano cartesiano. Até mesmo a abordagem de variação no eixo das abscissas, e a variação no eixo das ordenadas. A partir disso podemos introduzir as transformações geométricas com o uso do software GeoGebra.

Logo, por meio da entrevista baseada na tarefa proposta bem como dos encontros remotos não foram observadas lacunas expressivas com relação ao conhecimento do conteúdo. Os professores demonstraram dominar as principais definições com relação às transformações geométricas e outros conceitos necessários para abordá-las, e não foi identificado nenhum equívoco com relação aos conceitos que emergiram durante a resolução da tarefa e das discussões. Com relação à dimensão *Conexão*, a resposta fornecida pelos professores A e B, apesar de apresentar os conceitos trabalhados pelas transformações geométricas, não permitiu identificar como eles costumam conectá-los com outros conteúdos matemáticos. O professor

C também não explicitou como costuma fazer tal conexão, mas como apresentou uma resposta mais detalhada e com base em respostas a outras questões (como a questão 2, que será apresentada posteriormente), é possível inferir que ele estabeleceu relações com conteúdos prévios e posteriores, bem como demonstrou conhecimentos sobre em quais anos esse conteúdo é trabalhado e como ele é apresentado pelos documentos e materiais curriculares elaborados e fornecidos pelo governo do estado de São Paulo, o que evidencia o conhecimento de *fundamentos subjacentes da pedagogia*, código pertencente à dimensão *Fundamento* do KQ.

Episódio 2 – Dimensão *Transformação* do KQ

Já a questão 2 foi direcionada a identificar aspectos da dimensão *Transformação* do KQ, com objetivo de evidenciar principalmente como os professores costumam abordar o conteúdo de transformações geométricas em sala de aula. Para essa questão foram obtidas as seguintes respostas:

2 – Como você costuma abordar o conteúdo de transformações geométricas com os seus estudantes?

Professores A e B: Abordamos da forma tradicional e prática. (régua e compasso).

Professor C: Este conteúdo é abordado durante o Ensino Fundamental anos finais de forma fragmentada, inicia com posições de figuras planas comuns como quadriláteros em uma malha quadriculada, invertendo a figura. Isso ocorre no 7.º ano. No 8.º ano, quando introduz o plano cartesiano, retorna as figuras planas, a partir de coordenadas cartesianas, agora introduzindo o conceito de translação horizontal e vertical e, [sic] a simetria em relação a [sic] origem. Mas em tempos de pandemia de Covid-19, não foi trabalhado.

Com relação ao tipo de tarefas que tais professores utilizam, destacou-se nas discussões a seguinte colocação, realizada no Evento Crítico 16:

Professor A: Tudo que eles colocam é muito bonito, mas na hora que vai cobrar o aluno, eles cobram conteúdo. Você pode pegar as provas do Saresp, provas do Enem⁷, ele cobra que o

6 Os *Professores A e B* atuam na mesma escola, e propuseram a possibilidade de realizarem a resolução da entrevista baseada na tarefa e suas adequações em conjunto. Tal proposta foi consentida pelos pesquisadores, já que o trabalho conjunto poderia enriquecer as discussões e reflexões pretendidas neste artigo.

aluno saiba fazer aquela conta, e aquela conta é aquela conta tradicional.

Embora os professores tenham indicado o uso de materiais instrucionais manipulativos (régua e compasso, malha quadriculada) para abordar o conteúdo em questão, as demonstrações feitas pelos professores e a escolha de representações predominantemente utilizadas para trabalhar as transformações geométricas com os estudantes são baseadas no método tradicional, no qual o professor realiza uma exposição teórica do conteúdo, com pouca ou nenhuma interação com os estudantes. Com relação à escolha de exemplos e de tarefas, foi indicada por eles a utilização de exercícios, ou seja, de tarefas fechadas e de desafio reduzido, para a apreensão do conteúdo pelos estudantes. Além disso, tais exercícios são objetivos, e não buscam apresentar aos estudantes qualquer aplicação do conteúdo em questão, ou alguma contextualização com suas especificidades. Assim, não foi observada uma variedade nos tipos de tarefas propostas pelos professores, o que, segundo Ponte (2014), poderia potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Episódio 3 – Dimensão Conexão do KQ

As questões 4 a 11 abordaram características da dimensão Conexão do KQ, para identificar ações como conexões entre os processos, conexões entre representações, decisões sobre sequências, antecipação da complexidade e reconhecimento da adequação do conceito. Esses dois últimos códigos puderam ser verificados por meio das respostas às questões 4, 5 e 6. Na questão 4, os professores destacam a dificuldade de utilização do software proposto para a resolução da tarefa, como apresentado a seguir:

4 – As questões estão elaboradas de maneira que serão compreendidas pelos seus estudantes?

Professores A e B: Não. Precisa de um amplo conhecimento da ferramenta GeoGebra para realizar a tarefa.

Professor C: Não aplicaria assim, tem várias ferramentas que podem ser exploradas, sem a familiaridade o aluno não desenvolve adequadamente a tarefa.

Já na questão 5 os professores apontam as possíveis dificuldades que os estudantes podem apresentar com relação à maneira como a tarefa foi estruturada:

5 – Você considera que a tarefa proposta está adequada para o contexto no qual atua?

Professores A e B: Está muito extensa, precisa de informações claras e objetivas.

Professor C: A tarefa necessita de divisão em várias etapas, mas pode ser aplicada no contexto que atuo sim.

Por fim, na questão 6, ficam evidentes as modificações que os professores consideram pertinentes serem realizadas na tarefa, a fim de que ela se adeque aos contextos nos quais atuam:

6 – Se forem necessárias, quais reformulações você faria em

relação ao contexto no qual atua?

Professores A e B: Criar um roteiro detalhado, instruções e repartir a atividade em tópicos.

Professor C: Iniciaria a tarefa com papel e lápis, com figuras simples, como triangulares ou quadrangulares, determinadas por pontos coordenados, realizando translações horizontais, solicitando que pinte as figuras com cores diferentes com a finalidade de fazer com que o aluno visualize o movimento da figura.

Em acréscimo a tais respostas, destacam-se os Eventos Críticos 2, 4 e 7. No Evento Crítico 2, a fala do Professor A complementa a resposta à questão 4, ao indicar a dificuldade de acesso ao software necessário para a realização da tarefa e sua manipulação:

Professor A: Meu público é um público que tem muito pouco acesso à internet né, é um público que é muito carente de várias outras coisas inclusive de conhecimento né, então assim, é um povo que não gosta de trabalhar com nada que é investigativo, vou ser bem transparente, ... praticamente a gente tem que dar tudo de mão beijada e aí ainda as vezes não sai. Do jeito que está para mim, meu aluno não consegue fazer.

No Evento Crítico 4 são evidenciadas pelo Professor C as possíveis dificuldades a serem apresentadas por seus estudantes, bem como a relação da tarefa com o material didático utilizado por ele, e ainda algumas possibilidades de adequação da tarefa a fim de viabilizar sua utilização no contexto em questão:

Professor C: Ela [a tarefa] está muito extensa realmente, na verdade teria que trabalhar acho que uma construção dessa por aula né. No caderno do aluno do 8.º ano tem uma atividade semelhante a isso falando sobre translação, a horizontal e a vertical, nesse sentido, para o aluno ter esse contato né. O aluno tem que ser preparado antes, ele tem que ter um conhecimento melhor, as ferramentas têm que ser exploradas antes. Mesmo você colocando a representação no papel para ele seguir como se fosse um passo a passo ele vai te perguntar se é aquilo de verdade né, eles são informacionais, quando é o espírito investigativo, ele tem, mas não é assim, é mais fácil perguntar, quando ele pergunta você orientando é outra história, não que ele não aprenda e não vá além, ele vai além, mas é bastante delicado sim.

No Evento Crítico 7, o Professor A prossegue apontando possíveis dificuldades de resolução da tarefa por seus estudantes, relacionadas principalmente a uma das características da investigação, a de variadas possibilidades de interpretação e de resolução da tarefa:

Professor A: Eu fiz com ponto dentro, eu fiz com ponto no lado, e fiz com ponto no vértice para ver o que ia dar, para ver se eu conseguia fazer alguma reflexão para ver se poderia contribuir de alguma forma. Está muito aberto, talvez se você propusesse assim: vocês vão construir um polígono de tantos lados né, vocês vão colocar o ponto em um dos lados né, e dar um direcionamento para ele poder enxergar que vai ter um monte de figuras umas sobrepostas às outras, senão você não vai conseguir às vezes atingir o seu objetivo.

As respostas fornecidas pelos professores permitiram identificar que eles foram capazes de realizar uma *antecipação da complexidade* da tarefa para o contexto no qual atuam, bem como o *reconhecimento da adequação do conceito*, o que demonstra o conhecimento que eles têm do perfil e das demandas de seus estudantes. Os professores salientaram que a tarefa é extensa para ser executada em apenas uma aula, que seus estudantes não se identificam com tarefas investigativas e que essas, por sua vez, não se adequam ao perfil deles. Também destacaram a dificuldade dos estudantes em acessar e manipular o GeoGebra, o que indica uma *indisponibilidade de ferramentas e recursos* e é caracterizado como uma situação de *Contingência*. Também referente à essa dimensão do KQ, os professores apontaram a dificuldade de abordar a tarefa da maneira como ela foi proposta no contexto do ensino remoto/híbrido vigente em decorrência da pandemia de Covid – 19, o que é um *desvio da agenda planejada*.

Os trechos destacados também representam o principal ponto da discussão com os professores, que se deu em torno da maneira como a tarefa foi estruturada e proposta. Eles indicaram que a tarefa estava muito aberta e difícil de ser compreendida, sem direcionamento, e que possibilitava diversas interpretações e respostas. Ainda destacaram que da forma como a tarefa foi apresentada não era possível antecipar quais eram os resultados a serem atingidos. Sendo assim, os indicativos realizados pelos professores suprimiriam da tarefa seu caráter investigativo, o que evidencia, conforme as ideias apresentadas por Ponte et al. (2016), uma possível lacuna com relação a conhecimentos sobre ferramentas de ensino da matemática e como aplicá-las, e, portanto, a *fundamentos subjacentes da pedagogia*, pertencente à dimensão *Fundamento* do KQ.

A seguir, serão apresentados os aspectos que puderam ser identificados, tanto na entrevista baseada na tarefa quanto nas discussões remotas, e que estão vinculados à Prática Reflexiva.

4.2 Prática reflexiva

Na sequência, são apresentados os dois episódios que compõem essa unidade de análise.

Episódio 4 – Reflexões sobre a tarefa

As concepções relacionadas à prática reflexiva puderam ser observadas em duas vertentes. A primeira delas diz respeito às reflexões realizadas pelos professores ao solucionarem e reelaborarem a tarefa proposta. Como já apresentado na seção anterior, um dos apontamentos realizados pelos professores foi de que a tarefa era muito extensa. Sendo assim, eles propuseram que ela fosse subdividida em três etapas, cada uma delas contemplando uma transformação geométrica, a serem realizadas em três aulas distintas.

Outra consideração indicada pelos professores e apresentada anteriormente foi de que a tarefa deveria contemplar um roteiro detalhado das etapas a serem realizadas – indicar por exemplo o polígono a ser desenhado, o ponto por onde deve passar o eixo de simetria (no caso da reflexão), o

centro e o ângulo de rotação (no caso da rotação), o módulo, a direção e o sentido do vetor (no caso da translação), o número de vezes que cada ação deve ser realizada, entre outros exemplos. Embora essa ação descaracterize a tarefa como investigativa, por transformá-la em uma tarefa fechada e reduzir seus desafios, ela foi uma necessidade de reelaboração apontada pelos professores no atual contexto em que atuam. Também foi indicada a sugestão de inclusão nas instruções dos ícones do GeoGebra a serem utilizados, a fim de minimizar as dificuldades de resolução da tarefa relacionadas ao *software* em questão.

Para a questão 11, os professores realizaram as seguintes propostas:

11 – Podem ser utilizadas outras estratégias didáticas para potencializar a aprendizagem dos estudantes do conteúdo proposto? Quais?

Professores A e B: Propor uma pesquisa ao estudante, sobre os conteúdos matemáticos Homotetia, Rotação e Translação, e utilizar papel quadriculado para construir esses conhecimentos através de uma figura qualquer.

Professor C: Solicitar aos alunos que façam desenhos de figuras planas utilizando como base um ponto de fuga, assim como é trabalhado nas aulas de arte.

Assim, a fim de auxiliar na realização da tarefa e compreensão do conteúdo, os professores sugeriram que os conceitos desejados fossem previamente trabalhados com papel, quadriculado ou não, e lápis. Também propuseram que os estudantes realizassem uma pesquisa sobre as transformações geométricas a serem abordadas, a fim de ampliarem a familiarização com sua definição e aplicação. Tais proposições se caracterizam como *insights dos professores* (código componente da dimensão *Contingência* do KQ). De acordo com as respostas da entrevista baseada na tarefa e com as indicações descritas, foi possível inferir que os professores se empenharam em explorar e refletir sobre a tarefa proposta, mesmo que tais reflexões não tenham sido pautadas nas potencialidades investigativas da tarefa, como pretendido inicialmente ao propô-la. Desta forma evidenciase, conforme apontado por Perrenoud (2002), a realização da reflexão prévia à atuação docente, visando adequar a tarefa aos objetivos de ensino e aprendizagem e minimizar a ocorrência de situações de contingência.

Episódio 5 – Reflexões sobre a prática

A segunda vertente diz respeito às reflexões sobre a própria prática dos professores. Tal reflexão não foi realizada diretamente por eles, mas alguns aspectos da prática reflexiva puderam ser identificados durante a resolução e discussão da tarefa. As respostas já apresentadas da entrevista baseada na tarefa e as discussões remotas realizadas indicam que os professores participantes deste estudo não possuem familiaridade com aspectos da prática reflexiva, resultado especialmente do tipo de formação profissional que receberam. Todos eles indicaram que suas formações iniciais foram tradicionais, e também que, embora busquem utilizar

materiais manipulativos e *softwares* de geometria dinâmica para potencializar os processos de ensino e aprendizagem, costumam abordar o conteúdo de transformações geométricas predominantemente de maneira tradicional, com o uso de exercícios simples, diretos e de desafio reduzido. Logo, conforme indicado por Perrenoud (2002), a maneira como os professores abordam, não só o conteúdo de transformações geométricas, mas também os demais conteúdos matemáticos, é reflexo em grande parte da maneira como foram formados, ou seja, de como foi feita a construção do *Fundamento* deles, em especial do *conhecimento notório do conteúdo* e dos *fundamentos subjacentes da pedagogia*.

Essa perspectiva também se reflete no fato de que os professores indicaram certa resistência com relação à tarefa investigativa, como já destacado nas questões 5 e 6, e nos Eventos Críticos 2 e 7. Eles indicaram que seus estudantes não possuem um perfil investigativo. No entanto, parte dessa resistência com relação às tarefas investigativas advém dos professores também. Observem-se agora os seguintes trechos transcritos das discussões, correspondentes aos Eventos Críticos 11 e 15. No primeiro, o *Professor C* discorre sobre a necessidade que o professor tem de se mobilizar para superar as suas resistências e modificar a maneira como atua em sala de aula:

Professor C: Essa resistência que o aluno traz, ela é... Enfim, sempre vai ter, não tem assim, falar assim: "aí o grupo de alunos de hoje eles são diferentes", não, eu acho que assim, ... a gente acaba levando ao aluno a nossa dificuldade ou então levando ao aluno o que fazer agora, de repente os próprios alunos *é... dão ideias interessantes e que podem ser aproveitadas. Isso é fácil de fazer? Claro que não, não é mesmo, quem não tem domínio não faz essas coisas, porque é muito difícil você pegar ali do aluno aquela questão, aquele ambiente comum, e virar investigação.*

No Evento Crítico 15, o *Professor A* destaca alguns entraves enfrentados pelo professor para modificar a sua prática:

Professor A: Toda escola tem coordenação, toda escola tem direção, e às vezes ninguém se... reserva um minuto para ajudar o colega também. Então *é...* tem muitas coisas que precisam ser mudadas, entendeu? Eu entendo que a investigação ela tem que ser colocada para o aluno, só que o pessoal acha que agora temos que ensinar de um jeito novo, e ensinar de um jeito novo é colocar tudo para o aluno fazer. Mas você precisa dar base para ele, se você não dá base, ele não vai fazer. A gente tem que tomar muito cuidado quando a gente fala alguma coisa, ah o professor, ah não sei o quê, não, por que que ele não quer dar aula lá? Tem espaço para ele dar aula lá? Ele sabe mexer com o mecanismo? É uma dinâmica que é difícil. Você é cobrado pela coordenação, porque você tem que dar conta daquele conteúdo, que você sabe que vai vir no Saesp, e aí se você não atinge, é você que não é o bom, a sua escola que não presta, ali não tem professor E assim, é tudo muito jogado.

Essa resistência por parte dos profissionais pode ser justificada por diversos fatores, alguns deles externos ao professor, como a falta de apoio e de estrutura para a implementação de tais tarefas em sala de aula e a necessidade de cumprirem metas e conteúdos, entre outros. Contudo,

também são observados fatores intrínsecos ao professor. Um deles, já apontado anteriormente, é a maneira como os professores foram formados. Entretanto, a principal causa evidenciada pelas análises realizadas para tal resistência é a estagnação do professor ao contexto no qual ele se encontra. Sendo assim, os pesquisadores e formadores podem identificar e evidenciar, com todo o cuidado possível, tais aspectos para os professores. Mas, conforme destacado pelo *Professor C* e por Perrenoud (2002), a real reflexão e a mobilização para a mudança da prática docente só poderão ser feitas, com muito esforço, pelos próprios professores.

5 Considerações Finais

O presente artigo teve como objetivo *identificar e discutir quais conhecimentos do professor emergem na interação com tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas*. Dessa forma, três professores participantes de um grupo de estudos solucionaram uma tarefa sobre transformações geométricas, acompanhada de uma entrevista. A resolução da tarefa e as respostas da entrevista foram discutidas com os participantes do grupo em dois encontros remotos. Para auxiliar no cumprimento do objetivo proposto foram elaboradas duas questões de pesquisa, para as quais destacaram-se as seguintes considerações:

Quais conhecimentos o professor mobiliza ao solucionar tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas? Com o uso do *Knowledge Quartet* como ferramenta para tal análise, foi possível identificar a mobilização de conhecimentos dos professores relacionados às suas quatro dimensões, e a 16 de seus 21 códigos. O Quadro 2 apresenta tais códigos, bem como as constatações evidenciadas por eles:

Quadro 2 - Análise dos conhecimentos docentes mobilizados por meio do KQ

Dimensão	Código	Principais Considerações
Fundamento	Conhecimento notório do conteúdo	Os docentes demonstraram domínio tanto nos conhecimentos relacionados ao conteúdo de transformações geométricas como na maneira como tal conteúdo
	Uso da terminologia matemática	é tratado nas propostas curriculares das escolas em que atuam. No entanto, apresentaram lacunas na concepção de tarefas investigativas.
	Fundamentos subjacentes da pedagogia	
Transformação	Uso de materiais instrucionais	Emergiram por meio do conhecimento dos professores a respeito das possíveis demandas e dificuldades a serem apresentadas pelos estudantes ao solucionarem a tarefa proposta.
	Demonstrações feitas pelos professores	
	Escolha de representações	
	Escolha de exemplos	

Continua...

Dimensão	Código	Principais Considerações
Conexão	Conexões entre conceitos	Assim como na dimensão Transformação, emergiram por meio do conhecimento dos professores a respeito das possíveis demandas e dificuldades a serem apresentadas pelos estudantes ao solucionarem a tarefa proposta.
	Conexões entre os processos	
	Conexões entre representações	
	Decisões sobre sequências	
	Antecipação da complexidade	
	Reconhecimento da adequação do conceito	
Contingência	(In) disponibilidade de ferramentas e recursos	Fizeram-se presentes mesmo fora de sala de aula, o que evidencia que uma resolução prévia atenta e minuciosa pelos professores das tarefas a serem aplicadas aos estudantes pode revelar,
	Desvio da agenda planejada	e consequentemente
	Insights dos professores	minimizar, a ocorrência de tais eventos em classe.

1) *Quais atributos da prática reflexiva podem ser evidenciados pelo professor e para ele ao solucionar tarefas sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas?* Os professores apresentaram características da prática reflexiva ao solucionarem a tarefa proposta e ao responderem às questões da entrevista simultaneamente a tal resolução. Eles realizaram ponderações sobre como o conteúdo de transformações geométricas é apresentado em documentos curriculares, para qual faixa etária a tarefa se destina e sua adequação ao contexto no qual lecionam, sua relação com outros conteúdos matemáticos e com outras disciplinas, quais conhecimentos (matemáticos ou não) devem preceder a aplicação da tarefa e quais outras ferramentas podem ser utilizadas para potencializar a aprendizagem desse conteúdo matemático. Apesar de tais reflexões serem relevantes, o caráter investigativo da tarefa não foi explorado pelos professores, que apresentaram ressalvas em utilizá-la em suas aulas. Sendo assim, embora presente, de acordo com os pressupostos de Perrenoud (2002), a reflexão realizada não foi efetiva a ponto de modificar significativamente as concepções e práticas dos professores participantes da pesquisa.

Mesmo tendo sido elaborado em outro contexto e com outra finalidade, o *Knowledge Quartet*, por ter sido uma ferramenta construída a partir da prática docente, mostrou-se adequado para as discussões aqui apresentadas. Por meio dele foi possível não só identificar e sistematizar os conhecimentos docentes mobilizados durante a resolução de tarefas matemáticas, mas também relacioná-los com aspectos da prática reflexiva. Logo, é notória a versatilidade dessa ferramenta, bem como suas potencialidades para contribuir com a Educação Matemática. Embora um dos enfoques deste artigo seja o conhecimento docente relacionado ao ensino de transformações geométricas, as maiores lacunas observadas no conhecimento docente foram identificadas na concepção de tarefa investigativa, ou seja, relacionadas à dimensão

Fundamento do KQ. Um dos empecilhos para a utilização de tarefas investigativas indicado pelos professores foi a pandemia de Covid – 19. Embora seja compreensível que no contexto e no momento atual dos professores e estudantes haja demanda de exercícios, é necessário buscar construir um percurso com ambos para que uma tarefa investigativa seja condizente com as demandas de todos. Ainda, e pelo mesmo motivo, os professores indicaram que o conteúdo de transformações geométricas não foi trabalhado, o que evidencia, como já indicado em pesquisas anteriores, que por diversas razões, quando há necessidade, outros conteúdos matemáticos ainda são priorizados em relação às transformações geométricas, mesmo quando a abordagem deste conteúdo está prevista nos documentos curriculares oficiais. Portanto, mais estudos voltados para esse conteúdo matemático ainda são necessários para reduzir tal exclusão.

As investigações realizadas evidenciaram um conhecimento docente estruturado de maneira disciplinar com ênfase para o conteúdo e deixando em segundo plano os demais conhecimentos necessários para ministrá-lo (Carvalho, & Gil-Pérez, 2011). O modo como os professores foram formados acaba refletindo na maneira como formam seus estudantes, o que resulta em um ciclo que em algum momento precisa ser quebrado. Embora os formadores possam fornecer as ferramentas para tal, a motivação e a mobilização para sair da zona de conforto devem ser internas. No entanto, compreende-se que, mediante inúmeras atribuições, muitas delas externas a eles, tal motivação é cada vez menos presente nesses profissionais. Dessa forma, pesquisas futuras podem ser realizadas para buscar compreender quais meios podem ser utilizados para mobilizar tal motivação nos professores, mesmo diante de tantas intercorrências.

Os estudos realizados indicam que a concepção principal de prática reflexiva modificadora da prática docente leva tempo para ser incorporada, portanto, dificilmente seria plenamente agregada à atuação desses profissionais durante o curto tempo de realização desta pesquisa. Apesar disso, esses profissionais, embora ainda com resistências, estão buscando aprimorar o exercício de sua profissão, o que já indica que eles têm um diferencial.

Pelas observações efetuadas, foi possível inferir que é mais difícil incorporar a prática reflexiva posteriormente do que iniciar a sua construção desde a formação inicial. No entanto, como a formação inicial reflexiva ainda é pouco presente, evidencia-se a necessidade de continuar abordando essa concepção em processos de formação continuada.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (Capes), Código de Financiamento 001.

Referências

- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bicudo, M. A. V. (2012). A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5(2), 15-26.
- Brasil (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.
- Carvalho, A. M. P., & Gil-Pérez, D. (2011). Análise crítica da formação atual dos professores de ciências e propostas de reestruturação. In A. M. P. Carvalho, & Gil-Pérez, D. *Formação de professores de Ciências: tendências e inovações* (pp. 66-87). São Paulo: Cortez.
- Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2019a). O ensino de transformações geométricas: uma análise dos cadernos do aluno e do professor do estado de São Paulo. *ReMat*, 16(22), 210-231.
- Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2019b). O ensino de transformações geométricas: perspectivas teóricas e metodológicas. *RBIC*, 6(5), 137-158.
- Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2020). O ensino de transformações geométricas: uma síntese da literatura envolvendo tarefas e a prática do professor. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(1), 152-171.
- Gafanhoto, A. P., & Canavarro, A. P. (2014). A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. In J. P. Ponte (Org.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 113-134). Universidade de Lisboa.
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-545). Lawrence Erlbaum Associates.
- Gumiero, B. S., & Pazuch, V. (2020). Knowledge Quartet: dimensões, pesquisas e reflexões sobre o conhecimento profissional do professor que ensina matemática. *Bolema*, 34, 268-293.
- Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 55-72.
- Lage, M. A. (2008). *Mobilização das formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas no plano*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais].
- Michaelis (2015). *Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa*. São Paulo: Melhoramentos.
- Moraes, R. (2018). Da noite ao dia: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. In V. M. R. Lima, J. B. S. Harres, & M. C. Paula. *Caminhos da pesquisa qualitativa no campo da educação em ciências: pressupostos, abordagens e possibilidades*. EDIPUCRS.
- Neto, V. P. B., & Costa, M. C. (2016, julho/dezembro). Saberes docentes: entre concepções e categorizações. *Tópicos Educacionais*, 22(2), 76-9.
- Oliveira, G. P., & Lima, N. S. M. (2018). Estratégias didáticas na formação continuada de professores de Matemática: uma investigação sobre homotetia. *Educação Matemática Pesquisa*, 20(1), 385-418.
- Peres, M. R., Ribeiro, R. C., Ribeiro, L. L. P., Costa, A. F. R., & Rocha, V. (2013). A formação docente e os desafios da prática reflexiva. *Educação*, 38(2), 289-304.
- Perrenoud, P. (2002). *A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica*. São Paulo: Artmed.
- Ponte, J. P. da (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. da Ponte (Org.). *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 13-30). Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. da, Brocado, J., & Oliveira, H. (2016). *Investigações matemáticas na sala de aula*. São Paulo: Autêntica.
- Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *Boletim de Educação Matemática – Bolema*, 17(21), 81-140.
- Rowland, T. (2013, January). The Knowledge Quartet: The genesis and application of a framework for analyzing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus: Journal of Education*, (3), 15-43.
- Rowland, T., & Turner, F. (2017). Who owns a theory? The democratic evolution of the Knowledge Quartet. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh, & B. H. Choy (Eds.). *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 105-112.
- Rowland, T., & Weston, T. (2019). *Knowledge Quartet: Introduction*. <http://www.knowledgequartet.org/introduction>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Wagner, E. (2007). *Construções geométricas*. SBM.
- Yao, X. (2020, December). Characterizing learners' growth of geometric understanding in dynamic geometry environments: A perspective of the Pirie-Kieren theory. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 6(3), 293-319.