

Relatório de Atividades Experimentais em Contexto de Atividades de Modelagem Matemática no Curso de Licenciatura em Química

Experimental Activities Reports in the Context of Mathematical Modeling Activities in the Chemistry Degree Course

Karina Alessandra Pessoa da Silva^{*a}; Magna Natalia Marin Pires^a; Jader Otavio Dalto^a

^aUniversidade Tecnológica Federal do Paraná. PR, Brasil.

*E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo trazemos reflexões relativas a alguns resultados de uma pesquisa em que evidenciamos conhecimentos revelados em relatórios de atividades experimentais desenvolvidas no contexto de atividades de modelagem matemática em uma disciplina do Ensino Superior. Para isso, os aportes teóricos que norteiam nossa investigação estão ancorados no entendimento da modelagem matemática como uma alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem matemática de uma situação não essencialmente matemática, nos encaminhamentos de atividades experimentais investigativas e no entendimento de que o relatório é uma produção escrita que descreve uma atividade. Os dados que subsidiaram nossas análises são relatórios produzidos por dois grupos de estudantes na disciplina de Pré-Cálculo de um curso de Licenciatura em Química de uma universidade pública do estado do Paraná. Nossa opção metodológica para analisar e codificar os dados é de cunho qualitativo orientado pelos encaminhamentos da Teoria Fundamentada em Dados. Com a codificação dos dados, quatro agrupamentos emergiram com relação aos conhecimentos revelados pelos estudantes nos relatórios: sobre o problema, sobre os procedimentos experimentais, sobre o uso de softwares matemáticos e sobre a interpretação matemática do fenômeno. Estes resultados revelam que atividades experimentais desenvolvidas no contexto de atividades de modelagem matemática permitem aos estudantes se envolverem com conteúdos matemáticos ao mesmo tempo em que acionam procedimentos próprios daqueles que estão habituados a realizar. Neste interim, conhecimentos são revelados a partir do produto final – o relatório.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Atividades Experimentais.

Abstract

In this paper we bring reflections on some results of a research in which we evidence knowledge revealed in experimental activities reports related to mathematical modeling activities in Higher Education. For this, the theoretical contributions that guide our investigation are anchored in the understanding of mathematical modeling as a pedagogical alternative in which a mathematical approach is made to a situation that is not essentially mathematical, in the conduct of investigative experimental activities and in the understanding that the report is a written production describing an activity. The data that support our analyzes are reports produced by two groups of students in a Pre-Calculus course of a Chemistry Degree course from a public university in the state of Paraná - Brazil. Our methodological option for analyzing and coding the data is of a qualitative nature guided by the guidance of Grounded Theory. With the coding of the data, four groups emerged in relation to the knowledge revealed by the students in the reports: about the problem, about the experimental procedures, about the use of mathematical software and about the mathematical interpretation of the phenomenon. These results reveal that experimental activities developed in the context of mathematical modeling activities allow students to get involved with mathematical content while triggering procedures typical of those they are used to performing. In the meantime, knowledge is revealed from the final product – the report.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Experimental Activities.

1 Introdução

No curso de Licenciatura em Química, a maioria das disciplinas do eixo de Matemática presentes no Projeto Político Pedagógico são consideradas de aplicação. Em busca de estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e aqueles presentes na matriz curricular das outras disciplinas do curso, alguns professores e pesquisadores da área de Educação Matemática têm empreendido esforços em desenvolver atividades nas quais os estudantes são responsáveis por escolher situações-problema da área de Química e utilizar estratégias e conhecimentos, articulando-os a conteúdos matemáticos para resolvê-los (Borsoi &

Almeida, 2004, Silva, 2017, Silva & Vertuan, 2018, Silva, K. & Silva, J., 2020).

Dentre essas tarefas, temos nos debruçado em implementar atividades de modelagem matemática em que a partir de uma situação inicial (problemática) buscase, por meio de procedimentos matemáticos, uma solução para o que se está investigando (Almeida, 2018). De forma geral, a situação inicial faz parte do contexto da realidade e a priori não está em linguagem matemática. Neste sentido, entendemos que a Modelagem Matemática “constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”

(Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p.9). Implementar a Modelagem Matemática em sala de aula com o estudante possibilita “fazer uma interpretação, mesmo que parcial, com o apoio da Matemática de fenômenos existentes no mundo ou na vida” (Silva, 2017, p.25). Trata-se, portanto, de se enxergar com lentes matemáticas diferentes fenômenos.

Considerando o enfoque experimental do curso de Licenciatura em Química, o problema pode estar relacionado a um fenômeno cujos dados são coletados empiricamente, subsidiados por atividades experimentais. Por meio de atividades experimentais, o estudante “raciocina sobre o problema proposto e procura respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição” (Suart & Marcondes, 2009, p. 51-52). Isso se deve ao fato de que essas atividades proporcionam transição entre o abstrato e o concreto, entre aspectos teóricos e práticos evidenciados em determinado fenômeno (Laburú, 2006).

De forma geral, os resultados de atividades experimentais são descritos e compartilhados por meio de relatórios escritos. Ao produzir um relatório, o estudante “desenvolve capacidades de raciocínio e comunicação, o gosto pela pesquisa, a persistência, a responsabilidade” (Menino & Santos, 2008, p.3). No que tange ao relatório de atividades de modelagem subsidiadas com experimentação vislumbra-se estabelecer relações entre conhecimentos matemáticos e aqueles relativos ao fenômeno que está em experimentação. No âmbito do curso de Licenciatura em Química, conhecimentos químicos podem ser articulados aos matemáticos.

Neste artigo temos como foco analisar relatórios de atividades experimentais com o intuito de apresentarmos reflexões para a questão: Que conhecimentos são revelados por estudantes de Licenciatura em Química na produção de um relatório de atividades experimentais desenvolvidas no contexto da Modelagem Matemática?

Os dados que subsidiam nossa análise qualitativa inspirada na Teoria Fundamentada em Dados (Charmaz, 2009) são oriundos dos relatórios de estudantes do primeiro período do curso de Licenciatura em Química de uma universidade pública do estado do Paraná na disciplina de Pré-Cálculo.

2 Quadro Teórico que Subsidia a Investigação

Embora na literatura em Educação Matemática existam diferentes entendimentos ou mesmo configurações para Modelagem Matemática, parece haver um consenso que a ideia central é “formular uma situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na criação de um modelo matemático, fazer uso de matemática na situação idealizada a partir de uma situação da realidade, e então decidir se os resultados podem, em alguma medida, ser úteis para entender a situação original” (Pollak, 2015, p.267).

Nesta linha, entendemos, assim como Almeida (2018), que em atividades de modelagem se faz uso da linguagem matemática com o intuito de quantificar situações-problema ou fenômenos da realidade e analisar seu comportamento. Ou seja, a partir de dados de uma situação-problema uma interpretação matemática é empreendida com o objetivo de apresentar uma solução para o que se está investigando. A interpretação matemática consiste em um conjunto de símbolos matemáticos que a literatura convencionou denotar por modelo matemático.

Todavia, para obter a interpretação matemática se faz necessário um conjunto de procedimentos em que se busca informações, identifica e seleciona variáveis, elabora hipóteses, realiza simplificação, valida o modelo (Silva, 2017). Com isso, “os alunos passam a ser corresponsáveis pela investigação de uma situação-problema em que definem e resolvem um problema usando matemática” (Almeida & Goulart, 2020, p. 287).

O conjunto de procedimentos, de certa forma, aproxima o desenvolvimento de uma atividade de modelagem de uma atividade experimental, principalmente quando as informações necessárias se fazem por meio de dados empíricos. Isso porque, numa atividade experimental, os estudantes desenvolvem a capacidade “de elaborar hipóteses, testá-las e discuti-las, aprendendo sobre os fenômenos estudados e os conceitos que os explicam” (Suart & Marcondes, 2009, p.51).

Para desenvolver uma atividade experimental, “o aluno se envolve na resolução de um problema e, se mobiliza à procura de uma metodologia para a sua resolução” (Suart & Marcondes, 2009, p. 55). Essa metodologia pode aproximar o trabalho do estudante ao de um cientista que procura uma solução para o problema, porém com simplificações, visto que no contexto da sala de aula, a experimentação é um recurso didático. Para Silva & Trivelato (2017, p.150),

a promoção de atividades investigativas com enfoque experimental possibilita a integração de objetivos conceituais e epistêmicos”, visto que conhecimento empírico exige que os estudantes tomem decisões “julgando a consistência dos diversos dados obtidos, a validade de um determinado modelo teórico para explicá-los e as evidências que justificam suas decisões.

O que podemos conjecturar com isso é que o desenvolvimento de atividades de modelagem a partir de dados obtidos por atividades experimentais pode apresentar potencialidades para o ensino e a aprendizagem da Matemática, bem como das diferentes ciências envolvidas. Com isso, há de se considerar que, enquanto uma alternativa pedagógica, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem

supõe-se um sujeito ativo na construção do conhecimento, considera-se a necessidade de desenvolver situações desafiadoras e ricas para atrair os estudantes a participar do processo e empenhar-se para desenvolver a investigação, o que exige estratégias de intervenção para

estimulá-los no decorrer do processo (Mendonça & Lopes, 2015, p.4).

Carreira & Baioa (2011, 2018) têm investigado Modelagem Matemática com atividades experimentais. Segundo as autoras, existem três fatores que justificam a articulação entre essas atividades:

(1) Estudantes têm a oportunidade de aprender fazendo (enquanto executam a manipulação e experimentação e engajados na conjectura e validação). (2) Trabalhar com materiais concretos e físicos é uma forma de investigar as propriedades matemáticas dos objetos. (3) Investigar por meio da experimentação reflete nas ações mentais e sobre a aprendizagem subsequente das ideias matemáticas e se torna uma forma de desenvolver a compreensão sobre modelos matemáticos (Carreira & Baioa, 2011, p. 214).

Segundo Oliveira (2010), dentre as principais contribuições do desenvolvimento de atividades experimentais na sala de aula, podemos destacar a motivação dos estudantes, o trabalho em grupo, a iniciativa pessoal, o desenvolvimento do pensamento crítico e o aprimoramento da capacidade de observação e registro de informações. No que compete ao registro de informações, o relatório tem sido utilizado para apresentar os resultados e conclusões de atividades experimentais.

O relatório é uma produção escrita, que pode ser realizada individualmente ou em grupos e que deve apresentar, com detalhes, uma atividade desenvolvida em sala de aula. De acordo com Santos & Pires (2015), em sala de aula,

o professor pode utilizar um roteiro já estruturado por ele ou pode utilizar um construído em parceria com os alunos. Seja qual for o roteiro a ser adotado, é importante que seja feita uma discussão com os alunos acerca do que se espera deles com essa produção, e que sejam dadas instruções claras e precisas de modo que os alunos possam elaborá-lo (...) (Santos & Pires, 2015, p.58).

Para estruturar e compor um relatório, os estudantes precisam, dentre outros, organizar suas ideias para fazer um relato de como a atividade foi desenvolvida, apresentar os resultados obtidos alinhados com os objetivos propostos, refletir a respeito do trabalho realizado para escrever as conclusões. Essas ações permitem que os estudantes repensem toda a experiência, o que é indispensável para a aprendizagem. Menino & Santo (2008), corroboram com a importância da utilização de relatórios no processo de ensino e de aprendizagem:

Além de se constituir como um instrumento de avaliação é claramente um fator de aprendizagem uma vez que o aluno tem de aprender a registrar por escrito o seu pensamento, a articular ideias e explicar procedimentos, ao mesmo tempo que critica os processos utilizados, avalia os desempenhos do grupo e o produto final. A produção de relatórios desenvolve capacidades de raciocínio e comunicação, o gosto pela pesquisa, a persistência, a responsabilidade e contribui para a construção de uma nova visão da atividade matemática (Menino & Santos, 2008, p.3).

No âmbito de atividades experimentais, Souza & Arroio (2013) discutem a argumentação que pode estar presente na

produção de um relatório. Com isso, os autores defendem que o relatório é

a comunicação discursiva construída ao término da sequência de ensino, onde tudo aquilo que deveria ser esclarecido foi esclarecido, é o momento de assumir a responsabilidade na elaboração da réplica de forma profunda, principalmente nas articulações composicionais que relacionam os fundamentos, a discussão de resultados e a conclusão. Nesta fase se espera que o estudante dê vazão ao(s) conceito(s) construído(s), com a marca indelével do processo ensino-aprendizagem em toda sua extensão (Souza & Arroio, 2013, p. 285).

Os relatórios podem favorecer informações a respeito da aprendizagem dos estudantes quando se desenvolve, em sala de aula, atividade de modelagem com a atividades experimentais, já que os estudantes necessitam desenvolver a habilidade escrita de apresentar: o problema formulado, o objetivo a ser alcançado, os dados coletados organizados, as ferramentas matemáticas utilizadas, e a análise de todo o processo para apresentação da solução do problema. Nesta investigação, lançamos uma análise para relatórios produzidos no Ensino Superior.

3 Procedimentos Metodológicos

Um dos objetivos do curso de Licenciatura em Química é formar docentes com conhecimentos teórico e experimental, além da prática pedagógica. Neste sentido, consideramos que atividades experimentais fazem parte do ambiente educacional do curso de Licenciatura em Química. Com isso, temos implementado em nossas aulas das disciplinas de Pré-Cálculo e Cálculo Diferencial e Integral 1, atividades experimentais articuladas com Modelagem Matemática.

Nesta investigação, que faz parte de projeto aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) por meio do CAAE 3.318.427, de 10 de maio de 2019, nos debruçamos em investigar conhecimentos que são revelados por estudantes de Licenciatura em Química na produção de um relatório de atividades experimentais desenvolvidas no contexto da Modelagem Matemática. As atividades foram desenvolvidas por 19 estudantes, reunidos em cinco grupos – G1, G2, G3, G4, G5 – com três ou quatro integrantes, do 1º período (regime semestral) da disciplina de Pré-Cálculo do curso de Licenciatura em Química de uma Universidade Pública do Paraná.

O desenvolvimento das atividades que culminou na escrita do relatório ocorreu em quatro momentos: escolha da temática em sala de aula com os estudantes; organização dos procedimentos de coleta de dados em conjunto professora e estudantes; coleta de dados extraclasse com os estudantes reunidos em seus grupos; definição de problemas com interpretação matemática e obtenção de uma solução em sala de aula.

O primeiro momento corresponde à escolha da temática que foi investigada, na qual a professora, no final de uma das aulas da disciplina, pediu aos estudantes que citassem

atividades experimentais em que a coleta de dados fosse possível de ser realizada utilizando instrumentos laboratoriais acessíveis. Dentre as temáticas citadas, os estudantes escolheram investigar a troca de calor entre líquidos com diferentes temperaturas, visto que os instrumentos de coleta seriam termômetros de mercúrio e cronômetros. Com a temática determinada, cada grupo deveria escolher um líquido para ser investigado.

No segundo momento, professora e estudantes, organizaram os procedimentos para a coleta de dados, conforme apresentado no Quadro 1. Isso se fez necessário, porque planejar uma atividade de modelagem “envolve a preparação do ambiente para o desenvolvimento da atividade” (Mendonça & Lopes, 2015, p.4).

Quadro 1 - Procedimentos de coleta de dados

Coletando dados	
Para realizar a coleta de dados, escolher um ambiente que tenha pouca interferência de fatores do tempo, como vento, incidência direta de luz solar.	
Escolher um líquido para ser investigado na atividade. Além disso, determinar o recipiente no qual os líquidos com diferentes temperaturas serão colocados e o volume dos mesmos (procurar utilizar o mesmo volume para ambos os líquidos).	
Colocar os líquidos nos recipientes escolhidos e imediatamente medir a temperatura de cada um deles. Para isso, utilizar um termômetro para cada um. Deixar os termômetros mergulhados nos líquidos e observar a variação de temperatura no decorrer do tempo.	
Anotar as temperaturas T dos líquidos (em °C) conforme o tempo t passa, em minutos, completando o Quadro abaixo. Utilizar intervalos de tempo iguais para cada uma das coletas realizadas.	
Quadro: Variação da temperatura dos líquidos em função do tempo	
tempo (em minutos)	
Temperatura (em °C) do líquido a ser aquecido ou resfriado (T ₁)	
Temperatura (em °C) do outro líquido (T ₂)	

Fonte: Dados coletados empiricamente.

Fonte: dados da pesquisa.

Na coleta de dados, terceiro momento do desenvolvimento da atividade, os grupos de estudantes teriam que escolher a situação-problema, descrevê-la, medir a temperatura dos líquidos em aquecimento e em resfriamento, anotando os dados coletados, além do registro de imagens via fotografias. A coleta de dados foi realizada pelos estudantes fora da sala de aula sem a supervisão da professora. Esses estudantes já tinham familiaridade com atividades de modelagem, pois haviam desenvolvido outras durante a disciplina.

A situação-problema escolhida pelos grupos é apresentada no Quadro 2.

Quadro 2 - Situações-problema investigada pelos grupos

Grupo	Situação-Problema
G1	Variação de temperatura de duas amostras de água em contato – resfriada e aquecida – em função do tempo
G2	Aquecimento de duas amostras de água – uma em recipiente de alumínio e outra em recipiente de plástico (banho-maria)
G3	Variação de temperatura de refrigerante resfriado em contato com água em temperatura ambiente
G4	Variação de temperatura de duas amostras de água em contato: aquecida e temperatura ambiente
G5	Equilíbrio da temperatura de duas amostras de água em contato: resfriada e temperatura ambiente

Fonte: dados da pesquisa.

O quarto momento de desenvolvimento da atividade ocorreu em sala de aula, em que os estudantes já com os dados coletados, sob orientação da professora, definiram um problema e fizeram uma abordagem matemática para o mesmo, obtendo uma solução. Esse momento ocorreu em um período de quatro horas/aula.

O relatório é o produto final da atividade desenvolvida pelos estudantes e corresponde ao nosso objeto de investigação. Os momentos supracitados, em certa medida, subsidiaram sua construção que foi orientada pela seguinte estrutura:

- i. título;
- ii. introdução com uma síntese do trabalho, levando em consideração os resultados obtidos e os motivos que levaram o grupo a escolher a situação-problema investigada;
- iii. objetivos com metas a serem alcançadas;
- iv. coleta de dados, com explicação detalhada dos procedimentos de coleta de dados com imagens que a ilustram;
- v. desenvolvimento, em que os estudantes deveriam inserir o problema (questão/pergunta a ser respondida com o desenvolvimento da atividade), as variáveis (dependentes e independentes), informações ou hipóteses, modelo matemático, validação do modelo matemático, solução do problema;
- vi. considerações finais, em que o grupo deveria destacar o que concluiu com o desenvolvimento da atividade, bem como os conteúdos de Química e de Pré-Cálculo que se fizeram presentes;
- vii. referências.

Dos cinco grupos, dois – G1 e G4 – apresentaram os itens relativos à estrutura do relatório e são esses sobre os quais realizamos as análises. Para evidenciarmos os conhecimentos revelados pelos grupos de estudantes nos relatórios por eles produzidos, orientamos nossa análise segundo uma abordagem predominantemente qualitativa, subsidiada nas indicações da Teoria Fundamentada em Dados (Charmaz, 2009). Para o desenvolvimento das categorias teóricas com relação a cada um dos itens de ii a vi pertencente aos relatórios, realizamos uma codificação a partir de códigos de cada relatório.

Iniciamos com uma codificação inicial dos conhecimentos revelados nos itens do relatório de cada grupo. Numa segunda etapa, analisamos os conceitos selecionados na codificação inicial, reorganizamos tais conceitos, extraindo ideias centrais e suas subordinações, conforme é proposto na codificação axial indicada na Teoria Fundamentada em Dados. Esse encaminhamento possibilita um refinamento

na codificação inicial, alterando, inserindo ou reagrupando códigos, com vistas a validar o processo de codificação. A codificação focalizada emerge com uma revisão e avaliação das categorias, validando o processo. Com isso foi feita uma redução das categorias por meio de uniformidades no grupo original de categorias ou suas propriedades. No próximo tópico apresentamos os relatórios e as categorias emergentes na codificação inicial e na axial.

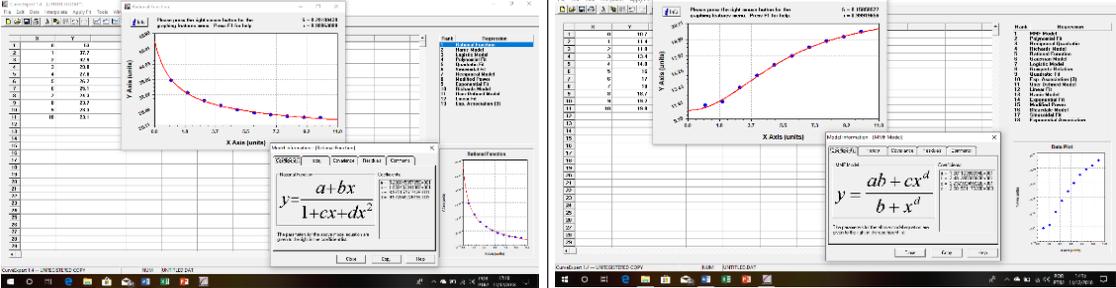
4 Apresentação e Codificação dos Conhecimentos Revelados nos Relatórios

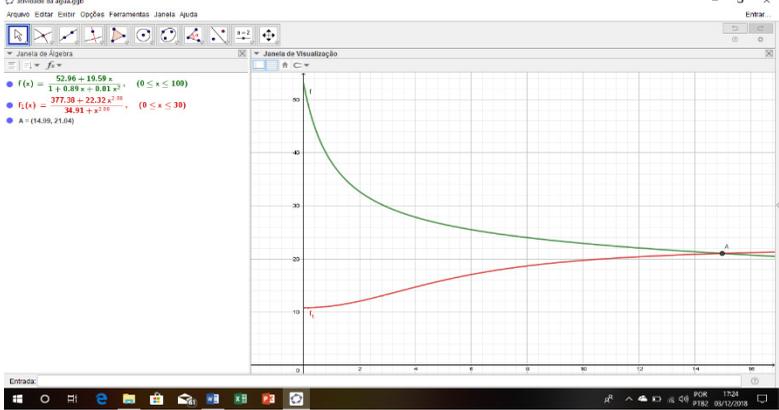
Tendo em vista nossa questão de pesquisa, optamos por

fazer a análise dos relatórios considerando os itens de ii a vi de cada grupo, com vistas a fazer um paralelo com relação aos conhecimentos dos estudantes revelados nesta produção. A partir da descrição do que os grupos apresentaram nos relatórios, fizemos a análise considerando o quadro teórico estabelecido.

O G1 era composto por quatro integrantes, sendo três calouros e uma aluna que cursava pela segunda vez a disciplina de Pré-Cálculo. Os resultados apresentados pelo grupo para a Variação de temperatura de duas amostras de água em contato – resfriada e aquecida – em função do tempo constam do Quadro 3, seguindo os itens do relatório.

Quadro 3 - Excertos do relatório do G1

Item	Descrição																																				
ii – Introdução	Neste trabalho foi abordado o fenômeno da variação de temperatura da água em relação ao ambiente em que ela estava em contato. De maneira muito simples, o experimento foi organizado de maneira que a cada minuto a temperatura era registrada utilizando um termômetro de espeto, de maneira que os dados obtidos foram organizados em uma tabela em forma de pares ordenados, utilizando um software chamado CurveExpert, para encontrar uma equação que satisfaz com maior precisão possível a variação da temperatura em função do tempo.																																				
iii – Objetivos	Com esse experimento, tivemos como objetivo descobrir qual era a relação entre a variação da temperatura em função do tempo, observando o experimento e utilizando softwares para desenvolver uma equação matemática que definisse esse fenômeno.																																				
iv – Coleta de dados	 <p>Utilizando um béquer de 2L, colocou-se aproximadamente 500ml de água fria a 10,7°C, em seguida, em outro béquer de 600ml, colocou-se 500ml de água aquecida a 53°C, e colocou-se dentro do béquer maior para que os líquidos tivessem contato um com o outro e trocassem calor. Utilizando 2 termômetros de espeto, um em cada recipiente, registrou-se as temperaturas uma vez a cada minuto, durante 10 minutos, e os dados obtidos estão organizados na tabela abaixo.</p> <p>Tabela 1 – Variação de temperatura dos líquidos</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Tempo (em minutos)</th> <th>00</th> <th>01</th> <th>02</th> <th>03</th> <th>04</th> <th>05</th> <th>06</th> <th>07</th> <th>08</th> <th>09</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Temperatura da água aquecida (em °C)</td> <td>53,0</td> <td>37,7</td> <td>32,9</td> <td>29,8</td> <td>27,8</td> <td>26,2</td> <td>25,1</td> <td>24,3</td> <td>23,7</td> <td>23,3</td> <td>23,1</td> </tr> <tr> <td>Temperatura da água resfriada (em °C)</td> <td>10,7</td> <td>11,4</td> <td>11,8</td> <td>13,4</td> <td>14,8</td> <td>16,0</td> <td>17,0</td> <td>18,0</td> <td>18,7</td> <td>19,2</td> <td>19,8</td> </tr> </tbody> </table> <p>Fonte: Autores (2018)</p>	Tempo (em minutos)	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	Temperatura da água aquecida (em °C)	53,0	37,7	32,9	29,8	27,8	26,2	25,1	24,3	23,7	23,3	23,1	Temperatura da água resfriada (em °C)	10,7	11,4	11,8	13,4	14,8	16,0	17,0	18,0	18,7	19,2	19,8
Tempo (em minutos)	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10																										
Temperatura da água aquecida (em °C)	53,0	37,7	32,9	29,8	27,8	26,2	25,1	24,3	23,7	23,3	23,1																										
Temperatura da água resfriada (em °C)	10,7	11,4	11,8	13,4	14,8	16,0	17,0	18,0	18,7	19,2	19,8																										
v – Desenvolvimento	<p>Esta atividade foi proposta para responder a seguinte questão: qual é a relação da variação de temperatura em função do tempo entre dois recipientes com água aquecida e resfriada?. Para isso, foi desenvolvido o experimento simples, porém muito eficaz para a obtenção dos dados necessários para a elaboração de um modelo matemático que explicasse o fenômeno. Com a utilização do software CurveExpert, adicionamos os dados em formato de tabela, gerando um conjunto de pontos em pares ordenados, que foram organizados no gráfico gerando uma curva decrescente, no caso da água quente, e crescente, no caso da água fria.</p> <p>- Para a água quente:</p> $f(x) = \frac{52.96 + 19.59x}{1 + 0.89x + 0.01x^2}$ <p>- Para a água fria:</p> $f(x) = \frac{377.38 + 22.32x^{2.08}}{34.91 + x^{2.08}}$ 																																				

<p>v – Desenvolvimento</p>	<p>Para visualizar ambos os gráficos das funções, utilizamos para isso um software chamado GeoGebra, onde foi possível escrever as equações encontradas no CurveExpert e visualizar o gráfico formado pelas duas funções. A curva indicada na cor verde no gráfico mostra a variação da temperatura da água aquecida em relação ao tempo, e a curva indicada na cor vermelha mostra a variação da temperatura da água resfriada, também em relação ao tempo. O ponto A = (14,99 ; 21,04) inserido no gráfico, indica o ponto de interseção entre as duas funções, ou seja, passados 14,99 minutos, ambos os recipientes apresentarão a mesma temperatura de aproximadamente 21,04°C.</p> 
<p>vi – Considerações finais</p>	<p>Mediante ao estudo desse fenômeno, e a realização do experimento, concluímos que, ao observar o gráfico, podemos notar que a variação de temperatura da água aquecida possui uma curvatura muito mais acentuada que a curvatura da água resfriada, ou seja, a água aquecida perdeu calor muito mais rápida que a água fria ganhou, isso se deve ao fato de que as leis que regem a termodinâmica indicam que a energia térmica tende a fluir de um corpo quente para um corpo frio de modo que a energia estabilize o meio, e se mantenha uniforme, mas ao mesmo tempo que ocorria uma transferência de calor entre a água quente e a água fria, uma boa parte dessa energia também era absorvida pelo ambiente, fazendo com que as duas curvas não sejam simetricamente opostas.</p>

Fonte: Relatório do G1.

Com o relatório e os resultados apresentados pelos integrantes do G1 pudemos inferir, a partir da introdução, que o foco de estudo estava relacionado à variação de temperatura de duas amostras de água em função do tempo quando colocadas em contato. Na introdução, fica evidente que o grupo entende a atividade experimental como algo “muito simples”, que pode ser realizada com instrumentos de coleta de dados presentes, por exemplo, em um laboratório de Química e que é de manuseio conhecido por eles. Além disso, o G1 indicou conhecer um software computacional de ajuste de curvas – o CurveExpert – em que uma expressão matemática poderia ser associada ao conjunto de dados organizados em uma tabela. O uso de softwares para ajustes de curvas tem sido empregado no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, isso porque possibilita “coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, gráficas e tabulares” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p.31).

Podemos evidenciar que, já na introdução, ficaram explícitas a coleta e organização de dados, bem como uma descrição da visualização do comportamento dos dados mediante uso do software CurveExpert em que foi possível realizar um ajuste de curvas para a obtenção de uma expressão algébrica.

No objetivo, os estudantes destacaram novamente o que pretendiam investigar – variação da temperatura das amostras em função do tempo – bem como os meios com os quais se respaldaram para encaminhar o desenvolvimento – observando o experimento e utilizando softwares. Ficou

implícita neste tópico uma relação entre ideias matemáticas e o fenômeno investigado. Isso nos permitiu inferir que o problema subsidiou o trabalho dos estudantes, tanto que foi retomado em vários momentos do relatório.

A coleta de dados foi apresentada de forma simplificada, em que os estudantes não destacaram os elementos considerados, tais como temperatura ambiente, umidade do ar, pressão atmosférica. Porém entendemos que, desde o início do texto do relatório, já ficou claro que os estudantes têm a intenção de fazer uma abordagem simplificada para estudar a variação de temperatura das amostras em função do tempo. Em atividades de modelagem matemática em que se estudam fenômenos considerando uma variável independente se faz necessária tal simplificação. Todavia, se fosse feita uma intervenção pela professora, outros elementos poderiam ser destacados e os estudantes poderiam explicitar suas simplificações, revelando conhecimentos relativos ao fenômeno, por exemplo.

No desenvolvimento da atividade, novamente os estudantes destacaram o problema relativo ao fenômeno estudado. Houve um detalhamento relativo aos procedimentos para obtenção do modelo matemático por meio do uso de um software. Mesmo que fizeram uso de recurso digital, os estudantes associaram o comportamento das funções com o fenômeno, quando destacaram “gerando uma curva decrescente, no caso da água quente, e crescente, no caso da água fria”, considerando a perda e o ganho de calor, respectivamente das amostras. Isso está associado ao levantamento de hipóteses tanto em atividades de modelagem

quanto em atividades experimentais. Essa abordagem, de certa forma, possibilitou uma interpretação matemática do fenômeno. Considerar curvas que, de certo modo, terão intersecção configurou conhecimento matemático relativo ao comportamento do fenômeno conforme o tempo passa, ou seja, quando x tende ao infinito.

Para a amostra de água quente, uma função decrescente

$$f(x) = \frac{52,96 + 19,59x}{1 + 0,89x + 0,01x^2}$$

e de comportamento assintótico – (em que f representa a temperatura em °C em função do tempo x em minutos) – configurou uma abordagem associada ao fenômeno em estudo. O que podemos evidenciar é que os estudantes, mesmo usando um software, souberam “o que, exatamente, se deseja que o computador faça” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 31), ou seja, representar o fenômeno por meio de um modelo decrescente e de comportamento assintótico. O estudo da assíntota, mesmo que não abordado algebricamente, foi visualizado com o auxílio do gráfico. A professora poderia ter sugerido aos estudantes que confrontassem a abordagem gráfica com a algébrica, solicitando o cálculo do limite da

$$f(x) = \frac{52,96 + 19,59x}{1 + 0,89x + 0,01x^2}$$

função, quando o tempo tende ao infinito, ou seja, $x \rightarrow \infty$. Isso, de certa forma, poderia mobilizar conhecimentos relativos ao estudo de limite de uma função, conteúdo abordado na disciplina de Pré-Cálculo.

Do mesmo modo, os estudantes ajustaram os dados a

$$f(x) = \frac{377,38 + 22,32x^{2,08}}{34,91 + x^{2,08}}$$

uma função crescente com comportamento assintótico –, cuja assíntota é $y = 22,32$, que poderia ser obtida realizando cálculos algébricos por meio do limite da função quando $x \rightarrow \infty$.

O que podemos inferir é que os estudantes ficaram satisfeitos com as representações gráficas para o estudo da variação de temperatura de cada amostra por meio do software GeoGebra. Isso porque a representação gráfica permitiu uma visualização que “também pode ajudar os estudantes a generalizar descobertas matemáticas e comunicar ideias

matemáticas” (Yoon, 2016, p. 69). Por meio delas, para além de obterem uma solução para o problema, destacaram o tempo em que as temperaturas se igualaram: 14,99 minutos, ambos os recipientes apresentarão a mesma temperatura de aproximadamente 21,04 °C.

Essa abordagem de associar a representação gráfica ao fenômeno em estudo é retomada nas considerações finais, em que os estudantes apresentaram uma explicação física para o fenômeno, juntamente com a análise do comportamento dos dados: as leis que regem a termodinâmica indicam que a energia térmica tende a fluir de um corpo quente para um corpo frio de modo que a energia estabilize o meio, e se mantenha uniforme, mas ao mesmo tempo que ocorria uma transferência de calor entre a água quente e a água fria, uma boa parte dessa energia também era absorvida pelo ambiente.

A análise do relatório do G1 nos permitiu evidenciar conhecimentos revelados pelos estudantes, constituindo a codificação inicial, como mostra o Quadro 4.

Quadro 4 - Codificação inicial dos conhecimentos dos estudantes de G1

Itens do Relatório	Codificação inicial dos conhecimentos revelados no relatório de G1
ii	- coleta e organização dos dados - apresenta o problema - uso de softwares
iii	- ideia matemática do fenômeno
iv	- coleta simplificada dos dados
v	- especificação dos procedimentos para a obtenção do modelo matemático - uso do software para a escolha do modelo que melhor se ajusta aos dados - análise dos modelos matemáticos pelo GeoGebra - análise gráfica para o fenômeno
vi	- associação da representação gráfica ao fenômeno tanto matematicamente quanto fisicamente - explicação física para o fenômeno

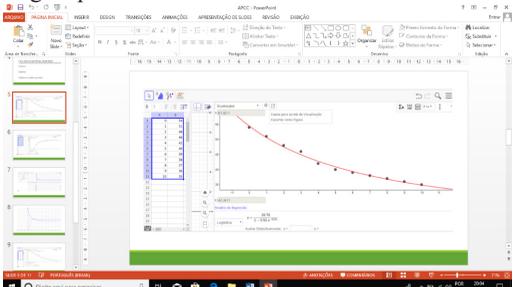
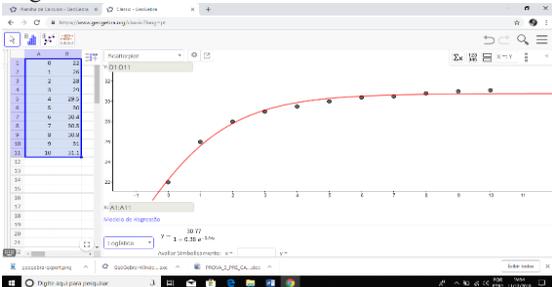
Fonte: dados da pesquisa.

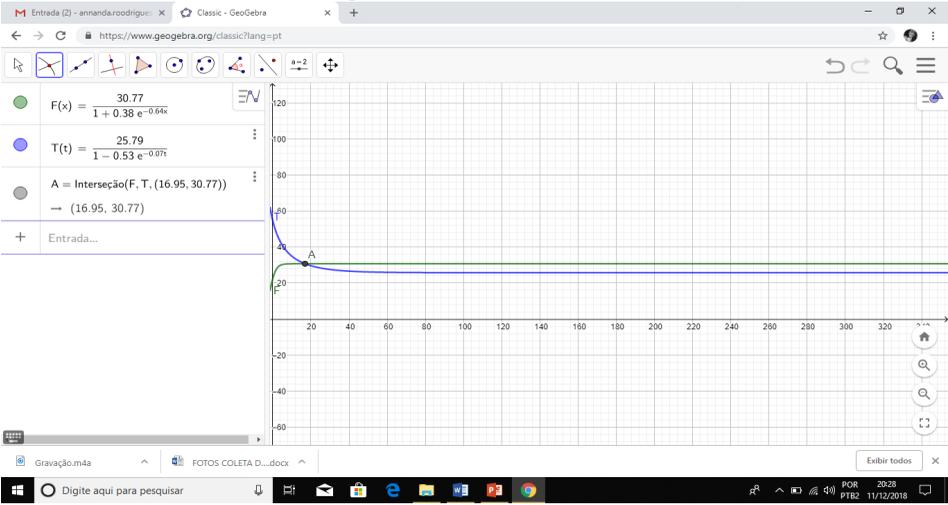
O G4 era composto por quatro integrantes, sendo três calouras e uma aluna que cursava pela segunda vez a disciplina de Pré-Cálculo. Os resultados apresentados pelo grupo para a Variação de temperatura de duas amostras de água em contato: aquecida e temperatura ambiente são apresentados no Quadro 5, seguindo os itens do relatório.

Quadro 5 - Excertos do relatório do G4

Item	Descrição
ii – Introdução	O conceito de função é um dos mais importantes da matemática e das ciências em geral. Ele está presente sempre que relacionamos duas grandezas variáveis como x e y . Sendo assim, as funções podem ser aplicadas com o intuito de analisar e solucionar problemas cotidianos. Por meio de uma coleta de dados é possível realizar um estudo do conjunto dos dados obtidos, de forma a determinar problemas e soluções, e ainda desenvolver modelos matemáticos que representam a situação. Assim como será apresentado neste trabalho, onde de acordo com a realização do experimento (aquecimento e resfriamento de líquidos) pudemos determinar o tempo necessário para que duas temperaturas diferentes atinjam um ponto de equilíbrio, ou seja, atinjam mesmas temperaturas.
iii – Objetivos	Com base na coleta de dados do experimento aquecimento e resfriamento de um líquido, e na análise das variações das temperaturas, determinar qual o tempo necessário para as temperaturas se igualarem.

Item	Descrição																																				
iv – Coleta de dados	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 30%;">  </div> <div style="width: 65%;"> <p>Para realizar a coleta de dados utilizamos os seguintes materiais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 termômetros de mercúrio • 1 medidor de volume • 200ml de água quente • 200ml de água ambiente <p>Procedimentos:</p> <p>Em um medidor meça 200ml de água quente, colocando-a em seguida em um dos recipientes de plástico, registrando a temperatura inicial do líquido. Logo após, medir 200ml de água a temperatura ambiente e adicioná-la em outro recipiente de plástico, registrando a temperatura inicial. Em seguida colocar o recipiente que contém água a temperatura ambiente dentro do recipiente com água quente, e assim com o auxílio dos termômetros de mercúrio registrar as temperaturas de ambos os líquidos, em intervalos de tempo de 1 minuto, até o tempo desejado (nesse caso foi feita a coleta até o tempo igual a dez).</p> </div> </div> <p>Tabela I: Coleta de dados</p> <table border="1" data-bbox="288 719 964 876"> <thead> <tr> <th>Tempo (min)</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Temperatura (°C) Água quente</td> <td>54</td> <td>51</td> <td>48</td> <td>46</td> <td>42</td> <td>40</td> <td>39</td> <td>38</td> <td>37</td> <td>36</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>Temperatura (°C) Água ambiente</td> <td>22</td> <td>26</td> <td>28</td> <td>29</td> <td>29.5</td> <td>30</td> <td>30.4</td> <td>30.5</td> <td>30.8</td> <td>31</td> <td>31.1</td> </tr> </tbody> </table>	Tempo (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Temperatura (°C) Água quente	54	51	48	46	42	40	39	38	37	36	35	Temperatura (°C) Água ambiente	22	26	28	29	29.5	30	30.4	30.5	30.8	31	31.1
Tempo (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																										
Temperatura (°C) Água quente	54	51	48	46	42	40	39	38	37	36	35																										
Temperatura (°C) Água ambiente	22	26	28	29	29.5	30	30.4	30.5	30.8	31	31.1																										

v – Desenvolvimento	<p>O Problema</p> <p>Com a realização da coleta de dados, foi possível relacionar a variação das temperaturas (da água ambiente e água quente) em função do tempo. E assim, pudemos definir uma problemática a ser estudada.</p> <p>De acordo com a realização do experimento ao colocar o recipiente com água ambiente sobre o recipiente que contém água quente, percebe-se, que com o passar do tempo a água ambiente tende a aumentar sua temperatura e a água quente tende a diminuir sua temperatura. Com isso, afirmamos que haveria um instante em que ambas as águas atingiriam mesma temperatura, sendo esse o problema a ser estudado.</p> <p>Hipóteses</p> <p>Após observarmos o conjunto de dados, pode-se relacionar tempo e temperatura como sendo variáveis de uma função. Inicialmente, fizemos duas planilhas, a primeira relacionando o tempo com a variação da temperatura da água quente, e a segunda relacionado o tempo com a variação da temperatura da água ambiente.</p> <p>Com isso, nossa primeira hipótese seria uma função de segundo grau, a qual para a confirmação fizemos uso do software GeoGebra.</p> <p>Variáveis</p> <p>Para desenvolvermos o estudo, definimos como variáveis o tempo (t) e a temperatura (T). Tendo em vista que a variação da temperatura depende do tempo, a temperatura é, portanto o termo dependente e o tempo o termo independente.</p> <p>Modelo Matemático</p> <p>Logo, ao adicionar o conjunto de dados coletados empiricamente ao software e solicitar análise bivariada, verificamos que a curva que melhor se ajustou aos pontos de ambas as situações, foi a de função logística, sendo essa a função ideal para a análise do estudo. Assim, obtivemos as seguintes funções:</p>
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 48%;"> <p>- Representação da temperatura em função do tempo, para a água quente:</p>  $T_1(t) = \frac{25.79}{1 + 0.53e^{-0.07t}}$ </div> <div style="width: 48%;"> <p>- Representação da temperatura em função do tempo, para a água ambiente:</p>  $T_2(t) = \frac{30.77}{1 + 0.38e^{-0.64t}}$ </div> </div>

Item	Descrição
v – Desenvolvimento	<p>Sendo assim, serão estas as funções que utilizaremos para a dedução do modelo matemático, tendo em vista que se igualarmos as funções das duas situações (água quente e ambiente) obteremos o ponto de interseção, ou seja os pontos que ambas as funções possuem em comum, o que nos interessa para a resolução da problemática estabelecida. Com isso, ainda fazendo uso do GeoGebra e com as funções que representam as situações já encontradas, inserimos as funções ao software e solicitamos o ponto de interseção. Como mostra a imagem abaixo:</p>  <p>Solução do Problema</p> <p>Contudo, ao desenvolvermos o modelo matemático que representa a situação em estudo e validarmos com o auxílio do software, podemos apresentar a solução para a problemática abordada e a possível conclusão do objetivo proposto. Sendo assim, ao determinar a intersecção entre as curvas, obtivemos as coordenadas (16.95, 30.77), sendo 16.95 o instante (t) em que ambas as temperaturas atingem o equilíbrio, e 30.77 a temperatura em °C, que ambas as águas estarão.</p>
vi – Considerações finais	<p>O problema estudado ampliou os conhecimentos e a compreensão sobre funções, atingindo o objetivo de solucionar o tempo em que o líquido fica com a mesma temperatura, chamando-a no gráfico de ponto de interseção. Além disso, pode-se observar a ocorrência do experimento, em especial o processo de transferência de energia até o equilíbrio.</p>

Fonte: Relatório do G4.

Na introdução, os integrantes do G4 procuraram contextualizar o estudo de funções de modo a articular com situações do dia a dia: as funções podem ser aplicadas com o intuito de analisar e solucionar problemas cotidianos. Destacaram a importância da coleta de dados e apresentaram o problema que investigaram a partir da situação-problema sugerida pela professora – determinar o tempo necessário para que duas temperaturas diferentes atinjam um ponto de equilíbrio. O que ficou evidente foi que estavam preocupados em obter um modelo matemático que possibilitasse apresentar uma solução para o problema. Embora também tenham feito uso de um software computacional, não deixaram explícito na introdução.

O G4, apresentou um objetivo geral, considerando o problema a ser investigado, denotando que a preocupação residia numa resposta para o problema.

Para a coleta de dados, diferente do G1, os integrantes do G4 utilizaram equipamentos simples como duas embalagens plásticas vazias. Novamente o grupo apresentou o problema a ser investigado e destacou os procedimentos de coleta de dados. No relatório do G4 também não foram mencionadas as simplificações realizadas.

Para apresentar o tópico desenvolvimento, o grupo estruturou o texto seguindo itens que fizeram parte de etapas

presentes em uma atividade de modelagem matemática. Consideraram o problema a ser investigado e trouxeram, no que designaram por o problema, uma hipótese – afirmamos que haveria um instante em que ambas as águas atingiriam mesma temperatura –, que foi considerada no desenvolvimento da atividade. Já na etapa hipóteses, parece que houve um equívoco por parte dos estudantes ou mesmo uma desatenção para tratar de uma hipótese – função de segundo grau. Consideramos equívoco, pois os estudantes escolheram um modelo logístico, a partir do software GeoGebra, para representar os dados e não do segundo grau. No que tange uma desatenção, pode ser que os mesmos, a princípio consideraram como hipótese a função do segundo grau para se ajustar aos dados e essa foi refutada com as análises empreendidas no desenvolvimento da atividade. Todavia, são inferências que realizamos, visto que a professora não fez intervenções no relatório entregue pelos estudantes. Diferente do G1, o G4 usou variáveis associadas aos termos que estavam investigando – temperatura T (em °C) e tempo t (em minutos) – além de diferenciar uma temperatura da outra, usando índices – T_1 para água quente em °C e T_2 para água fria em °C.

Para a dedução dos modelos matemáticos, como mencionado anteriormente, os estudantes usaram funções

logísticas¹, tanto para representar o resfriamento quanto o aquecimento da água em troca de calor. Os estudantes já tinham entrado em contato com tal função no desenvolvimento de outras atividades e conheciam seu comportamento assintótico, porém, não fizeram um estudo que pudesse revelar conhecimentos matemáticos para a obtenção das assíntotas de cada modelo. A professora poderia ter feito intervenções com o intuito de que os estudantes utilizassem conhecimento

$$T_1 = \frac{25,79}{1 + 0,53e^{-0,07t}}$$

sobre limite de uma função para determinar a assíntota de e

$$T_2 = \frac{30,77}{1 + 0,38e^{-0,64t}}$$

, quando $t \rightarrow \infty$, sendo, respectivamente $T_1 = 25,79$ e $T_2 = 30,77$.

Por meio do GeoGebra, os estudantes representaram as duas curvas em um único plano cartesiano e determinaram o ponto de interseção entre ambas, reconhecendo que tendo em vista que se igualarmos as funções das duas situações (água quente e ambiente) obteremos o ponto de interseção, ou seja o ponto que ambas as funções possuem em comum, chegando a uma solução para o problema que se propuseram a investigar: 16,95 o instante (t) em que as ambas as temperaturas atingem o equilíbrio.

Em considerações finais, o G4 fez uma descrição geral sobre o estudo de funções e representações gráficas para solucionar um problema.

De posse das análises empreendidas, realizamos a

codificação inicial para os conhecimentos revelados pelos estudantes do G4 que sintetizamos no Quadro 6.

Quadro 6 - Codificação inicial dos conhecimentos dos estudantes de G4

Itens do relatório	Codificação inicial dos conhecimentos revelados no relatório de G1
ii	- contextualiza o estudo de funções - destaca a coleta de dados - apresenta o problema
iii	- retoma o problema
iv	- retoma o problema - especifica procedimentos de coleta de dados
v	- retoma o problema - especifica os procedimentos considerando etapas de uma atividade de modelagem matemática - especificação dos procedimentos para a obtenção do modelo matemático pelo GeoGebra - solução apresentada pelo GeoGebra
vi	- associa a matemática para solucionar um problema

Fonte: dados da pesquisa.

Analisando os relatórios produzidos pelos dois grupos de estudantes em que uma mesma situação-problema foi sugerida para ser desenvolvida via coleta de dados empíricos, codificamos conhecimentos que emergiram e os rerepresentamos no Quadro 7 de forma a constituir um mapa da codificação inicial. Além disso, como a Teoria Fundamentada em Dados indica, há necessidade de realizar uma reorganização a partir dos códigos oriundos da codificação inicial e realizar a codificação axial. Para isso, fizemos agrupamentos formando conceitos na codificação axial.

Quadro 7 - Codificação inicial e codificação axial dos conhecimentos revelados nos relatórios

Itens do relatório	Codificação inicial dos conhecimentos revelados no relatório de G1	Codificação inicial dos conhecimentos revelados no relatório de G4	Codificação axial dos conhecimentos revelados nos relatórios dos estudantes
ii	- coleta e organização dos dados - apresenta o problema - uso de softwares	- contextualiza o estudo de funções - destaca a coleta de dados - apresenta o problema	- sobre o fenômeno em estudo - sobre o problema a ser investigado
iii	- ideia matemática do fenômeno	- retoma o problema	- sobre o que se pretende estudar
iv	- coleta simplificada dos dados	- retoma o problema - especifica procedimentos de coleta de dados	- sobre procedimentos experimentais
v	- especificação dos procedimentos para a obtenção do modelo matemático - uso do software para a escolha do modelo que melhor se ajusta aos dados - análise dos modelos matemáticos pelo GeoGebra - análise gráfica para o fenômeno	- retoma o problema - especifica os procedimentos considerando etapas de uma atividade de modelagem matemática - especificação dos procedimentos para a obtenção do modelo matemático pelo GeoGebra - solução apresentada pelo GeoGebra	- sobre procedimentos para obtenção do modelo matemático - sobre uso de software computacional - sobre interpretação matemática do fenômeno
vi	- associação da representação gráfica ao fenômeno tanto matematicamente quanto fisicamente - explicação física para o fenômeno	- associa a matemática para solucionar um problema	- sobre interpretação matemática do fenômeno.

Fonte: dados da pesquisa.

¹ Uma função logística tem como principal característica um período inicial de crescimento que, numa segunda fase, deve ocorrer um decréscimo até se chegar num patamar máximo. Esse patamar máximo é a assíntota da curva da função que, visualmente, tem um formato de S.

O que podemos evidenciar é que, no relatório, para apresentar os resultados do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em que os estudantes fizeram uso de atividades experimentais investigativas, de antemão, na introdução conhecimentos sobre o fenômeno em estudo e sobre o problema a ser investigado se fizeram presentes. Isso se deve ao fato de os estudantes estarem interessados em responder uma problemática a partir da situação-problema sugerida pela professora. Caso houvesse interação da professora com os estudantes, de forma escrita, no relatório, poderia ser possível solicitar que os conteúdos matemáticos que emergiram também estivessem presentes de maneira que conhecimentos sobre interpretação matemática do fenômeno já se constituíssem desde o início da apresentação das informações.

Como era de se esperar, os objetivos permeados em ambos relatórios expressam conhecimentos sobre o que se pretende estudar, indicando informações relativas ao fenômeno ou ao problema. Isso porque, em uma atividade de modelagem, o problema deve permear e estar presente em todo seu desenvolvimento.

Enquanto atividade experimental investigativa desenvolvida por estudantes de um curso de Licenciatura em Química, conhecimentos sobre procedimentos experimentais constituíram o tópico relativo à coleta de dados. Especificar os materiais, bem como os encaminhamentos da coleta de dados, mesmo que de forma simplificada, de forma geral, constituem relatórios de atividades experimentais. Há de considerar a importância de se indicar as simplificações realizadas, bem como os elementos que não foram considerados, o que poderia fazer suscitar conhecimentos relativos ao fenômeno em estudo.

Para responder o problema definido, no âmbito de uma atividade de modelagem matemática na disciplina de Pré-Cálculo, o tópico desenvolvimento revela conhecimentos sobre procedimentos para obtenção do modelo matemático nos quais os estudantes expressam encaminhamentos que articulam conhecimentos sobre uso de software computacional e sobre interpretação matemática do fenômeno. O que evidenciamos, todavia, é a necessidade de deixar explícito que os estudantes desenvolvam conceitos matemáticos para elucidar as conclusões que obtiveram por meio de cálculos e ferramentas matemáticas.

No que compete às considerações finais foram revelados conhecimentos sobre interpretação matemática do fenômeno. Uma abordagem sobre o fenômeno, em específico poderia ser solicitada aos estudantes por meio do destaque de procedimentos que deram certo e outros que necessitaram ser ajustados.

5 Considerações Finais

Entender que o relatório consiste em uma produção escrita que possibilita evidenciar conhecimentos revelados por estudantes de Licenciatura em Química em atividades

experimentais desenvolvidas no contexto da Modelagem Matemática permeou o cerne de nossa investigação. Transpor relatórios de atividades experimentais para o contexto de aulas da disciplina de Pré-Cálculo permitiu que os estudantes deixassem transparecer tais conhecimentos, visto que essa produção escrita faz parte das aulas de disciplinas específicas do curso.

A partir de uma atividade de modelagem cuja temática foi definida em conjunto entre professora e estudantes, de modo que instrumentos simples fossem utilizados para a coleta de dados empíricos, cinco grupos produziram relatórios. Todavia, dois deles seguiram fielmente a estrutura previamente definida no âmbito da sala de aula.

Levando em consideração a Teoria Fundamentada em Dados, podemos inferir a partir da análise cuidadosa da quarta coluna do Quadro 7, que os conceitos que emergiram dos agrupamentos relativos aos conhecimentos revelados nos relatórios nos permitem realizar uma codificação focalizada. De posse dos conhecimentos revelados, quatro categorias emergiram e estão relacionadas ao problema, aos procedimentos experimentais, ao uso de softwares matemáticos e à interpretação matemática do fenômeno.

Sobre o problema: a partir da definição da situação a ser investigada, conhecimentos relativos ao fenômeno em estudo, de certa forma, subsidiaram a definição dos problemas por cada um dos grupos. O que pudemos evidenciar é que o problema permeou ações planejadas pelos estudantes de modo a organizar a coleta de dados empíricos, a considerar o comportamento gráfico do fenômeno e a interpretar os resultados. Para apresentar uma resposta para o problema, simplificações foram necessárias, considerando as especificidades das funções de uma variável real, visto que diferentes fatores poderiam influenciar, porém a temperatura e o tempo foram definitivos para ambos os grupos.

Sobre os procedimentos experimentais: desde a solicitação da produção do relatório não tivemos dúvidas que conhecimentos sobre procedimentos experimentais seriam revelados. Apesar da simplificação na coleta de dados para o fenômeno em estudo, os estudantes revelaram, na produção escrita, os encaminhamentos utilizados, bem como os materiais necessários. Evidenciamos um cuidado em detalhar os encaminhamentos e o manejo dos materiais de forma que a coleta tivesse a menor interferência de outros fatores presentes no ambiente em que estavam inseridos.

Sobre o uso de softwares matemáticos: a partir da coleta de dados, representada em imagens e tabelas, conhecimentos sobre o CurveExpert e o GeoGebra foram fundamentais na dedução do modelo matemático por meio da análise do comportamento dos dados plotados no plano cartesiano. Tais softwares auxiliaram os estudantes no desenvolvimento da atividade de modelagem, bem como na interpretação do modelo com o fenômeno em estudo. Nas aulas anteriores ao desenvolvimento da atividade, os estudantes foram familiarizados com esses softwares e os utilizaram de forma

intencional para agilizar os aspectos práticos relativos à dedução do modelo matemático para obter uma solução para o problema.

Sobre a interpretação matemática do fenômeno: com a definição do problema, os estudantes já revelam um interesse em abordar conteúdos matemáticos presentes na disciplina de Pré-Cálculo. Foi no item desenvolvimento que conhecimentos matemáticos se mostraram mais presentes, mesmo que subsidiados por softwares computacionais. Os estudantes buscaram por funções que pudessem representar um comportamento assintótico e, com isso, considerar o fenômeno de equilíbrio térmico entre líquidos com diferentes temperaturas. Para tanto, se fizeram necessários conhecimentos sobre cálculo de limites de funções a partir daquelas listadas pelo software CurveExpert ou mesmo o GeoGebra. Com isso, evidenciamos que as representações gráficas foram notórias para que estabelecessem uma articulação entre fenômeno investigado e a matemática que pudesse representá-lo.

A partir da categorização emergente na codificação focalizada pudemos evidenciar que não há uma delimitação entre as categorias, visto que se articulam, principalmente no que se refere ao uso de softwares computacionais e interpretação matemática do fenômeno. Todavia, com essa investigação pudemos adentrar em ações empreendidas pelos estudantes em um curso em que a disciplina de Pré-Cálculo é considerada de aplicação. Ou seja, atividades experimentais desenvolvidas no contexto de atividades de modelagem matemática permitem aos estudantes se envolverem com conteúdos matemáticos ao mesmo tempo em que acionam procedimentos próprios daqueles que estão habituados a realizar. Neste interim, conhecimentos são revelados a partir do produto final – o relatório.

Há de se considerar, porém, que existem limitações ao fazer uma análise de relatórios escritos. Entendemos que um acompanhamento em diferentes etapas da produção de um relatório possibilita que o pesquisador evidencie aspectos cognitivos de cada um dos integrantes do grupo por meio de interações escritas ou verbais, além de possibilitar que os mesmos revelem conhecimentos seja sobre o fenômeno em estudo seja sobre conteúdos matemáticos que podem se fazer presentes. Sendo uma possibilidade de pesquisa futura.

Além disso, como já destacado por Menino & Santo (2008), o relatório pode se constituir em um instrumento avaliativo em aulas de Matemática. No nosso caso, em aulas de Matemática do Ensino Superior em que atividades de modelagem podem ser desenvolvidas por meio de coleta de dados empíricos subsidiada por atividades experimentais. Para tanto, intencionamos em formalizar aspectos a serem avaliados, delimitar os itens que devem se fazer presentes e formalizar fases de acompanhamento com interações escritas para que os estudantes respondam ou implementem informações e cálculos no relatório.

Referências

- Almeida, L.M.W. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, 50(1), 19-30.
- Almeida, L.M.W. & Goulart, T.C.K. (2020). Recursos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 13(3), 286-297.
- Almeida, L.W., Silva, K.P. & Vertuan, R.E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Borssoi, A.H. & Almeida, L.M.W. (2004). Modelagem Matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. *Educação Matemática Pesquisa*, 6(2), 91-121.
- Carreira, S. & Baioa, A.M. (2011). Students' Modelling Routes in the Context of Objects Manipulation and Experimentation in Mathematics. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman G. (Eds). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, (pp.211-220). New York: Springer (211-220).
- Carreira S. & Baioa, A.M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. *ZDM*, 50(1/2), 201-215.
- Charmaz, K. (2009). *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Porto Alegre: Artmed.
- Laburú, C.E. (2006). Fundamentos para um experimento cativante. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23(3), 382-404.
- Mendonça, L.O. & Lopes, C.E. (2015). Planejamento de atividades de modelagem matemática: um caminho possível. *Em Teia*, 6(1), 1-24.
- Oliveira, J.R.S. (2010). Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. *Acta Scientiae*, 12(1), 39-153.
- Pollak, H. (2015). The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: G. Stillman, W. Blum, & M.S. Biembengut, *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences*, (pp.265-276). New York: Springer.
- Santos, E.R. & Pires, M.N.M. (2015). O relatório como instrumento para avaliação da aprendizagem matemática: roteiro de elaboração-correção e uma proposta de utilização. *Educação Matemática em Revista*, 45, 56-63.
- Santos, L. & Menino, H. (2020). Instrumentos de avaliação das aprendizagens em Matemática: o uso do relatório escrito, do teste de duas fases e do portfólio n. 2 Ciclo do Ensino Básico. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/msantos/Hugomenino.pdf>.
- Silva, K.A.P. (2017). Tarefas que Emergem em Atividades de Modelagem Matemática em um Ambiente Educacional de Cálculo Diferencial e Integral. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 10(1), 23-40.
- Silva, K.A.P. & Silva, J.M.G. (2020). Laboratório de química: ambiente investigativo em uma atividade de modelagem matemática. *Areté*, 14(28), 124-136.
- Silva, K.A.P. & Vertuan, R.E. (2018). Um estudo sobre as intervenções docentes em contextos de atividades investigativas no âmbito de aulas de Matemática do Ensino Superior. *Ciência & Educação*, 24(2), 501-516.
- Silva, M.B. & Trivelato, S.L.F. (2017). A mobilização do

- conhecimento teórico e empírico na produção de explicações e argumentos numa atividade investigativa de Biologia. *Investigações em Ensino de Ciências*, 22(2), 139-153.
- Souza, D.D.D. & Arroio, A. (2013). Construção de argumentos escritos: a influência da metodologia de ensino e do gênero do discurso. *Investigações em Ensino de Ciências*, 18(2), 283-297.
- Suart, R.C. & Marcondes, M.E.R. (2009). A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. *Ciências & Cognição*, 14(1), 50-74.
- Yoon, C. (2016). Visualisation for Different Mathematical Purposes. In A. Saénz-Ludlow & G. Kadunz. *Semiotics as a tool for learning mathematics: how to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts*. Rotterdam: Sense Publishers (69-88).