

CONTRIBUTOS DAS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS E DO TRABALHO COLABORATIVO PARA O ACESSO ÀS FERRAMENTAS CULTURAIS DA MATEMÁTICA

Ricardo Machado¹

Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Unidade de
Investigação Educação e Desenvolvimento

Margarida César

Universidade de Lisboa, Instituto de Educação

RESUMO

Em Portugal, a disciplina de Matemática é frequentemente associada a elevadas taxas de insucesso académico, sentimentos de frustração e desinteresse, por parte dos alunos, e à construção de representações sociais negativas que os mesmos revelam acerca dessa disciplina. Acedermos às representações sociais que os alunos constroem sobre a Matemática é importante para desenvolvermos práticas, em aula, que lhes possibilitem aceder ao sucesso escolar. O trabalho colaborativo assume-se como ferramenta mediadora entre os alunos, o professor e os conhecimentos matemáticos. Para tal, é preciso existir um contrato didáctico coerente, recorrendo a tarefas de natureza diversificada e a um sistema de avaliação adequado, promovendo o acesso dos alunos às ferramentas culturais da Matemática. A construção de espaços/tempos dialógicos, associados ao trabalho colaborativo, permite-lhes apropriarem os conhecimentos matemáticos, bem como desenvolverem capacidades e competências, tais como argumentação sustentada, autonomia, responsabilização e sentido crítico. Possibilita, também, que os alunos actuem como participantes legítimos nos processos de aprendizagem, promovendo formas de distribuição de poder, que contribuam para dar voz(es) a todos os participantes. Este trabalho insere-se no projecto *Interacção e Conhecimento*. Assume um paradigma interpretativo e um *design* de investigação-acção. Os participantes foram os alunos de uma turma de 8.º ano de escolaridade, o professor/investigador e outros dois observadores. Os instrumentos de recolha de

¹ ricardojrmachado@gmail.com

dados foram um instrumento de avaliação de capacidades e competências (matemáticas), tarefas de inspiração projectiva, questionários, observação, conversas informais, recolha documental e protocolos dos alunos. O tratamento e análise de dados baseou-se numa análise de conteúdo narrativa, sucessiva e aprofundada, de onde emergiram categorias indutivas de análise. Os resultados apresentados focam-se na trajectória de participação, em aula, da Paula (nome fictício), escolhida enquanto exemplo paradigmático. Analisamos as três tarefas de inspiração projectiva e alguns elementos relativos aos desempenhos matemáticos. Iluminam-se as potencialidades que o trabalho colaborativo pode ter na mudança e/ou manutenção das representações sociais sobre a Matemática, na apropriação dos conhecimentos (matemáticos), na mobilização e/ou desenvolvimento de capacidades e competências (matemáticas), bem como nos processo de socialização dos alunos.

Palavras-chave: Matemática, representações sociais, trabalho colaborativo, interacções dialógicas.

ABSTRACT

In Portugal, Mathematics is often connected to high academic underachievement, students' feelings of frustration and lack of interest, and the construction of negative social representations about that subject. Having access to the students' social representations about Mathematics is important in order to develop practices that allow them to have access to school achievement. Collaborative work, particularly peer interactions and small groups work, can be used as a mediational tool between the students, the teacher, and mathematics knowledge. In order to do that, one needs to negotiate a coherent didactic contract, using tasks with diverse natures and an adequate evaluation system, promoting students' access to the mathematics cultural tools. The construction of dialogical spaces/times, associated with collaborative work, allows students to appropriate mathematics knowledge, as well as to develop abilities and competencies such as a sustained argumentation, autonomy, accountability, and critical sense. It also allows students to become legitimate participants in the learning processes, promoting more equitable ways of distributing power, which facilitates giving voice(s) to all

participants. This work is part of the *Interaction and Knowledge* project. It assumed an interpretative approach and an action-research design. The participants were the 8th grade students from this class, the teacher/researcher and two other observers. Data was collected through an instrument to evaluate students' (mathematical) abilities and competencies, tasks inspired in projective techniques, questionnaires, informal conversations, observation, documents and students' protocols. Data was treated and analysed through a narrative content analysis performed in a successive and in-depth way, from which inductive categories emerged. We analyse Paula's (pseudonym) trajectory of participation, particularly in class, chosen as a paradigmatic example. We analyse the three tasks inspired in projective techniques and some features of her mathematical performances. The results illuminate the potentialities of collaborative work in order to change and/or maintain students' social representations about Mathematics, in their appropriation of (mathematical) knowledge, in their mobilization and/or development of (mathematical) abilities and competencies, as well as in students' socialization processes.

Keywords: Mathematics, social representations, collaborative work, dialogical interactions.

INTRODUÇÃO

A sociedade dita ocidental caracteriza-se pela exigência para com os cidadãos que nela habitam. É dinâmica, procurando educar pessoas competentes, perspicazes e culturalmente preparadas para ultrapassarem as dificuldades e desafios quotidianos. Tornou-se uma sociedade do conhecimento, onde o acesso à informação e aos meios tecnológicos constitui uma mais-valia e, para muitos, uma necessidade (César & Kumpulainen, 2009). Aqueles que não têm acesso a estes meios vivenciam formas, mais ou menos subtis, de exclusão, sendo o abandono precoce da Escola uma das mais extremas e preocupantes (César, 2002, 2003, 2009, 2011; César & Oliveira, 2005; Oliveira, 2006; Vieira, 2001). De salientar que o insucesso escolar é cumulativo e selectivo (César, 1994), ou seja, quem já o vivenciou tem maiores probabilidades de o vir a experienciar novamente e não afecta igualmente todas as pessoas, sendo as minorias vulneráveis e os filhos de pais com poucas habilitações literárias os que mais frequentemente são afectados pelo insucesso escolar (César, 2009, 2013; Rodrigues, Roldão, Nóvoas, Fernandes, & Duarte, 2010).

Em Portugal, os alunos têm vindo a desinteressar-se pela Escola, particularmente no que diz respeito à disciplina de Matemática, construindo representações sociais negativas, sustentadas pelas diversas interacções sociais que estabelecem, nomeadamente nas vivências escolares, bem como pelo que é assumido e difundido pela família, pelos *media* e pela sociedade em geral (César, 2011; Machado, 2008; Machado & César, 2012; Piscarreta, 2002; Ramos, 2003). Para além disso, novas problemáticas surgiram quanto ao acesso ao sucesso escolar dos alunos, com o recente alargamento da escolaridade obrigatória para os 18 anos de idade ou para a conclusão do ensino secundário, caso esta ocorra antes dessa idade (AR, 2009). Este alargamento da escolaridade obrigatória tem subjacentes dois grandes desafios, do ponto de vista curricular: (1) Como conseguir o acesso dos alunos ao sucesso escolar até ao final do ensino secundário quando Portugal ainda se confronta com elevadas taxas de insucesso escolar no 3.º ciclo do ensino básico, bem como de abandono escolar precoce (Machado & César, 2012; Strecht, 2008)?; e (2) Como podem as práticas, em aula, sobretudo numa disciplina

tão frequentemente rejeitada como a Matemática, contribuir para que os alunos acedam às ferramentas culturais dessa forma de conhecimento? Estas duas questões, que são essenciais, levaram-nos a conceber um estudo que iluminasse possíveis respostas para ultrapassar os níveis de insucesso escolar, de abandono escolar precoce e as representações sociais negativas numa turma de alunos que participavam em minorias vulneráveis e frequentavam o 8.º ano de escolaridade, numa escola da grande Lisboa.

Por outro lado, não podemos ignorar o papel decisivo da Matemática para o prosseguimento de estudos, quer em cursos profissionais quer para a entrada no ensino superior, configurando a existência de sentimentos de incapacidade e frustração nos alunos que, ao rejeitarem esta disciplina, acabam por se sentirem obrigados a mudar as escolhas vocacionais e profissionais, para escolherem cursos onde a Matemática não seja necessária, ou onde ela tenha um papel de menor relevo (César, 2003, 2009, 2013). Estes sentimentos negativos, sensação de ser incapaz de desenvolver actividades matemáticas e as frustrações que lhe estão inerentes, são também descritos pelas famílias, sobretudo quando se trata de pais pouco literados e que participam em minorias vulneráveis, sendo em muitos casos também afectados por fenómenos de pobreza (César, 2011). Deste modo, torna-se necessário intervir ao nível das práticas, em aula, ou seja, quando se passa do currículo prescrito para o currículo real (Pacheco, 2005), que Sacristán (2000) designa como currículo em acção. É essencial contribuirmos para a criação de cenários de educação formal onde os conhecimentos sejam apropriados e lhes sejam atribuídos sentidos pelos alunos (Bakhtin, 1929/1981), facilitando que estes os consigam mobilizar em situações futuras, ou seja, favorecendo o que Abreu, Bishop e Presmeg (2002) e Zittoun (2006) designam por transições. Assim, estudar e compreender as representações sociais que os alunos constroem sobre a Matemática, associando-as aos desempenhos desses mesmos alunos, em aula, permite-nos desenvolver práticas que facilitem a mudança dessas mesmas representações sociais, nomeadamente recorrendo ao trabalho colaborativo, à elaboração, selecção e/ou adaptação de tarefas matemáticas sustentadas no estabelecimento de conexões entre os conhecimentos que os alunos já apropriaram, inclusive em contextos exteriores à escola, e os conhecimentos matemáticos que

pretendemos que eles apropriem. Estas representações sociais são produto de um processo interactivo, social e cultural, pelo que os outros, enquanto parte integrante do *dialogical self* (César, 2013; Hermans, 2001; Ligorio & César, 2013), contribuem para as representações sociais que cada aluno interioriza e desenvolve. Daí que as interacções sociais, nomeadamente em aula, possam contribuir para mudar as representações sociais dos alunos. De realçar também a necessidade de conceber e operacionalizar um processo de avaliação diferente do habitual, mas coerente com essas práticas, onde o carácter auto-regulador das aprendizagens seja sublinhado (César, 2007, 2009, 2013, in press).

Assim, o problema que deu origem a esta investigação é a construção de representações sociais negativas, em relação à Matemática, por parte de muitos alunos, configurando a falta de empenho nas actividades matemáticas desenvolvidas em aula e o (in)sucesso nesta disciplina. Neste artigo, iremos abordar as seguintes questões de investigação: (1) Quais as representações sociais da Matemática, no início do ano lectivo, dos alunos de uma turma de 8.º ano de escolaridade de uma escola pública do ensino regular diurno? (2) Que mudanças se observam nessas representações sociais, ao longo do ano lectivo? e (3) Quais os impactes destas representações sociais para a apropriação de conhecimentos matemáticos e mobilização/desenvolvimento de capacidades e competências desses mesmos alunos?

Para procurar responder a estas questões, desenvolvemos um projecto de investigação-acção, durante um ano lectivo, numa turma de 8.º ano de escolaridade, de uma escola dos arredores de Lisboa, situada num meio económico e sócio-culturalmente desfavorecido, onde co-existiam diversas culturas minoritárias, socialmente pouco valorizadas, ou seja, aquelas que designamos por culturas vulneráveis.

QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO

Algumas questões essenciais em educação matemática

Ao longo das últimas décadas, a concepção de como devem ser os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática tem sofrido várias alterações (Matos, 2010). Para essas mudanças têm concorrido elementos de índole política, económica, social e cultural, que configuram a forma de operacionalização dessa concepção, nas práticas (Serrazina, 2010). Por exemplo, na década de 80 e nos primeiros anos da década de 90, do século XX, muitas pessoas acreditavam que o ensino expositivo era a forma de ensino por excelência, na qual o professor era o detentor de todo o conhecimento e o aluno era um elemento bastante passivo, na relação triádica professor/aluno/ conhecimento (César, 2001). A sua função era receber e reproduzir esse conhecimento, através de processos de repetição e de mecanização de algoritmos e exercícios ou, como Skovsmose (2000) afirma, trata-se do paradigma do exercício, em que existe uma e uma só estratégia de resolução correcta. Contudo, como é sustentado no estudo realizado por Kislenko (2011), esta forma de actuação tornava a Matemática pouco apelativa, desagradável e desinteressante para os alunos, quando estes tinham que “(...) memorizar cegamente as fórmulas, calcular demasiadas coisas e resolver exercícios rotineiros todo o tempo” (p. 55). Actualmente, os processos de ensino devem permitir aos alunos realizarem aprendizagens que lhes possibilitem, não só apropriar os conhecimentos (matemáticos) necessários, como desenvolver e/ou mobilizar capacidades e competências, que possam utilizar, no futuro, em situações problemáticas, ou seja, noutros contextos, cenários e/ou situações. Desta forma, os alunos são colocados no centro da relação triádica professor/aluno/conhecimento, na qual assumem um papel mais activo e interventivo e em que o professor assume um papel de moderador das aprendizagens.

Uma das finalidades do ensino da Matemática, em Portugal, prende-se com a promoção da apropriação de “(...) informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados” (Ponte et al., 2007, p. 3, maiúscula no original). Desta argumentação emergem dois aspectos essenciais: (1) que aprender Matemática é mais do que a simples memorização de algoritmos e a repetição dos mesmos em exercícios repetitivos, isto é, deve corresponder a mais do que meramente construir conhecimento instrumental (Skemp, 1978); e (2) a importância do desenvolvimento

da *materacia* (Skovsmose, 2000), ou seja, o ser capaz de mobilizar os conhecimentos matemáticos apropriados e as capacidades e competências desenvolvidas, em diversos contextos, cenários e/ou situações do dia-a-dia, o que pressupõe a promoção, não de um conhecimento instrumental, mas sim de um conhecimento relacional (Skemp, 1978).

Por forma a operacionalizar as recomendações descritas nos documentos de política educativa nacionais (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999; Ponte et al., 2007) e internacionais (NCTM, 2007; Santiago, Donaldson, Looney, & Nusche, 2012), nomeadamente no que respeita ao ensino e à aprendizagem da Matemática, deve-se ter em consideração alguns aspectos essenciais, em relação à gestão do currículo prescrito (Pacheco, 2005), tais como a natureza das tarefas propostas, as formas de trabalho desenvolvidas e o processo de avaliação das aprendizagens dos alunos. Para além disso, é importante que os professores tenham um conhecimento sustentado acerca dos alunos pois, como afirma Oliveira (2007), para a “(...) construção local do currículo os professores precisam conhecer e compreender como as crianças e os jovens aprendem” (p. 67). Assim, os professores precisam de uma sólida preparação em relação aos conteúdos curriculares abordados, mas também em relação às características de jovens da faixa etária que ensinam, nomeadamente no que se refere a como se processam o desenvolvimento e a aprendizagem, ou seja, uma preparação psico-pedagógica.

Em relação à natureza das tarefas matemáticas propostas, é essencial perceber que diferentes tipos de tarefas matemáticas proporcionam diferentes oportunidades de aprendizagem aos alunos (Boston & Wolf, 2006) e que o desenvolvimento da própria actividade matemática, em torno da resolução dessas tarefas, é diferente, pois é configurada pela natureza das mesmas (César, 2009; Garrison, 2011; Machado & César, 2012; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Assim, se pretendemos que os alunos realizem aprendizagens atribuindo-lhes sentidos (Bakhtin, 1929/1981), vivenciando o maior número de experiências de aprendizagem possíveis (Abrantes, 1994), é necessário que as tarefas matemáticas propostas sejam variadas e promovam um elevado nível de exigência cognitiva (Boston & Wolf, 2006; Stein, Grover, & Henningsen, 1996). Segundo estes autores, este tipo de tarefa é caracterizada por criar oportunidades que permitem aos alunos

estabelecer conexões entre os conceitos (matemáticos) e as várias representações, possibilitando abordagens diferentes para a mesma tarefa, consoante o conhecimento (matemático) anteriormente apropriado por cada um. Também facilitam a realização de procedimentos que os alunos compreendem e aos quais não recorrem apenas de uma forma mecanizada, criando mais e melhores oportunidades para a comunicação (matemática). É este tipo de tarefas matemáticas que permite promover nos alunos o conhecimento relacional (Skemp, 1978), bem como estabelecerem conexões entre as culturas em que participam fora da escola e as culturas de escola, ou seja, realizando o que Abreu e seus colaboradores (2002), César (2009, 2013) e Zittoun (2006) designam por transição de conhecimentos entre diferentes contextos, cenários e/ou situações. Em última instância, estas tarefas contribuem para o desenvolvimento de uma Educação Matemática crítica (Alrø, Ravn, & Valero, 2010), que problematiza a sociedade e as culturas em que se participa, para além de permitir apropriar conhecimentos matemáticos.

Neste contexto, é importante criar espaços de pensamento (Perret-Clermont, 2004) ou, como os designa César (2009), espaços/tempos de pensamento, nos quais os alunos possam interagir dialogicamente, expressando pontos de vistas diferentes, formas de pensamento diversificadas, estratégias de resolução diferentes para uma mesma tarefa matemática, mas também dúvidas e inseguranças. Desta forma, pretende-se que os alunos actuem como participantes legítimos de uma comunidade de aprendizagem (Lave & Wenger, 1991). Contudo, isso só é possível se a avaliação for coerente com as práticas e com o trabalho desenvolvido em aula, isto é, se operacionalizarmos uma avaliação reguladora (Santos et al., 2010), que segundo estes autores é uma avaliação que é "(...) pensada e posta em prática com o principal propósito de contribuir para a aprendizagem dos alunos" (p. 105). Com isso pretendemos salientar que a avaliação não deve ser reduzida a uma classificação atribuída nos momentos formais de avaliação individual (avaliação sumativa), devendo ser encarada como um processo dialógico e (re)negociado, entre o professor e os alunos, que inclui diversos momentos de avaliação formativa, onde não é atribuída uma classificação quantitativa, embora possa ser fornecido um *feedback* escrito aos alunos, ou seja, que é auto-reguladora das aprendizagens. A avaliação deve ser transparente e englobar diversos instrumentos (e não um único

instrumento de avaliação individual, vulgarmente designado por teste), bem como diversas modalidades (individual, a pares, em grupo), uma vez que é esta diversidade que permite aos alunos terem várias formas de expressão, abrangendo diversas dimensões do conhecimento e possibilitando abarcar aspectos que, apenas num teste, podem ficar ocultos (César, 2009, 2013, in press; Ventura, 2012). Se uns alunos obtêm melhores desempenhos escritos, outros conseguem atingi-los com mais facilidade oralmente; se uns preferem questões mais directas, outros apreciam perguntas de desenvolvimento, ou trabalhos de grupo, com uma forte componente de pesquisa na *internet*, havendo ainda alunos para quem as composições matemáticas, ou os trabalhos de projecto, constituem as formas ideais de avaliação das aprendizagens. Por isso mesmo, para que a avaliação possa ser mais justa e adaptada às características de todo e qualquer aluno – como salientam os princípios da educação inclusiva e da educação intercultural (César, 2009, 2013; César & Ainscow, 2006; UNESCO, 1994) – ela deve ser diversificada quanto aos instrumentos de avaliação e quanto aos momentos em que se realiza.

Os professores, ao terem em consideração os vários aspectos mencionados anteriormente, precisam de também estar cientes que estes são dinâmicos e interagem dialogicamente, em contextos cada vez mais multiculturais (César, 2009; César & Oliveira, 2005; Santiago et al., 2012). Os alunos participam em diferentes culturas, apresentam conhecimentos, estratégias de resolução e formas de pensamento diversificados, bem como diferentes capacidades e competências que já conseguem mobilizar. Ao considerar a Matemática como prática social (Cobb, 2006), realça-se que o contexto social e cultural em que os alunos participam é importante e que pode trazer contributos relevantes para os processos de aprendizagem matemática. Mas também pode constituir uma barreira, se a forma de ensinar e aprender Matemática for monocromática, recorrendo apenas a um tipo de ensino e, sobretudo, de tarefas e instrumentos de avaliação. Trazer para dentro das salas de aula a diversidade cultural é um dos aspectos-chave no processo de construção de sentidos matemáticos. É quando se desenvolvem práticas baseadas na inclusão e na diversidade (cultural), nas quais a Matemática é utilizada como ferramenta cultural (Vygotsky, 1934/1962), que mais se promove a equidade no acesso às ferramentas culturais da Matemática (Cobb & Hodge, 2007), fomentando uma Educação Matemática crítica (Alrø et al., 2010).

Representações sociais, poder e voz(es)

As representações sociais são um conceito dinâmico, multifacetado. Na construção e interiorização das representações sociais, os jogos interactivos, ou seja, as interacções com os outros, desempenham um papel fundamental. Por isso, podem mudar, ao longo dos tempos (Marková, 2005; Moscovici, 2000), uma vez que as interacções sociais são uma constante nas trajectórias de participação ao longo da vida (César, 2013). Jodelet (1989) define representação social como “Uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, com um objectivo prático e contribuindo para a construção de uma realidade comum a um conjunto social” (p. 36). Desta definição emergem dois aspectos importantes a ter em consideração: (1) as representações sociais não são construídas num vazio social, pelo que se desenvolvem através das interacções sociais que estabelecemos com os grupos sociais em que participamos, o que ilumina o carácter dinâmico das mesmas; e (2) a produção de sentidos, internalizados pelos participantes, sustentados pelas interacções entre os indivíduos e o meio envolvente. Assim, como sustenta Moscovici (2000), as representações sociais permitem iluminar (desocultar as diversas interpretações da realidade) e incluir (incorporar novos conhecimentos ou acontecimentos em esquemas familiares), isto é, surgem como reprodução, mas também enquanto uma (re)construção da realidade, que cada indivíduo opera. Como tal, nos processos de construção das representações sociais entram em jogo as dimensões sócio-cognitivas e emocionais de cada indivíduo, bem como as dos diversos grupos em que participa, o que acentua o carácter complexo e multifacetado destas mesmas representações sociais, bem como a sua importância nos processos de ensino e de aprendizagem, em particular na disciplina de Matemática.

Jodelet (1989) considera a representação social como o produto e o processo de uma elaboração psicológica e social do real:

(...) ao estudá-la como produto procuramos apreender o seu conteúdo e sentido através dos seus elementos constitutivos: informações, crenças, imagens, valores, expressos pelo sujeito (...); ao estudá-las como processo, estamos interessados na relação entre

a estrutura da representação e as suas condições sociais da produção, bem como nas práticas sociais que induz e justifica. (p. 47)

Esta clarificação leva-nos a apercebermo-nos das características fundamentais das representações sociais, bem como do contributo que o seu estudo pode trazer para o conhecimento e a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem, nomeadamente em Matemática. Jodelet (1989) aponta cinco características das representações sociais: (1) é sempre uma representação de algo (por exemplo, pessoas, objectos, acontecimentos, internos ou externos à pessoa); (2) é um processo pelo qual se estabelece uma relação entre a pessoa e o real, pelo que não é uma reprodução da realidade que seja igual para todas as pessoas; (3) assume um carácter simbólico e é atribuído um sentido acerca do que é interpretado; (4) tem um carácter construtivo, pelo que permite mudanças, ao longo do tempo; e (5) assume um carácter autónomo e criativo, que está associado ao processo de construção da representação social. Assim, conhecer as representações sociais dos alunos, em relação à Matemática, desde o início do ano lectivo, é um aspecto essencial para conseguirmos promover não só o gosto e interesse por esta disciplina (Abrantes, 1994), mas também o acesso ao sucesso escolar, motivando e envolvendo os alunos nas actividades matemáticas, particularmente as que são propostas em cenários formais de aprendizagem, como as aulas do ensino regular.

Se as representações sociais são construídas e transformadas dinamicamente (Abreu & Gorgorió, 2007), em interacção com os outros, também são dialógicas. Portanto, são comunicáveis (Marková, 2005). Mas, para lhes aceder, é necessário que os alunos as consigam comunicar, o que faz emergir dois aspectos essenciais, nas relações entre professor e alunos: (1) a importância dos processos comunicacionais estabelecidos; e (2) as questões relacionadas com o poder (Apple, 1995; César, 2010), associadas à noção de voz(es) (Wertsch, 1991). Porém, comunicação e poder estão inter-relacionados, fazendo ambos parte dos processos interactivos em jogo.

No que se refere aos processos comunicacionais, os cenários de educação formal devem favorecer o estabelecimento de interacções sociais dialógicas (Renshaw, 2004), quer verticais (professor/aluno) quer horizontais (aluno/aluno), ou seja, entre pares. O trabalho colaborativo tem-se revelado particularmente adaptado

para promover este tipo de comunicação, assumindo um papel essencial na promoção de representações sociais mais positivas em relação à Matemática (César, 2009, 2013; Machado, 2008; Machado & César, 2010, 2012), assim como em ciências (Courela, 2007; Silva, 2008).

As questões de poder existem em qualquer relação interpessoal, nomeadamente na relação professor/alunos, tanto mais que são os professores que legitimam o que é aceite como conhecimento matemático em cenários de educação formal, como as aulas (Apple, 1999; César, 2010). Mas, ao contrário do que muitas vezes se pressupõe, as relações de poder também configuram as interações entre pares, ou seja, entre alunos, mesmo quando estes são de um mesmo nível etário e participam na mesma turma (César, 2003, 2009). Desta forma, sobretudo no início do ano lectivo, existem elementos que assumem mais poder e expressam mais as suas vozes, enquanto que as de outros são mais frequentemente silenciadas (Apple, 1995; César, 2002, 2009, 2010, 2013, in press). Assim, (re)distribuir o poder é um elemento essencial para a promoção da inclusão escolar e social, especialmente importante quando nos referimos às minorias culturais socialmente pouco valorizadas, mas também quando se pretende promover equidade na educação (Cobb & Hodge, 2007) e justiça social entre os cidadãos (Alrø et al., 2010; César & Kumpulainen, 2009; Ligorio & César, 2013; Smyth, Angus, Down, & McInerney, 2009).

Como salienta César (2013), “Atribuir poder aos estudantes e facilitar o seu envolvimento nas actividades da escola é uma forma de promover o desenvolvimento cognitivo, social e emocional” (p. 156). Para que se possibilite a distribuição de poder é importante conceber cenários de educação formal nos quais se promovam mecanismos de *inter-empowerment* (César, 2013), ou seja, em que aqueles que detêm mais poder – como os professores, na escola – ponham em acção mecanismos que permitam distribuir poder pelos que têm menos voz(es), ou seja, pelos alunos, sobretudo os que são mais vulneráveis e que, por isso mesmo, tendem a assumir menos a(s) sua(s) voz(es). As diversas formas de actuação e reacção dos professores que possibilitam aos alunos desenvolver a resiliência, uma auto-estima, geral e académica, mais positiva, ou uma trajectória de participação ao longo da vida que seja mais intercultural e mais inclusiva, onde todos tenham

voz(es), constituem exemplos de mecanismos de *inter-empowerment*. Este tipo de mecanismos de distribuição do poder, como afirma César (2013), são estabelecidos socialmente, entre parceiros sociais, pelo que são aspectos essenciais de promoção de justiça social, nomeadamente nas escolas e em outros cenários de educação formal. O processo de avaliação também se pode constituir como um mecanismo de *inter-empowerment*, como ilustra César (2013), nomeadamente quando se desenvolvem formas de avaliação que contribuem para a auto-regulação das aprendizagens e para a participação legítima dos alunos (César, 2007; Lave & Wenger, 1991). Porém, como esta autora sublinha, depois de serem postos em acção mecanismos de *inter-empowerment* é necessário que os participantes os internalizem e os transformem em mecanismos de *intra-empowerment*, para que os consigam já utilizar de forma autónoma, mesmo quando trabalham individualmente, ou até, quando trabalham em cenários e situações em que se sentem hostilizados.

Segundo César (2013), os mecanismos de *inter-empowerment* podem ser directamente observáveis, por exemplo quando se observam aulas e os processos interactivos nelas existentes, quando se analisam respostas abertas a questionários, ou excertos de entrevistas e conversas informais. Porém, os mecanismos de *intra-empowerment* habitualmente só podem ser inferidos a partir das formas de actuação e reacção dos participantes, pelo que as representações sociais assumem especial relevância no acesso a estes mecanismos. Assim, conhecer e compreender as representações sociais que os alunos constroem sobre a Matemática é uma forma de desocultar vozes que poderiam ser silenciadas, bem como um primeiro passo na distribuição de poder entre os vários intervenientes de uma turma. Esta forma de actuação revela-se particularmente importante se pretendermos que esse grupo-turma se constitua como uma comunidade de aprendizagem, onde os participantes consigam passar de participantes periféricos a participantes legítimos, quando desenvolvem actividades de matemática escolar (César, 2007, 2009, 2013; Machado & César, 2010, 2012).

Contributos do trabalho colaborativo para o acesso ao sucesso escolar

Ao assumirmos uma perspectiva histórico-cultural (César, 2009, 2013; Roth & Radford, 2011; Vygotsky, 1934/1962) e situada da aprendizagem (César, 2007, in

press; Lave & Wenger, 1991), em relação à Matemática, torna-se essencial, em aula, termos em consideração as culturas em que os diversos agentes educativos, nomeadamente os alunos, participam. Especial atenção deve também ser atribuída às experiências vividas em cada trajetória de participação ao longo da vida (César, 2013), bem como aos conhecimentos, capacidades e competências que alunos desenvolveram. Assim, podemos facilitar que construam novos conhecimentos e experiências de aprendizagem (Abrantes, 1994), permitindo-lhe desenvolverem capacidades e competências essenciais ao exercício de uma cidadania activa e crítica (Abrantes, 1994; César, 2009, 2013, in press; Machado & César, 2012; Oliveira, 2006, 2007). A aprendizagem deve ser perspectivada segundo uma abordagem dialógica, que se centra no modo como os alunos e o professor constroem sentidos partilhados, nas suas respectivas formas de actuação e reacção em cenários de educação formal e nos “(...) recursos que são dados aos alunos para se apropriarem das ferramentas culturais e dos modos de compreensão dos problemas e das situações” (Säljö, 1994, p. 88). Assim, como salientam Kumpulainen, Krokfors, Lipponen, Tissari, Hilppö e Rajala (2010) ou Kumpulainen e Lipponen (2010), é essencial que os processos interactivos, desenvolvidos em aula, possibilitem que os alunos se tornem agentes, ou seja, que se assumam enquanto participantes legítimos do seu próprio processo de aprendizagem. Como iluminam estas autoras, o que designam por *agency* promove-se através de formas de actuação e reacção dos professores que favoreçam a distribuição do poder e o trabalho colaborativo, ou seja, o que César (2013) designa por formas de actuação e reacção que têm subjacente, implícita ou explicitamente, o desenvolvimento de mecanismos de *inter-empowerment*, uma vez que são estes mecanismos que permitem aos alunos assumirem-se como participantes legítimos naquela comunidade de aprendizagem. Nestes cenários de aprendizagem as formas de actuação e reacção dos professores pretendem dar voz(es) aos alunos, facilitando a apropriação de conhecimentos e, ainda, a mobilização e o desenvolvimento de capacidades e competências cognitivas, sociais e emocionais, essenciais para o exercício de uma cidadania activa e crítica.

Ao afirmar que “(...) a construção do conhecimento como um empreendimento dialógico e interactivo” (Marková, 2007, p. 2), está subjacente a argumentação de

que a construção do conhecimento se sustenta na interacção mediada por artefactos culturais (Vygotsky, 1934/1962), ou seja, como afirma Sfard (2001, 2008), que aprender é comunicar e mesmo pensar é comunicar. Neste contexto, o trabalho colaborativo, nomeadamente em díade e/ou em pequenos grupos, assume especial importância. Este pode actuar como um mediador entre as diversas culturas em que os alunos participam e as culturas de escola, incluindo as aprendizagens escolares a que se pretende que os alunos tenham acesso. Assim, torna-se importante que o professor trabalhe na zona de desenvolvimento proximal (ZDP) de cada aluno (Vygotsky, 1934/1962), para que promova o seu desenvolvimento. Segundo este autor, a ZDP é a distância entre as capacidades e competências que alguém consegue mobilizar quando trabalha autonomamente (desenvolvimento real) e as que mobiliza quando trabalha com um par mais competente (desenvolvimento potencial). Mas, o mais importante, é que trabalhando na ZDP de cada aluno, o que hoje é desenvolvimento potencial será, passado algum tempo, desenvolvimento real, ou seja, o que os alunos apenas conseguem fazer interactivamente, com a colaboração de pares – que actualmente se sabe que tanto podem ser mais como menos competentes, pois o essencial é a qualidade dos processos interactivos – poderão vir a conseguir realizar de forma autónoma mais tarde, o que salienta o carácter excepcionalmente importante das interacções sociais nos processos de aprendizagem (César & Kumpulainen, 2009; Ligorio & César, 2013). Como salientam Roth e Radford (2011), “Vygotsky tinha um profundo sentido de que o desenvolvimento cultural da criança é função da sua interacção com os outros – dentro de instituições como a família ou escola – em tarefas que excediam as suas capacidades reais” (p. 91), o que ilustra outro aspecto fundamental: a importância da natureza das tarefas que são propostas aos alunos (César, 2003, 2009; Machado & César, 2012; Ventura, 2012).

Mas, para que os alunos consigam trabalhar na ZDP de cada um deles, assumindo alternadamente o papel de par mais competente (César, 2009, 2013; Machado & César, 2010, 2012), é necessário negociar com eles um contrato didáctico inovador (César, 2003; Schubauer-Leoni, 1986), que promova cenários nos quais os alunos possam interagir dialogicamente, construindo uma intersubjectividade (Werstch, 1991), isto é, sentidos partilhados pelos diversos intervenientes. Nesse contrato inovador, o professor assume um papel de mediador,

orientador e facilitador das aprendizagens (César, 2009, 2013; Machado & César, 2012). Tem a função de estimular os alunos a envolverem-se nas actividades matemáticas, através da natureza das tarefas propostas, das instruções de trabalho fornecidas, das formas de actuação (explícitas e implícitas) durante dois momentos de trabalho, característicos de quando se desenvolvem práticas colaborativas: em díade ou em pequenos grupos; e nas discussões gerais, em grande grupo, ou seja, abrangendo o grupo-turma. Nesses momentos podem emergir conflitos entre as várias *I-positions* (Hermans, 2001), que cada elemento assume, numa determinada situação, bem como conflitos sócio-cognitivos (Doise & Mugny, 1981), que resultam do confronto entre as argumentações, formas de pensamento e estratégias de resolução diferentes, como ilustrámos em algumas das análises de processos interactivos já efectuadas (César, 2009; Machado & César, 2012).

Desta forma, trabalhar colaborativamente contribui para o estabelecimento de comunidades de aprendizagem (César, 2007, 2013; Lave & Wenger, 1991), uma vez que propicia cenários de educação formal onde se estabelecem interacções sociais dialógicas (Renshaw, 2004), quer horizontais quer verticais, que configuram a apropriação de conhecimentos com sentido, bem como a mobilização e/ou desenvolvimento de capacidades e competências, tais como a argumentação sustentada, o espírito crítico, a tomada de decisões, a observação, ou a análise de dados (César, 2003, 2009; Ligorio & César, 2013; Perret-Clermont, Pontecorvo, Resnick, Zittoun, & Burge, 2004). Porém, para se desenvolver trabalho colaborativo, não basta sentar os alunos lado-a-lado. É necessária formação, por parte dos professores, que os leve a saber utilizar critérios de formação das díades e grupos que favoreçam o trabalho na ZDP de cada aluno, assim como saber seleccionar, adaptar e/ou elaborar tarefas que respondam às necessidades, características e interesses de cada turma, proporcionando a participação em actividades matemáticas de elevada qualidade. Por isso mesmo, a formação inicial e contínua de professores, não sendo uma garantia de qualidade da educação, é um elemento essencial quanto às possibilidades de actuação que fazem parte do leque de opções que o *know-how* de cada professor lhe permite ter. Tal como salienta César (2008, 2013), sem que se desenvolva uma consciência epistemológica dos professores, não é possível pensar uma educação de qualidade para todos os alunos.

METODOLOGIA

Esta investigação faz parte do projecto *Interação e Conhecimento* (IC) que apresentava como principais objectivos: (1) estudar e promover o trabalho colaborativo, nomeadamente em díade e pequenos grupos, em cenários de educação formal; e (2) promover ambientes de aprendizagem mais inclusivos (César, 2003, 2007; César & Santos, 2006), através de uma educação intercultural (César, 2009, 2013). Também pretendia melhorar os desempenhos escolares dos alunos e mobilizar/desenvolver competências sócio-cognitivas e emocionais. O projecto IC teve a duração formal de 12 anos (1994/95 a 2005/06) e abrangeu três *designs* de investigação: (1) estudos *quasi* experimentais; (2) projectos de investigação-acção; e (3) estudos de caso (para mais detalhes, ver César, 2009, 2013; Hamido & César, 2009; Ventura, 2012).

O *Design 1*, estudos *quasi* experimentais (Carvalho, 2001; Monteiro, 2003), pretendia estudar detalhadamente as características dos processos interactivos e da formação de díades, bem como a influência da natureza das tarefas e das instruções de trabalho nos desempenhos dos alunos. É um nível que complementa e alarga o trabalho iniciado anteriormente por César (1994) e que permite estudar, detalhadamente, a partir de condições empíricas específicas, os elementos que configuram os jogos interactivos, em cenários de educação formal. É também essencial para estudar questões teóricas que precisam do recurso a diversas condições empíricas, que analisam pormenores dos processos interactivos, contribuindo, posteriormente, para que as práticas possam vir a ser melhoradas, nos projectos de investigação-acção, que assumem um carácter mais interventivo (César, 2009, 2013; Hamido & César, 2009; Ventura, 2012).

O *Design 2*, de investigação-acção, caracterizou-se pelo desenvolvimento do trabalho colaborativo em aula, pelo menos durante um ano lectivo, fazendo apelo a conhecimentos apropriados nos estudos realizados no âmbito dos estudos *quasi* experimentais. Os projectos de investigação-acção assumiam como principais objectivos estudar e promover as interacções sociais dialógicas, entre pares, na apropriação de conhecimentos e na mobilização/desenvolvimento de capacidades e

competências, bem como identificar os diferentes tipos de interacção estabelecidos entre cada par e compreender o papel mediador das interacções sociais nos desempenhos dos alunos (César, 2003, 2009, 2013, in press; Dias, 2008; Machado, 2008). Sendo projectos de investigação-acção, caracterizam-se por terem um carácter nítido de intervenção, como salientam Mason (2002) e McNiff e Whitehead (2002). Este *design* constituía já o objectivo último traçado por César (1994), quando afirmava pretender desenvolver, com os professores, projectos de investigação-acção que pudessem beneficiar dos conhecimentos apropriados naquele trabalho e, simultaneamente, devolver questões de investigação ao *Design 1*, constituído pelos estudos *quasi* experimentais. É no *Design 2* que se centra o trabalho que vamos apresentar e discutir neste artigo. Porém, é de salientar que este projecto de investigação-acção foi concebido e beneficiou dos conhecimentos apropriados nos outros dois *designs* do projecto IC.

O *Design 3*, composto por estudos de caso, surgiu nos últimos anos do projecto IC, ou seja, quando os projectos de investigação-acção fizeram emergir a necessidade de estudar mais detalhadamente alguns casos, recorrendo a estudos de caso intrínsecos (Stake, 1995). Referia-se ao estudo de alunos que necessitam de apoios educativos especializados, por estarem sinalizados enquanto surdos ou cegos (Borges, 2009; Santos, 2008; Silva, 2008), de alunos em risco de abandono escolar, para os quais eram concebidos currículos em alternativa (Oliveira, 2006) e à educação de adultos que tinham já experiências de insucesso escolar acumulado e/ou abandono precoce da escola, frequentando o ensino recorrente (Badalo, 2006) ou currículos em alternativa a este tipo de ensino (Courela, 2007). Permitiu, ainda, um confronto entre as práticas desenvolvidas nos projectos de investigação-acção e as que foram estudadas nos estudos de caso, onde as aulas eram leccionadas por professores exteriores ao IC. Por isso mesmo, também este *design* deu origem a questões a investigar em projectos de investigação-acção, tendo nítidos impactes sobre as práticas que nele eram desenvolvidas.

Esta investigação situa-se num paradigma interpretativo (Denzin, 2002), uma vez que se pretendia estudar os processos de mudança das representações sociais sobre a Matemática e as trajectórias de participação, em aula, desses alunos, dando-lhes voz(es), compreendendo e desocultando as suas interpretações sobre

os fenómenos em estudo. Como também pretendíamos intervir ao nível das representações sociais dos alunos, tornando-as mais positivas, quanto ao *design* optámos por um projecto de investigação-acção (Mason, 2002; McNiff & Whitehead, 2002). Para além disso, pretendia-se, também, reflectir sobre as práticas, analisando-as e avaliando-as, com vista à sua melhoria e à promoção do desenvolvimento pessoal e profissional do professor/ investigador, que é também uma das características da investigação-acção.

Participantes

Esta investigação foi desenvolvida numa turma de 8.º ano de escolaridade do ensino regular diurno, durante um ano lectivo completo. Também considerámos como participantes outros dois observadores (orientador e colega de estágio), uma vez que, durante esse ano lectivo, o professor/investigador se encontrava a desenvolver a prática pedagógica supervisionada (vulgo estágio pedagógico), que fazia parte de uma licenciatura de cinco anos, ou seja, pré-Bolonha. Assim, o professor/investigador leccionou quase todas as aulas desta turma, apesar de ela estar formalmente atribuída ao professor da escola que supervisionava a prática pedagógica dos professores estagiários.

A escola na qual foi realizada esta investigação, situa-se no concelho de Sintra, distrito de Lisboa, numa zona de fracos recursos económicos, havendo diversos alunos que recorriam ao Serviço de Acção Social Escolar (SASE) e/ou tinham encarregados de educação desempregados. Muitos dos alunos desta turma já tinham vivenciado situações de insucesso escolar e alguns deles estavam em risco de abandono escolar precoce. Muitos destes alunos participavam em minorias culturais vulneráveis, socialmente pouco valorizadas, pelo que as expectativas que tinham em relação à Escola, bem como as que a maioria dos professores tinha em relação aos seus desempenhos académicos, eram muito baixas.

No início do ano lectivo, a turma era composta por 28 alunos, sendo 18 do género feminino e 10 do masculino. As idades variavam entre os 12 e os 16 anos, sendo a média de idades 13,6 e desvio-padrão 1,05, num ano de escolaridade em que as idades esperadas são de 12/13 anos, no início do ano lectivo. Por motivos de mudança de turma e país (N=3), bem como por exclusão por exceder o limite

permitido de faltas, nos 1.º e 2.º períodos (N=4), considerámos como participantes deste estudo os 21 alunos que participaram nesta turma até ao final do ano lectivo. Destes 21 alunos, 13 já tinham ficado retidos uma vez e dois já tinham duas ou mais retenções, sendo que nove estavam a repetir o 8.º ano de escolaridade.

Os nomes utilizados são fictícios, para protegermos o anonimato dos participantes, de acordo com os princípios éticos que devem ser respeitados em estudos do domínio da educação e numa investigação que assume o paradigma interpretativo (César, 2009, 2013; Hamido & César, 2009).

Instrumentos de recolha de dados

Fazem parte dos instrumentos de recolha de dados: (i) um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC), respondido na primeira semana de aulas; (ii) questionários (Q), realizados no início (Q1) e final (Q2) do ano lectivo; (iii) tarefas de inspiração projectiva (TIP), realizadas no início do 1.º (TIP 1) e 2.º períodos (TIP 2), bem como no final do 3.º período (TIP 3); (iv) recolha documental (D); (v) observação, enquanto participante observador (Merriam, 1988), sendo esta registada em diário de bordo do professor/investigador (DB); (vi) relatórios escritos pelos outros dois observadores (R); e (vii) protocolos de alunos (PA). Estes três últimos instrumentos foram recolhidos ao longo de todo o ano lectivo.

É de salientar que a diversidade de fontes (informantes) e de instrumentos de recolha de dados permitiu a triangulação de cada um destes aspectos da investigação. Esta forma de actuação vai ao encontro do que está expresso nos critérios de qualidade de uma investigação interpretativa mencionados por Tobin e Kincheloe (2006). Pretendíamos confrontar os diversos registos, orais e escritos, dando oportunidades diversificadas aos participantes, principalmente aos alunos, de expressarem as suas vozes, tornando a recolha de dados mais rica.

O IACC foi elaborado no âmbito do projecto IC e é constituído por cinco tarefas que avaliam se os alunos conseguem, ou não, mobilizar determinadas capacidades e competências, tais como, capacidade de observação e sentido crítico (Tarefa A), intuição matemática, persistência na tarefa e criatividade (Tarefa B), ser capaz de mobilizar o raciocínio concreto ou abstracto (Tarefa C), se têm preferência

por raciocínios analíticos ou geométricos quando resolvem uma tarefa matemática (Tarefa D) e o tipo de abordagem, global ou passo-a-passo, que os alunos utilizam, preferencialmente, na resolução de um problema ou situação problemática, do quotidiano, relacionada com compras e vendas, bem como com a noção de lucro e prejuízo (Tarefa E). Como pretendemos avaliar capacidades e competências, é fundamental que os alunos explicitem detalhadamente as estratégias de resolução utilizadas, através de operações matemáticas, palavras, esquemas e/ou desenhos. Outro aspecto a realçar é que os desempenhos dos alunos nesse instrumento não serão tidos em consideração na classificação final desse período lectivo, nem na do final de ano lectivo, uma vez que se pretende que os alunos respondam às questões colocadas desprovidos das conotações negativas que, muitas vezes, associam aos momentos de avaliação formal. Assim, é uma opção explícita da equipa do IC que o IACC não conte para a avaliação sumativa, sendo apenas um instrumento informativo, que permite conhecer melhor cada aluno e o grupo-turma. Outra das finalidades deste instrumento é permitir escolher as primeiras díades e as tarefas matemáticas a propor aos alunos, adequando-as às suas características, interesses e necessidades, mantendo um elevado nível de qualidade e respeitando os conteúdos a estudar, segundo o que está expresso no currículo prescrito.

As três tarefas de inspiração projectiva (TIP 1, TIP 2 e TIP 3) utilizadas neste estudo pretendiam dar-nos acesso ao processo de mudança das representações sociais de cada aluno, em relação à Matemática. No projecto IC, para cada TIP, cada aluno recebe uma folha branca A4. É-lhe dito, e escrito no quadro, *Desenha ou escreve o que é para ti a Matemática*. As tarefas de inspiração projectiva estão bastante bem adaptadas para conhecer as representações sociais pois, sendo pouco estruturadas, facilitam a projecção de sentimentos e emoções aos quais dificilmente se tem acesso em instrumentos mais estruturados como, por exemplo, os questionários (Carvalho & César, 1996; Machado & César, 2012). Tal como o IACC, as TIPs, ao serem instrumentos concebidos e postos em prática pela equipa do IC conferem especificidade aos dados recolhidos neste projecto de investigação, que assim contribui para o desenvolvimento de metodologias de investigação apropriadas ao estudo das interacções sociais, desenvolvidas em aula, aspecto que autores como Kumpulainen, Hmelo-Silver e César (2009) referem ser particularmente importante.

O primeiro questionário (Q1) pretendia conhecer alguns dados pessoais dos alunos (idade, data de nascimento, composição do agregado familiar, entre outras), bem como informações respeitantes às trajectórias de participação ao longo da vida (César, 2013), nomeadamente na escola e nos tempos livres. O segundo questionário (Q2) permitia conhecer a avaliação que os alunos faziam sobre o trabalho desenvolvido na disciplina de Matemática, bem como sobre o trabalho de projecto que tinham realizado, em parceria com a professora da área curricular não disciplinar de estudo acompanhado. Assim, este questionário pretendia ser um balanço do trabalho desenvolvido ao longo do ano lectivo.

A recolha documental permitiu-nos ter acesso a documentos produzidos na escola, como o projecto educativo da escola, bem como a relatórios sobre alguns alunos desta turma, ou às pautas que eram elaboradas no final de cada período lectivo. Na recolha documental também incluímos a consulta de diversos documentos de política educativa que regem o meta-contrato institucional (Schubauer-Leoni & Perret-Clermont, 1997) e que, por isso mesmo, configuram algumas das decisões profissionais que os docentes tomam. Assim, a recolha documental incluiu documentos exteriores à escola onde realizámos a recolha de dados e outros produzidos no seio desta instituição.

Sendo considerado um instrumento que permite registar a observação realizada, no diário de bordo (DB) relatámos situações ocorridas em cada aula, nomeadamente episódios críticos, comentários reflexivos sobre as práticas, conversas informais e algumas avaliações preliminares do trabalho que estava ser realizado. Também registámos aspectos inerentes ao desenvolvimento pessoal e profissional do próprio professor/investigador, nomeadamente as expectativas que tinha antes de cada aula, aspectos conseguidos e a melhorar, as frustrações e desânimos próprios do exercício da profissão, bem como as vezes em que fomos agradavelmente surpreendidos, entre outros aspectos. Assim, o DB constitui um dos principais instrumentos de registo de dados desta investigação. Este instrumento é complementado pelas informações recolhidas através dos relatórios escritos dos outros dois observadores, uma vez que constituem registos de observação de aulas e pelos protocolos dos alunos, onde recolhemos as suas estratégias de resolução, diversas respostas aos instrumentos de avaliação desta disciplina, bem como alguns

comentários que foram produzindo, por escrito. Outro aspecto essencial do DB é a referência a algumas conversas informais, que registávamos manualmente assim que estas tinham terminado, passando-as posteriormente para o formato electrónico em que tínhamos o DB.

Procedimentos

Como optámos por desenvolver um projecto de investigação-acção (Mason, 2002; McNiff & Whitehead, 2002), no qual assumimos, como é habitual neste *design* e em educação, um duplo papel – de professor e de investigador – recorreremos a procedimentos que, à partida, já pretendíamos realizar, enquanto professor, habituados a trabalhar colaborativamente, com base nos princípios (Ventura, 2012) e conhecimentos do projecto IC (por exemplo, o recurso ao IACC, aos questionários e às TIPs), bem como outros que apenas existiram porque estávamos a fazer uma investigação (por exemplo, o registo escrito das conversas informais, ou a fotocópia de muitas das estratégias de resolução utilizadas pelos alunos, nas actividades matemáticas). Desta forma, existe uma relação intrínseca entre o que se pode designar como procedimentos pedagógicos e procedimentos investigativos, como Oliveira (2006) e César (2009) realçam acontecer quando se desenvolvem projectos de investigação-acção nas escolas, em cenários de educação formal, como as aulas.

No que respeita aos procedimentos de recolha de dados, foram aplicados, durante a 1.^a semana de aulas do ano lectivo, três instrumentos que nos possibilitavam ter acesso a um conhecimento mais sustentado acerca dos alunos: (1) a 1.^a tarefa de inspiração projectiva (TIP 1); (2) um questionário (Q1); e (3) um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC). Esta informação foi complementada com os dados da observação realizada nessa semana e registada em DB, por forma a tomar decisões sobre as primeiras díades. Pretendia-se que estas fossem constituídas por alunos que conseguissem mobilizar capacidades e competências complementares, para que ambos pudessem trabalhar na sua ZDP. Procurámos, assim, promover o desenvolvimento dos diversos alunos, contribuindo para que viessem a conseguir mobilizar, futuramente, as diversas capacidades e competências que estavam mencionadas no currículo prescrito

(Pacheco, 2005). Contudo, sempre que se formavam novas díades (por exemplo, após um elemento de avaliação individual, como um teste escrito, ou quando nos apercebíamos que um par já tinha desenvolvido as capacidades e competências que poderia desenvolver em conjunto), essa constituição era alvo de reflexão e discussão conjunta, entre o professor/investigador e os orientadores de estágio e alguns elementos da equipa do projecto IC. Ainda consideramos como parte dos procedimentos de recolha de dados as formas de actuação nos mini-testes em díade, na gestão das actividades matemáticas realizadas em díades e/ou em pequenos grupos, nas 2.^a e 3.^a tarefas de inspiração projectiva (TIP 2 e TIP 3), no questionário realizado no final do ano lectivo (Q2) e na recolha dos relatórios dos outros dois observadores.

O tratamento e análise dos dados baseou-se numa análise de conteúdo narrativa (Clandinin & Connelly, 1998), reconstruindo trajectórias de participação ao longo da vida (César, 2013), dentro e fora da escola. Assim, este tipo de análise possibilita contar uma história, pessoal e única, mas que, em muitos casos, é também paradigmática, ou seja, ilumina o que de semelhante aconteceu com outros alunos, da mesma turma. Este processo de análise de dados está particularmente bem adaptado quando se assume uma perspectiva histórico-cultural e de aprendizagem situada, que valoriza particularmente os sentidos e significados atribuídos por cada participante às suas vivências (César, 2009). Assim, este tipo de análise enquadra-se na abordagem interpretativa e na inspiração etnográfica, observável na prolongada imersão no terreno, assumidas nesta investigação, onde desocultar as vozes, sentimentos e vivências é um aspecto essencial do trabalho realizado (Hamido & César, 2009). Para produzir esta análise narrativa de conteúdo, que se pretende que seja sucessiva e aprofundada (César, 2009), começámos por uma leitura flutuante, seguida de outras leituras mais finas e focalizadas, das quais emergiram categorias indutivas de análise (César, 2009; Hamido & César, 2009). Deste modo, a análise apresentada e discutida nos resultados não resulta de categorias previamente definidas, que poderiam silenciar ou distorcer as vozes dos participantes. Antes resulta das narrativas do vivido, bem como dos sentimentos que os participantes expressam, permitindo responder às questões de estudo se os critérios de selecção dos participantes, instrumentos e procedimentos tiverem sido

explicitados de forma clara e sustentada, como se pretende que aconteça numa investigação de qualidade.

RESULTADOS

Analisamos a trajectória de participação ao longo da vida da Paula (nome fictício), escolhida enquanto exemplo paradigmático que ilumina as trajectórias de participação de outros colegas de turma. Focamo-nos especialmente no trabalho em aula para iluminar as mudanças que foram sendo observadas na trajectória de participação da Paula, particularmente nos desempenhos matemáticos. Assim, dessa narrativa fazem parte as três tarefas de inspiração projectiva que realizou e alguns aspectos dos seus desempenhos matemáticos, durante o 1.º e o 3.º período. Ao pretendermos analisar mudanças ocorridas quanto às representações sociais, capacidades e competências, bem como aos desempenhos matemáticos, durante este projecto de investigação-acção, precisávamos de um período de tempo o mais longo possível, visto que as mudanças de formas de actuação e reacção são lentas. A selecção de algumas tarefas matemáticas realizadas desses dois períodos, os mais afastados de um mesmo ano lectivo, pretendia que existisse um espaço/tempo de actuação do professor, desta aluna e dos pares que pudesse desocultar outras formas de participação da Paula, em aula. Isso não significa que as mudanças sejam repentinas. Elas vão aparecendo timidamente, em esboço, ao longo do ano lectivo, sendo mais visíveis no final desse mesmo ano.

Caracterização da Paula

No início desta investigação, a Paula tinha 14 anos, vivia numa zona sócio-economicamente desfavorecida, pelo que não tinha acesso a determinados bens materiais que alguns dos seus colegas possuíam. Por exemplo, não tinha computador em casa, não vestia roupa de marca, nem possuía *gadgets* sofisticados, entre outros aspectos. Este tipo de situações configuram formas subtis de exclusão, bem como a existência de conflitos internos entre as diferentes *I-positions* (Hermans, 2001) que Paula assume, enquanto participa nas diferentes culturas (escola, casa,

grupos sociais de adolescentes da escola e do bairro, que tantas vezes se definem, precisamente, pela roupa que vestem e pela música que escutam).

A Paula estava a frequentar o 8.º ano de escolaridade pela segunda vez, sendo a disciplina de Matemática uma daquelas em que obteve nível negativo no ano lectivo anterior. Como afirmou, no primeiro questionário (Q1), não gostava de matemática, “(...) porque é a disciplina que tenho mais dificuldades e que axo menos interessante” (Q1, Setembro, 2006, grafia da aluna), posição configurada, provavelmente, pela trajectória de participação ao longo da vida que incluía vivências pouco positivas experienciadas nesta disciplina. Por outro lado, refere que o papel do professor é de extrema importância, uma vez que este tem que “(...) tornar a mat menos cansativa” (Q1, Setembro, 2006) o que ilumina que, apesar de não gostar desta disciplina, reconhece que os professores que encontrou ao longo da sua trajectória de participação ao longo da vida, nomeadamente na escola, não tornaram a Matemática algo mais apelativo, entusiasmante e interessante, que valesse o esforço que teria de fazer para se envolver nas actividades de matemática escolar. Este aspecto é semelhante ao relatado noutras investigações, escolas e turmas (César, 2009, 2011, 2013; Oliveira, 2006, 2007; Vieira, 2001).

A análise das respostas ao instrumento de avaliação de capacidades e competências (IAAC) a que a Paula respondeu, no início do ano lectivo, evidenciou que já mobilizava o raciocínio abstracto (RA) e tinha preferência por uma abordagem analítica na resolução dos problemas e/ou situações problemáticas. Desta forma, era necessário trabalhar durante esse ano lectivo outras capacidades e competências, tais como a persistência nas tarefas, o sentido crítico, a intuição matemática e as abordagens geométricas na resolução de problemas.

Mudanças na representação social sobre a Matemática

Na primeira tarefa de inspiração projectiva (TIP 1), a Paula escreveu o que representava para ela a Matemática:

Para mim a matemática é uma disciplina que é prexixo muita atenção e um 'stor que saiba explicar bem e que não torne a matemática mais secante do que já é; e também é um conjunto e temas que englobam números. (Paula, TIP 1, 19 de Setembro, 2006, grafia da aluna)

Como podemos observar, para a Paula a Matemática é uma disciplina “secante”, evidenciando uma representação social negativa. Esta argumentação vai ao encontro do que afirmou no Q1 e em aula, nos primeiros meses do 1.º período, quando lhe era pedido que se envolvesse nas actividades matemáticas (DB, Setembro e Outubro de 2006, diversas entradas). Este tipo de imagem negativa que os alunos constroem sobre esta disciplina é habitual emergir quando se estudam as representações sociais sobre a Matemática (César, 2011; Machado, 2008; Piscarreta, 2002; Piscarreta & César, 2004; Ramos, 2003). No entanto, esta aluna tem uma argumentação menos frequente, quando realça o papel do professor como elemento importante na forma como os alunos encararam a Matemática, pois são estes que a podem tornar “mais secante”, nas palavras desta aluna. Por outro lado, a Matemática é uma disciplina na qual se tem de estar muito atento, o que ilumina que as experiências prévias, em aula e em Matemática se baseiam, provavelmente, no ensino expositivo, seguido de exercícios semelhantes e repetitivos, que só poderiam ser executados se os alunos estivessem com atenção à explicação prévia do professor, ou seja, ao tipo de aulas mais frequente no ensino regular português, de acordo com um relatório elaborado pela Associação de Professores de Matemática (Precatado et al., 1998), aspecto corroborado por Ponte (2009). Uma última referência à produção escrita desta aluna é a associação da Matemática a um “conjunto e temas que englobam números”, o que acentua a argumentação anterior e ilumina algo habitual nas representações sociais dos alunos em relação à Matemática: esta é mais conotada com cálculos, fórmulas, ou as quatro operações básicas do que com a geometria, as probabilidades, ou a estatística.

Em síntese, no início do ano lectivo a Paula apresentava uma representação social da Matemática semelhante à de muitos outros alunos que também já vivenciaram insucesso escolar nesta disciplina: é “secante”, relaciona-se com números e é preciso ter muita atenção, o que implicitamente permite inferir que ela a considerava difícil. Este último aspecto pode ser observado nas primeiras semanas de aulas, pois a Paula estava tão convencida de que não conseguia resolver qualquer tarefa matemática que tendia a empenhar-se pouco, a ouvir o que a colega de díade dizia, mas a não expor as suas próprias opiniões sobre a estratégia de

resolução a utilizar, como registámos em diversas entradas do DB, durante o mês de Setembro e início de Outubro. Porém, como esta aluna também considerava o tipo de professor e de práticas, em aula, fundamental, este último aspecto, através do contrato didáctico que pretendíamos negociar e operacionalizar, permitia que pudessemos actuar sobre esta representação social negativa tornando-a mais positiva, contribuindo para um maior envolvimento da Paula nas actividades matemáticas, em aula, e conseguindo melhorar os seus desempenhos, ou seja, proporcionando-lhe acesso aos artefactos culturais da Matemática (César, 2009, 2013; Vygotsky, 1934/1962) e ao sucesso escolar.

Na segunda tarefa de inspiração projectiva (TIP 2), realizada no início do 2.º período, a Paula opta por desenhar e escrever o que representa para ela a Matemática (ver Figura 1).

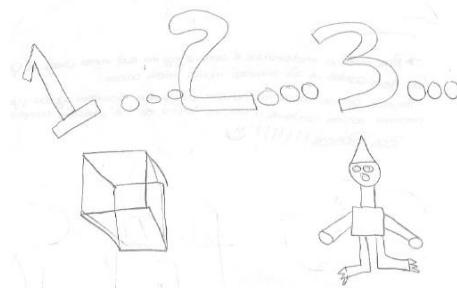


Figura 1 – Desenho da Paula na TIP 2 (4 de Janeiro, 2007)

Através da análise do desenho realizado pela Paula, podemos observar, mais uma vez, a conexão da Matemática aos números (1...2...3...), algo a que ela já tinha recorrido na TIP 1 e que, como afirmámos, é frequente entre os alunos, em Portugal. No entanto, a Matemática aparece-nos associada a algo que não acaba, sugerida pelas reticências, mas que obedece a uma lógica, a uma ordem, a sucessões. Na TIP 2, a Paula já associa, também, a Matemática à geometria, como se observa pelo desenho do cubo e do boneco, constituído por diversas figuras geométricas. A existência de noção de infinito e o boneco, que tem um certo carácter lúdico, indicam já um processo de mudança, que está em curso, quanto à representação social que a Paula construiu em relação à Matemática, tornando-a mais abrangente e diversificada, bem como mais positiva. A Paula complementa o seu desenho, escrevendo o que representa para ela a Matemática:

Para mim a matemática é como o jogo no qual nunca chega ao fim. Só tem contas, e os números nunca mais acabam.

Mas, este ano as coisas melhoraram. O professor também ajudou, mas mesmo assim continua a ser um bicho de “bué” cabeças e complicado. (Paula, TIP 2, 4 de Janeiro, 2007)

Mais uma vez, observamos a parte negativa desta representação social: ela ainda considera a Matemática um “bicho de bué cabeças e complicado”, ou seja, na TIP 2 já explicita claramente que, para ela, a Matemática é difícil, algo que apenas podíamos inferir na TIP 1. Esta forma de actuação da Paula ilumina algo que este contrato didáctico pretende fomentar: que os alunos expressem o que pensam, sentem, fazem. Quando eles assumem os seus sentimentos, formas de acção e reacção, pensamentos e raciocínios torna-se possível actuar sobre eles, reflectindo, debatendo, reconstruindo. Por isso mesmo, vemos esta capacidade da Paula em admitir abertamente que a Matemática é difícil como um passo em frente na construção de uma representação social mais positiva. É também uma evidência empírica dos espaços de pensamento (Perret-Clermont, 2004) que se tinham conseguido criar nesta comunidade de aprendizagem e que permitiram aos alunos sentirem-se suficientemente seguros e apoiados para puderem expressar sentimentos negativos em relação à disciplina que era leccionada, ou aos conhecimentos que gostaríamos que apropriassem. Para César (2009, 2013), que os designa por espaços/tempos de pensamento, as vivências a que eles dão acesso são essenciais para criar interacções sociais dialógicas, entre pares e entre os alunos e o professor, permitindo que o professor possa actuar como co-construtor do conhecimento, ou seja, o que Papert (2001) designa por *co-learner*. Esta forma de actuação e reacção do professor, além de promover os desempenhos matemáticos dos alunos, possibilita desenvolver a sua auto-responsabilização, a auto-regulação dos processos de aprendizagem e a autonomia, aspectos essenciais ao exercício de uma cidadania livre, participativa e crítica.

A argumentação de que a “matemática é como o jogo” e que este ano melhorou, pela actuação do professor, evidencia que essa representação social se tornou mais positiva. Esta ambivalência da representação social, que ilustra sentimentos positivos e negativos associados à Matemática é muito frequente nos processos de mudança das representações de alunos que vivenciaram insucesso

escolar a esta disciplina e que se convenceram de que ela é muito difícil e eles são incapazes de a aprender. Quando estes alunos são confrontados com um contrato didáctico baseado no trabalho colaborativo, que pretende colocar em acção mecanismos de *inter-empowerment* (César, 2013), como forma de distribuir o poder e de melhorar a auto-estima académica dos alunos, levando-os a assumirem-se como participantes legítimos daquela comunidade de aprendizagem, há um período intermédio, geralmente entre o final do 1.º período e o 2.º período, em que as representações sociais já mudaram para mais positivas, mas ainda mantêm, também, alguns aspectos negativos, como acontece com a Paula.

Ao analisar o desenho que a Paula realizou na terceira tarefa de inspiração projectiva (TIP 3), realizada no final do ano lectivo (Figura 2), existem vários aspectos a salientar que iluminam uma mudança na sua representação social, tornando-a mais positiva: (1) a sala de aula assume um aspecto diferente da habitual, pois não existem nem mesas nem cadeiras, o que pode ser associado à liberdade de movimentos, de formas de actuação, de autonomia, aspectos que o trabalho colaborativo promove; (2) os alunos estão mais próximos uns dos outros, o que pode simbolizar o trabalho em conjunto, partilhado, que decorreu durante esse ano lectivo, no qual nenhum aluno se sentiu abandonado e perdido; (3) o professor tem uma expressão alegre e encontra-se mais próximo da turma que do quadro, ilustrando, assim, a proximidade entre o professor e os alunos. Por outro lado, o que está a dizer é perceptível e compreendido pelos alunos, um aspecto que constitui uma mudança em relação ao que a Paula expressava na TIP 2, em que ainda considerava a Matemática “um bicho de “bué” cabeças”; (4) o quadro tem uma expressão alegre, o que ilumina que se tornou um espaço que transmite confiança e ausência de medo; e (5) apesar de a Paula ter escrito que os casos notáveis da multiplicação de binómios eram os três critérios de semelhança de triângulos, esta evidência ilumina que a Paula já não tem receio de errar e de o mostrar, pois só assim é que os colegas ou o professor a podem ajudar a ultrapassar algumas dificuldades que ainda possa sentir. Errar faz parte do processo de aprender, sobretudo quando anteriormente tinha apresentado insucesso em Matemática (DB, 15 de Junho, 2007).

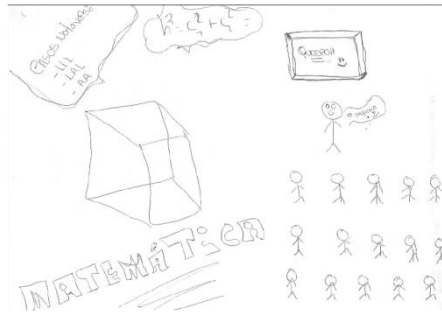


Figura 2 – Desenho da Paula na TIP 3 (15 de Junho, 2007)

Estas interpretações do desenho são, também, sustentadas pelas palavras desta aluna, escritas no verso da folha:

A matemática neste período para mim foi super, mega, profunda, gigante, intensamente divertida... (Paula, TIP 3, 15 de Junho, 2007)

A mudança da representação social da Paula sobre a Matemática está nitidamente patente nesta produção escrita. A Matemática deixou de ser “um bicho de “bué” cabeças e complicada” para ser “super, mega, profunda, gigante, intensamente divertida...”, o que realça como os sentimentos e emoções desta aluna, associados à Matemática, mudaram à medida que as práticas, em aula, lhe foram mostrando capacidades e competências que ela nem pensava conseguir mobilizar, bem como tarefas matemáticas, como jogos, trabalhos de projecto, ou composições matemáticas que ela nem sabia existirem e que pudessem ser utilizadas em aula, ou nos apoios e outros espaços/tempos de aprendizagem e/ou ocupação que esta escola proporcionava aos alunos, alguns deles por iniciativa do núcleo de estágio da Matemática.

Os desempenhos matemáticos

Uma característica importante quando se desenvolve trabalho colaborativo, em aula, é a constituição das díades. Estas devem, sempre que possível, ser heterogéneas quanto ao género, às capacidades e competências já desenvolvidas, à representação social da Matemática, às formas de actuação e reacção em aula e ao aproveitamento académico nesta disciplina, em anos lectivos anteriores. Estes critérios de formação de díades permite que, numa determinada díade, os alunos consigam mobilizar capacidades e competências complementares e que consigam

exercer, alternadamente, o papel de par mais competente (Vygotsky, 1934/1962), quando confrontados com tarefas matemáticas adequadas ao trabalho na sua ZDP (César, 2009, 2013; César & Santos, 2006). Contudo, as díades vão sendo alternadas, periodicamente, para que os alunos desenvolvam, com outros pares, outras capacidades e competências, evitando também situações de dependência, que não permitiriam desenvolver um aspecto que julgamos essencial: a autonomia dos alunos.

No início do ano lectivo, o par escolhido para a Paula foi a Carolina. Era uma aluna que apresentava um desempenho médio a Matemática (Nível 3, primeiro nível positivo, numa escala de 1 a 5, utilizada em Portugal no ensino básico), uma representação social positiva, mas tradicional, sobre essa disciplina e era uma aluna empenhada na realização das tarefas propostas. No entanto, mobilizou nenhuma das capacidades e competências (matemáticas) em análise no IACC, o que podia indicar alguma insegurança e inibição face a uma tarefa de índole muito diferente das tarefas habituais em aulas de Matemática, se confrontarmos este resultado com as classificações desta aluna em anos lectivos anteriores e a inexistência de relatórios que a sinalizassem. Atendendo às características, interesses e necessidades destas duas alunas, no início do ano lectivo, optou-se por formar esta díade, pois o empenho da Carolina poderia motivar a Paula e esta última apresentava capacidades e competências que poderia ajudar a Carolina a desenvolver.

A primeira tarefa matemática em análise reporta-se ao tema *Teorema de Pitágoras* e foi apresentada no 1.º período do ano lectivo. Pretendia-se que os alunos aplicassem o teorema de Pitágoras ao cálculo de áreas de polígonos.

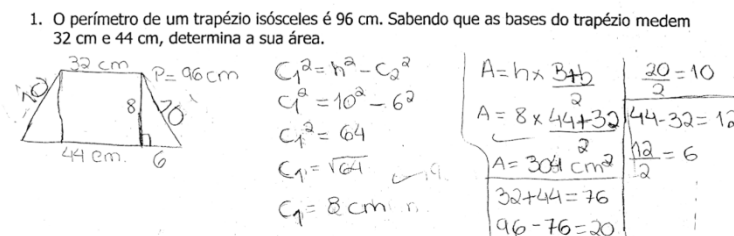


Figura 3 – Resolução efectuada pela díade Paula/Carolina (26 de Outubro, 2006)

As interações dialógicas que se estabeleceram entre os dois elementos da díade foram interessantes. Foi curioso observar que, embora não muito confiante em si própria, a Paula ia dizendo à colega o que tinham que fazer, embora finalizasse as afirmações com a mesma frase: “Mas eu não sei... não percebo nada disto!” (DB, 26 de Outubro, 2006). Essa afirmação, muito frequente durante quase todo o 1.º período e ouvida também noutras turmas e a outros alunos (César, 2009, 2013), ilumina a carga negativa que a Matemática representava para ela e dá-nos indicação das experiências não muito positivas que esta aluna teve em relação a esta disciplina, durante a sua trajectória de participação ao longo da vida (César, 2013), nomeadamente na escola. É quase algo fatídico e certo, quando Paula profere tais palavras, pois a expressão facial da aluna revela uma enorme desilusão em relação aos seus desempenhos nesta disciplina. Por outro lado, ilumina a preocupação da Paula em tentar perceber o problema, uma vez que ela poderia ir ao quadro na discussão geral, revelando, assim, uma progressiva interiorização e adesão a algumas das regras do contrato didáctico (para mais detalhes sobre estas regras, ver Ventura, 2012). É de extrema importância que, nos momentos de discussão geral, em grande grupo, exista uma negociação de sentidos (Bakhtin, 1929/1981), quer por parte dos alunos quer por parte do professor, uma vez que é através dessa negociação, dessa partilha de modos diversos de pensamento sobre os conceitos e procedimentos matemáticos, ou da explicitação das diversas estratégias de resolução, que se fomenta uma aprendizagem com sentido (César, 2009, 2013; César & Santos, 2006; Stein et al., 2008).

No início do 3.º período, a Paula teve um novo elemento como seu par na díade: a Sónia. Esta era uma aluna que apresentava desempenhos bastante conseguidos na disciplina de Matemática (obteve sempre Nível 5, nos três períodos). Era uma aluna que revelava um enorme gosto pela disciplina, era bastante empenhada na realização das tarefas propostas, envolvendo-se nas actividades matemáticas desenvolvidas, dentro e fora da sala de aula. Contudo, no início do ano lectivo, a Sónia e a Paula participavam em grupos de adolescentes completamente diferentes, não evidenciando qualquer relação próxima entre elas. Em muitas ocasiões, durante o 1.º período, a Paula referia-se à Sónia como a “croma da turma” (DB, Setembro/Outubro, 2006, diversas entradas). No entanto, após dois períodos a trabalharem colaborativamente com outros colegas e ao perceberem as

potencialidades que advêm de poderem trabalhar com outros pares, independentemente de participarem, ou não, nos mesmos grupos sociais, quando o professor/investigador informou qual seria o novo par da Paula, esta afirmou: “Boa!!! Seremos uma dupla invencível!” (DB, 12 de Abril, 2007). Esta afirmação ilumina a elevada auto-estima desenvolvida pela Paula em relação aos seus desempenhos matemáticos. Recorde-se que a Paula iniciou este ano lectivo com uma baixa auto-estima académica, evidenciando uma falta de confiança nela própria e naquilo que ela podia atingir, em termos de desempenhos na disciplina de Matemática. Por outro lado, esta afirmação ilumina, também, a capacidade de aceitação que esta aluna já mostra em relação aos pares que não participam nos mesmos grupos sociais, encarando a diversidade como positiva e benéfica para a sua trajectória de participação ao longo da vida (César, 2013), nomeadamente na escola. Esta reacção da Paula ilumina, ainda, um aspecto essencial: o desenvolvimento da socialização, da aceitação da diferença, que o trabalho colaborativo proporciona e que se revela, posteriormente, uma ferramenta essencial para a vida profissional, para o exercício da cidadania e, até, para a vida pessoal. Assim, as capacidades e competências que se desenvolvem através do trabalho colaborativo extravasam as mencionadas nos currículos prescritos e são susceptíveis de ser mobilizadas noutros contextos, cenários e situações, como o *follow up* de alguns alunos veio a evidenciar (para mais detalhes sobre os *follow ups* ver César, 2009, 2013; César & Santos, 2006; Hamido & César, 2009; Ventura, 2012).

As próximas duas tarefas matemáticas foram elaboradas com vista a abordar o tema *Crítérios de semelhança de triângulos*. Por este apelar a conceitos geométricos, optámos por, novamente, recorrer a experiências anteriores e que tinham sido realizadas com sucesso pelos alunos, nomeadamente as primeiras tarefas matemáticas, do início do ano lectivo, que tinham como base o *tangram* (para mais detalhes ver Machado & César, 2010) e o trabalho de grupo referente aos casos notáveis da multiplicação de binómios (para mais detalhes ver Machado & César, 2012). Nesta tarefa, os alunos tinham ao seu dispor material manipulável. Como se tratava de uma turma com trajectórias de participação ao longo da vida bastante irregulares (César, 2013), particularmente em contexto escolar, onde muitas vezes as vozes destes alunos eram silenciadas, pretendíamos que se

motivassem e envolvessem na sua realização. A tarefa foi proposta aos alunos no 3.º período, iniciando o estudo dos critérios de semelhança de triângulos. Cada díade tinha quatro triângulos diferentes e tinha de medir os lados e ângulos respectivos, para preencher uma tabela (ver Figura 4). Para além disso, os alunos teriam que responder a três outras questões, relacionadas com a tabela, com o intuito de chegarem aos três critérios de semelhança de triângulos.

Uma primeira observação é que a folha de respostas contém as letras de ambas as alunas, o que ilumina que a escrita não é exclusiva do par mais competente da díade, que, neste caso, era a Sónia. Na primeira parte, era pedido que medissem, utilizando uma régua, os lados de cada triângulo e, com o transferidor, os ângulos de cada triângulo e, seguidamente, registassem esses valores na tabela. Nesta fase a partilha das tarefas entre a Paula e a Sónia foi feita da seguinte forma: a Sónia ia efectuando as medições, enquanto a Paula escrevia os valores na tabela, confirmando os mesmos posteriormente, utilizando a régua ou o transferidor. De acordo com os registos em diário de bordo do professor/investigador, este último procedimento teve alguma discussão, por parte das alunas, uma vez que a Paula não sentia necessidade de confirmar as medidas efectuadas pela Sónia, pois "(...) de certeza que estão certas, pois és aluna de 5" (DB, 12 de Abril, 2007). No entanto, a Sónia contra-argumentava, realçando: "(...) mas isso não quer dizer que não me engane e se formos ao quadro, na discussão geral, temos que ter certeza do que fizemos para defender o que fizemos" (DB, 12 de Abril, 2007). Esta excerto interactivo entre as duas alunas ilumina a interiorização das regras do contrato didáctico que se foi (re)negociando, ao longo do ano lectivo. O estabelecimento de um contrato didáctico em que os alunos se sintam confiantes e motivados é muito importante para promover os desempenhos matemáticos dos mesmos, bem como o envolvimento nas actividades matemáticas e nas diversas tomadas de decisão decorrentes dessa actividade, como ilustram outros projectos de investigação-acção (César, 2003, 2007, 2013; César & Oliveira, 2005; Kumpulainen & César, 2009; Kumpulainen et al., 2010; Kumpulainen & Lipponen, 2010; Machado, 2008; Ventura, 2012).

Copyright © 2013
www.ijeeem.com

Figura 4 – Resolução efectuada pela díade Paula/Sónia (12 de Abril, 2007)

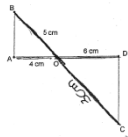
Na resolução da segunda questão, a Sónia revela ser o par mais competente (Vygotsky, 1934/1962). A Paula não entende o que se pretende fazer, na medida em que se debate com o significado da expressão “directamente proporcionais”. A Sónia, ao perceber as dificuldades de Paula, opta por ir ao significado de cada palavra, para explicar o que se pretendia com esta tarefa. Assim, explicitou que “(...) proporcionais vem de proporção, logo...” (DB, 12 de Abril, 2007), ao que Paula, prontamente, afirmou que se tratava de “(...) uma divisão entre dois valores. Ah!!!” (DB, 12 de Abril, 2007) e que o que tinham que fazer era a divisão entre os lados correspondentes de cada triângulo e verificar se o quociente era o mesmo. As interações sociais dialógicas, associadas ao conflito sócio-cognitivo, emergentes neste episódio, constituem-se como uma ferramenta mediadora das aprendizagens, possibilitando aos alunos que atribuam sentidos aos conhecimentos apropriados. Assim, é necessária a criação de espaços/ tempos (César, 2003, 2009, 2013), onde os alunos possam desenvolver a sua forma de pensar, sentir e actuar, tornando-se capazes de reflectir sobre os seus próprios desempenhos, mas também sobre formas de actuação e reacção mais ajustadas às especificidades de cada espaço/tempo. Queremos ainda referir que o que se encontra entre parênteses, na folha de resposta, foi fruto da discussão geral e da sistematização dos conceitos referentes ao tema em análise nesta tarefa matemática. Que os alunos complementem o que escreveram com dados da discussão geral ilumina a adesão a outra das regras do contrato didáctico.

O primeiro mini-teste realizado no 3.º período visava a aplicação dos critérios de semelhança de triângulos, abordados nas aulas anteriores (ver Figura 5). Numa primeira questão as díades teriam que justificar que os triângulos [ABO] e [CDO]

eram semelhantes, o que foi realizado com sucesso pela díade Paula/Sónia. Depois era-lhes pedido que determinassem a medida de [CO].

1. Na figura tem-se que:

[AB] // [CD]
 $\hat{A} = \hat{D}$



1.1 Os triângulos [ABO] e [CDO] são semelhantes. Justifiquem.

ce. $\hat{A} = \hat{D}$ ✓
 gulos $\hat{A} = \hat{D}$ ✓
 $\rightarrow \hat{O} = \hat{O}$?

1.2 Determina a medida de [CO].

$\frac{6}{4} = \frac{AO}{DO} = 1,5$ ✓
 $\frac{6}{1,5} = \frac{BO}{CO} = 3$?

Res. A medida de [CO] é de 3 cm. ?
 (foi sentido contrário?)

Figura 5 – Resolução da díade Paula/Sónia do 1.º Mini-teste do 3.º período (17 de Abril, 2007)

Como podemos observar, embora o raciocínio, do ponto de vista lógico, seja o que deveriam utilizar, ao recorrerem a um valor incorrecto não chegaram à solução pretendida. Ao desenvolver práticas, em aula, tendo como base o trabalho colaborativo, nomeadamente em díade, pretende-se que os alunos, através das interacções dialógicas que vão estabelecendo com os pares, consigam mobilizar e desenvolver capacidades e competências, matemáticas ou transversais, tais como a justificação sustentada dos raciocínios, argumentação e sentido crítico, também focadas em outras investigações (César, 2013; César & Kumpulainen, 2009; César & Santos, 2006; Machado & César, 2012; Renshaw, 2004; Ventura, 2012) e documentos de política educativa (Abrantes et al., 1999; Ponte et al., 2007). Esta última competência não foi evidenciada na estratégia de resolução utilizada por esta díade, uma vez que, se tivessem observado o resultado obtido segundo uma perspectiva crítica, chegariam à conclusão que algo estaria incorrecto naquela resolução. Esta evidência ilumina que, decorridos praticamente oito meses de práticas que promoviam a mobilização e desenvolvimento dessa e de outras competências, esta ainda não se assume como uma das ferramentas mentais que estas alunas mobilizavam nas diversas situações, nomeadamente na resolução de problemas. No entanto, quando foi realizada a correcção do mini-teste, a díade percebeu o erro que tinha cometido e esta foi uma oportunidade que o professor/investigador aproveitou para ilustrar e discutir um erro comum aos alunos,

utilizando os erros como mediadores da atribuição de sentidos na aprendizagem (matemática) e como promotores da capacidade de observação e sentido crítico, indo ao encontro do que é sugerido por Alrø e seus colaboradores (2010) e Skovsmose (2006).

A última tarefa em análise surge, também, no 3.º período. Pretendia retomar e alargar alguns conceitos relativos às equações de 2.º grau, nomeadamente quanto à aplicação dos casos notáveis da multiplicação de binómios na simplificação de expressões numéricas e na resolução de equações de 2.º grau, recorrendo à lei do anulamento do produto. Esta opção prende-se com as dificuldades sentidas pelos alunos em apropriar estes conceitos matemáticos e, posteriormente, na sua mobilização em outras situações e tarefas matemáticas, ou seja, dificuldades no que Abreu e seus colaboradores (2002) designam como transições.

Esta tarefa era constituída por duas partes. Na primeira parte, cada díade tinha que simplificar quatro expressões numéricas. No final da primeira parte, existia um quadro resumo, no qual cada díade deveria lembrar e escrever os três casos notáveis da multiplicação de binómios e a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Na segunda parte da tarefa, os alunos deveriam resolver cinco equações, aplicando a lei do anulamento do produto e os casos notáveis da multiplicação de binómios. Esta tarefa ilustra, ainda, que apesar de se recorrer mais frequentemente a tarefas abertas, menos rotineiras e mais desafiantes, em cenários que têm como base o trabalho colaborativo, por vezes também se resolvem exercícios. Contudo, mesmo na resolução de exercícios, se estes são propostos quando os alunos já interiorizaram as regras do contrato didáctico que foi desenvolvido, as interacções sociais que se observam, durante essa resolução, são bastante mais ricas do que em aulas onde se assumem principalmente práticas baseadas no ensino expositivo. Estes aspectos tornam-se particularmente visíveis quando se confrontam vídeos do espólio do IC recolhidos no âmbito dos projectos de investigação-acção (*Design 2*), que recorrem ao trabalho colaborativo, e outros de estudos de caso (*Design 3*), em que as turmas eram leccionadas por professores que não participavam no IC e que raramente recorriam ao trabalho colaborativo enquanto prática, em aula.

Quando confrontada com esta tarefa e apesar de revelar muitas dificuldades na apropriação dos conceitos matemáticos envolvidos, a Paula opta por não desistir e por se envolver nessa actividade matemática. Esta evidência ilumina uma mudança nas formas de actuação, em aula, uma vez que era recorrente observar, principalmente durante o 1.º período, a Paula desistir de realizar as tarefas propostas. Nessa altura, como não se sentia capaz de efectuar o que lhe era solicitado, preferia não queria ser confrontada com as suas limitações e com novas frustrações. Trabalhar colaborativamente, em díade, possibilitou que encarasse as actividades de matemática escolar como algo agradável – tal como veio a revelar na TIP 3 – e não próprio dos alunos que apresentam desempenhos académicos acima da média, como era o caso do seu par, na díade em que participava naquela altura. Por outro lado, revelou também ser uma forma de a Paula promover a sua auto-estima académica positiva, acreditando mais nas capacidades e competências que já conseguia mobilizar.

QuickTime™ and a
decompressor
are needed to see this picture.

Figura 6 – Resolução efectuada pela díade Paula/Sónia (27 de Abril, 2007)

Nesta tarefa, a Paula pede à Sónia que, antes de começarem a resolver o que era proposto, a deixasse ir procurar, nos seus registos das aulas, onde tinha escrito os casos notáveis da multiplicação de binómios e reproduzi-los no quadro resumo. Esta forma de actuação desta aluna ilumina a procura de um método de trabalho e uma autonomia que consideramos crescente, segundo o que observámos e registámos em diário de bordo do professor/investigador. Este aspecto também foi corroborado nos diversos relatórios dos outros dois observadores, que produziam um relatório no final de cada assistência às aulas do professor/investigador.

A estratégia de resolução adoptada pela díade evidencia que preferiram resolver a tarefa passo-a-passo, isso é, estabeleceram uma relação directa entre o que escreveram no quadro resumo e o que era pretendido. Esta forma de actuação, acordada entre as duas alunas, possibilitou à Paula conseguir simplificar as várias expressões numéricas e perceber os procedimentos envolvidos na resolução das

mesmas. Este episódio ilumina que a Paula já conseguia mobilizar capacidades e competências anteriormente desenvolvidas, tais como persistência na tarefa, sentido crítico, capacidade de argumentação e confiança quanto ao acesso aos conhecimentos que já apropriou. Para além disso, aprendeu algo que procurámos fomentar: que os alunos fossem capazes de, autonomamente, procurarem no manual e/ou no caderno informações, exemplos e formulações com maior nível de rigor e abstracção que lhes permitissem melhorar os seus desempenhos matemáticos, aspecto também referido noutros projectos de investigação desenvolvidos no IC (César, 2013; César & Santos, 2006). Assim, esta actuação da Paula não constitui caso único, nem para ela, nem para esta turma ou mesmo em relação a outras turmas. Foi algo que começámos a observar nos alunos, de forma mais frequente e bem-sucedida, ao longo do ano lectivo. Esta forma de actuação dos alunos relaciona-se directamente com as preocupações que temos em desenvolver a autonomia, aspecto essencial da vida futura como estudantes, se frequentarem o ensino superior ou cursos de especialização, bem como da vida profissional.

Queremos ainda referir que, no lado inferior direito da folha de respostas, existe uma estratégia de resolução diferente da utilizada por esta e outras díades, que emergiu durante a discussão geral dessa tarefa, na qual uma das díades questionou se a estratégia de resolução a que tinham recorrido estaria correcta. Como é frequente nas discussões gerais, quando os alunos já interiorizaram e aderiram a algumas das regras do contrato didáctico, as questões que emergem são colocadas aos colegas, sendo eles que lhes respondem. O professor assume o papel de mediador dessa discussão, se isso for necessário e, em turmas onde o contrato didáctico foi mais interiorizado e a autonomia mais trabalhada, os próprios alunos conseguem, a partir do 2.º período, orquestrar muitas dessas discussões gerais. Quando nenhum dos alunos sabe responder, ao invés do professor responder, este opta por colocar questões que desafiam os alunos, levando-os a reflectir e encontrar formas de chegar à resposta pretendida. No entanto, acontece com muita frequência, quando as regras da discussão geral ainda não estão apropriadas, os alunos tenderem a colocar as suas dúvidas e/ou questões directamente ao professor, como se nota pela linguagem não-verbal: viram-se para

onde este se encontra, olham-no nos olhos. Nessa altura, cabe ao professor relançar essa questão à turma. Esta evidência ilumina a existência de formas de distribuição do poder entre os elementos que participam numa comunidade de aprendizagem (Apple, 1999; César, 2009, 2010, 2013). Mais, é através dessa experiência que os alunos, progressivamente, vão ganhando vozes (Wertsch, 1991), ou seja, que passam de uma posição de participantes periféricos para uma de participantes legítimos (César, 2007; Lave & Wenger, 1991).

A trajectória de participação ao longo da vida da Paula (César, 2013), durante este ano lectivo, ilumina uma enorme mudança, quanto à representação social que construiu sobre a Matemática e aos desempenhos académicos atingidos em Matemática. Revelou ter desenvolvido uma auto-estima académica positiva, bem como capacidades e competências que não mobilizava, no início desta investigação, tais como autonomia, persistência, intuição matemática e algum sentido crítico. Paralelamente, apropriou conhecimentos matemáticos que lhe permitiram atingir níveis positivos na classificação final dos períodos, ao contrário do que sucedera em anos lectivos anteriores.

Trabalhar colaborativamente, nomeadamente em díade, foi algo que esta aluna realçou como importante, uma vez que “(...) assim podemos ajudar e sermos ajudados pelos nossos colegas” (Q2, Junho, 2007), o que ilumina que esta aluna conseguiu perceber que podia aprender com os colegas e estes consigo, independentemente da classificação que cada um obtinha nesta disciplina. Também, evidencia uma mudança ocorrida no envolvimento nas actividades (matemáticas), bem como fora da sala de aula, no que respeita à socialização, em relação a alguns colegas de turma. Por último, a Paula refere, ainda, que “As aulas de matemática podem ser sempre assim... para o ano lectivo que vem” (Q2, Junho, 2007), o que realça os impactes positivos que o trabalho colaborativo, as actividades matemáticas desenvolvidas e a criação de espaços/tempos dialógicos tiveram na trajectória de participação ao longo da vida desta aluna, particularmente na escola.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao assumirmos uma perspectiva dialógica da aprendizagem, considerando-a situada no tempo e no espaço, ter conhecimento acerca das representações sociais que os alunos construíram sobre a Matemática, desde o início do ano lectivo, bem como das capacidades e competências que os alunos já conseguem mobilizar, pode revelar-se uma mais-valia para o professor. As TIPs permitem ter acesso a informações que os questionários ou outros instrumentos mais estruturados não podem revelar. Essas informações são essenciais para a operacionalização das orientações curriculares que referem a necessidade de os alunos atribuírem sentidos (Bakhtin, 1929/1981) às aprendizagens. Como sustenta Perret-Clermont (2004), os jovens precisam de ser incentivados a reflectir sobre as oportunidades de aprendizagem, de modo que a experiência se torne aprendizagem, realizando transições (Zittoun, 2006) entre as várias culturas em que participam, ou seja, facilitando-se as transições e a mobilização de conhecimentos, capacidades e competências em contextos, cenários e situações diferentes (César, 2009, 2013).

Desenvolver práticas colaborativas, nomeadamente em díade e/ou pequenos grupos, permite aos alunos vivenciarem oportunidades de aprendizagem que, com práticas, em aula, em que o professor se assume como transmissor dos conhecimentos e os alunos têm que receber esses conhecimentos de forma passiva, dificilmente iriam alcançar. O ensino expositivo, bem como muitos dos pressupostos que lhe estão subjacentes, não favorecem o desenvolvimento dos alunos (César, 2001), nem que estes consigam atingir o conhecimento relacional (Skemp, 1978), ou seja, que realizem aprendizagens a que consigam atribuir sentidos e que sejam capazes de mobilizar posteriormente, perante outras situações problemáticas, fazendo transições entre contextos, cenários e situações (Abreu et al., 2002). Deste modo, a criação de espaços/tempos dialógicos e de pensamento promove a participação legítima dos alunos (César, 2007), particularmente quando as culturas em que participam fora da escola são muito diferentes e distantes das culturas de escola (César, 2009, 2013). Um contrato didáctico baseado no trabalho colaborativo, assumindo uma abordagem histórico-cultural e situada da aprendizagem, na qual a comunicação desempenha um papel essencial, favorece a criação de espaços/tempos, em aula, nos quais os alunos se sentem seguros e confiantes para expressar argumentações sustentadas, mas também dúvidas, questões e diversas

estratégias de resolução, reflectindo sobre elas, ganhando uma voz mais poderosa, tornando-se participantes legítimos daquela comunidade de aprendizagem (César, 2007, 2009, 2013; Lave & Wenger, 1991). A natureza das tarefas propostas, o contrato didáctico negociado e a comunicação (matemática) que emerge em torno das actividades matemáticas, permite aos alunos terem acesso ao sucesso escolar, nomeadamente a essa disciplina, evitando, assim, formas (mais ou menos) subtis de exclusão escolar e social.

AGRADECIMENTOS

O projecto *Interação e Conhecimento* foi parcialmente subsidiado pelo IIE, em 1996/97 e em 1997/98, medida SIQE 2 (projecto n.º 7/96), e pelo CIEFCUL, desde 1996. Agradecemos a todos os participantes que tornaram este trabalho possível, principalmente aos alunos, professores/investigadores e investigadores, aqueles que mais horas de trabalho colaborativo e reflexão dedicaram ao projecto IC, que consideramos património de todos os participantes. Um especial agradecimento aos alunos da turma do 8.º ano de escolaridade que fizeram parte desta investigação, pois sem eles este estudo não se concretizaria e não tínhamos aprendido o que aprendemos, tornando possível melhorar a nossa trajectória de participação ao longo da vida, enquanto docentes, investigadores e cidadãos.

NOTAS:

1. Este artigo é uma versão mais alargada da conferência proferida no *Congresso Aprendizagem/Desenvolvimento*, organizado pelo Instituto Piaget de Almada, Portugal, em 21 a 23 de Setembro de 2009.
2. Por vontade expressa dos autores este artigo não utiliza o novo acordo ortográfico.

REFERÊNCIAS

Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática: A experiência do projecto MAT789*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM). [Tese de doutoramento, apresentada na Universidade de Lisboa (UL)]

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério de Educação (ME)/Departamento da Educação Básica (DEB).
- Abreu, G. de, Bishop, A., & Presmeg, N. C. (2002). *Transitions between contexts of mathematical practices*. Cambridge: Kluwer Academic Publishers.
- Abreu, G. de, & Gorgorió, N. (2007). Social representations and multicultural mathematics teaching and learning. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *CERME 5 proceedings*. Larnaca: University of Cyprus. [On line: <http://ermeweb.free.fr/CERME5b/>]
- Alrø, H., Ravn, O., & Valero, P. (Eds.) (2010). *Critical mathematics education: Past, present and future. Festschrift for Ole Skovsmose*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Apple, M. (1995). Taking power seriously: New directions in equity in mathematics education and beyond. In W. Secada, E. Fennema, & L. Adajian (Eds.), *New directions for equity in mathematics education* (pp. 329-348). Cambridge: Cambridge University Press.
- Apple, M. (1999). What counts as legitimate knowledge? The social production and use of reviews. *Review of Educational Research*, 69(4), 343-346.
- Assembleia da República (AR) (2009). Lei n.º 85/09: Alteração da escolaridade obrigatória, de 27 de Agosto. *Diário da República – I Série*, n.º 166. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda (INCM).
- Badalo, C. (2006). *Educação de adultos e ensino recorrente: Quando o desejo de ser se cruza com a razão* (Dissertação de mestrado, CdRom). Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (DEFCUL), Lisboa.
- Bakhtin, M. (1929/1981). *The dialogical imagination* (M. Holquist, Ed.) (M. Holquist, & C. Emerson, Trans.). Austin: University of Texas Press. [Trabalho original publicado em russo, em 1929]
- Borges, I. (2009). *Alunos Surdos e a matemática: Dois estudos de caso, no 12.º ano de escolaridade do ensino regular*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada no DEFCUL]
- Boston, M., & Wolf, M. K. (2006). *Assessing academic rigor in mathematics instruction: The development of the instructional quality assessment toolkit. CSE Technical Report 672* (No. 672). Los Angeles, CA: National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST).
- Carvalho, C. (2001). *Interações entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na UL]
- Carvalho, C., & César, M. (1996). Concepções de futuros professores sobre os professores, os alunos e a matemática: Um estudo exploratório. *Revista de Educação*, VI(1), 63-70.
- César, M. (1994). *O papel da interação entre pares na resolução de tarefas matemáticas: Trabalho em díade vs. trabalho individual em contexto escolar* (Tese de doutoramento, documento policopiado). DEFCUL, Lisboa.
- César, M. (2001). E o que é isso de aprender?: Reflexões e exemplos de um processo complexo. In I. Lopes, J. Silva, & P. Figueiredo (Eds.), *Actas do ProfMat2001* (pp. 103-109). Vila Real: APM.
- César, M. (2002). E depois do adeus?: Reflexões a propósito de um follow up de duas turmas de um currículo em alternativa. In D. Moreira, C. Lopes, I. Oliveira, J. M. Matos, & L. Vicente (Eds.), *Matemática e comunidades: A diversidade social no ensino-aprendizagem da matemática* (pp. 93-104). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências

- da Educação - Secção de Educação Matemática (SPCE-SEM) & Instituto de Investigação em Educação (IIE).
- César, M. (2003). A escola inclusiva enquanto espaço-tempo de diálogo de todos e para todos. In D. Rodrigues (Ed.), *Perspectivas sobre a inclusão: Da educação à sociedade* (pp. 117-149). Porto: Porto Editora.
- César, M. (2007). Dialogical identities in students from cultural minorities or students categorised as presenting SEN: How do they shape learning, namely in mathematics?. In ScTIG Group (Eds.), *2nd socio-cultural theory in educational research & practice conference proceedings*. Manchester: University of Manchester. [On line: www.lta.education.manchester.ac.uk/ScTIG/index.htm]
- César, M. (2008, Outubro). *Relatório sobre a disciplina de psicologia da educação*. (Relatório apresentado no âmbito do concurso para professora associada, documento policopiado). DEFCUL, Lisboa.
- César, M. (2009). Listening to different voices: Collaborative work in multicultural maths classes. In M. César, & K. Kumpulainen (Eds.), *Social interactions in multicultural settings* (pp. 203-233). Rotterdam: Sense Publishers.
- César, M. (2010). Comment to Paola's conference: Dialogism in action. In V. Durand-Guerrier, S., Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. LXXXVII-XCIII). Lyon: INRP – Institut National de Recherche Pédagogique. [On line: <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/plenary-2>]
- César, M. (2011). *National report: Data collected in Portugal, FAMA project* (Relatório sobre os resultados obtidos em Portugal no projecto FAMA – Family Mathematics for Adult Learners, documento policopiado). [On line: www.familymath.eu]
- César, M. (2013). Collaborative work, dialogical self and inter-/intra-empowerment mechanisms: (Re)constructing life trajectories of participation. In M. B. Ligorio, & M. César (Eds.), *Interplays between dialogical learning and dialogical self* (pp. 151-192). Charlotte, NC: Information Age Publishing (IAP).
- César, M. (in press). Cultural diversity and regulatory dynamics of participation between schools and families. In P. Marsico, K. Komatzu, & A. Iannaccone (Eds.), *Crossing boundaries: Intercontextual dynamics between family and school*. Charlotte, NC: IAP.
- César, M., & Ainscow, M. (Eds.) (2006). *European Journal of Psychology of Education*, XXI(3).
- César, M., & Kumpulainen, K. (Eds.) (2009). *Social interactions in multicultural settings*. Rotterdam: Sense Publishers.
- César, M., & Oliveira, I. (2005). The curriculum as a mediating tool for inclusive participation: A case study in a Portuguese multicultural school. *European Journal of Psychology of Education*, XX(1), 29-43.
- César, M., & Santos, N. (2006). From exclusion into inclusion: Collaborative work contributions to more inclusive learning settings. *European Journal of Psychology of Education*, XXI(3), 333-346.
- Clandinin, D. J., & Connelly, F. M. (1998). Personal experience methods. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 150-178). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Cobb, P. (2006). Mathematics learning as a social practice. In J. Maasz, & W. Schloeglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 147-152). Rotterdam: Sense Publishers.

- Cobb, P., & Hodge, L. L. (2007). Culture, identity, and equity in the mathematics classroom. In N. Nasir, & P. Cobb (Eds.), *Improving access to mathematics: Diversity and equity in the classroom* (pp. 159-171). New York: Teachers College Press.
- Courela, C. (2007). *Começar de novo: Contributos de um currículo em alternativa para percursos de vida inclusivos, de estudantes adultos. A mediação dos trabalhos de projecto colaborativos desenvolvidos em Educação Ambiental* (Tese de doutoramento, CdRom). DEFCUL, Lisboa.
- Denzin, N. K. (2002). The interpretative process. In A. Haberman, & M. Miles (Eds.), *The qualitative researchers companion* (pp. 349-366). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dias, E. (2008). *Trabalho de projecto em estatística: Contributos do trabalho colaborativo para as práticas de uma turma de 10.º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado, CdRom). DEFCUL, Lisboa.
- Doise, W., & Mugny, G. (1981). *Le developpement social de l'intelligence*. Paris: Interéditions.
- Garrison, A. L. (2011, Setembro). *The cognitive demand of mathematical tasks: Investigating links to teacher characteristics and contextual factors*. Comunicação apresentada na Society for Research in Educational Effectiveness, Washington, DC. Recuperado em Novembro 20, 2011 de http://peabody.vanderbilt.edu/Documents/pdf/tl/Garrison_SREE_2011.pdf
- Hamido, G., & César, M. (2009). Surviving within complexity: A meta-systemic approach to research on social interactions in formal educational scenarios. In K. Kumpulainen, C. Hmelo-Silver, & M. César (Eds.), *Investigating classroom interactions: Methodologies in action* (pp. 229-262). Rotterdam: Sense Publishers.
- Hermans, H. (2001). The dialogical self: Toward a theory of personal and cultural positioning. *Culture and Psychology*, 7(3), 323-366.
- Jodelet, D. (1989). *Folies et representation sociales*. Paris: PUF.
- Kislenko, K. (2011). What makes learning mathematics and enjoyable experience: Listening to Estonian pupils' voices. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática/International Journal for Studies in Mathematics Education*, 4(1), 31-61. [On-line: <http://periodicos.uniban.br/index.php/JIEEM/issue/archive>]
- Kumpulainen, K., Krokfors, L., Lipponen, L., Tissari, V., Hilppö, J., & Rajala, A. (2010). *Learning bridges: Toward participatory learning environments* (P. Hirvonen, Trans.). Helsinki: Helsinki University Print.
- Kumpulainen, K., & Lipponen, L. (2010). Productive interaction as agentic participation in dialogic inquiry. In C. Howe, & K. Littleton (Eds.), *Educational dialogues* (pp. 48-63). London: Taylor & Francis.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge, USA: Cambridge University Press.
- Ligorio, M. B., & César, M. (Eds.) (2013). *Interplays between dialogical learning and dialogical self*. Charlotte, NC: IAP.
- Machado, R. (2008). *Brócolos e matemática: Representações sociais da matemática de alunos do 8.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada no DEFCUL]
- Machado, R., & César, M. (2010). Trabalho colaborativo e matemática: Contributos para a comunicação e aprendizagem matemática. In J. M. Matos, A. Domingos, C. Carvalho, & P. Teixeira (Eds.), *Investigação em educação matemática – 2010: Comunicação no*

- ensino e na aprendizagem da matemática* (pp. 73-86). Caparica: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Machado, R., & César, M. (2012). Trabalho colaborativo e representações sociais: Contributos para a promoção de sucesso escolar em matemática. *Interacções*, 8(20), 98-140. [On-line: <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/issue/archive>]
- Marková, I. (2005). *Dialogicality and social representations: The dynamics of mind* (2.^a ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Marková, I. (2007). Knowledge and interaction through diverse lenses. *Interacções*, 3(7), 163-196. [On-line: <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/issue/archive>]
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Rand Falmer.
- Matos, J. M. (2010). Elementos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática Moderna em Portugal no final dos anos 70. In J. M. Matos, & W. R. Valente (Eds.), *A reforma da matemática moderna em contextos ibero-americanos* (pp. 137-174). Lisboa: Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento (UIED).
- McNiff, J., & Whitehead, J. (2002). *Action research: Principles and practice* (2nd ed.). London: Routledge.
- Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. S. Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Monteiro, V. (2003). *Leitura a par: Efeitos de um programa tutorial no desempenho em leitura, motivação, auto-conceito e auto-estima de alunos do 2.º e 4.º anos de escolaridade* (Tese de doutoramento, documento policopiado). DEFCUL, Lisboa.
- Moscovici, S. (2000). *Social representations: Explorations in social psychology*. Oxford: Polity Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar* (M. Melo, Trad.). Lisboa: APM.
- Oliveira, I. (2006). *Uma alternativa curricular no 2.º ciclo do ensino básico: Vivências e reflexões* (Tese de doutoramento, CdRom). DEFCUL, Lisboa.
- Oliveira, I. (2007). Do currículo, das interacções e da aprendizagem como construção identitária. *Interacções*, 3(6), 65-91. [On-line: <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/issue/archive>]
- Pacheco, J. A. (2005). *Estudos curriculares: Para a compreensão crítica da educação*. Porto: Porto Editora.
- Papert, S. (2001). Change and resistance to change in education: Taking a deeper look at why school hasn't changed. In Fundação Calouste Gulbenkian (Ed.), *Novo conhecimento, nova aprendizagem* (pp. 61-70). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Perret-Clermont, A.-N. (2004). Thinking spaces of the young. In A.-N. Perret-Clermont, C. Pontecorvo, L. Resnick, T. Zittoun, & B. Burge (Eds.), *Joining society: Social interaction and learning in adolescence and youth* (pp. 3-10). Cambridge: Cambridge University Press.
- Perret-Clermont, A.-N., Pontecorvo, C., Resnick, L., Zittoun, T., & Burge, B. (Eds.) (2004), *Joining society: Social interaction and learning in adolescence and youth*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Piscarreta, S. (2002). *Malmequer, bem-me-quer, muito, pouco ou nada: Representações sociais da matemática em alunos do 9.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada na Universidade Aberta]
- Piscarreta, S., & César, M. (2004). Desafinado... ou o meu primeiro amor: A construção das representações sociais da matemática. *Vetor Neteclem*, 2(s/n.º), 31-51.
- Ponte, J. P. (2009). O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Interacções*, 5(12), 96-114. [On-line: <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/issue/archive>]
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., ... Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: ME/DGIDC.
- Precatado, A., Lopes, A. V., Baeta, A., Loureiro, C., Ferreira, E., Guimarães, H. M., ... Abrantes, P. (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM.
- Ramos, M. (2003). *Matemática: A bela ou o monstro? Contributos para uma análise das representações sociais da matemática dos alunos do 9.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na UL]
- Renshaw, P. (2004). Introduction. Dialogic teaching, learning and instruction: Theoretical roots and analytical frameworks. In J. van der Linden, & P. Renshaw (Eds.), *Dialogic learning: Shifting perspectives to learning, instruction, and teaching* (pp. 1-15). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rodrigues, N., Roldão, C., Nóvoas, D., Fernandes, S., & Duarte, T. (2010). Estudantes à saída do secundário 2009/2010. Lisboa: Observatório do Trajecto dos Estudantes do Ensino Secundário (OTES) & Gabinete de Estatística e Planeamento de Educação/Ministério da Educação (GEPE/ME). Recuperado em Março 9, 2011, de http://www.gepe.minedu.pt/np4/?newsId=364&fileName=OTES_EASS_0910.pdf
- Roth, W.-M., & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Sacristán, J. G. (2000). *O currículo: Uma reflexão sobre a prática* (E. Rosa, Trad.). Porto Alegre: ArtMed.
- Säljö, R. (1994). Adult practices and children's learning. Communication and the appropriation of cultural tools. *European Journal of Psychology of Education*, IX(2), 87-91.
- Santos, L. (Ed.), Pinto, J., Rio, F., Pinto, F., Varandas, J. M., Moreirinha, O. ... Bondoso, T. (2010). *Avaliar para aprender: Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário*. Porto: Porto Editora.
- Santos, N. (2008). *Ver a matemática com pontos: Um estudo de caso de um aluno cego do 12.º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado, CdRom). DEFCUL, Lisboa.
- Santiago, P., Donaldson, G., Looney, A., & Nusche, D. (2012). OECD reviews of evaluation and assessment in education: Portugal 2012. Paris: OECD Publishing. [On-line: <http://www.oecd.org/dataoecd/21/10/50077677.pdf>]
- Schubauer-Leoni, M. L. (1986). Le contract didactique: Un cadre interpretatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématiques. *European Journal of Psychology of Education*, 1(2), 139-153.
- Schubauer-Leoni, M. L., & Perret-Clermont, A.-N. (1997). Social interactions and mathematics learning. In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 265-283). Hove: Psychology Press.

- Serrazina, L. (2010). A formação contínua de professores em matemática: O conhecimento e a supervisão em sala de aula e a sua influência na alteração das práticas. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática/International Journal for Studies in Mathematics Education*, 2(1), 1-23. [On-line: <http://periodicos.uniban.br/index.php/JIEEM/issue/archive>]
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse that meets the ears: Learning from mathematical communication things that we have not known before. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13-57.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Silva, M. (2008). *Uma outra forma de ver o mundo: A inclusividade através de actividades laboratoriais em ciências físico-químicas do 8.º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado, CdRom). Faculdade de Motricidade Humana da Universidade Técnica de Lisboa e Faculdade de Ciências Médicas da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Skemp, R. R. (1978). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Arithmetic teacher*, Novembro, 9-15.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14, 66-91.
- Skovsmose, O. (2006). Challenges for mathematics education research. In J. Maasz, & W. Schloeglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 33-50). Rotterdam: Sense Publishers.
- Smyth, J., Angus, L., Down, B., & McInerney, P. (2009). *Activist and socially critical school and community renewal: Social justice in exploitative times*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. London: Sage Publications.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Strecht, P. (2008). *A minha escola não é esta: Dificuldades de aprendizagem e comportamento em crianças e adolescentes*. Lisboa: Assírio & Alvim.
- Tobin, K., & Kincheloe, J. (Eds.) (2006). *Doing educational research: A handbook*. Rotterdam: Sense Publishers.
- UNESCO (1994). *Declaração de Salamanca e enquadramento da acção na área das necessidades educativas especiais*. Lisboa: UNESCO.
- Ventura, C. (2012). *Interação e Conhecimento: Um estudo de caso que analisa a história de um projecto*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCTUNL)]
- Vieira, A. (2001). *A educação matemática de alunos com insucesso repetido e em risco de abandono escolar, no contexto de uma turma de currículos alternativos*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada no DEFCUL]
- Vygotsky, L. S. (1934/1962). *Thought and language*. (Myshlenie I rech' Trad.). Cambridge MA: MIT Press. [Original publicado em russo, em 1934; edição revista por Alex Kozulin]

Wertsch, J. V. (1991). *Voices of mind: A sociocultural approach to mediated action*. Hemel Hempstead: Harvester Wheatsheaf.

Zittoun, T. (2006). *Transitions: Development through symbolic resources*. Greenwich: Information.

Submetido: Janeiro 2013

Aceito: Março 2013