DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2023v16n1p67-76

Situação Didática Olímpica e as Sequências Lineares de Segunda Ordem: uma Proposta de Aplicação na Perspectiva da Teoria das Situações Didáticas

Olympic Didactic Situation and the Second Order Linear Sequences: a Proposal of Application from the Perspective of the Theory of Didactic Situations

Arnaldo Dias Ferreira*[a]; Fredson Rodrigues Soares[b]; João Evangelista de Oliveira Neto[ab]; Francisco Régis Veira Alves[c]; José Rogério Santana[b]; Maria José Costa dos Santos[b]

[a]Secretaria de Educação do Estado do Ceará. CE, Brasil.
[b]Universidade Federal do Ceará, RENOEM. CE, Brasil.
[c]Instituto Federal do Ceará. CE, Brasil.
*E-mail: adias.matematica@gmail.com

Resumo

As discussões referentes a novas estratégias de ensino, que facilitem o acesso aos conteúdos que têm apresentado baixos índices de aprendizagem, têm permeado pesquisas no campo educacional, principalmente no tocante ao componente curricular matemática e, de forma particular, ao assunto progressões aritméticas. Esse objeto de conhecimento tem revelado, no contexto das metodologias convencionais de ensino, obstáculos epistemológicos de difícil transposição. Nesse contexto, objetiva-se apresentar uma proposta metodológica denominada Situação Didática Olímpica (SDO) aplicada ao ensino das progressões aritméticas de segunda ordem. Consubstanciada no contexto das Teoria das Situações Didáticas (TSD), a (SDO) está alicerçada na Engenharia Didática (ED) como metodologia de pesquisa. Dessa forma, visando revelar aspectos subjetivos do objeto analisado, essa pesquisa é de cunho qualitativo e de caráter exploratório. A proposta de aplicação desenvolvida neste trabalho consiste na proposição de um problema da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), Nível III, envolvendo números figurais (triangulares) direcionado a alunos do ensino médio de escolas públicas. Na transposição didática será utilizado, como artefato tecnológico, o *software* GeoGebra, que é o ambiente onde a SDO é modelada aliado à Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval. A SDO, como proposta metodológica, visa a mobilização das categorias intuitivas do raciocínio, proporcionando maior autonomia aos alunos, visto que o professor atua como mediador nas situações didáticas elaboradas. Considera-se com essa proposta de ensino, revelar aspectos presentes nas narrativas dinâmicas proporcionadas pelo referido *software à* luz da TRRS, objetivando ampliar o campo de ação docente nesse componente curricular, buscando para além da melhoria nos seus índices de proficiência, o fomento a pesquisas futuras no contexto da inovação educacional.

Palavras-chave: SDO. Progressões Aritméticas. GeoGebra. Engenharia Didática.

Abstract

The discussions refer to new teaching strategies, which facilitate access to contents that present low learning rates, have permeated research in the educational field, mainly with regard to the curricular mathematics component and, in particular, to the subject of arithmetic progressions. This object of knowledge has revealed, in the context of conventional teaching methodologies, epistemological obstacles that are difficult to overcome. In this context, the objective is to present a methodological proposal called the Olympic Didactic Situation (SDO) applied to the teaching of second-order arithmetic progressions. Embodied in the context of the Theory of Didactic Situations (TSD), the (SDO) is based on Didactic Engineering (ED) as a research methodology. Thus, seeking to reveal subjective aspects of the analyzed object, this research is qualitative and exploratory in nature. The application proposal developed in this work consists of proposing a problem of the Brazilian Mathematical Olympiad for Public Schools (OBMEP), Level III, involving figural (triangular) numbers aimed at high school students from public schools. In the didactic transposition, GeoGebra software will be used as a technological technology, which is the environment where the SDO is modeled, combined with Duval's Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS). The SDO, as a methodological proposal, aims at monitoring the intuitive categories of thought, providing greater autonomy to students, since the teacher acts as a mediator in the elaborated didactic situations. With this teaching proposal, it is considered to reveal aspects present in the dynamic narratives provided by the referred software in the light of the TRRS, aiming to expand the teaching field of action in this curricular component, seeking, in addition to improving their proficiency rates, the promotion of research future in the context of educational innovation.

Keywords: *SDO. Arithmetic Progressions. GeoGebra. Didactic Engineering.*

1 Introdução

Este artigo é parte de uma pesquisa de mestrado acadêmico em desenvolvimento no qual serão trabalhados como objeto de conhecimento a interpretação gráfica de progressões aritméticas e geométricas de segunda ordem em nível de ensino médio com o aporte tecnológico do *software* GeoGebra, observando-se aspectos referentes à Teoria dos Registros de Representações Semióticas, (DUVAL, 1998).

Na contemporaneidade, ensinar matemática tem sido um dos obstáculos enfrentados pelos profissionais dessa área específica do conhecimento, uma vez que as competências do século XXI, necessárias para o exercício da cidadania, trazem em seu bojo a necessidade de percepção das diversas aplicações cotidianas, quase sempre, relacionadas ao conhecimento tecnológico, o que justifica um crescente grau de complexidade.

No Brasil, seus baixos índices de proficiência apresentados pela última edição do Programa Internacional de Avaliação Estudantil (PISA), divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em dezembro de 2019, os quais colocam o Brasil no 53º lugar entre 65 países avaliados, têm sido motivo de constante preocupação nos meios educacionais, uma vez que estão aquém do mínimo exigido para pleno o exercício da cidadania, (BRASIL, 2019).

Nessa direção, a busca por novas formas de ensinar matemática têm sido objeto de pesquisa em instituições de ensino superior de todo o país, Barbosa e Alves (2016, p. 88) ratificam essa necessidade quando afirmam que: "Trabalhar Matemática com métodos inovadores sempre foi e será tema de discussões, fazendo com que os professores se atualizem e aperfeiçoem suas aulas." (Barbosa & Alves, 2016, p. 88).

Nessa perspectiva de melhoria e inovação educacional, as tecnologias digitais surgem como aliadas nos ambientes de ensino, no entanto, segundo (Oliveira, 2019, p.15) "A inserção de tecnologias digitais na sala de aula, exigirá que o professor busque por novas metodologias de ensino e de aprendizagem, que possibilitem a utilização destes recursos no ensino de maneira adequada.

Com o intuito de colocar o aprendente no papel ativo e possibilitar a inserção de artefatos tecnológicos nas salas de aula aliados às novas propostas de ensino, este trabalho será conduzido a partir de uma vertente francesa da educação matemática que é a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1998) alicerçado na Engenharia Didática (ED) (Artigue, 1995), metodologia de pesquisa, cujo intuito é aproximar o trabalho dos alunos ao de um pesquisador.

Nessa perspectiva investigativa, serão propostos desafios por meio de uma prática secular: as olimpíadas de matemática, que têm por tradição exigir do aluno o emprego de estratégias, raciocínios e argumentos matemáticos eficientes. No entanto, cabe salientar a necessidade de ampliação ao acesso a este objeto de conhecimento que são as progressões aritméticas de segunda ordem para todos os alunos e não somente aqueles que costumam participar de certames olímpicos, como, por exemplo, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Para este trabalho, que tem como objetivo geral integrar a Situação Didática Olímpica (SDO) ao estudo do objeto de conhecimento supracitado, ou seja, as progressões aritméticas através da modelagem de um problema da OBMEP, será utilizada, como ferramenta tecnológica, uma simulação desenvolvida no *software* GeoGebra. Para a consecução desse objetivo serão utilizadas às duas primeiras fases da ED.

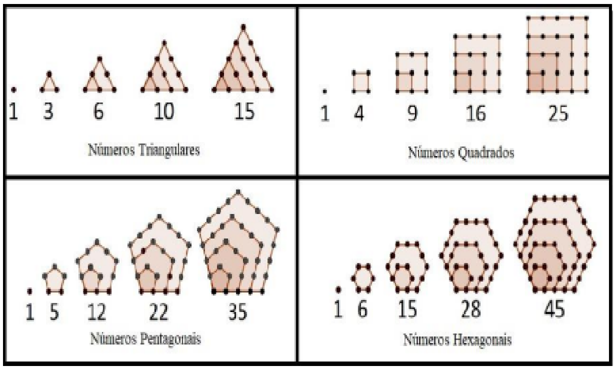
Assim este trabalho está estruturado em seções que se desenham da seguinte forma: inicialmente se faz um estudo das sequências lineares de segunda ordem e sua importância histórica, em seguida aborda-se o tema das Situações Didáticas Olímpicas no contexto da Teoria das Situações Didáticas. Na sequência, apresentam-se a metodologia de pesquisa e as fases dialéticas da TSD e por fim, as considerações finais.

A seguir serão apresentados os referenciais teóricos utilizados para dar embasamento a este trabalho. Dessa forma, será utilizada como metodologia de ensino a Situação Didática Olímpica (SDO), de Alves (2021), que está alicerçada nas fases dialéticas da TSD.

2 O Estudo das Sequências Lineares de Segunda Ordem

As progressões aritméticas fazem parte da história desde o surgimento dos números naturais através dos processos de contagem, uma vez que os mesmos já representam uma sequência. Nesse processo de evolução, podemos citar aqui as sequências dos n**úmeros** figurais que, segundo Roque (2012), podem ter sido as primeiras manifestações de progressões aritméticas de segunda ordem. De acordo com Nobre & Rocha (2018, p.2018) "Os números figurais são números que podem ser representados por uma construção geométrica de pontos equidistantes." Se essa representação forma um polígono regular, esses números chamam-se Números Poligonais, dentre os quais destacamos os números triangulares, quadrados, pentagonais, hexagonais (Figura 1).

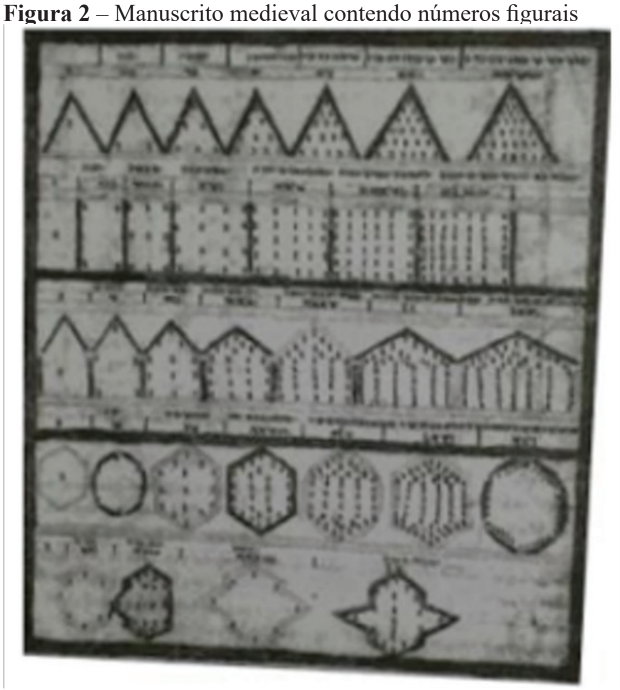
Figura 1 – Amostra de Números Poligonais



Fonte: Nobre e Rocha (2018).

É importante salientar que, de forma geral, não é comum encontrar nos livros didáticos de Matemática direcionados ao ensino básico o tema "Progressões Aritméticas de ordem superior", no entanto, muitos problemas olímpicos abordam este conteúdo, pois está intimamente associado ao desenvolvimento dos processos de contagem e de desenvolvimento do raciocínio algébrico na matemática como ilustra um desenho medieval retratando os Números Poligonais na Figura 2.

Figura 2 – Manuscrito medieval contendo números figurais



Fonte: Nobre e Rocha (2018)

Para Santos e Bezerra (2019, p.21, tradução nossa),

> O pensamento algébrico que deve ser iniciado nos primeiros anos do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017) precisa ser desenvolvido até o final do ensino fundamental. Assim, é necessário propor atividades ao aluno que o auxiliam no desenvolvimento gradativo, até que ele substitua a linguagem usual pela linguagem matemática, chegando à abstração.

Ocorre que a abordagem desse assunto nas salas de aula do ensino básico tem sido um obstáculo, muitas vezes de difícil transposição, principalmente quando ocorre por meio de metodologias de ensino convencionais, uma vez que o acesso ao objeto de conhecimento depende de uma forma mais elaborada de registros de representação semióticas, sendo esses registros uma espécie de relação entre o objeto e a sua representação. Segundo Duval (1998) essas relações são as noções centrais para toda a análise do conhecimento, posto que esses elementos citados são normais em aulas práticas de qualquer professor de Matemática, a partir do momento que este almeja estimular em seus alunos a compreensão de um conceito considerado difícil.

Por outro lado, para que ocorra a Transposição Didática desse objeto de conhecimento segundo Chevalard (1991) "Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino"

Na sessão subsequente como alternativa às metodologias convencionais, será apresentado a noção de Situação Didática Olímpica (SDO) de Alves, que envolve na Transposição Didática (TD) de Chevalard os registros de representações semióticas de Duval na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau.

3 A Situação Didática Olímpica no Contexto da Teoria das Situações Didáticas

A TSD tem como objetivo caracterizar uma situação em um processo de aprendizagem que ocorre em sala de aula envolvendo o aluno, o professor e o saber. A teoria de Brousseau explica que cada conhecimento pode ser determinado por uma ou várias situações didáticas em que o sujeito interage juntamente com os outros e seus saberes na forma de um *"milieu"*, ou seja, o meio em que sistemas antagônicos desestabilizam o sistema didático e proporcionam o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagens. (Freitas, 2012).

Entende-se por termo *"milieu"* como sendo o meio no qual aluno e professor estão inseridos, favorecendo a aprendizagem. Nesse meio as situações didáticas são regidas por um conjunto de obrigações recíprocas, explícitas e implícitas, que envolvem professor, aluno e o saber, o que Brousseau chama de contrato didático, como sendo o comportamento do professor esperado pelo aluno e o comportamento do aluno esperado pelo professor, firmando assim uma parceria. Logo, entende-se a partir dessa teoria que as situações didáticas imersas em um *"milieu"* e submetidas a um contrato didático podem alavancar a aprendizagem significativa.

Assim, as relações estabelecidas entre o professor e os alunos por meio do contrato didático são entendidas como um dos principais princípios que compõem o conjunto de ações mediadas pelo professor, onde ele utiliza situações didáticas como instrumentos de mediação dos saberes.

Conforme Brousseau (1986, p.8), destaca-se:

> Um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar um saber constituído ou em vias de constituição.

Partindo dessa premissa, Brosseau divide as sessões didáticas em: situações didáticas e situações adidáticas. No tocante a situação didática, entende-se que é aquela que o professor conduz e a situação adidática diz respeito a ação conduzida pelo aluno, sendo o professor o mediador dessa ação. A situação didática acontece quando o professor tem como objetivo ensinar um saber com finalidade do aluno aprender de forma significativa, já na situação adidática o aluno é o protagonista, o aluno é colocado diante de uma situação para ele poder produzir seu próprio conhecimento, o professor sendo o mediador do processo.

Para melhor expor sua teoria, Brousseau divide as situações adidáticas em quatro etapas: ação, formulação, validação e institucionalização. Sobre a etapa de ação, que é caracterizada pelo aspecto experimental, ou seja, quando o problema é colocado para o aluno. A etapa de formulação é quando o aluno faz afirmações sobre determinadas formas de resolução. Por sua vez, a etapa de validação quando o aluno já pode questionar sua validade, ou seja, quando o aluno já tem mecanismos para provar ou validar a resposta. E, por fim, a etapa de institucionalização, é a que o professor deve conferir os eventos vistos nas etapas anteriores. Nesta etapa o professor deve fazer conclusões sobre tudo que foi apresentado e ou discutido, realizando o confronto entre os conhecimentos apresentados.

A TSD apresenta-se como um instrumento científico que tende a unificar e integrar as contribuições de outras disciplinas, apoiar e regular o ensino de matemática. Para Brousseau a relação didática é uma comunicação de informações e é o professor o responsável pela organização das mensagens dessa comunicação, visando à aculturação do aluno pela sociedade. Assim, o ensino baseia-se numa atividade que harmoniza dois processos: um de aculturação e outro de adaptação independente.

Partindo das fases dialéticas da TSD, fundamentada na didática matemática francesa, que surgiu no final da década de 60 do século XX surge a Situação Didática Olímpica (SDO), como uma nova proposta metodológica de ensino. A SDO apresenta-se como uma nova roupagem aos problemas presentes nos certames olímpicos que daqui em diante será chamado simplesmente de Problema Olímpico (PO) que de acordo com Alves (2021, p.125) é definido como:

> Um conjunto de situações problemas de Matemática, abordado em um contexto competitivo ou de maratonas, com a participação apenas (e de modo restritivo) dos estudantes competidores, cuja abordagem e características de ação individual e solitária do estudante envolvem apenas objetivo/escopo de se atingir as metas (e medalhas) definidas em cada competição, por intermédio do emprego de estratégias, raciocínios e argumentos matemáticos eficientes, instrumentalizados previamente por professores de Matemática.

Finalmente adentrando na definição de SDO que segundo Alves (2021, p.125) consiste em:

> Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, balizadas pela TSD, entre um aluno ou grupo (s) de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição coletiva e debate científico, competição solidária e problemas ou conjunto de problemas característicos e abordados nas olimpíadas de Matemática.

Dada a definição de SDO, do ponto de vista notacional pode-se estabelecer a seguinte equação característica: SDO = PO + TSD.

É preciso enfatizar que a SDO apresenta uma sequência didática aplicada a resolução de Problemas Olímpicos baseada nas fases dialéticas da TSD, dialética de ação, dialética de formulação, dialética de validação e dialética de institucionalização onde, conforme explicação anterior, são descritas previsões acerca das ações dos estudantes diante da situação proposta. Com o objetivo de se fazer a transposição didática, será utilizado o *software* GeoGebra como recurso auxiliar no que concerne ao desenvolvimento do pensamento intuitivo do estudante.

Visando tornar mais clara as diferenças de um Problema Olímpico apresentado de forma habitual e uma SDO, apresenta-se o Quadro 1.

Quadro 1 - Descrição e distinção entre as noções de PO e SDO, com amparo na TSD

Características	Problema Olímpico (PO)	Situação Didática Olímpica (SDO)
Dos problemas envolvidos	Problemas de competições, elaborados e estruturados de forma serial, tendo em vista a aplicação dos três níveis hierárquicos previstos pela Obmep em competições	Problemas de competições readaptados, reetruturados, modificados e circunstanciados, tendo em vista um grupo ou grupos de alunos particulares, com o amparo da TSD.
Dos competidores	Ação individual de participação nas etapas das Obmep, visando à obtenção de colocações distinguidas no certame.	Ação e trabalho em equipe, visando à investigação científica e à evolução coletiva do conhecimento do grupo.
Do professor	Não presente. Equipes de profissionais especialistas na confecção/produção de questões visando à seleção (identificação) de prodígios e medalhistas.	Promotor da situação de ação, situação de formulação, situação de validação e a institucionalização do conhecimento matemático para o grupo ou grupos de competidores em sua própria sala de aula.
Uso e emprego da tecnologia	Ausente e não prevista sua exploração em certames oficiais ou competições nacionais	Empregada para resultar nas alterações, modificações necessárias e adaptação para o grupo ou grupos de estudantes
Dos objetivos finais	Seleção, classificação. Distinção social para os alunos mais eficientes e notáveis no certame, objetivando a certificação e o laureamento	Promoção do grupo ou grupos de estudantes com habilidades acima da média, bem como estudantes com poucas chances de maior êxito individual.

Fonte: Alves (2021, p.126-127).

4 Metodologia

A metodologia de pesquisa proposta para a aplicação deste trabalho é de cunho qualitativo e caráter exploratório, o que segundo Prodanov & Freitas (2013) nesse tipo de pesquisa não é exigido um nível elevado de precisão. Uma vez que visa aspectos subjetivos do objeto analisado. Já para Sampieri, Colado & Lúcio (2013, p.376) “o foco da pesquisa qualitativa é compreender e aprofundar os fenômenos, que são explorados a partir da perspectiva dos participantes em um ambiente natural e em relação ao contexto.”

Sampierre, Colado e Lúcio (2013, p.376) enfatizam que,

> O enfoque qualitativo é selecionado quando buscamos compreender a perspectiva dos participantes (indivíduos ou grupos pequenos de pessoas que serão pesquisados) sobre os fenômenos que os rodeiam, aprofundar em suas experiências, pontos de vista, opiniões e significados, isto é, a forma como os participantes percebem subjetivamente sua realidade. Também é recomendável selecionar o enfoque qualitativo quando o tema do estudo foi pouco explorado, ou que não tenha sido realizada pesquisa sobre ele em algum grupo social específico. O processo qualitativo começa com a ideia de pesquisa.

De acordo com Gil (2002), nas pesquisas do tipo qualitativas com caráter exploratório, o objetivo é proporcionar maior familiaridade com o problema, a fim de torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Dessa forma, ainda segundo Gil (2002), estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições, sendo seu planejamento bastante flexível possibilitando considerar os mais variados aspectos relativos ao fato estudado.

Para a consecução do processo de construção desta SDO serão utilizadas as duas primeiras fases da (ED): a Análise Preliminar e a Concepção e Análise a *Priori*. De forma específica, para este trabalho, será escolhido um PO relacionado aos números triangulares.

Destaca-se que este estudo visa um campo de aplicação (possível) com sujeitos no nível do ensino médio. A seguir desenvolve-se as seções referentes aos procedimentos metodológicos elaborados para se alcançar os objetivos propostos.

4.1 Análise Preliminar do Problema Olímpico

O assunto matemático referente aos números triangulares já são estudados há milhares de anos, de acordo com os estudos de Barros et al. (2020), os autores revelam que tal estudo referente aos números figurais, neste caso, os números triangulares "tiveram sua origem com os pitagóricos com a tentativa de unir geometria e aritmética buscando uma relação intrínseca entre a natureza" (Barros et al., 2020, p.413), e destacam que é possível determinar uma infinidade desses números em sequências numéricas associando-os com as suas respectivas figuras.

Além disso, mais estudos sobre as sequências podem ser encontrados nos trabalhos de Alves (2020), Costa (2013), Oliveira, Andrade e Alves (2020) e Alves (2017) dentre outros. Dessa forma faz-se aqui um desenvolvimento de uma situação didática sobre os números triangulares com o aporte tecnológico do *software* GeoGebra a fim de fomentar possíveis discussões acerca do uso dessa ferramenta no estudo das sequências no nível médio, através da resolução de Problemas Olímpicos. Assim faz-se necessário uma abordagem sobre os conceitos envolvendo esses números.

Para Costa (2013, p.16) "Todo conjunto de elementos, numéricos ou não, colocados numa determinada ordem é chamado sequência ou sucessão". Assim surge a seguinte indagação, será que ao se trabalhar no GeoGebra as sequências com as suas representações numéricas através dos seus pontos é uma possibilidade viável? No caso dos números triangulares, é possível haver uma compreensão da sequência através da representação triangular dos seus pontos?

4.2 Concepção e análise *a priori* do problema olímpico

Essa fase da ED segundo Almouloud (2007) tem como objetivo responder a questões e validar as hipóteses levantadas na fase de análises preliminares. De acordo com Artigue (1995) o pesquisador deve definir as variáveis de comando no âmbito global e no âmbito local, descrevendo cada atividade proposta. Além disso, segundo a autora, o professor deve criar situações-problema, controláveis por ele, onde possa gerar desequilíbrios, de forma que os discentes atinjam o objetivo, que é o aprendizado.

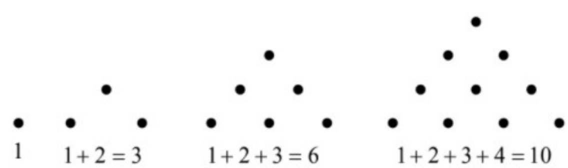
Assim, baseado nas análises preliminares, apresenta-se na sequência o processo de elaboração de uma SDO seguindo as fases dialéticas da TSD, utilizando o *software* GeoGebra como artefato tecnológico auxiliar. Nas seções subsequentes serão apresentados o PO e a concepção da SDO com suas descrições e previsões acerca do que se espera do aluno em cada etapa da TSD.

4.2.1 Problema olímpico

O problema selecionado foi extraído do banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP, 2006) do nível 1 e 3ª lista, referente ao objeto de conhecimento de progressões de ordem n, com ênfase nas sequências dos números triangulares, e tem a seguinte descrição: 1) O famoso matemático grego Pitágoras chamou de *números triangulares* os números obtidos pela soma dos primeiros inteiros maiores que 0. Por exemplo, 1, 3, 6 e 10 são números triangulares:

$$1 = 1$$
$$3 = 1 + 2$$
$$6 = 1 + 2 + 3$$
$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

A configuração de pontos adiante, ilustra a motivação para o nome *números triangulares* conforme se verifica a seguir.



A sequência de números triangulares continua com 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15, 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21, etc. Quantos são os números triangulares menores do que 100?

O problema acima apresenta a construção da sequência de números triangulares, embora tal conteúdo nem sempre seja abordado no nível de aplicação ao qual ele é proposto, no entanto, será apresentado uma proposta de resolução com a utilização do GeoGebra, amparado na Teoria dos Registros de Representação Semióticas Duval (1998), conforme se segue.

4.2.2 Concepção da SDO

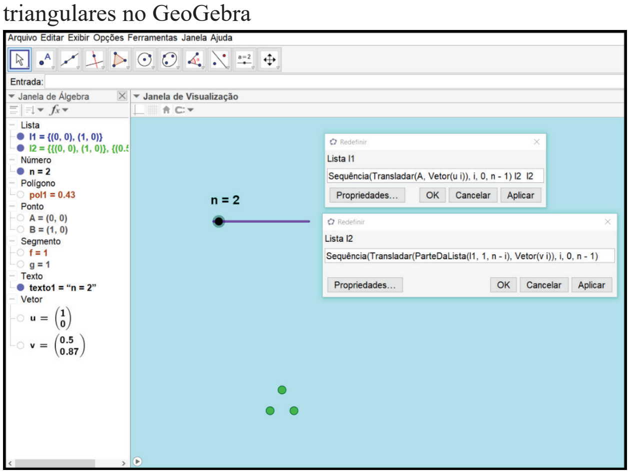
Inicialmente fez-se uma construção prévia a fim de preparar o ambiente do GeoGebra para a SDO a ser trabalhada e realizar as devidas transposições didáticas conforme a situação didática apresentada. Para isso foi necessário seguir alguns passos na utilização das ferramentas disponíveis no *software* que serão descritas a seguir.

A resolução teve início com a construção de um triângulo regular definido como "pol1" nos vértices (A, B e C), com o objetivo de estabelecer a base da construção, por se tratar da figura que representa o respectivo número figural ao qual o problema se refere. Para isso foi utilizada a ferramenta "polígono regular" na barra de ferramentas do GeoGebra. Logo em seguida foram estabelecidos dois vetores, u e v, que são os meios pelos quais foram transladados os pontos representativos para a formação dos números triangulares, conforme exemplo exposto na apresentação do problema olímpico e de acordo ao exposto acima. Assim ficaram definidos, o vetor u(A, B) na base do triângulo e o vetor v(A, C) em direção ao vértice superior do triângulo.

O próximo passo foi estabelecer um controle deslizante a fim de dinamizar a construção e possibilitar ao estudante a interação com o problema, já que o mesmo trata de uma quantidade variável de números triangulares que não é apresentada inicialmente pelo enunciado, assim sendo, entende-se que essa interação irá proporcionar ao estudante a possibilidade de observar o crescimento do triângulo representativo de cada número através dos pontos necessários para o próximo número figural da sequência.

Logo após, foi criada a lista no campo de entrada do GeoGebra, denominada "Lista l1" cuja finalidade é realizar a translação dos pontos nas direções dos vetores u e v gerando a sequência de pontos do triângulo, segundo o valor "n" do controle deslizante, conforme se verifica na figura 3 a seguir, onde se apresentam os primeiros passos da construção, nas abas, Janela de Álgebra e Janela de Visualização do GeoGebra, além das janelas de programação dos comandos para as listas l1 e l2.

Figura 3 - primeiros passos na construção dos números triangulares no GeoGebra

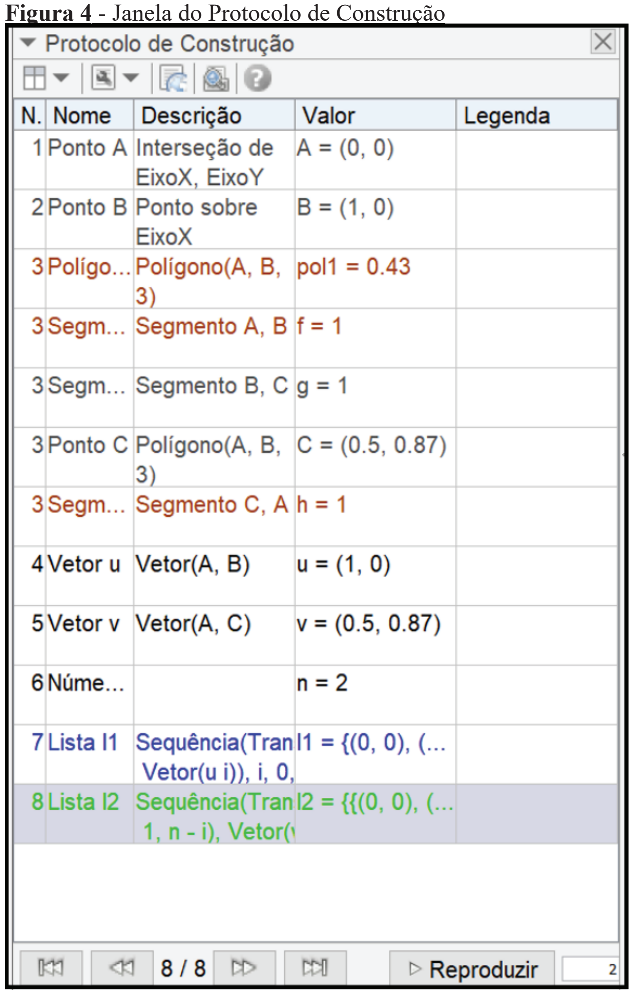


Fonte: os autores.

É importante frisar que durante o processo de construção do problema no GeoGebra, alguns elementos são considerados transitórios e podem ser suprimidos ou ocultados ao final, para que o estudante tenha a visão apenas da parte objetiva da representação figural, de modo que se consiga apresentar exatamente a SDO conforme o problema original. Assim, após o delineamento do protocolo de construção finalizado, suprime-se a visualização dos vetores u e v, assim como o polinômio "pol1" apresentados na Figura 3.

Quanto ao protocolo de construção citado acima, infere-se que em todas as construções elaboradas no *software* GeoGebra, é possível a sua visualização, para isso basta ir ao *menu* disponível na parte superior em exibir (Protocolo de construção) ou executar o comando Ctrl + Shift + L diretamente no teclado do computador, conforme se verifica na Figura 4.

Figura 4 - Janela do Protocolo de Construção



Protocolo de Construção

N.	Nome	Descrição	Valor	Legenda
1	Ponto A	Interseção de EixoX, EixoY	A = (0, 0)	
2	Ponto B	Ponto sobre EixoX	B = (1, 0)	
3	Polígo...	Polígono(A, B, 3)	pol1 = 0.43	
3	Segm...	Segmento A, B	f = 1	
3	Segm...	Segmento B, C	g = 1	
3	Ponto C	Polígono(A, B, 3)	C = (0.5, 0.87)	
3	Segm...	Segmento C, A	h = 1	
4	Vetor u	Vetor(A, B)	u = (1, 0)	
5	Vetor v	Vetor(A, C)	v = (0.5, 0.87)	
6	Núme...		n = 2	
7	Lista l1	Sequência(Tran Vetor(u i)), i, 0,	l1 = {(0, 0), (...	
8	Lista l2	Sequência(Tran 1, n - i), Vetor(\	l2 = {{(0, 0), (...	

8 / 8 Reproduzir 2

Fonte: dados da pesquisa.

Através dos passos aqui descritos, é possível recriar todas as etapas dessa construção, bem como analisar cada uma individualmente. Destaca-se também que caso seja do interesse e sinta-se a necessidade de conferir na prática os passos desta construção, é possível a sua busca e edição, mediante a verificação deste protocolo de construção disponível através do *Qr code* (Figura 5).

Figura 5 - *Qr code* da construção da SDO

Fonte: dado da pesquisa.

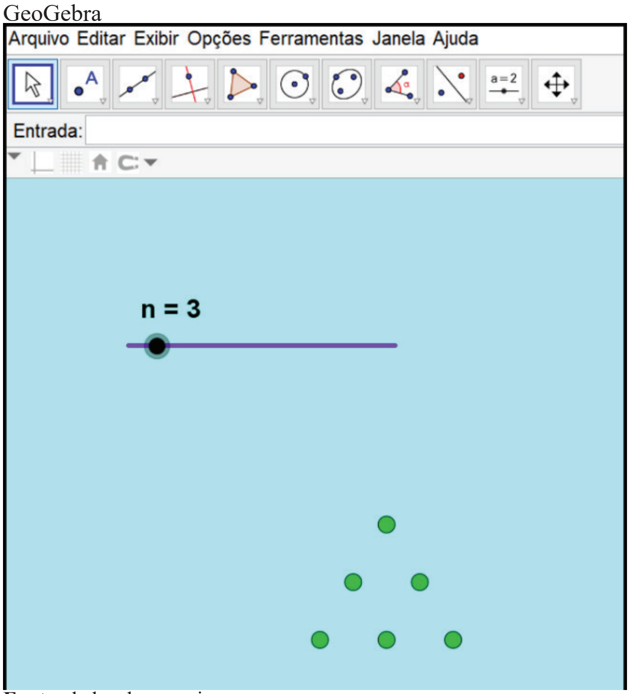
Considerando-se que grande parte dos estudantes dispõem de dispositivos eletrônicos móveis, como aparelhos *smartphones* e *Tablets*, a utilização do recurso *Qr code*, pode facilitar o acesso destes, bem como pode despertar o seu interesse em manipular a situação em busca de respostas.

4.3 Dialética da ação

Nessa etapa introdutória, segundo Pais (2002) os alunos devem realizar procedimentos mais imediatos com intuito de resolver o problema, o que resulta na produção de um conhecimento de natureza mais experimental do que teórica. Dessa forma, os alunos, motivados pelo enunciado do problema, tentam encontrar um padrão.

No problema em questão, devem perceber que o segundo número triangular é o primeiro somado 2, o terceiro, o segundo somado 3, o quarto, o terceiro somado 4, e assim por diante, seguindo sempre esse padrão. O entendimento da sequência poderá ser explorado através do *software* GeoGebra movimentando o controle deslizante (Figura 6).

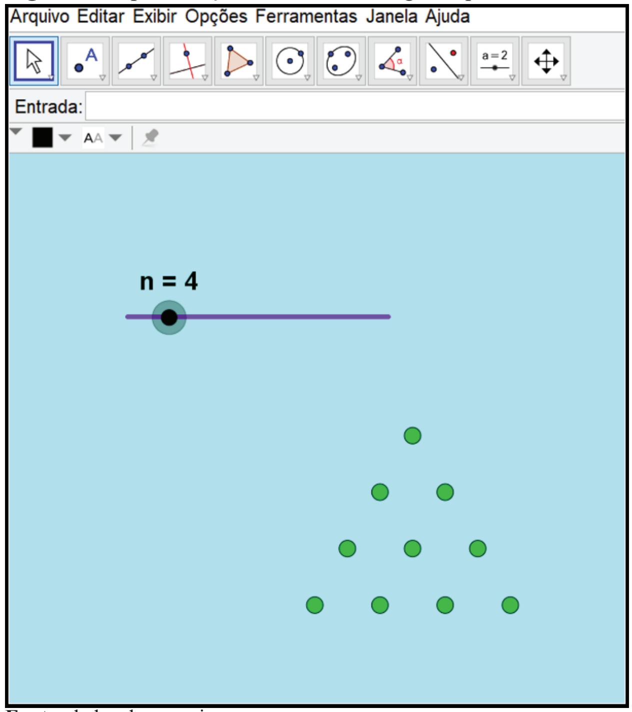
Figura 6 - Representação do terceiro número triangular no GeoGebra



Fonte: dados da pesquisa.

Destaca-se na figura 6 que é necessário fazer a devida transposição didática do problema conforme Chevallard (2013) visando sempre o melhor entendimento por parte do aluno, "ator" nesse processo. Assim verifica-se que para o número n = 3, o valor correspondente será 6. Consequentemente ao movimentar-se o controle deslizante para n=4, obtém-se a quarta fila de pontos, o que equivale ao total de 6+4 =10 (Figura 7).

Figura 7 - representação do número triangular quando n=4



Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 7 mostra que o total de pontos na base do triângulo, quando n = 4, pode ser compreendida como o quarto número da sequência, ou seja, o quarto número triangular que é a soma de todos os números anteriores, assim o quarto número é 10, espera-se que o estudante perceba a relação de recorrência e avance no conceito em busca da solução do problema em questão.

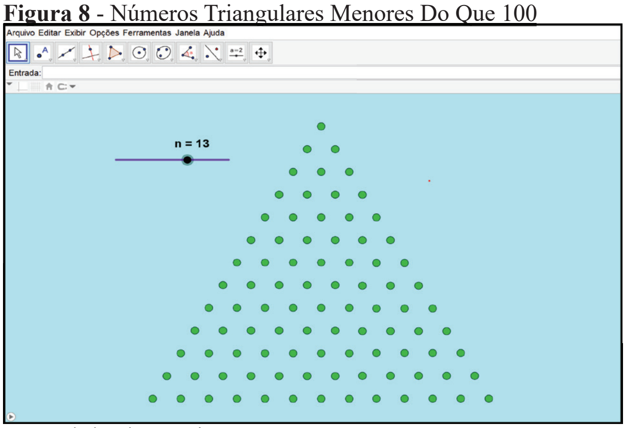
É importante salientar que com a utilização do GeoGebra, o aluno poderá avançar mais alguns números e em caso de dúvidas poderá ampliar a sua percepção sobre a situação de recorrência presente nesse problema, pois a representação dos números imediatamente posteriores aos apresentados no problema poderá ser de fundamental necessidade em caso de o aluno não perceber de imediato a lógica da sequência e a partir daí entrar em outra fase da TSD.

4.4 Dialética da formulação

Nessa etapa, os alunos devem utilizar o GeoGebra, numa perspectiva exploratória, com o intuito de visualizar o comportamento da sequência dos números triangulares. Debates e confrontamentos de ideias entre eles poderão surgir nesse momento a fim de observar valores cuja soma ultrapasse 100.

Os alunos ao movimentarem o controle deslizante, devem observar uma variação na quantidade de pontos acrescentada a cada figura. Podendo, dessa forma, estabelecer a sequência de números triangulares menores que 100, e consequentemente obter os números: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78 e 91, o que resulta em 13 números triangulares. Essa percepção será possível desde que seja estabelecido no controle deslizante a possibilidade de se obter a sequência de números suficientes para tal observação (Figura 8).

Figura 8 - Números Triangulares Menores Do Que 100



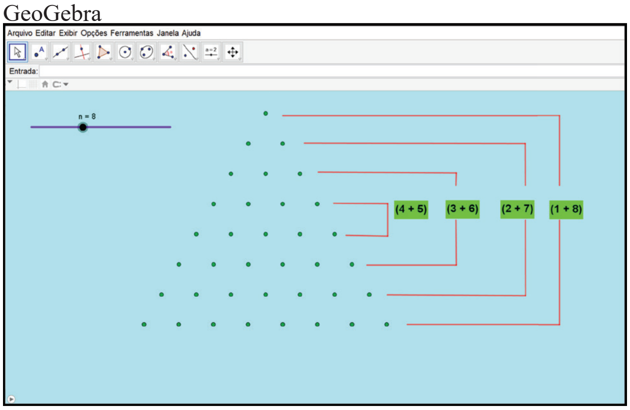
Fonte: dados da pesquisa.

Após essa observação, pela Figura 8, espera-se que o aluno perceba que $A_1 = 1$, $A_2 = 3$, $A_3 = 6$, $A_4 = 10$ e assim sucessivamente. Também é esperado que o aluno perceba na figura 9 que é possível identificar o seguinte padrão

$$A_1 = 1$$
$$A_2 = 1 + 2 = 3$$
$$A_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$
$$A_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$
$$\vdots$$
$$A_n = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n$$

Assim verifica-se que ao se tomar as somas, duas a duas, tem-se a seguinte forma, $A_n = (1 + n) + (2 + n - 1) + (3 + n – 2) + (4 + n – 3)$, onde cada soma tem o mesmo valor e, portanto, são parcelas iguais, conforme se verifica na Figura 9 para a soma dos 8 primeiros números triangulares, ou seja, o A_8.

Figura 9 - Representação do oitavo número triangular no GeoGebra

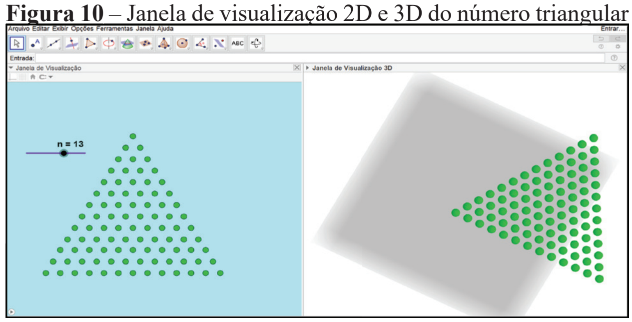


Fonte: dados da pesquisa.

Com essa observação nota-se que o oitavo número triangular é a soma de 4 parcelas iguais a 9, ou seja, 4(1 + 8). Então espera-se que o aluno conclua que para se chegar a um termo qualquer dessa sequência basta que .

Ainda vale ressaltar que com o uso desse recurso é possível se trabalhar essa situação didática pela janela de visualização 3D do GeoGebra, proporcionando uma melhor interação do aluno com o objeto de estudo, pois com ela é possível observar o crescimento ou decrescimento da figura sob uma perspectiva tridimensional, conforme se verifica na Figura 10.

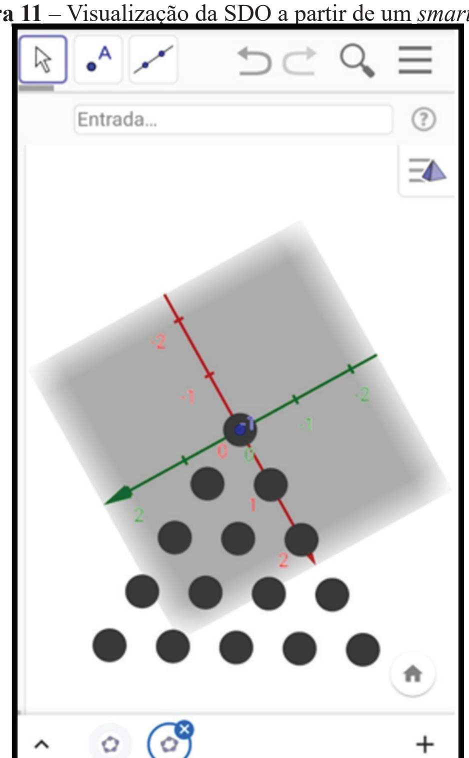
Figura 10 – Janela de visualização 2D e 3D do número triangular



Fonte: dados da pesquisa.

Destaca-se que a viabilidade de aplicação da referida SDO é possível por qualquer uma das duas formas de visualização apresentadas acima, no entanto, ao utilizar-se a janela de visualização em 3D abre-se espaço para novas interações com o problema, podendo ser manipulado inclusive a partir de aparelhos *smartphones*, conforme se verifica na Figura 11.

Figura 11 – Visualização da SDO a partir de um *smartphone*



Fonte: dados da pesquisa.

A janela de visualização 3D proporciona uma visão diferenciada do problema e permite ao aluno manipular o objeto de estudo para criar uma perspectiva dele, dessa forma, espera-se que este elemento possa despertar nele uma linha de raciocínio mais aproximada do objetivo deste estudo.

4.5 Dialética da validação

A validação dar-se-á por meio do debate de ideias consolidadas na etapa anterior. Assim, pode haver discordâncias ou não do resultado. De acordo com Pais (2002, p. 73), "esse tipo de situação está relacionado ao plano de argumentação racional e, portanto, está voltada para a questão da veracidade do conhecimento". É o momento de o aluno atestar se seus argumentos são válidos ou não.

4.6 Dialética da institucionalização

Nessa última etapa, o professor assume o controle da situação na perspectiva de tirar possíveis dúvidas e fazer o fechamento das ideias. Segundo (PAIS, 2002, p. 74) "sob o controle do professor, é o momento em que se tenta proceder à passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico".

É, portanto, nesse contexto que o professor formaliza o conhecimento através de exemplos e contraexemplos que possibilitem ao aluno sanar quaisquer inseguranças em relação aos conceitos trabalhados na situação didática apresentada. A seguir apresentam-se as considerações finais, conforme os resultados esperados diante de uma possível aplicação desta SDO.

5 Conclusão

Nesta pesquisa foi enfatizado os problemas inerentes entre a importância do saber matemático no mundo moderno, as mudanças proporcionadas pelas crescentes tecnologias e os baixos índices de aprendizagem em matemática no Brasil. Foi ressaltada a importância das olimpíadas de matemática como uma prática secular de forma a propiciar o acesso à matemática de qualidade, apresentada de forma interessante e desafiadora assim como foi destacada sua importância como uma das vias na melhoria da qualidade do ensino, no entanto, citou-se um caráter excludente em relação a alunos que não conseguem êxito nos certames devido à carência de novas práticas de ensino que permitam a ampliação do campo de ação docente.

Visando uma solução para tal problemática, foi sugerida uma proposta metodológica de ensino denominada Situação Didática Olímpica oriunda da vertente francesa da didática da matemática, de forma mais específica, alicerçada na Teoria das Situações Didáticas de *Guy Brousseau*. Como exemplo, foi aplicada a SDO a um problema da OBMEP relacionado ao conteúdo das progressões aritméticas de segunda ordem, percorrendo todas as fases dialéticas da TSD e utilizando, como ferramenta tecnológica, na transposição didática, o *software* GeoGebra.

As fases dialéticas da TSD foram trabalhadas na perspectiva de proporcionar uma atuação mais ativa e autônoma do aluno descrevendo previsões acerca do que se espera alcançar com a SDO proposta, a fim de alcançar o objetivo almejado por este trabalho que consistiu na modelagem de um objeto de conhecimento através de um problema da OBMEP, utilizando como ferramenta tecnológica, uma simulação desenvolvida no *software* GeoGebra.

Salienta-se que as Situações Didáticas Olímpicas como proposta metodológica de ensino voltada às olimpíadas, em particular à OBMEP, podem contribuir significativamente para a transformação dos saberes matemáticos em conhecimentos, oportunizando um número maior de alunos nesse universo que compõe as olimpíadas de matemática, uma vez que podem mobilizar as categorias intuitivas através das sequências didáticas que aliadas ao aporte tecnológico do *software* GeoGebra perspectivam a ampliação do campo de ação docente nas instituições públicas de ensino básico.

Considera-se, portanto, com essa proposta de ensino, a importância de revelação dos aspectos presentes nas narrativas dinâmicas proporcionadas pelo *software* GeoGebra, no sentido de investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, através da observação de padrões observados na simulação, facilitando o entendimento deste objeto de conhecimento, dispensando a necessidade de uma demonstração mais formal na validação das referidas conjecturas concordando com a competência 5 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Perspectivamos com essa pesquisa revelar outros caminhos no acesso a objetos de conhecimento na matemática, ampliando, dessa forma, o campo de ação docente nesse componente curricular, buscando, além da melhoria nos seus índices de proficiência, o fomento a pesquisas futuras no contexto da inovação educacional.

Referências

Alves, F. R. V. (2017). Engenharia Didática para a s-Sequência Generalizada de Jacobsthal e a (s,t)-Sequência Generalizada de Jacobsthal: análises preliminares e a priori. Unión. (51), p.83-106.

Alves, F. R. V. (2020). Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): ensino de olimpíadas de matemática com arrimo no software GeoGebra como recurso na visualização. Alexandria, 13(1), p. 319-349.

Alves, F. R. V. (2021). Situação Didática Olímpica (SDO): aplicações da teoria das situações didáticas para o ensino de olimpíadas. Revista Contexto &Amp; Educação, 36(113), 116-142.

Artigue, M. (1995). Ingenieria Didática. In: Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L.; Gomez, P. Ingeniéria didática em Educacion Matemática, (pp.33-59). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica,.

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). (2019). Resultados das avaliações externas. Brasília: MEC. Disponível em: http://www.Inep.gov.br. Acesso em 20 de abr. de 2021.

Barbosa, A. J. L., & Alves, F. R. V. (2016). Avaliação do

Laboratório GeoGebra (LABGG) como ferramenta TIC para o ensino de matemática: prática na escola de ensino médio público em Fortaleza. In: Santos, M. J. C. dos, Matos, F. C. C., Magalhães, E. B. (orgs.). As dimensões epistemológicas do saber matemático: ensino e aprendizagem. Curitiba: Editora CRV, p.81-94.

Barros, F. E., Alves, F. R. V., Mangueira, M. C. S., Vieira, R. P. M,, & Catarino, P. M. M. C. (2020). Hibridização dos números triangulares: uma análise preliminar e a priori e a visualização por meio do software GeoGebra. Indagatio Didactica, vol. 12 (3).

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques. 7 (2), p. 16-33.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques (pp. 115-160). Grenoble La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. La tranposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. Traduzida por Claudia Gilman. Editora Aique: Buenos Aires. 1991.

Chevallard, Y. (2013). Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. Revista de Educação, Ciências e Matemática. 3(2).

Costa, J. M. R. (2013). O ensino de sequências e séries no ensino médio. Campos dos Goytacazes: [s.n.], 2013.

Contador, P.R.M. (2007). A Matemática na Arte e na Vida. São Paulo: Livraria da Física.

Duval, R. (1998). Signe et objet (I): trois grandes *étapes* dans la problématique des rapports entre représentation et objet. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Strasbourg, 6, p.139-163.

Freitas, J. L. M. (2012). Teoria das Situações Didáticas. Educação Matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC.

Gil, A. C. (2002). Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo: Atlas.

Henrique, A., & Almouloud, S.A. (2016). Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. Ciênc. Educ. 22(2), p. 465-487.

Nobre, J. F. F. (2018). Progressões Aritméticas: abordando as ordens superiores. Palmas: UFT.

Nobre, J. F. F., & Rocha, R. A. (2018). Progressões aritméticas de ordem superior. Professor de Matemática Online. 1(5).

Oliveira, M. M. (2019). Ensino de funções por meio da videoanálise: um contributo da engenharia didática. 2019. 135 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

Oliveira, R. R, Andrade, M. H. & Alves, F. R. V. (2020). Engenharia didática de primeira geração no Ensino Superior: generalização e extensão da sequência de Fibonacci. Research, Society and Development**,** 9 (1), e165911767.

Brasil. 2019. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Disponível em: http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm.

Pais, L. C. (2002). Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica.

Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Novo Hamburgo: Feevale.

Roque, T. (2012). História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, M. P. B. (2013). Metodologia de pesquisa. Porto Alegre: Penso.

Santos, M. J. C., & Bezerra, A. L. (2019). Contributions of figures numbers in the development of geometric thought**.** International Journal for Innovation Education and Research 7(1).